

УДК 519.2:519.7

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПОЛУЧЕНИЯ И ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПРИ ТЕХНИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКЕ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ НЕПОЛНОЙ ОПРЕДЕЛЕННОСТИ (Часть 2)

А. Е. Городецкий,

доктор техн. наук, профессор

И. Л. Тарасова,

канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник

Институт проблем машиноведения РАН

Предлагается использовать логико-вероятностные модели для диагностики структурно-сложных систем. Показано, что тогда оптимизация стратегий и тактик поиска неисправностей может быть сведена к вычислению матриц систем алгебраических уравнений по модулю два с минимальным количеством единиц и упорядочиванию строк таких матриц по убыванию вероятностей решений. Рассматриваются проблемы аппроксимации логико-вероятностных изображений сложных систем, построения, верификации, классификации и редуцирования адекватных логико-вероятностных моделей, а также проблемы распознавания изображений неисправных систем с указанием причин неисправностей.

Ключевые слова — техническая диагностика, неполная определенность, логико-вероятностные модели, сложные системы, нечеткая задача принятия решения, обработка изображений, алгебраические методы.

(Окончание. Начало см. в № 5, 2008)

Процедуры отображения алгебры данных в логико-вероятностную алгебру изображений

При построении логико-вероятностной модели системы, т. е. при отображении $\Phi: A_d \rightarrow A_l$, необходимо исходные данные перевести в логическую форму алгебры по модулю 2. При этом входная информация преобразуется в логическую форму или набор логических переменных x_i , из которых создается фундаментальный вектор логической системы F типа (10).

Зная фундаментальный вектор F системы, можно вычислить любую логическую функцию

$$f_i = C_i F, \quad (11)$$

характеризующую ее поведение. Причем идентификационные строки C_i , состоящие из комбинации 0 и 1 и имеющие размерность вектора F (например: $C_i = / 0 0 0 1 1 0 \dots \dots 0 /$), будут характеризовать объекты и отношения системы или ее элементы и связи между ними. При этом оптимизация получаемой при таком отображении $\Phi: A_d \rightarrow A_l$ модели F^* системы будет состоять в поиске оптимального набора идентификационных строк.

При преобразовании исходных данных в логическую форму могут возникнуть следующие подзадачи [7].

Получение логических переменных x_i вектора F путем квантования входных величин и присвоения полученным квантам q_i имен логических переменных x_i , принимающих значения истина «1» или ложно «0». Например, если входная переменная — температура T — может изменяться в пределах от -20 до $+20$ °С, то, введя квант в 10 °С, можно весь диапазон изменения температуры разбить на четыре кванта $q_1 = [-20, -10]$, $q_2 = [-10, 0]$, $q_3 = [0, +10]$, $q_4 = [+10, +20]$ (рис. 1, а). Тогда кванту q_1 можно присвоить имя x_1 {очень холодно}, кванту $q_2 - x_2$ {холодно}, кванту $q_3 - x_3$ {прохладно} и кванту $q_4 - x_4$ {тепло}. Теперь, если, например, температура на входе $T = +5$ °С, то значения логических переменных будут следующими: $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1$, $x_4 = 0$. Если кванты, образующие смежные логические переменные, например «холодно» и «прохладно», будут частично перекрываться («холодно» — $[-15, +5]$, а «прохладно» — $[-5, +15]$), (рис. 1, б), то этим квантам можно также поставить в соответствие логические переменные таких же наименований. При этом степень принадлежности входной величины x_i к тому

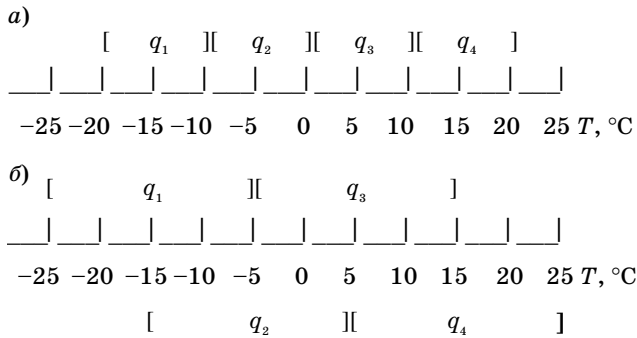


Рис. 1. Фазификация

или иному кванту (к той или иной логической переменной) будет характеризоваться вероятностью, вычисляемой как отношение перекрывающегося промежутка $Lq_i \cap q_j$ к протяженности кванта Lq_i (см. рис. 1, б):

$$P(x_i = 1) = Lq_i / Lq_i \cap q_j. \quad (12)$$

Полученные описанным способом переменные принято называть логико-вероятностными [3]. Тогда фундаментальный вектор F будет иметь значительную избыточность, которая может быть уменьшена, если часть логических функций f_i известна заранее и нет необходимости поиска соответствующих им идентификационных строк C_i .

Уменьшить избыточность F также можно, если известны функциональные зависимости между входными величинами.

Пусть, например, имеется функциональная зависимость входных величин $Y_2(Y_1)$, показанная на рис. 2. Для перевода линейной зависимости 1 в систему логических функций (уравнений) вначале надо, исходя из требуемой точности δ_i представления входных величин, разбить диапазоны их изменения $D_1 = Y_{1max} - Y_{1min}$ и $D_2 = Y_{2max} - Y_{2min}$ на N_1 и N_2 квантов:

$$q_{1i} = [Y_{1min} + i\delta_i, Y_{1min} + (i + 1)\delta_i], i = 0, 1, 2, \dots, N_1;$$

$$q_{2j} = [Y_{2min} + j\delta_j, Y_{2min} + (j + 1)\delta_j], j = 0, 1, 2, \dots, N_2.$$

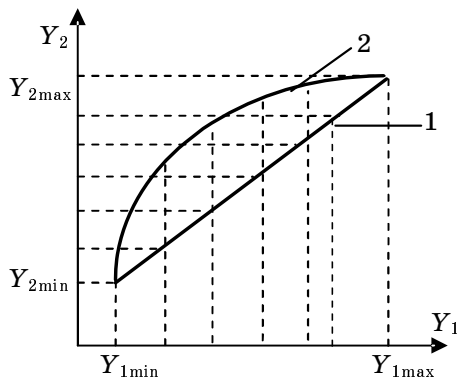


Рис. 2. Функциональные зависимости входных величин

Таблица 1

	X ₂₁	X ₂₂	X ₂₃	X ₂₄	X ₂₅	X ₂₆	X ₂₇	X ₂₈	X ₂₉
X ₁₁	1	0	0	0	0	0	0	0	0
X ₁₂	0	1	0	0	0	0	0	0	0
X ₁₃	0	0	1	0	0	0	0	0	0
X ₁₄	0	0	0	1	0	0	0	0	0
X ₁₅	0	0	0	0	1	0	0	0	0
X ₁₆	0	0	0	0	0	1	0	0	0
X ₁₇	0	0	0	0	0	0	1	0	0
X ₁₈	0	0	0	0	0	0	0	1	0
X ₁₉	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Затем в соответствии с рис. 2 можно составить табл. 1 для вывода логических функций умножения по модулю 2 или конъюнкции между логическими переменными X_{1i} и X_{2j} , которым соответствуют кванты q_{1i} и q_{2j} (рис. 3), либо — импликаций между X_{1i} и X_{2j} (рис. 4).

Выбор конкретной логической функции из представленного на рис. 3 и 4 набора, отражающей приведенную на рис. 2 линейную зависимость $Y_2(Y_1)$, определяется содержательной частью решаемой задачи. В большинстве случаев указанную зависимость можно представить в виде системы логических уравнений типа (17).

Очевидно, что все логические уравнения (13)–(17) могут быть переведены в стандартную форму (11).

В случае нелинейной зависимости $Y_2(Y_1)$ (см. рис. 2, кривая 2) нельзя каждому кванту q_{1i} поставить в соответствие один квант q_{2j} . При этом какому-либо кванту q_{1i} могут соответствовать: либо один полный квант q_{2j} , либо один неполный квант q_{2j} , либо два и более полных кванта q_{2j}, q_{2j+1} , либо один или несколько полных кванта q_{2j}, q_{2k} , либо один или несколько неполных кванта q_{2j-1}, q_{2k+1} и т. д. (табл. 2). При этом, если такие нелинейные зависимости (см. рис. 2) отображать, как и преж-

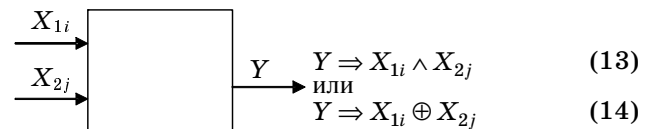


Рис. 3. Логическое умножение

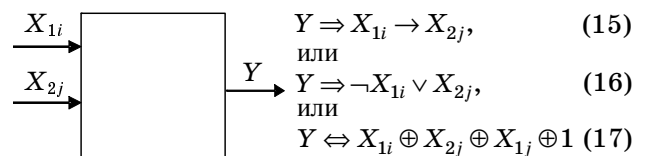


Рис. 4. Импликация

■ Таблица 2

	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	X_{25}	X_{26}	X_{27}	X_{28}	X_{29}
X_{11}	1/1	1/1	1/0,5	0	0	0	0	0	0
X_{12}	0	0	1/0,5	1/1	1/0,2	0	0	0	0
X_{13}	0	0	0	0	1/0,8	1/0,4	0	0	0
X_{14}	0	0	0	0	0	1/0,6	1/0,5	0	0
X_{15}	0	0	0	0	0	0	1/0,6	1/0,1	0
X_{16}	0	0	0	0	0	0	0	1/0,8	0
X_{17}	0	0	0	0	0	0	0	1/0,1	1/0,5
X_{18}	0	0	0	0	0	0	0	0	1/0,7
X_{19}	0	0	0	0	0	0	0	0	1/0,1

де, только системой логических уравнений, т. е. без учета степени принадлежности какого-либо кванта q_{2j} кванту q_{1i} , то будет вводиться большая погрешность отображения, зависящая от вида кривой 2. Улучшить эту ситуацию можно путем введения вероятностей $P\{X_{1i} \rightarrow X_{2j} = 1\}$, вычисляемых подобно вероятностям в уравнении (12) и приведенных в табл. 2 (в знаменателях), например: $P\{X_{12} \rightarrow X_{23} = 1\} = 0,5$.

Нами рассмотрена простейшая, монотонная гладкая возрастающая зависимость. Замена более сложных функциональных зависимостей на логические функции, очевидно, будет приводить к большим погрешностям, уменьшение которых потребует дополнительных усилий. Тем не менее, приведенные примеры показывают, что имеется принципиальная возможность построения вектора \mathbf{F} логико-вероятностной модели системы в целом, позволяющего получать решения многих практических задач с достаточной точностью при некотором увеличении их размерности и интерпретировать и объяснять получаемые результаты.

Редуцирование логико-вероятностных моделей

Полученные в результате аппроксимации исходных данных логико-вероятностные модели типа (5) сложных систем, как правило, получаются чрезвычайно большой размерности и плохо пригодны к реализации задач реального времени. Например, даже перевод простого алгебраического выражения $y = ax$ при шаге квантования $h = X_{\max}/100$, т. е. при точности отображения 1 %, приводит к 100 логическим уравнениям типа $x \rightarrow y$. Поэтому встает задача сжатия полученного после аппроксимации исходных данных изображения I^* или редуцирования моделей типа (5) таким образом, чтобы при замене идеального изображения I на редуцированное изображение I_r^* терялось незначительное количество информации.

Сократить размерность можно за счет подбора элементов разбиения (квантования) и тщательного выбора типа разбиения (квантования). Например, разбиение может быть с постоянным шагом h

либо с функционально изменяющимся $h(x, t)$ в зависимости от типа решаемой задачи и цели моделирования. Кроме того, редуцировать модели типа (5) можно введением минимально допустимой вероятности решения P_{\min} и отбрасыванием i -х строк, дающих решение y_i с вероятностью $P\{y_i = 1\} \leq P_{\min}$. Очевидно, что указанные процедуры редуцирования следует проводить очень осторожно при решении задач диагностики, так как даже маловероятные события могут приводить к серьезным, а иногда и к катастрофическим последствиям, связанным с выходом из строя сложной системы.

Распознавание изображений

Существенно ускорить процесс принятия решения при диагностике сложных систем можно за счет распознавания полученного изображения I_r^* , т. е. отнесения его к тому или иному классу образов C_j^I идеального изображения $I \in C_j^I$. В случае, если класс C_j^I , к которому мы отнесли рассматриваемое изображение I_r^* , хорошо изучен и для него получено оптимальное решение, тогда для модели I_r^* можно использовать метод ситуации привычности [8], т. е. искомое решение заменить аналогом.

Процедура распознавания изображений I_r^* в случае представления их в алгебре по модулю 2, т. е. в виде модели типа (5), требует задание правил или алгоритмов обработки лингвистической атрибутивной части, характеризующей логические переменные, при проведении над ними операций сложения и умножения по модулю 2.

Каждое решение $y_i(k)$ системы уравнений (5) будет иметь некоторый лингвистический атрибут, его характеризующий и образующий в общем случае неметризуемое множество V_i . При распознавании выбор наилучшего класса из множества альтернативных может опираться на процедуру поиска бинарных отношений $V_i g B_{c_j}$, где B_{c_j} — множество, характеризующее решение из рассматриваемого класса C_j^I , к которому мы хотим максимально приблизиться, а g — двуместный предикат на анализируемых множествах, который может быть задан, например, путем указания формул логико-математического языка или путем задания формализованного лингвистического выражения [3]. При этом проблема выявления наилучшего приближения сводится к двум задачам. Первой является задача получения множеств V_i, B_{c_j} , а второй — конструирование оптимальной процедуры g , позволяющей получить количественную оценку близости V_i к B_{c_j} .

Создание исходной базы для конструирования g целесообразно начинать с выделения в каждом из сравниваемых множеств метризуемых подмножеств (например, подмножества вероятностей решений), для элементов которых могут быть указаны отношения и числовые меры близости. Следующим, наиболее сложным шагом является упо-

рядочивание элементов неметризуемых подмножеств. Весьма вероятно, что для решения этой задачи понадобится построение новой системы логических уравнений, решение которой приведет либо к метризуемым множествам, либо к упорядоченным. В первом случае мы сразу получаем числовые меры близости. Во втором эти меры придется строить заново. В качестве возможных числовых оценок могут быть использованы мощности множеств, количество совпадающих элементов, число групп совпавших элементов и др. Каких-либо рекомендаций по выбору тех или иных оценок в настоящее время рекомендовать нельзя в связи со слабой изученностью подобных моделей. В случае невозможности упорядочивания неметризуемых множеств решение о наибольшей близости какого-либо множества к эталону должен принимать сам исследователь, исходя из своих предпочтений, опыта и интуиции.

Заключение

Использование алгебраического подхода для решения задач технической диагностики сложных систем позволит представлять их изображения, описывающие модели отказов, как линейные структуры и для анализа и синтеза их свойств использовать математический аппарат векторно-матричной алгебры.

Учитывая, что при диагностике сложной системы в условиях неполной определенности получение ее изображения или математической модели осуществляется в целях синтеза оптимального алгоритма поиска неисправностей в системе, последнюю целесообразно рассматривать как нечеткую, неопределенности в которой описываются вероятностями случайных логических переменных.

При моделировании сложных систем мы сталкиваемся с тем, что, чем сложнее система, тем менее мы способны дать точные и в то же время имеющие практическое значение суждения о ее поведении. Поэтому точный количественный анализ поведения сложных систем для практического исследования реальных задач, по-видимому, недостаточен. Задачи диагностики таких систем целесообразно решать с использованием методов логико-вероятностного математического моделирования, а вычисления вероятностей производить приближенно на ЭВМ с параллельной архитектурой вычислений, например на нейронных сетях.

Практически всегда имеется принципиальная возможность построения логико-вероятностной модели сложной системы в целом, позволяющей получать решения многих практических задач с достаточной точностью при некотором увеличении их размерности и интерпретировать и объяснять получаемые результаты. Однако при решении задач реального времени необходима редукция получаемых моделей за счет подбора шага квантования и отбрасывания решений с низкой вероятностью.

Кроме того, отнесение полученного изображения (модели) к одному из хорошо изученных классов позволяет значительно уменьшить время принятия решения за счет использования ситуации привычности, т. е. замещения искомого решения аналогом. При этом проблема выявления наилучшего приближения сводится к двум задачам: получения достаточного множества изображений и конструирования оптимального бинарного отношения, позволяющего получить количественную оценку близости сравниваемых изображений.

Литература

1. Grenander U. Pattern analysis // Lectures in Pattern Theory. N. Y.: Springer-Verlag; Berlin: Heidelberg. 1978. Vol. 11.
2. Городецкий А. Е., Дубаренко В. В., Ерофеев А. А. Принципы создания моделей для прогноза отказов в нечетких системах // Управление в условиях неопределенности / Под ред. А. Е. Городецкого. СПб.: СПбГТУ, 2002.
3. Городецкий А. Е., Тарасова И. Л. Управление и нейронные сети. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2005.
4. Zadeh L. A. Fuzzy sets // Inform. Contr. 1965. Vol. 8. P. 338–353.
5. Юдин Д. Б. Вычислительные методы теории принятия решений. М.: Наука, 1989.
6. Городецкий А. Е., Дубаренко В. В. Комбинаторный метод вычисления вероятности сложных логических функций // ЖВТ и МФ. 1999. Т. 39. № 7. С. 1246–1248.
7. Городецкий А. Е., Тарасова И. Л. Логически прозрачные сети // Информационно-управляющие системы. 2003. № 5. С. 18–20.
8. Городецкий А. Е. Об использовании ситуации привычности для ускоренного принятия решения в интеллектуальных информационно-измерительных системах // Физическая метрология: теоретические и прикладные аспекты. СПб.: Изд. KN, 1996. С. 141–151.