

УДК 621.396.96

## АНАЛИТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ РАЗРЕШЕНИЯ ГРУППОВЫХ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ЦЕЛЕЙ ПРОЕКЦИОННЫМИ МЕТОДАМИ

**А. А. Чижов,**

канд. техн. наук, доцент

Военная академия войсковой ПВО им. Маршала Советского Союза А. М. Василевского

Приведены аналитические зависимости, позволяющие оценить потенциальные возможности по разрешению групповых сосредоточенных целей проекционными методами при различном качестве априорной информации. Выделен ряд закономерностей, влияющих на эффективность решения обратной задачи группового рассеяния. Демонстрация отдельных закономерностей выполнена на простейшем примере разрешения парной цели.

**Ключевые слова** — обратная задача рассеяния, сверхрелеевское разрешение, групповая сосредоточенная цель, граница Крамера–Рао, разрешающая способность.

### Введение

В работе [1] предложен один из вариантов проекционного подхода к решению обратной задачи группового рассеяния, которую для стационарного случая можно сформулировать следующим образом.

По наблюдаемому сигналу  $y$  требуется восстановить портрет (характеристику рассеяния) цели  $x$ , т. е. получить его оценку  $\hat{x}$ . Как правило, считают, что  $x$  и  $y$  принадлежат комплексным гильбертовым пространствам  $\ell_2^x$  и  $\ell_2^y$  [2], а операторная модель наблюдения при достаточно общих допущениях имеет вид

$$y = Ax + v, \quad (1)$$

где  $A$  — компактный линейный оператор, область определения которого плотна в  $\ell_2^x$ ;  $v$  — шумы наблюдения.

Не останавливаясь здесь на причинах некорректности задачи (1) [2, 3] и на проблемах применения регуляризационных подходов к ее решению [например, 4], для понимания используемых в дальнейшем обозначений целесообразно кратко напомнить проекционный подход к решению (1).

Для редукции множества решений (1) до класса корректности при проекционном подходе в качестве математической модели портрета групповой сосредоточенной цели (ГСИ) предлагается использовать не элементы  $x \in \ell_2^x$ , а их проекции

$\tilde{x} = Px$  на некоторое, выбираемое на основе физически имеющейся априорной информации, опорное пространство  $\mathcal{N}_n$  —  $n$ -мерное подпространство  $\ell_2^x$  ( $P$  — оператор проецирования). Если  $\gamma_1, \dots, \gamma_n$  — выбранный на основе априорной информации базис  $\mathcal{N}_n$ , то

$$\tilde{x} = Px = \Gamma \langle \Gamma, \Gamma \rangle^{-1} \langle \Gamma, x \rangle = \Gamma \mathbf{E}, \quad (2)$$

где

$$\Gamma = [\gamma_1 \quad \gamma_1 \quad \dots \quad \gamma_n];$$

$$\mathbf{E} = \langle \Gamma, \Gamma \rangle^{-1} \langle \Gamma, x \rangle = \Psi^{-1} \langle \Gamma, x \rangle = [E_1 \quad E_2 \quad \dots \quad E_n]^T$$

— вектор комплексных коэффициентов рассеяния целей;  $\Psi = \langle \Gamma, \Gamma \rangle$  — матрица Грама базисных функций.

В настоящей статье не исследуются вопросы целесообразности использования тех или иных базисных функций  $\gamma_i$  для аппроксимации портретов отдельных одиночных целей (ОЦ), следует лишь отметить, что без ограничения общности их можно положить нормированными:  $\|\gamma_i\| = 1$ . Важным для практики представляется рассмотрение (1) в несколько обобщенном виде, соответствующем ситуации  $m$ -канального приема:  $y \in \ell_2^y = \ell_2^{y_1} \times \ell_2^{y_2} \times \dots \times \ell_2^{y_m}$ . Скалярное произведение в пространстве наблюдений  $\langle \bullet, \mathbf{R}_y^{-1} \bullet \rangle$ , «декоррелирующее» и нормирующее в  $\ell_2^y$  шумы  $v$  и тем самым, с точки зрения обработки входного сигнала, приводящее к компенсации помех с из-

вестным корреляционным оператором  $R_v$ , для краткости далее удобнее записывать как  $\langle \bullet, \bullet \rangle_v$ .

Симметризация (1) воздействием сопряженного оператора  $A^*$  приводит к уравнению

$$A^*y = A^*Ax, \quad (3)$$

решения которого, совпадающие с оценками максимального правдоподобия  $\hat{x}$ , минимизируют  $\|y - A\hat{x}\|^2$  [5]. Необходимо подчеркнуть, что уравнение (1) из-за шумов в общем случае несовместно, т. е. возможно, что  $y \notin \text{Im} A$ .

Проецирование (3) на  $\mathcal{N}_n$  с учетом того, что  $P$  коммутирует с  $A^*A$ , а также в силу идемпотентности  $P$  ( $P = P^2$ ) позволяет записать слабый вариант (3):

$$PA^*y = PA^*APx. \quad (4)$$

Уравнение (4) с учетом того, что  $\langle A^* \bullet, \bullet \rangle_v = \langle \bullet, A \bullet \rangle$  и наоборот, можно представить в виде

$$G\Psi^{-1} \langle AG, y \rangle_v = G\Psi^{-1} \langle AG, AG \rangle_v E. \quad (5)$$

Приравнивание множителей при одноименных членах, а также использование более лаконичного обозначения в виде  $m \times n$ -матрицы для модели системы эхо-сигналов  $S = AG = [A\gamma_1 A\gamma_2 \dots A\gamma_n]$  делают правомерной запись основного выражения для нахождения  $\hat{x} = GE$ :

$$\hat{E} = Q^{-1}Z, \quad (6)$$

где  $Q = \langle S, S \rangle_v$  —  $n \times n$ -матрица Грама системы входных сигналов  $A\gamma_i$ ;  $Z = \langle S, y \rangle_v$  — векторный корреляционный интеграл.

Интересным может быть факт, что к (6) можно прийти несколько другим способом. Подстановка принятой модели портрета (2) в уравнение (1) приводит непосредственно к уравнению

$$y \approx A\tilde{x} + v = SE + v,$$

более знакомому «локаторщикам», для которого (6) является оценкой максимального правдоподобия  $E$  [2, 6].

Важной частью процедуры разрешения ГСЦ является оценка реального количества ОЦ в составе ГСЦ, для чего предлагается воспользоваться многосеточным подходом [7–9], модифицированным с учетом особенностей обратной задачи группового рассеяния, в том числе с учетом существенного уровня шумов  $v$  в практических задачах.

В соответствии с общим многосеточным подходом размерность опорного подпространства последовательно увеличивается от  $n = 1$  вверх. На каждом этапе для выбранной на основе априорной информации системы базисных функций рассчитываются вероятностные характеристики шумов оценки  $\hat{E}$  вектора коэффициентов разло-

жения  $E$  в зависимости от вида априорной информации и осуществляется пороговая обработка с требуемым уровнем ложных тревог  $F$  (вероятностей принятия решений о большем, чем в действительности, количестве ОЦ в составе ГСЦ). Если на  $(n + 1)$ -м этапе количество элементов вектора  $\hat{E}$ , превысивших порог, осталось прежним, то количество ОЦ в составе ГСЦ принимается равным  $n$  и многосеточная процедура останавливается.

Таким образом, актуальными являются выявление закономерностей и оценка вероятностных характеристик (6) в зависимости от качества априорной информации.

### Эффективность разрешения ГСЦ при качественной априорной информации

Сравнивая выражения (2) и (6) с аналогичными, использующимися в методах Релея—Ритца [10–13] и Петрова—Галеркина [11] (на базе указанных методов в настоящее время широко применяется мощный аппарат метода конечных элементов [12–15 и др.]), необходимо отметить следующее. Используя соответствующие схемы доказательства, можно показать, что ошибка решения (6) удовлетворяет оценке  $\|x - \tilde{x}\| \leq \|x - \eta\|$  для любого  $\eta \in \mathcal{N}_n$ , т. е. решение  $\tilde{x}$  является ближайшим к истинному  $x$  из всех возможных в опорном пространстве  $\mathcal{N}_n$ . Рассматривая основные общие и отличные стороны анализируемых подходов, можно заключить, что центральным отличием схемы (1)–(6) от известных проекционных схем является то, что для выявления слабых решений на весовое подпространство проецируется не исходное (в данном случае некорректное) уравнение (1), множество решений которого неограничено, а симметризованное уравнение (3), множество решений которого заранее «обужено» условием минимизации  $\|y - A\hat{x}\|^2$ . Конечно, выражение (6) можно получить и непосредственно используя в методе Петрова—Галеркина в качестве весовых функции  $A\gamma_i$ . Таким образом, выражения (2) и (6) можно рассматривать как частный случай соответствующих выражений метода Петрова—Галеркина, в котором весовые функции выбраны из условия минимизации  $\|y - A\tilde{x}\|^2$ . Ниже будет также показано, что при этом обеспечивается максимальная устойчивость к шумам  $v$ . Напротив, в методах Бубнова—Галеркина и Релея—Ритца в качестве весовых используются сами базисные функции  $\gamma_i$ , что не обеспечивает минимизацию  $\|y - A\tilde{x}\|^2$  и снижает помехоустойчивость решения, особенно когда  $y$  практически ортогонален к  $\mathcal{N}_n$ .

Можно доказать равенство математического ожидания оценки портрета ГСЦ проекции ее ис-

тинного портрета на опорное подпространство:

$$\mathbf{M} \left( \tilde{x} = \sum_{i=1}^n \hat{E}_i \gamma_i \right) = \mathbf{P}x \Rightarrow \mathbf{M}(\hat{\mathbf{E}}) = \mathbf{E}, \text{ что является след-}$$

ствием несмещенности оценок, полученных по методу максимального правдоподобия [1]. Отсюда непосредственно следует [1], что при качественной априорной информации о форме и положении портретов ОЦ корреляционная матрица шумов коэффициентов разложения портрета ГСЦ  $\mathbf{V} = \mathbf{M}((\hat{\mathbf{E}} - \mathbf{E})(\hat{\mathbf{E}} - \mathbf{E})^H)$  обратна матрице Грама системы сигналов  $A\gamma_i$ :

$$\mathbf{V} = \mathbf{Q}^{-1}. \quad (7)$$

Свойства матрицы  $\mathbf{Q}$  определяются значениями функции рассогласования  $\langle A\gamma_i, A\gamma_j \rangle_V$  ( $i, j = 1, \dots, n$ ), а ее определитель равен квадрату объема системы сигналов  $A\gamma_i$ . Величину, обратную определителю матрицы  $\mathbf{Q}$ , следует рассматривать как обобщение известной функции неопределенностей Вудворда [16]. С точки зрения устойчивости решения к воздействию шумов существенно то, что определитель  $\mathbf{Q}' = \langle \mathbf{S}', \mathbf{R}_V^{-1} \mathbf{S}' \rangle$  максимален при  $\mathbf{S}' = \mathbf{S}$ , т. е. любой другой, кроме используемого, выбор весовых функций в методе Петрова—Галеркина, приведет к повышению шумов оценки портрета.

Важно, что для практически интересных случаев система  $A\gamma_i$  является линейно независимой. Это основное ограничение на выбор  $\gamma_i$  и обеспечивает невырожденность  $\mathbf{Q}$ , которая, в свою очередь, обуславливает ограниченность поперечника эллипсоида рассеяния  $\mathbf{V}$  (устойчивость к  $v$  формируемых согласно проекционному подходу оценок). Однако увеличение  $n$  и уменьшение расстояния между сигналами  $A\gamma_i$  приводит к снижению числа обусловленности  $\mathbf{Q}$  и повышению дисперсий шумов оценивания  $\mathbf{E}$ , что можно рассматривать как аналитическое выражение физически естественного принципа о требовании более высокого отношения сигнал/шум (ОСШ) для построения протяженных портретов высокой детальности.

### Эффективность разрешения ГСЦ в условиях полной априорной неопределенности о положении ОЦ

Следует подчеркнуть, что зависимость (7) характеризует потенциальные возможности оценивания портретов ГСЦ и соответствующие показатели разрешающей способности, так как строго справедлива только при качественной априорной информации и совпадении положения в  $\ell_2^x$  априорно задаваемых базисных функций  $\gamma_i$  с положением портретов реально присутствующих ОЦ. Можно говорить, что выражение (7) максимально соответствует реальным условиям, только когда для выбора базисных функций используются

оценки, полученные на экстраполяционном этапе применяемой совместно вторичной обработки.

Для формализации учета и оценки влияния качества априорной информации из многообразия способов задания базисных функций  $\gamma_i$  можно выделить ситуации, когда они заданы с точностью до вектора параметров  $\alpha_i \in \Omega$  ( $\Omega$  — многомерное поле параметров, на котором в общем случае определено  $\ell_2^x$ ).

Для указанных ситуаций описание потенциальных вероятностных характеристик формируемых оценок можно получить, вычислив границу Крамера—Рао для среднего квадрата ошибки оценивания параметров портрета ГСЦ.

Поскольку вычисление производных от функционала правдоподобия  $p(y/x)$  по комплексным  $E_i$  не имеет смысла (так как не выполнены условия Коши—Римана), то целесообразно разложить их на амплитудные  $\varepsilon_i$  и фазовые  $\varphi_i$  составляющие:  $\mathbf{E} = [\varepsilon_1 \exp j\varphi_1 \ \varepsilon_2 \exp j\varphi_2 \ \dots \ \varepsilon_n \exp j\varphi_n]^T$ . Таким образом, все неизвестные параметры ГСЦ образуют три вектора:  $\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \dots \ \varepsilon_n]^T$ ,  $\boldsymbol{\varphi} = [\varphi_1 \ \varphi_2 \ \dots \ \varphi_n]^T$

и  $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1^T \ \alpha_2^T \ \dots \ \alpha_n^T]^T$ , а зависимость для ниж-

ней границы  $\mathbf{V}_1 = \mathbf{M}((\hat{\boldsymbol{\lambda}} - \boldsymbol{\lambda})(\hat{\boldsymbol{\lambda}} - \boldsymbol{\lambda})^T)$  ( $\boldsymbol{\lambda} = [\boldsymbol{\varepsilon}^T \ \boldsymbol{\varphi}^T \ \dots \ \boldsymbol{\alpha}^T]^T$ ) может быть представлена блочно-симметричной матрицей, обратной соответствующей информационной матрице Фишера:

$$\mathbf{V}_1 = -\mathbf{M} \begin{pmatrix} \ln p(y/\lambda)_{\varepsilon\varepsilon}'' & \ln p(y/\lambda)_{\varepsilon\varphi}'' & \ln p(y/\lambda)_{\varepsilon\alpha}'' \\ \ln p(y/\lambda)_{\varphi\varepsilon}'' & \ln p(y/\lambda)_{\varphi\varphi}'' & \ln p(y/\lambda)_{\varphi\alpha}'' \\ \ln p(y/\lambda)_{\alpha\varepsilon}'' & \ln p(y/\lambda)_{\alpha\varphi}'' & \ln p(y/\lambda)_{\alpha\alpha}'' \end{pmatrix}^{-1}. \quad (8)$$

Введя обозначение

$$\mathbf{Q}_1 = -\mathbf{M} \begin{pmatrix} \ln p(y/\lambda)_{\varepsilon\varepsilon}'' & \ln p(y/\lambda)_{\varepsilon\varphi}'' \\ \ln p(y/\lambda)_{\varphi\varepsilon}'' & \ln p(y/\lambda)_{\varphi\varphi}'' \end{pmatrix}$$

и воспользовавшись формулой Фробениуса, можно записать зависимость для четырех блоков верхнего левого угла  $\mathbf{V}_1$ , соответствующих шумам амплитудных и фазовых составляющих портрета ГСЦ:

$$\mathbf{V}_1^{\varepsilon\varphi} = \left\{ \mathbf{Q}_1 + \mathbf{M} \begin{pmatrix} \ln p(y/\lambda)_{\varepsilon\alpha}'' \\ \ln p(y/\lambda)_{\varphi\alpha}'' \end{pmatrix} (\ln p(y/\lambda)_{\alpha\alpha}'')^{-1} \times \begin{pmatrix} \ln p(y/\lambda)_{\alpha\varepsilon}'' & \ln p(y/\lambda)_{\alpha\varphi}'' \end{pmatrix} \right\}^{-1}. \quad (9)$$

Анализ (9) позволяет сделать вывод, что с повышением качества априорной информации (повышением точности оценивания  $\alpha$ ) значение  $\mathbf{V}_1^{\varepsilon\varphi}$  будет стремиться к  $\mathbf{Q}_1^{-1}$ .

Вместе с тем с учетом введенных обозначений справедливы следующие соотношения для блоков матрицы  $\mathbf{Q}_1$ :

$$\begin{aligned} M(\ln p(y/\lambda)_{\varepsilon\varepsilon}^{\prime}) &= -\operatorname{Re}(\operatorname{diag}\Phi^H \mathbf{Q} \operatorname{diag}\Phi); \\ M(\ln p(y/\lambda)_{\varphi\varphi}^{\prime}) &= -\operatorname{Re}(\operatorname{diag}\mathbf{E}^H \mathbf{Q} \operatorname{diag}\mathbf{E}); \\ M(\ln p(y/\lambda)_{\varepsilon\varphi}^{\prime}) &= \operatorname{Im}(\operatorname{diag}\Phi^H \mathbf{Q} \operatorname{diag}\mathbf{E}), \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\Phi = [\exp j\varphi_1 \exp j\varphi_2 \dots \exp j\varphi_n]$ .

Применение формулы Фробениуса к блокам (9) [без учета второго слагаемого в скобках (9)] позволяет записать выражение для корреляционной матрицы амплитудных составляющих портрета ГСЦ:

$$\mathbf{V}_1^\varepsilon = M((\hat{\varepsilon} - \varepsilon)(\hat{\varepsilon} - \varepsilon)^T) \approx \operatorname{Re}(\operatorname{diag}\Phi^H \mathbf{Q}^{-1} \operatorname{diag}\Phi). \quad (11)$$

Следует отметить, что элементы главной диагонали  $\mathbf{V}_1^\varepsilon$  (средние квадраты отклонений оценок амплитуд) совпадают с элементами главной диагонали  $\mathbf{V}$  в выражении (7). Это свидетельствует об адекватности полученных зависимостей. Несовпадение остальных элементов естественно и обуславливается тем, что (7) получено для комплексного  $\mathbf{E}$ , а (11) — для действительного  $\varepsilon$ .

Также можно показать, что не входящие в  $\mathbf{Q}_1$  блоки информационной матрицы Фишера описываются выражениями

$$\begin{aligned} M(\ln p(y/\lambda)_{\varepsilon\alpha}^{\prime}) &= -\operatorname{Re}(\operatorname{diag}\Phi^H \mathbf{Q}' \operatorname{diag}\mathbf{E}); \\ M(\ln p(y/\lambda)_{\varphi\alpha}^{\prime}) &= -\operatorname{Im}(\operatorname{diag}\mathbf{E}^H \mathbf{Q}' \operatorname{diag}\mathbf{E}); \\ M(\ln p(y/\lambda)_{\alpha\alpha}^{\prime}) &= \operatorname{Re}(\operatorname{diag}\mathbf{E}^H \mathbf{Q}'' \operatorname{diag}\mathbf{E}), \end{aligned} \quad (12)$$

где  $\mathbf{Q}' = \left[ \frac{\partial Q_{i,j}}{\partial \alpha_j} \right]$ , а  $\mathbf{Q}'' = \left[ \frac{\partial^2 Q_{i,j}}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j} \right]$ ,  $i, j = 1, \dots, n$ .

Подстановка (10) и (12) в (9) с последующим применением к результирующим блокам (9) формулы Фробениуса позволяет записать окончательное выражение для нижней границы корреляционной матрицы амплитудных составляющих коэффициентов рассеяния портрета ГСЦ:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_1^\varepsilon &= [\operatorname{Re}(\operatorname{diag}\Phi^H \mathbf{Q} \operatorname{diag}\Phi) + \operatorname{Re}(\operatorname{diag}\Phi^H \mathbf{Q}' \operatorname{diag}\Phi)^T \times \\ &\times \operatorname{Re}(\operatorname{diag}\Phi^H \mathbf{Q}'' \operatorname{diag}\Phi)^{-1} \operatorname{Re}(\operatorname{diag}\Phi^H \mathbf{Q}' \operatorname{diag}\Phi)^T - \\ &- (-\operatorname{Im}(\operatorname{diag}\Phi^H \mathbf{Q} \operatorname{diag}\Phi) + \operatorname{Re}(\operatorname{diag}\Phi^H \mathbf{Q}' \operatorname{diag}\Phi) \times \\ &\times \operatorname{Re}(\operatorname{diag}\Phi^H \mathbf{Q}'' \operatorname{diag}\Phi)^{-1} \operatorname{Im}(\operatorname{diag}\Phi^H \mathbf{Q}' \operatorname{diag}\Phi)) \times \\ &\times (\operatorname{Re}(\operatorname{diag}\Phi^H \mathbf{Q} \operatorname{diag}\Phi) - \operatorname{Im}(\operatorname{diag}\Phi^H \mathbf{Q}' \operatorname{diag}\Phi) \times \\ &\times \operatorname{Re}(\operatorname{diag}\Phi^H \mathbf{Q}'' \operatorname{diag}\Phi)^{-1} \operatorname{Im}(\operatorname{diag}\Phi^H \mathbf{Q}' \operatorname{diag}\Phi))^{-1} \times \\ &\times (-\operatorname{Im}(\operatorname{diag}\Phi^H \mathbf{Q} \operatorname{diag}\Phi) + \operatorname{Re}(\operatorname{diag}\Phi^H \mathbf{Q}' \operatorname{diag}\Phi) \times \\ &\times \operatorname{Re}(\operatorname{diag}\Phi^H \mathbf{Q}'' \operatorname{diag}\Phi)^{-1} \times \\ &\times \operatorname{Im}(\operatorname{diag}\Phi^H \mathbf{Q}' \operatorname{diag}\Phi)^T]^{-1}. \end{aligned} \quad (13)$$

Важной закономерностью, вытекающей из (13), является то, что даже в отсутствие априорной информации о положении ОЦ граница Крамера—Рао для оценки амплитудных составляющих коэффициентов рассеяния портрета ГСЦ не зависит от самих амплитудных составляющих, т. е. от ОСШ по эхо-сигналам ОЦ. Вместе с тем следует отметить существенную зависимость шумов оценок амплитудных составляющих от фазовых соотношений в эхо-сигнале ГСЦ (от разностей начальных фаз эхо-сигналов ОЦ).

### Пример оценки влияния качества априорной информации на эффективность разрешения ГСЦ

В качестве примера, демонстрирующего вышеописанные закономерности, в соответствии с выражениями (7) и (13) был выполнен расчет дисперсий оценок амплитудных составляющих коэффициентов рассеяния при разрешении парной цели и функции рассогласования  $\rho(\Delta) = \langle A\gamma_1, A\gamma_2 \rangle_V = \exp(-2\Delta^2)$ , где  $\Delta = (\alpha_1 - \alpha_2)/\delta\alpha$  — относительная детальность сетки портрета — детальность портрета относительно релейского предела  $\delta\alpha$ . Функция рассогласования такого вида на практике встречается, например, в случае разрешения по времени запаздывания эхо-сигналов двухточечной цели при зондировании ее сигналом без внутримпульсной модуляции и гауссовой огибающей. Подобная функция рассогласования встречается также при использовании линейно-частотно-модулированных зондирующих импульсов и наличии весовой обработки в приемном тракте. В принципе, полученные оценки можно распространить и на случаи, когда функция рассогласования имеет вид  $\rho(\Delta) = \operatorname{sinc} \Delta$ , а детальность  $\Delta$  лежит в диапазоне от 0 до 0,8 (рис. 1). Последнее характерно, например, для задачи разрешения синусоид по частоте (разрешения эхо-сигналов ОЦ по частоте Доплера).

Закономерности влияния основных факторов на прирост потребного для обнаружения отдельных целей из состава парной прироста ОСШ относительно случая обнаружения ОЦ при различном

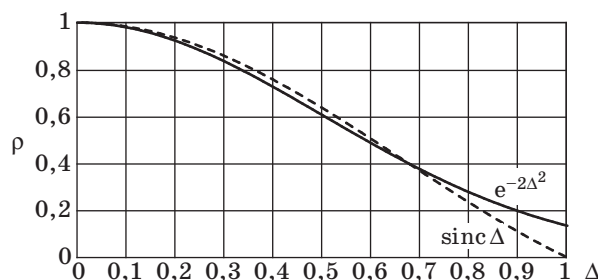
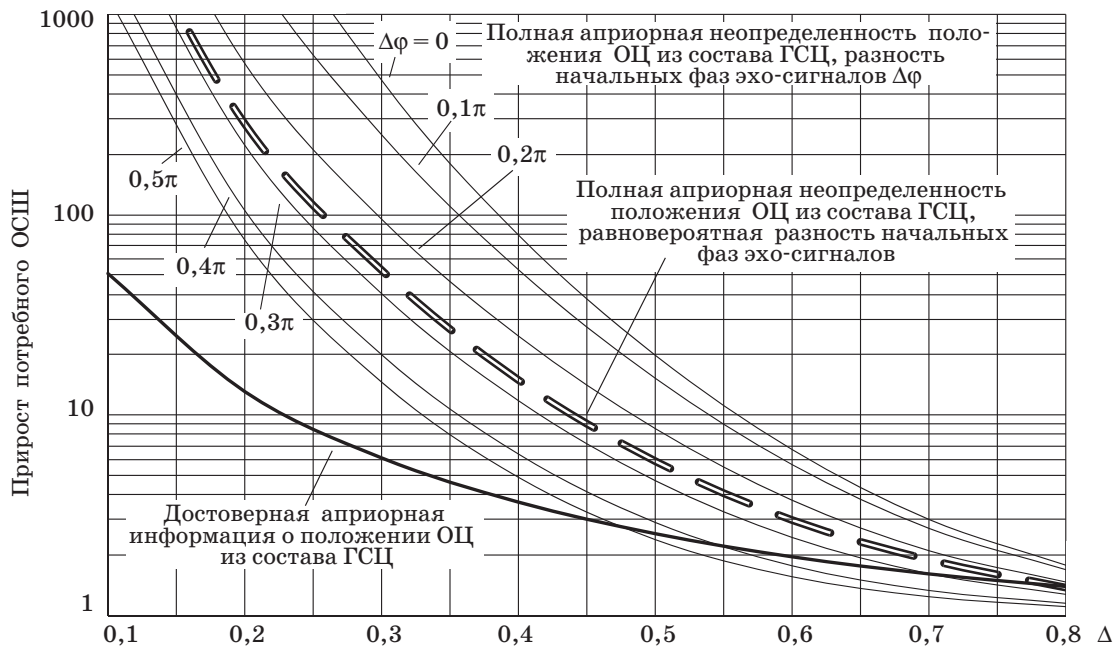


Рис. 1. Приближение функции  $\operatorname{sinc} \Delta$  функцией  $\exp(-2\Delta^2)$  на интервале от 0 до 0,8





■ Рис. 2. Прирост ОСШ, потребного для обнаружения отдельных целей из состава парной для  $\rho(\Delta) = \exp(-2\Delta^2)$

качестве априорной информации демонстрирует рис. 2.

Так, разность начальных фаз эхо-сигналов отдельных целей из состава ГСЦ существенно влияет на возможность разрешения (раздельного обнаружения и измерения параметров) этих целей. Достижение предельных показателей разрешающей способности возможно при разности фазовых составляющих коэффициентов рассеяния, близкой к  $\pi/2$ . И наоборот, при разности фазовых составляющих, близкой к нулю (или  $\pi$ ), разрешение существенно затруднено (см. рис. 2). Можно говорить, что в условиях, когда эхо-сигналы отдельных целей существенно «близки» по информативным параметрам (время запаздывания, частота, пеленг), их ортогональность и, соответственно, возможность разрешения в основном зависят от их взаимных фазовых соотношений.

Усредненная по разности фаз характеристика потенциальных возможностей по разрешению парной цели (штриховая линия на рис. 1) приблизительно соответствует разности фаз  $\pi/4$ . Эта кривая в условиях априорной неопределенности характеризует возможности по разрешению целей в реальных условиях, когда разность фазовых составляющих коэффициентов рассеяния целей имеет равномерную плотность вероятности. С повышением качества априорной информации требования к ОСШ постепенно снижаются и в пределе характеризуются сплошной кривой на рис. 2, соответствующей достоверной априорной информации. Последняя кривая, таким образом, определяет предельные возможности про-

екционных методов разрешения ГСЦ в рассматриваемом случае.

### Заключение

Замечательным является тот факт, что при задании базиса на поле параметров с помощью функций Дирака первый этап (при  $n = 1$ ) описанной выше многосеточной процедуры вырождается в стандартные процедуры обнаружения и измерения параметров сигналов ОЦ. Это свидетельствует о важном с теоретической точки зрения положении, что задачу разрешения ГСЦ — частный случай обратной задачи рассеяния — целесообразно рассматривать как более общую по отношению к таким задачам, как обнаружение и измерение параметров сигнала ОЦ. Характерно, что при этом показатели эффективности разрешения, рассчитываемые по приведенным в статье выражениям, вырождаются в стандартные показатели эффективности процедур обнаружения и измерения параметров сигнала ОЦ (кривые обнаружения, потенциальные точности измерения параметров и т. п.).

Кстати, используя выражения (8), (10) и (12), можно оценить и потенциальную точность измерения информативных параметров портретов ОЦ из состава ГСЦ (дальностей, скоростей, пеленгов и т. п.), однако исследование определяющих их закономерностей выходит за рамки настоящей статьи.

Следует заметить, что в выражении (8) при нетривиальной, но недостоверной априорной

информации к правой части информационной матрицы Фишера прибавится матрица Гесса натурального логарифма априорной плотности вероятности, что соответствующим образом повысит показатели разрешающей способности ГСЦ.

В заключение целесообразно отметить, что при одномерном разрешении функция рассогласования, например треугольного вида, обеспечивает более высокие возможности по разрешению целей, чем рассмотренная в статье, что позволяет

существенно снизить требования к ОСШ для обнаружения и измерения параметров ОЦ из состава ГСЦ. Еще более низкими требованиями к ОСШ характеризуются проекционные процедуры многомерного разрешения, т. е. разрешения по нескольким параметрам.

Исследования проводились при поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований и Администрации Смоленской области (проект № 08-07-97503), а также гранта Президента Российской Федерации (№ МК-6.2008.10).

## Литература

1. **Чижов А. А.** Метод разрешения групповых сосредоточенных целей как пример преодоления фактора некорректности обратных задач// Информационно-управляющие системы. 2009. № 2(39). С. 2–9.
2. **Фалькович С. Е., Пономарев В. И., Шкварко Ю. В.** Оптимальный прием пространственно-временных сигналов в радиоканалах с рассеянием. — М.: Радио и связь, 1989. — 296 с.
3. **Колмогоров А. Н., Фомин С. В.** Элементы теории функций и функционального анализа. — М.: Наука, 1981. — 544 с.
4. **Винокуров В. А.** О погрешности приближенного решения линейных обратных задач// Докл. АН СССР. 1979. Т. 246. № 4. С. 792–793.
5. **Агошков В. И.** Методы оптимального управления и сопряженных уравнений в задачах математической физики/ ИВМ РАН. — М., 2003. — 256 с.
6. **Чижов А. А., Авласенок А. В.** Оценивание количества и параметров движения одиночных радиолокационных целей из состава групповой сосредоточенной// Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2003. Т. 46. № 12. С. 20–29.
7. **Василевский Ю. В., Ольшанский М. А.** Краткий курс по многосеточным методам и методам декомпозиции. — М.: МГУ, 2007. — 103 с.
8. **Тартышников Е. Е.** Методы численного анализа/ ИВМ РАН. — М., 2006. — 290 с.
9. **Шайдуров В. В.** Многосеточные методы конечных элементов. — М.: Наука, 1989. — 288 с.
10. **Хатсон В., Пим Дж.** Приложения функционального анализа и теории операторов. — М.: Мир, 1983. — 432 с.
11. **Флетчер К.** Численные методы на основе метода Галлеркина. — М.: Мир, 1988. — 352 с.
12. **Саббонадьер Ж.-К., Кулон Ж. Л.** Метод конечных элементов и САПР. — М.: Мир, 1989. — 190 с.
13. **Сильвестер П., Феррари Р.** Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электриков. — М.: Мир, 1986. — 229 с.
14. **Стренг Г., Фикс Дж.** Теория метода конечных элементов. — М.: Мир, 1977. — 351 с.
15. **Сьярле Ф.** Метод конечных элементов для эллиптических задач. — М.: Мир, 1980. — 511 с.
16. **Вудворд Ф. М.** Теория вероятностей и теория информации с применениями в радиолокации. — М.: Сов. радио, 1955. — 128 с.