

УДК 681.1

## МОДЕЛЬ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЯ НА ПОИСК ОБЪЕКТА В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ, ОСНОВАННАЯ НА НЕЧЕТКОЙ ПАРАМЕТРИЗАЦИИ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

**М. А. Волосков,**

адъюнкт

**А. Н. Прокаев,**

канд. техн. наук, доцент

Военно-морская академия им. Н. Г. Кузнецова

*Рассмотрена задача принятия решения на поиск подвижного объекта в условиях неопределенности с применением методов теории нечетких множеств, рассчитано изменение плотности распределения координат объекта поиска в процессе его движения с нечеткой параметризацией исходных данных.*

**Ключевые слова** — поиск подвижного объекта, теория нечетких множеств.

Процесс принятия решения, ориентированно на учет специфики внешней среды, на успех, является важнейшим элементом деятельности человека в любой сфере приложения его усилий. В общем виде процесс принятия решения включает определение целей, формирование задачи принятия решения и, наконец, принятие решения (выбор альтернатив). Задача принятия решения в неопределенных условиях содержательно может быть сформулирована следующим образом: имеется множество вариантов (альтернатив) решения; реализация каждой альтернативы приводит к наступлению некоторых последствий (исходов), являющихся случайной величиной, закон распределения которой неизвестен; анализ и оценивание исходов по набору показателей эффективности (критериев) однозначно характеризует альтернативы. Требуется, учитывая предпочтения лица, принимающего решение (в том числе цели, стоящие перед ним, степень его отношения к риску и др.), построить модель выбора альтернативы, лучшей в некотором конкретном смысле.

Среди разнообразных подходов к моделированию в условиях неопределенности к основным следует отнести вероятностный, нечетко-множественный и экспертный. Эффективность применения подходов на основе вероятностных, нечетко-множественных и экспертных описаний к решению различных задач зависит от уровня и характера неопределенности, связанной с конкрет-

ной задачей [1–7]. Действительно, по мере увеличения неопределенности классические вероятностные описания уступают место, с одной стороны, субъективным (аксиологическим) вероятностям, основанным на экспертной оценке, а с другой стороны, нечетко-интервальным описаниям, выраженным в виде функций принадлежности нечетких чисел или, в частном случае, в виде четкого интервала. Субъективные вероятности — это вероятностные формализмы, не имеющие частотного смысла, а представляющие собой, к примеру, результат виртуального пари по Сэвиджу, точечную оценку, основанную на принципе максимума энтропии Гиббса—Джейнса. При этом возникает серьезная проблема обоснования выбора этих оценок.

Обширный опыт отечественных и зарубежных исследователей убедительно свидетельствует о том, что вероятностный подход не может быть признан надежным и адекватным инструментом решения слабоструктурированных задач [6–11], с которыми постоянно сталкивается человек. В принципе, любая попытка использовать статистические методы для решения такого рода задач есть не что иное, как редукция к хорошо структурированным (хорошо формализованным) задачам, при этом такого рода редукция существенно искажает исходную постановку задачи. Поэтому многими исследователями в настоящее время разрабатываются методы оценки эффективности на основе аппарата теории нечетких

множеств (ТНМ) [3, 6, 8]. В данных методах вместо распределения вероятности применяется распределение возможности, описываемое функцией принадлежности нечеткого числа.

Модель управления действиями наблюдателя (поисковой системой), которая является развитием соответствующего класса задач теории поиска, используемых при разработке математического и программного обеспечения информационно-управляющих систем, уже рассматривалась в работе [12].

Однако в задачах принятия решений на поиск объектов, характеризующихся неопределенностью текущих координат в пространстве, прежде чем распределить поисковые усилия, необходимо получить априорную информацию о местонахождении объекта, что в реальных условиях обстановки затруднено, а зачастую просто невозможно, особенно если объект уклоняется от обнаружения.

Рассмотрим случай изменения плотности распределения координат объекта в процессе его движения [13] (рис. 1). Были приняты следующие ограничения и дополнения.

1. Координаты объекта поиска в момент начала расчета характеризуются нормальным законом распределения:

$$f_0(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(y-y_0)^2}{2\sigma_y^2}},$$

где  $\sigma_x, \sigma_y$  — среднеквадратическая ошибка (СКО) начальных координат центра рассеивания.

2. В течение любого заданного интервала времени  $\Delta t_i$  объект поиска движется прямолинейно и равномерно.

3. Направление движения объекта может быть распределено по нормальному закону с математическим ожиданием величины курса, равной  $\varphi$ , и величиной СКО  $\sigma_\varphi$  или по равномерному закону в интервале  $\varphi_{\min} \dots \varphi_{\max}$ .

4. Скорость объекта определяется величиной  $u$  или величиной математического ожидания скорости  $\bar{u}$  с погрешностью, определяемой величиной СКО  $\sigma$ .

Для задачи принятия решения на поиск объекта, который в большинстве случаев является уникальным, единичным событием, характерна ситуация недостатка исходной информации и/или отсутствия статистических данных, поэтому для получения прогнозных значений входных параметров наиболее часто применяется метод экспертных оценок. Однако для формализации экспертных оценок в основном используется аппарат теории вероятностей, базирующейся на системе аксиом, которые часто не адекватны поставленным задачам. Для этой теории характерна частотная интерпретация вероятности события, т. е. мы не знаем, каков будет исход данного конкретного эксперимента, но знаем, какова доля того или иного исхода во множестве всех возможных исходов эксперимента, многократно поставленного при неизменных начальных условиях.

Очевидно, что если внешние условия постоянно изменяются, а эксперимент проводится однократно, данный подход сталкивается с существенными трудностями. Поэтому требование к эксперту оценить вероятность того или иного события в принципе некорректно. Недостаток исходной статистической информации приводит к тому, что не удается обосновать достоверность построенных экспертами субъективных функций распределения вероятностей, поэтому довольно часто предполагается, что случайные величины распределены по нормальному закону распределения. Такое допущение не лишено оснований, к примеру, при моделировании физических процессов в соответствии с существующими теоремами, но может быть совершенно не обосновано в других случаях [14].



■ Рис. 1. Изменение плотности распределения координат объекта поиска в процессе его движения

Множество альтернатив (рис. 2, блок 1), представляющих собой варианты действий поисковых сил, лицо, принимающее решение (ЛПР), определяет на этапе выработки замысла на предстоящие действия. При этом ЛПР на данном этапе, как правило, пока не в состоянии сказать, какая альтернатива будет удовлетворять ограничениям задачи и являться способом достижения поставленной цели. Для этого ему необходимо произвести расчеты определенного показателя, чтобы сравнить альтернативы.

Перспективным инструментом для формализации экспертной информации является аппарат ТНМ. Эксперту предлагается определить не функцию распределения, а функцию принадлежности данной величины (см. рис. 2, блок 2). Задача построения функций принадлежности не является уникальной для ТНМ, а возникает всегда, когда речь идет о формализации неопределенных параметров на основе малых статистических данных или экспертной оценке. Теоретические принципы и специальные методы построения функций принадлежности обсуждаются во многих работах [1, 2, 7, 8, 11].

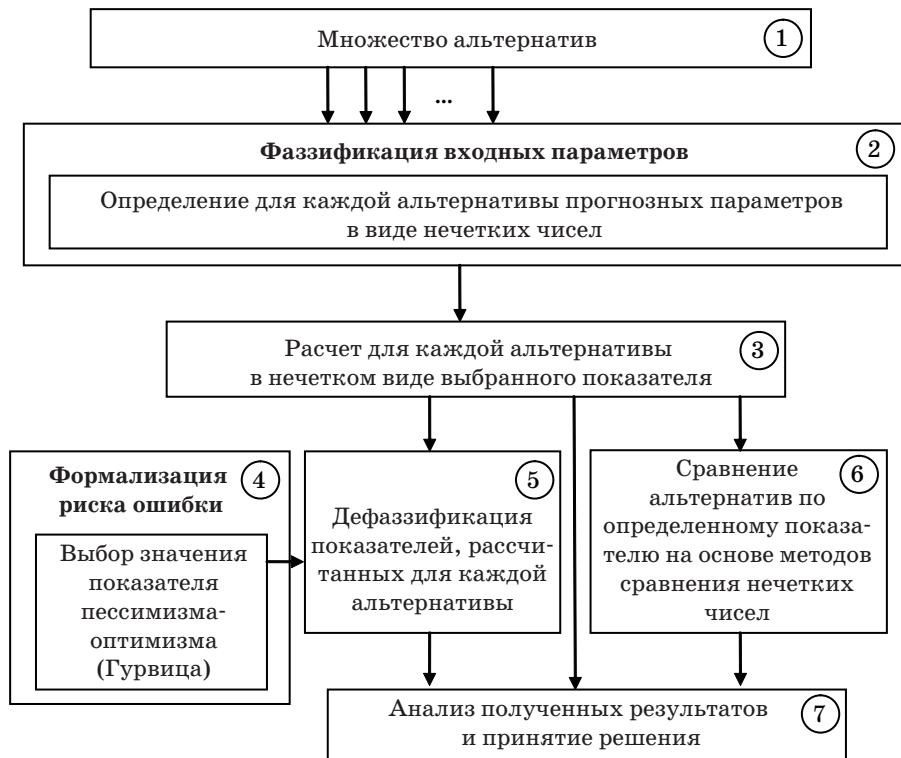
В случае поиска уклоняющегося объекта ЛПР, как правило, способно систематизировать всю обрывочную информацию о возможных вариантах действий объекта, свой опыт и интуицию и от-

разить это в функции принадлежности. Так, направление и скорость движения объекта могут быть определены в виде треугольного или трапециевидного числа (линейный тип функции), в виде нечеткого числа с нелинейной функцией принадлежности. Кроме того, функция принадлежности данных параметров может иметь не один экстремум, а несколько, если ЛПР предполагает наиболее возможными несколько значений (рис. 3).

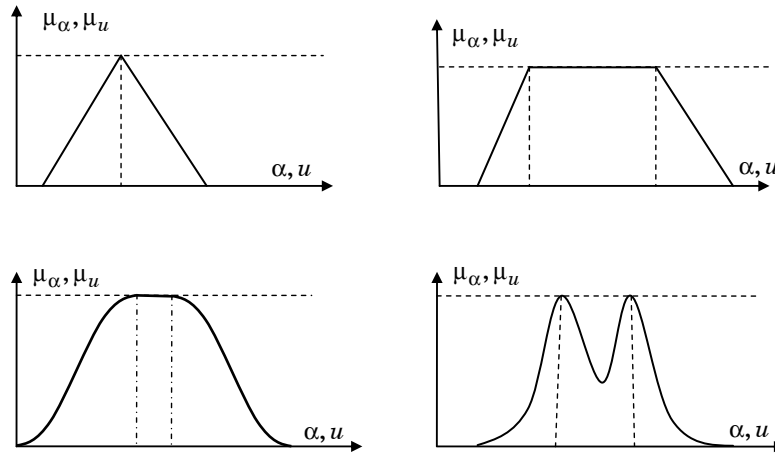
Функцию принадлежности координат объекта поиска в момент начала расчета можно задать в виде нормального закона распределения, что не противоречит ТНМ и делает ее универсальным инструментом для преодоления неопределенности.

После формализации входных данных в нечетком виде ЛПР производит расчет выбранного показателя варианта принятия решения (см. рис. 2, блок 3). В настоящее время для решения практических задач с использованием нечетких интервалов (чисел) применяются правила нечеткой математики, которая основана на «принципе обобщения Заде» или на « $\alpha$ -уровневом принципе обобщения». Не вдаваясь в подробности, рассмотрим их основные положения.

Принцип обобщения, как одна из основных идей ТНМ, позволяет расширить область опреде-



■ Рис. 2. Модель принятия решения в условиях неопределенности, основанная на нечеткой параметризации исходных данных



■ Рис. 3. Варианты построения функций принадлежности направления и скорости движения объекта

ления исходного отображения на класс нечетких множеств [15]:

$$\mu_{\tilde{Y}}(y) = \sup \left\{ T(\mu_{\tilde{X}_1}(x_1), \dots, \mu_{\tilde{X}_n}(x_n)) : (x_1, \dots, x_n) \in R^n \wedge y = f(x_1, \dots, x_n) \right\},$$

где  $T$  — произвольная  $t$ -норма. В большинстве книг и статей, посвященных ТНМ и ее приложениям, в качестве классической формы принципа обобщения используется  $t$ -норма  $\min$ :

$$T_{\min}(\mu_{\tilde{X}_1}(x_1), \dots, \mu_{\tilde{X}_n}(x_n)) = \min \left\{ \mu_{\tilde{X}_1}(x_1), \dots, \mu_{\tilde{X}_n}(x_n) \right\}.$$

Принцип обобщения, основанный на применении  $t$ -нормы  $\min$ , получил название «принцип обобщения Заде». Если задана функция от  $n$  переменных  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  и аргументы  $x_i$  заданы нечеткими числами  $\tilde{X}_i$  с носителями  $\text{supp}(\tilde{X}_i) = [x_i, \bar{x}_i]$ ,  $i = 1, n$ , где  $x_i(\bar{x}_i)$  — нижняя (верхняя) граница носителя нечеткого числа  $\tilde{X}_i$ , то нечеткое число  $\tilde{Y} = f(\tilde{X}_1, \tilde{X}_2, \dots, \tilde{X}_n)$  определяется следующим образом [15]:

$$\mu_{\tilde{Y}}(y^*) = \sup_{\substack{f(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = y^* \\ x_i^* \in \text{supp}(\tilde{X}_i), i=1, n}} \times \left\{ \min \left\{ \mu_{\tilde{X}_1}(x_1^*), \mu_{\tilde{X}_2}(x_2^*), \dots, \mu_{\tilde{X}_n}(x_n^*) \right\} \right\}.$$

Результат выполнения арифметических операций, обозначаемых  $* \in \{+, -, \cdot, /\}$ , над двумя заданными нечеткими интервалами  $\tilde{A}$  и  $\tilde{B}$  с функциями принадлежности  $\mu_{\tilde{A}}(a)$ ,  $\mu_{\tilde{B}}(b)$  и носителями  $S_A = (a_1, a_2)$  и  $S_B = (b_1, b_2)$  соответственно,  $a_2 > a_1$ ,  $b_2 > b_1 \forall a, b \in R$ , на основе «принципа обобщения Заде» есть нечеткое число  $\tilde{C}$  с функцией принадлежности  $\mu_{\tilde{C}}(c)$ , которая определяется следующим образом [15]:

$$\tilde{C} = \tilde{A} * \tilde{B}, \mu_{\tilde{C}}(c) = \sup_{c=a*b} \left\{ \min \left\{ \mu_{\tilde{A}}(a), \mu_{\tilde{B}}(b) \right\} \right\}.$$

Для расширенных арифметических операций над нечеткими числовыми величинами используется также « $\alpha$ -уровневый принцип обобщения», при котором арифметические операции выполняются на замкнутых интервалах действительных чисел на каждом  $\alpha$ -уровне. « $\alpha$ -уровневый принцип обобщения» представляет собой наиболее универсальную технику нечетко-интервальных вычислений, которая основана на разложении исходных нечетких интервалов на  $\alpha$ -уровни ( $\alpha$ -уровневые множества).  $\alpha$ -уровневым множеством ( $\alpha$ -уровнем) нечеткого множества  $\tilde{X}$  называется четкое подмножество  $\tilde{X}^\alpha$  универсального множества  $X$ , определяемое следующим образом [1, 7]:

$$\tilde{X}^\alpha = \left\{ x \in X \mid \mu_{\tilde{X}}(x) \geq \alpha \right\},$$

где  $\mu_{\tilde{X}}(x)$  — функция принадлежности  $x$  множеству  $\tilde{X}$ ;  $\alpha \in [0, 1]$ .

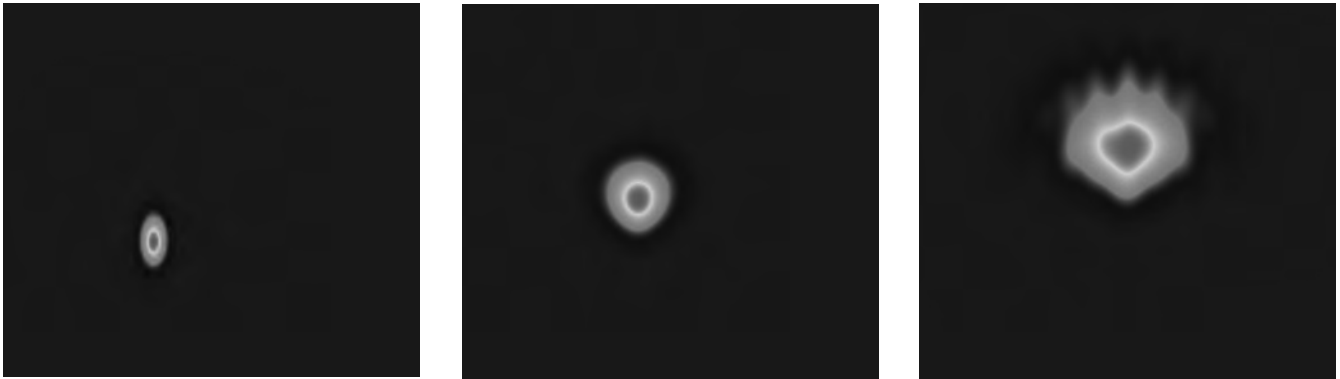
Если задана функция от  $n$  нечетких аргументов  $\tilde{Y} = f(\tilde{X}_1, \tilde{X}_2, \dots, \tilde{X}_n)$ , в которой нечеткие числа представлены в виде разложения по  $\alpha$ -уровневым множествам:

$$\tilde{Y} = \bigcup_{\alpha \in [0, 1]} \left[ \underline{y}^\alpha, \overline{y}^\alpha \right], \tilde{X}_i = \bigcup_{\alpha \in [0, 1]} \left[ \underline{x}_i^\alpha, \overline{x}_i^\alpha \right],$$

то для любого  $\alpha$ -уровня значение функции вычисляется по формулам:

$$\underline{y}^\alpha = \inf \left( f(x_1, x_2, \dots, x_n) \right);$$

$$\overline{y}^\alpha = \sup \left( f(x_1, x_2, \dots, x_n) \right);$$



■ Рис. 4. Изменение плотности распределения координат объекта поиска в процессе его движения с нечеткой параметризацией исходных данных

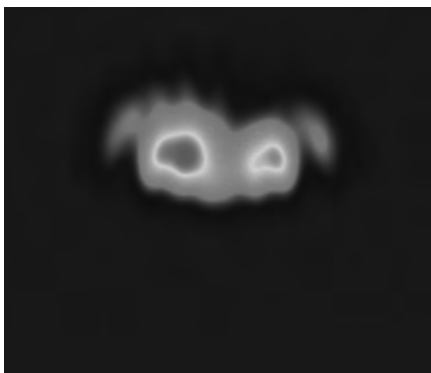
$$x_i \in [x_i^\alpha, \overline{x_i^\alpha}], (i = \overline{1, n}),$$

где  $x_i^\alpha$  и  $\overline{x_i^\alpha}$  ( $y^\alpha$  и  $\overline{y^\alpha}$ ) — соответственно нижняя и верхняя границы нечеткого числа  $\tilde{X}_i$  ( $\tilde{Y}$ ) на уровне  $\alpha \in [0, 1]$ .

Пример проведения расчетов для определения координат движущейся цели со значениями направления и скорости движения объекта, заданными в виде треугольного нечеткого числа, представлен на рис. 4.

Если ЛПР, например, определит функцию принадлежности направления движения объекта как функцию, имеющую два максимума (см. рис. 3), то плотность распределения координат объекта поиска может выглядеть следующим образом (рис. 5).

Определив возможные местонахождения объекта, ЛПР может выбрать из возможных способов действий поисковых сил наиболее приемлемый. Для этого ему надо воспользоваться стандартной процедурой расчета эффективности поиска с ограничениями по имеющимся у него ре-



■ Рис. 5. Плотность распределения координат объекта поиска в процессе его движения с нечеткой параметризацией исходных данных в виде функции с двумя максимумами

сурсам (временным, материальным и т. д.). Однако если в исходных данных для расчета показателей эффективности присутствует неопределенность, которую трудно выразить в понятиях теории вероятностей, необходимо вновь обращаться к ТНМ, как было указано выше.

В теории поиска часто возникает ситуация, когда поисковую операцию необходимо провести в максимально сжатые сроки, не снижая, по возможности, эффективности поиска. Результат расчетов в модели принятия решения в нечеткой среде (интегральная оценка альтернативы), как правило, является нечетким числом. Поэтому необходимо определить операцию сравнения полученных продолжительностей поисковых операций, представленных в виде нечетких чисел  $\tilde{A}$  и  $\tilde{B}$  (см. рис. 2, блок б), которая приобретает сложный характер в силу особенностей самих нечетких чисел, а также специфики предметной области исследования, так как она находится на стыке современной прикладной математики и психологии.

Действительно, оценка риска и принятие решения во многом зависят от ЛПР. Одна и та же рискованная ситуация характеризуется разными руководителями неодинаково, поскольку риск воспринимается индивидуально (субъективно) каждым. Кроме индивидуальных черт характера ЛПР, обусловленных природными особенностями, большую роль играют и ресурсы, которыми он располагает, стоящие перед ним цели, прошлый опыт.

В соответствии с вышеизложенным очевидно, что в задачах принятия решений в условиях неопределенности необходим учет и формализация отношения ЛПР к риску. Под риском в данном случае понимается сокращение времени поисковой операции при возможном снижении эффективности.

В настоящее время имеется большое количество методов дефаззификации (приведения к чет-

кому виду) [16] и сравнения нечетких чисел, однако наиболее целесообразными представляются следующие.

1. На основе расстояния Хэмминга:

$$\xi_{\tilde{A}\tilde{B}}^\lambda = \frac{\lambda d(\tilde{B}_L, \tilde{A}_L \wedge \tilde{B}_L) + (1-\lambda)d(\tilde{B}_R, \tilde{A}_R \wedge \tilde{B}_R) + d(\tilde{M}, \tilde{O})}{\lambda d(\tilde{A}_L, \tilde{B}_L) + (1-\lambda)d(\tilde{A}_R, \tilde{B}_R) + 2d(\tilde{M}, \tilde{O})}, \quad (1)$$

где  $\tilde{A}_L, \tilde{B}_L$  ( $\tilde{A}_R, \tilde{B}_R$ ) — левая (правая) сторона функции принадлежности нечеткого числа  $\tilde{A}$  и  $\tilde{B}$  соответственно;  $\tilde{M} = \tilde{A} \cap \tilde{B}$  — мин-пересечение нечетких чисел  $\tilde{A}$  и  $\tilde{B}$ ;  $\tilde{A}_L \wedge \tilde{B}_L$  ( $\tilde{A}_R \wedge \tilde{B}_R$ ) — расширенный минимум левой (правой) стороны функции принадлежности нечеткого числа  $\tilde{A}$  и  $\tilde{B}$  по принципу обобщения Заде;

$d(\tilde{A}, \tilde{B}) = \int_{x \in \mathfrak{R}} |\mu_{\tilde{A}}(x) - \mu_{\tilde{B}}(x)| dx$  — расстояние Хэмминга между  $\tilde{A}$  и  $\tilde{B}$ ;  $\tilde{O}$  — множество с  $\mu(x) = 0$  для  $\forall x \in \mathfrak{R}$ ;  $\lambda$  — учет степени отношения ЛПР к риску (см. рис. 2, блок 4); предлагается использовать индекс пессимизма-оптимизма Гурвица  $\lambda$ , например: если ЛПР не склонно к риску, то  $\lambda = 0$ , если ЛПР склонно к риску, то  $\lambda = 1$ , если ЛПР нейтрален к риску, то может быть выбран  $\lambda = 0,5$ .

2. На основе взвешивания по  $\alpha$ -уровням:

$$\xi_{\tilde{A}\tilde{B}}^\lambda = \frac{\lambda \delta_3 + (1-\lambda)\delta_4 + \delta_5}{\lambda(\delta_1 + \delta_3) + (1-\lambda)(\delta_2 + \delta_4) + 2\delta_5},$$

$$\delta_1 = \int_{\alpha: (A_L^\alpha - B_L^\alpha) > 0} \alpha |A_L^\alpha - B_L^\alpha| d\alpha,$$

$$\delta_2 = \int_{\alpha: (A_R^\alpha - B_R^\alpha) > 0} \alpha |A_R^\alpha - B_R^\alpha| d\alpha,$$

$$\delta_3 = \int_{\alpha: (A_L^\alpha - B_L^\alpha) < 0} \alpha |A_L^\alpha - B_L^\alpha| d\alpha,$$

$$\delta_4 = \int_{\alpha: (A_R^\alpha - B_R^\alpha) < 0} \alpha |A_R^\alpha - B_R^\alpha| d\alpha,$$

$$\delta_5 = \int_{\alpha: (M_R^\alpha - M_L^\alpha) \geq 0} \alpha |M_R^\alpha - M_L^\alpha| d\alpha, \quad (2)$$

где  $\tilde{A}_L^\alpha, \tilde{B}_L^\alpha, \tilde{M}_L^\alpha$  ( $\tilde{A}_R^\alpha, \tilde{B}_R^\alpha, \tilde{M}_R^\alpha$ ) — значение аргумента левой (правой) стороны функции принадлежности нечеткого числа  $\tilde{A}, \tilde{B}$  соответственно на определенном  $\alpha$ -уровне;  $\tilde{M} = \tilde{A} \cap \tilde{B}$  — мин-пересечение нечетких чисел  $\tilde{A}$  и  $\tilde{B}$ ; обозна-

чение  $\int_{\alpha: \text{условие}} f(X^\alpha) d\alpha$  (для непрерывного вари-

анта) или  $\sum_{\alpha: \text{условие}} f(X^\alpha)$  (для дискретного вари-

анта) означает сумму всех значений  $f(X^\alpha)$ , получаемых на каждом уровне  $\alpha \in [0, 1]$ , если на нем выполняется условие.

Кроме того, предлагаются следующие правила, в соответствии с которыми делается определенный вывод по результатам вычисления  $\xi_{\tilde{A}\tilde{B}}^\lambda$ .

1. Если  $\xi_{\tilde{A}\tilde{B}}^\lambda = 1$ , то альтернатива  $A$  строго предпочтительна по сравнению с альтернативой  $B$ .

2. Если  $0,5 < \xi_{\tilde{A}\tilde{B}}^\lambda < 1$ , то альтернатива  $A$  более предпочтительна по сравнению с альтернативой  $B$ .

3. Если  $\xi_{\tilde{A}\tilde{B}}^\lambda \approx 0,5$ , то альтернативы  $A$  и  $B$  равнозначны.

4. Если  $0 < \xi_{\tilde{A}\tilde{B}}^\lambda < 0,5$ , то альтернатива  $B$  более предпочтительна по сравнению с альтернативой  $A$ .

5. Если  $\xi_{\tilde{A}\tilde{B}}^\lambda = 0$ , то альтернатива  $B$  строго предпочтительна по сравнению с альтернативой  $A$ .

Для дефаззификации (приведения к четкому виду) нечеткого числа  $\tilde{X}$  с учетом отношения ЛПР к риску (см. рис. 2, блок 5) предлагается следующий подход:

$$F_{\tilde{X}}^\alpha = \frac{\int_0^1 \alpha (\lambda \underline{X}^\alpha + (1-\lambda) \overline{X}^\alpha) d\alpha}{\int_0^1 \alpha d\alpha};$$

$$F_{\tilde{X}}^\alpha = \left( \frac{\sum_{\alpha \in [0, 1]} \alpha (\lambda \underline{X}^\alpha + (1-\lambda) \overline{X}^\alpha)}{\sum_{\alpha \in [0, 1]} \alpha} \right), \quad (3)$$

где обозначение  $\int_0^1 f(X^\alpha) d\alpha$  (для непрерывного

варианта) или  $\sum_{\alpha \in [0, 1]} f(X^\alpha)$  (для дискретного ва-

рианта) означает сумму всех значений  $f(X^\alpha)$ , по-

лучаемых на каждом  $\alpha \in [0, 1]$ ;  $\underline{X}^\alpha$  и  $\overline{X}^\alpha$  — соответственно нижняя и верхняя граница нечеткого числа  $\tilde{X}$  на уровне  $\alpha \in [0, 1]$ ;  $\lambda$  — индекс пессимизма-оптимизма Гурвица.

Необходимо заметить, что формулы (3) также позволяют дать интерпретацию известному методу дефаззификации по центру тяжести — данный метод является частным случаем предложенного метода дефаззификации при  $\lambda = 0,5$ , т. е. при нейтральном отношении ЛПР к риску.

После расчетов по формулам (1)–(3) ЛПР производит анализ полученных результатов и выбирает тот вариант действий поисковых сил, который удовлетворяет ограничениям задачи и явля-

ется способом достижения поставленной цели (см. рис. 2, блок 7).

Представленная в статье модель позволяет принимать решения на поиск подвижного объекта в условиях неопределенности, когда недоста-

ток исходной статистической информации или невозможность ее получения приводит к тому, что не удается обосновать достоверность построенных экспертами субъективных функций распределения вероятностей.

## Литература

1. Борисов А. Н., Алексеев А. В., Меркурьева Г. В. и др. Обработка нечеткой информации в системах принятия решений. М.: Радио и связь, 1989. 304 с.
2. Алтунин А. Е., Семухин М. В. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях. Тюмень: Изд-во ТГУ, 2000. 352 с.
3. Бочарников В. П. Fuzzy-технология: Математические основы. Практика моделирования в экономике. СПб.: Наука, 2001. 328 с.
4. Воцинин А. П. Задачи анализа с неопределенными данными — интервальность и/или случайность? // Интервальная математика и распространение ограничений: Рабочие совещания / МКВМ, 2004. С. 147–158.
5. Воцинин А. П., Сотиров Г. Р. Оптимизация в условиях неопределенности. М.: Изд-во МЭИ (СССР); Техника (НРБ), 1989. 224 с.
6. Дилигенский Н. В., Дымова Л. Г., Севастьянов П. В. Нечеткое моделирование и многокритериальная оптимизация производственных систем в условиях неопределенности: технология, экономика, экология. М.: Машиностроение — 1, 2004. 401 с.
7. Дюбуа Д., Прад А. Теория возможностей. Приложения к представлению знаний в информатике: Пер. с фр. М.: Радио и связь, 1990. 288 с.
8. Кофман А., Хил Алуха Х. Введение теории нечетких множеств в управлении предприятиями: Пер. с исп. Минск: Вышэйш. шк., 1992. 224 с.
9. Негойце К. Применение теории систем к проблемам управления. М.: Мир, 1981. 180 с.
10. Птускин А. С. Решение стратегических задач в условиях размытой информации. М.: Дашков и К°, 2003. 240 с.
11. Ярушкина Н. Г. Основы теории нечетких и гибридных систем: Учеб. пособие. М.: Финансы и статистика, 2004. 320 с.
12. Прокаев А. Н. Модель управления действиями наблюдателя при вторичном поиске // Информационно-управляющие системы. 2003. № 6. С. 2–6.
13. Прокаев А. Н. Интеграция информации в задачах поиска объектов с использованием интеллектуальных геоинформационных систем // Интеграция информации и геоинформационные системы: Тр. междунар. семинара, Санкт-Петербург, 25–27 сентября 2005 г. С. 54–64, 170–181.
14. Количественные методы в экономических исследованиях / Под ред. М. В. Грачевой и др. М.: ЮНИТИ — ДАНА, 2004. 791 с.
15. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений: Пер. с англ. М.: Мир, 1976. 165 с.
16. Леоненков А. В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH. СПб.: БХВ—Петербург, 2003. 736 с.