

УДК 681.518

# ОПТИМИЗАЦИЯ ЗОНЫ ПОКРЫТИЯ СИСТЕМ СОТОВОЙ СВЯЗИ НА ЗАГОРОДНЫХ УЧАСТКАХ МЕСТНОСТИ МЕТОДОМ СТОХАСТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

И. А. Зикратов,

доктор техн. наук, доцент

Т. В. Зикратова,

преподаватель

Санкт-Петербургское высшее военное училище радиозлектроники

Обсуждаются вопросы рационального размещения ретрансляторов базовых станций сотовой связи на загородных участках местности с использованием цифровой картографической информации. Предложен метод выбора позиций, основанный на стохастическом программировании с вероятностными ограничениями. Решение представлено в виде детерминированного вектора.

Цифровая картографическая информация в составе геоинформационных систем (ГИС) находит широкое применение в различных предметных областях, в том числе используется для рационального размещения источников электромагнитных волн на местности.

Так, при решении задачи априорного выбора позиций систем радиосвязи на загородных участках местности предложен метод [1], основанный на представлении детерминированных целевой функции и ограничений задачи нелинейного программирования в виде эквивалентной задачи с булевыми переменными. Учитывая, что на величины, входящие в указанные соотношения, оказывает влияние большое число случайных независимых факторов, в настоящей работе приводится ее решение методом стохастического программирования.

Рассмотрим пример. Пусть имеется четыре возможные позиции  $x_1, x_2, x_3, x_4$  размещения ретрансляторов, диаграммы направленности которых охватывают участок местности, через который проходят две трассы А и Б (рисунок).

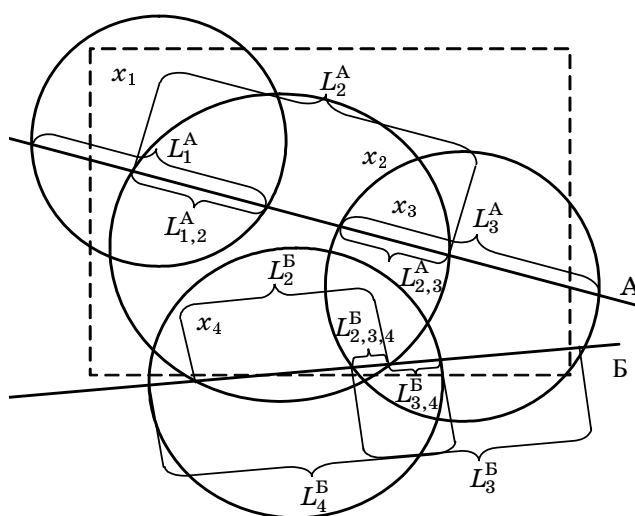
Из множества точек возможных позиций  $x_1, x_2, x_3, x_4$  расположения базовых станций необходимо выбрать минимальное количество  $N$  таких позиций, которые позволят расположенным на них базовым станциям обеспечить устойчивую связь абонентов,двигающихся по маршрутам А и Б в пределах участка, ограниченного пунктирной линией. Положим, что концентрация абонентов на трассах А и Б различная. Вероятность по-

явления абонентов на трассах А и Б обозначим соответственно  $\alpha_A$  и  $\alpha_B$ .

В общем виде модель с вероятностными ограничениями определяется следующим образом [2]:

максимизировать  $z = \sum_{j=1}^n \bar{c}_j x_j$  при ограничениях

$$P \left\{ \sum_{j=1}^n L_j^i x_j \leq b_i \right\} \geq \alpha_i, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (1)$$



■ Зоны покрытия трасс А и Б диаграммами направленности базовых станций  $x_1, x_2, x_3, x_4$

Здесь  $c$ ,  $L$  и  $b$  — случайные величины. Известно, что если переменные  $L_j^i$  распределены нормально, с математическими ожиданиями  $M\{L_j^i\}$  и дисперсиями  $\text{var}\{L_j^i\}$ , а также заданы (рассчитаны) ковариации  $K_{L_j^i, L_{j'}^i} = \text{cov}\{L_j^i, L_{j'}^i\}$  случайных величин  $L_j^i$  и  $L_{j'}^i$ , то исходные ограничения вида (1) эквивалентны неравенству

$$\sum_{j=1}^n M\{L_j^i\} x_j + \Phi^{-1}(\alpha_i) \sqrt{\mathbf{X}^T \mathbf{D}_i \mathbf{X}} \leq b_i, \quad (2)$$

где  $\Phi(t) = \int_{-\infty}^t e^{-\xi^2/2} d\xi$  — нормальная

функция распределения стандартизированной случайной величины;  $\mathbf{X}^T \mathbf{D}_i \mathbf{X}$  — квадратичная форма;  $\mathbf{D}_i$  —  $i$ -я матрица ковариаций:

$$\mathbf{D}_i = \begin{pmatrix} \text{var}\{L_1^i\} & \cdot & \cdot & K_{L_1^i, L_n^i} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ K_{L_1^i, L_n^i} & \cdot & \cdot & \text{var}\{L_n^i\} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Применительно к рассматриваемому примеру переменные  $x_j$  ( $j = 1, 2, 3, 4$ ), как и в детерминированной постановке задачи, будем полагать булевыми переменными  $x_j = \{0, 1\}$ . Пусть переменные  $L_j^i$  — суть длина участка  $i$ -й трассы, охватываемого диаграммой направленности  $j$ -го ретранслятора, в предположении, что эти ретрансляторы установлены на позициях анализируемого множества  $x_1, x_2, x_3, x_4$ . Тогда, придерживаясь обозначений, принятых в работе [1] при рассмотрении детерминированной задачи, и учитывая (1)–(3), составим целевую функцию и ограничения для задачи стохастического программирования (см. рисунок):

$\sum_{j=1}^4 x_j \rightarrow \min$  — целевая функция;

— ограничение для трассы А

$$M\{L_1^A\} x_1 + M\{L_2^A\} x_2 + M\{L_3^A\} x_3 - M\{L_{1,2}^A\} x_1 x_2 - M\{L_{2,3}^A\} x_2 x_3 + \Phi^{-1}(\alpha_A) \sqrt{\mathbf{X}^T \mathbf{D}_A \mathbf{X}} \leq L_\Sigma^A;$$

— ограничение для трассы Б

$$M\{L_2^B\} x_2 + M\{L_3^B\} x_3 + M\{L_4^B\} x_4 - M\{L_{2,4}^B\} x_2 x_4 - M\{L_{3,4}^B\} x_3 x_4 - M\{L_{2,3,4}^B\} x_2 x_3 x_4 + \Phi^{-1}(\alpha_B) \sqrt{\mathbf{X}^T \mathbf{D}_B \mathbf{X}} \leq L_\Sigma^B,$$

где  $L_{k,l}^i$  — протяженность участков  $i$ -й трассы, проходящей через зоны покрытия  $k$ -го и  $l$ -го ретрансляторов;  $L_\Sigma$  — суммарная протяженность участков трасс, которые должны находиться в зоне покрытия сети. Решением задачи является детерминированный вектор булевых переменных  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , которые могут принимать значения 0 и 1. Единица означает, что на позиции ретранслятор устанавливается, ноль — не устанавливается.

При составлении матриц ковариаций  $\mathbf{D}$  следует учитывать, что если случайные величины независимы между собой, то их ковариации равны нулю. Так, например, из анализа рисунка можно записать матрицу ковариаций длин участков трасс  $L_{k,l}^A$  для первого ограничения (трасса А):

$$\mathbf{D}_A = \begin{pmatrix} \text{var}\{L_1^A\} & 0 & 0 & K_{L_1^A, L_{1,2}^A} & 0 \\ 0 & \text{var}\{L_2^A\} & 0 & K_{L_2^A, L_{1,2}^A} & K_{L_2^A, L_{2,3}^A} \\ 0 & 0 & \text{var}\{L_3^A\} & 0 & K_{L_3^A, L_{2,3}^A} \\ K_{L_1^A, L_{1,2}^A} & K_{L_2^A, L_{1,2}^A} & 0 & \text{var}\{L_{1,2}^A\} & 0 \\ 0 & K_{L_2^A, L_{2,3}^A} & K_{L_3^A, L_{2,3}^A} & 0 & \text{var}\{L_{2,3}^A\} \end{pmatrix}.$$

Вектор  $\mathbf{X}$  в квадратичной форме для первого ограничения имеет вид

$$\mathbf{X} = \{x_1, x_2, x_3, x_{1,2}, x_{2,3}\}.$$

По аналогии составляется матрица ковариаций

$$\mathbf{D}_B = \begin{pmatrix} \text{var}\{L_2^B\} & 0 & 0 & K_{L_2^B, L_{2,4}^B} & 0 & K_{L_2^B, L_{2,3,4}^B} \\ 0 & \text{var}\{L_3^B\} & 0 & 0 & K_{L_3^B, L_{3,4}^B} & K_{L_3^B, L_{2,3,4}^B} \\ 0 & 0 & \text{var}\{L_4^B\} & K_{L_4^B, L_{2,4}^B} & K_{L_4^B, L_{3,4}^B} & 0 \\ K_{L_2^B, L_{2,4}^B} & 0 & K_{L_4^B, L_{2,4}^B} & \text{var}\{L_{2,4}^B\} & 0 & K_{L_{2,4}^B, L_{2,3,4}^B} \\ 0 & K_{L_3^B, L_{3,4}^B} & K_{L_4^B, L_{3,4}^B} & 0 & \text{var}\{L_{3,4}^B\} & K_{L_{3,4}^B, L_{2,3,4}^B} \\ K_{L_2^B, L_{2,3,4}^B} & K_{L_3^B, L_{2,3,4}^B} & 0 & K_{L_{2,4}^B, L_{2,3,4}^B} & K_{L_{3,4}^B, L_{2,3,4}^B} & \text{var}\{L_{2,3,4}^B\} \end{pmatrix}$$

и вектор  $\mathbf{X} = \{x_2, x_3, x_4, x_{2,4}, x_{3,4}, x_{2,3,4}\}$  для второго ограничения (трасса Б).

В работе [3] показано, что путем введения вспомогательных переменных задачу можно преобразовать к виду суммы функций одной переменной. Тогда решение может быть получено при помощи методов сепарабельного программирования.

Чувствительность решения определяется:

— величинами дисперсий значений дальности радиосвязи при определении (расчете) зон покрытия ретрансляторов на анализируемых позициях, что влияет на значение компонентов матриц ковариаций;

— степенью концентрации абонентов  $\alpha_{A, B}$ .

Очевидно, что для определения величин  $\alpha_{A, B}$  необходимо набирать достаточную статистику передвижения абонентов по соответствующим трассам в пределах рассматриваемого участка местности. Вычислять ковариационную матрицу можно с помощью соответствующей имитационной модели ГИС.

Необходимо отметить, что решая эту задачу на ПЭВМ, можно успешно использовать численные методы, реализованные в надстройке MS Excel «Поиск решения». При этом автоматизацию процесса составления целевой функции и ограничений удобно осуществлять средствами языка Visual Basic for Application.

Так, для приведенного примера, при равных величинах концентрации абонентов  $\alpha_{A, B}$  на трассах А и Б и одинаковых погрешностях расчета зон покрытия базовых станций  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , решением является вектор  $\{0, 1, 1, 0\}$ , т. е. минимальное количество базовых станции  $N = 2$ , которые достаточно установить на позициях  $x_2$  и  $x_3$ .

При формировании матриц  $D_A$  и  $D_B$  методом имитационного моделирования использовалось 100 статистических испытаний, время расчета составило 12 с на ПЭВМ класса AMD Athlon(tm)XP 1900+ 1,63 ГГц, 512 МБ ОЗУ.

Очевидно, что в значительной мере точность и время расчета определяются степенью достоверности используемой в ГИС мето-

дики расчета дальности радиосвязи с учетом рельефа и радиофизических свойств подстилающей поверхности.

Таким образом, достоинствами предлагаемого метода выбора позиций являются:

— возможность учета стохастических факторов, влияющих на качество радиосвязи;

— учет концентрации абонентов на рассматриваемом участке местности;

— относительная простота программной реализации в ГИС.

## Литература

1. Зикратов И. А., Зикратова Т. В. К вопросу об оптимизации покрытия систем сотовой связи на загородных участках местности // Информационно-управляющие системы. 2007. № 3. С. 52–55.
2. Юдин Д. Б. Математические методы управления в условиях неполной информации. М.: Сов. радио, 1974. 400 с.
3. Таха Х. Введение в исследование операций: В 2 кн. Кн. 1; Пер. с англ. М.: Мир, 1985. 479 с.