



## Модель реплицируемой системы хранения данных с использованием среднего возраста информации в качестве показателя актуальности данных

Д. Р. Крылов<sup>а</sup>, магистрант, [orcid.org/0009-0008-5901-5342](https://orcid.org/0009-0008-5901-5342)

Е. Д. Пойманова<sup>а</sup>, канд. техн. наук, доцент, [orcid.org/0000-0002-7903-2480](https://orcid.org/0000-0002-7903-2480)

А. М. Тюрликов<sup>а</sup>, доктор техн. наук, профессор, [orcid.org/0000-0001-7132-094X](https://orcid.org/0000-0001-7132-094X), [turlikov@guar.ru](mailto:turlikov@guar.ru)

<sup>а</sup>Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения,

Б. Морская ул., 67, Санкт-Петербург, 190000, РФ

**Введение:** актуальной задачей для реплицируемых систем хранения данных на основе ведущих и ведомых узлов является обеспечение баланса согласованности и доступности. Общепринятого количественного показателя, характеризующего такой баланс, не существует, однако при достижении баланса обеспечивается актуальность данных, которую количественно можно оценить с помощью среднего возраста информации. **Цель:** разработать модель, которая будет отражать основные особенности реплицируемых систем хранения данных и позволит сформулировать и решить задачу минимизации возраста информации за счет распределения узлов системы на ведущие и ведомые. **Результаты:** предложена модель реплицируемой системы хранения данных на основе ведущих и ведомых узлов с использованием среднего возраста информации в качестве показателя актуальности данных. В рамках модели сформулирована оптимизационная задача по распределению узлов на ведомые и ведущие, при котором минимизируется средний возраст информации с учетом показателей надежности доставки обновления данных при перезаписи уже имеющегося фрагмента данных в хранилище и получено ее приближенное решение. **Практическая значимость:** представленная модель отражает общие особенности реплицируемых систем хранения данных и может быть использована в реальных системах при решении задачи соблюдения баланса согласованности и доступности. **Обсуждение:** ключевой особенностью предложенной модели является допущение о независимости события успешной доставки обновления данных для разных ведомых узлов. Если эти события будут зависимыми, то можно высказать гипотезу, что решение рассмотренной оптимизационной задачи дает не точное значение, а оценку снизу для среднего возраста информации. Подтверждение или опровержение данной гипотезы является предметом дальнейших исследований.

**Ключевые слова** – средний возраст информации, системы хранения данных, репликация, ведущие узлы, ведомые узлы.

**Для цитирования:** Крылов Д. Р., Пойманова Е. Д., Тюрликов А. М. Модель реплицируемой системы хранения данных с использованием среднего возраста информации в качестве показателя актуальности данных. *Информационно-управляющие системы*, 2024, № 3, с. 11–23. doi:10.31799/1684-8853-2024-3-11-23, EDN: XSSHJI

**For citation:** Krylov D. R., Poymanova E. D., Turlikov A. M. Modeling a replicated storage system with the use of the average age of information as an indicator of data relevance. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2024, no. 3, pp. 11–23 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2024-3-11-23, EDN: XSSHJI

### Введение

В современных сервисах широко используются распределенные системы хранения данных, обеспечивающие высокую доступность информации, дробя ее на фрагменты (реплики) и сохраняя их на некотором множестве узлов, которые могут находиться в разных географических точках [1]. Таким образом, даже при выходе из строя одного из узлов данные не теряются и система может поддерживать свою работоспособность, так как реплика содержится и на других узлах [2]. Также в таких системах важна согласованность данных, при которой есть возможность считывать или записывать самую последнюю версию данных. Этот принцип позволяет избегать конфликтов при выполнении параллельных операций. Согласно теореме CAP (Consistency, Availability, Partition – согласован-

ность, доступность, распределенность) [3], в распределенной системе невозможно одновременно достичь полного соблюдения согласованности и доступности, так как больший приоритет в пользу одного из принципов будет оказывать влияние на другой. Например, при наличии большого числа реплик, дающих высокую доступность, нужно обновлять каждую реплику при каждой перезаписи для получения согласованности, что по многим причинам в реальных условиях невозможно [4]. Соответственно, в таких системах должен быть соблюден баланс между доступностью и согласованностью.

Как известно, основными операциями, которые происходят в системах хранения данных современных сервисов, являются запись и чтение данных. Однако самая распространенная операция – это перезапись уже имеющейся информации на более новую [5]. С обновлением акту-

ализируется версия информации и сохраняется момент времени, в который произошло данное обновление.

Для обеспечения согласованности и поддержки высокой доступности данных используются особенности таких реплицируемых систем хранения данных, которые в англоязычной литературе называются “leader-based systems”, узлы в таких системах называются “leaders” и “followers”. В отечественной литературе нет соответствующей устоявшейся терминологии, поэтому в настоящей работе эти системы будем называть системами на основе ведущих (leader) и ведомых (follower) узлов. Такие системы применяются в современных крупномасштабных хранилищах, таких как Google Spanner, Amazon DynamoDB, Apple Foundation, где используется алгоритм Paxos, а его альтернатива Raft — в MongoDB и InfluxDB, которые позволяют выбирать из множества узлов некоторое подмножество в качестве ведущих [6–12]. Суть подхода заключается в том, чтобы ведущие узлы, выбранные для некоторого определенного фрагмента данных, гарантированно получали последнюю версию обновления этого фрагмента, а остальные, ведомые узлы, тоже могли получить его последнюю версию, но уже без каких-либо гарантий. Гарантии стабильной записи на ведущие узлы достигаются последовательной записью, в то время как запись на ведомые узлы происходит после ведущих через многоадресную рассылку. Чтение становится возможным только после обновления всех ведущих узлов, а доступность достигается наличием их реплик [13].

Для отслеживания актуальности данных и оценки эффективности работы системы в настоящем исследовании использован такой показатель, как возраст информации (Age of Information, AoI) [14–16], широко применяемый в работах, связанных с системами массового обслуживания [17–21]. Использование данной метрики целесообразно при наличии временных меток обновлений у данных, относительно которых можно проследить устаревание информации с течением времени.

Проводилось мало исследований, связанных с системами хранения данных, имеющих ведущие и ведомые узлы, с использованием такой метрики, как возраст информации, для анализа эффективности работы подобных систем. Например, в работе [22] изучалось влияние количества ведущих узлов по отношению к ведомым на актуальность информации внутри системы. В указанной работе также были приведены результаты, свидетельствующие о наличии оптимального состояния системы, при котором возраст информации минимизируется. В работе

[23] продолжены исследования из работы [22] в направлении разработки метода с динамической периодической синхронизацией, который позволяет устанавливать оптимальный период синхронизации в соответствии с переменной нагрузкой.

На данный момент проводятся исследования в области влияния ведущих узлов на старение информации в системе, а также динамического управления возрастом информации в этих системах [22, 23]. С увеличением числа ведущих узлов увеличивается задержка последующих обновлений, в связи с чем информация будет устаревать. Однако при низком числе ведущих узлов возраст информации также будет увеличиваться, так как они гарантированно выдают самую последнюю версию информации. Следовательно, в работе системы существуют оптимальные наборы параметров, при которых будет соблюдаться баланс между согласованностью и доступностью данных.

В работе [22] интервалы между моментами обновления на ведомых узлах распределены по экспоненциальному закону и отсутствуют обоснования связи данного допущения с использованием многоадресной рассылки. В настоящем исследовании удалось приблизиться к принципу работы реальных систем, где в канале передачи могли бы случиться потери пакетов или их повреждения, а также другие непредвиденные обстоятельства, из-за чего доставка могла бы быть не выполнена. Для учета специфики многоадресной рассылки предполагается, что одно и то же обновление успешно передается всем ведомым узлам только с некоторой вероятностью. Данная вероятность является параметром модели. Также из недостатков [22] стоит выделить допущение о зависимости процесса чтения от процесса записи обновления. В нашем исследовании момент прибытия запроса на чтение не зависит от других процессов, протекающих в системе, что в большей мере, по сравнению с работой [22], отражает особенности реальных систем.

В настоящей статье исследуется влияние количества ведущих узлов на возраст информации, полученной запросом на чтение. Рассматривается два принципа записи на узлы: для ведущих узлов обновление происходит гарантированно и последовательно, а новая информация становится доступной для чтения только после обновления всех ведущих узлов. Для ведомых узлов обновление происходит с некоторой вероятностью и при успешной записи становится доступно для чтения сразу. Полученная с некоторых случайно выбранных узлов информация по запросу на чтение дает результат, по которому можно судить о среднем возрасте информации.

### Описание модели системы

Рассмотрим систему хранения данных на основе ведущих и ведомых узлов. Всего в системе находится  $n$  узлов, все они содержат один и тот же фрагмент данных, который представляет из себя реплику. Некоторые из этих узлов объявляются ведущими. Количество ведущих узлов обозначим  $l$ . Остальные узлы называются ведомыми, их количество обозначим  $f$ . Ключевое отличие ведущего узла от ведомого состоит в том, что ведущий гарантированно получает самую последнюю версию обновления, тем самым обеспечивая согласованные запись и чтение. Такие гарантии достигаются за счет последовательной записи обновления для ведущих узлов. Для ведомых узлов обновление отправляется с помощью многоадресной рассылки без гарантии успешной доставки, что обусловлено возможными ошибками в канале, потерями пакетов данных и другими причинами, следующими из реальных условий работы систем [24]. Если узел хранит в себе последнюю версию данных, то он называется согласованным.

Время работы системы делится на кадры, которые в свою очередь делятся на слоты (рис. 1). Слот берется за единицу времени. Каждый кадр имеет некоторый номер, который обозначим  $k$ . Число слотов внутри кадра соответствует числу ведущих узлов  $l$ .

В начале каждого кадра происходит инициализация нового обновления, которое поступает в систему для дальнейшей записи на узлы. Однако чтение данного обновления становится возможным только после его фиксации в системе. В первую очередь обновление записывается на ведущие узлы, а только потом на ведомые узлы. После записи на ведущие узлы обновление фиксируется и становится доступным для чтения. Процесс записи на ведущие и ведомые узлы различается.

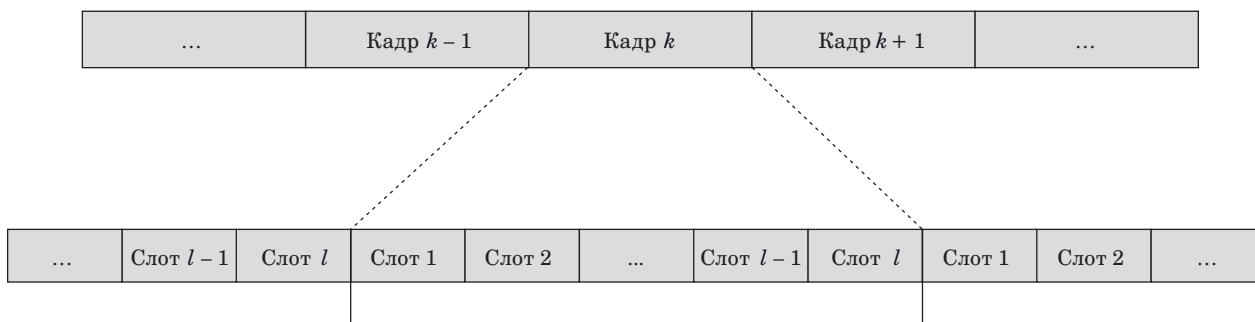
*Ведущие узлы.* Обновление на ведущих узлах происходит последовательно, в связи с чем на запись требуется фиксированное количество времени. Будем считать, что на полное обновление одно-

го ведущего узла требуется ровно один слот, а так как за кадр все они должны провести операцию записи, то в каждом кадре должно быть  $l$  слотов. Поскольку фиксация произойдет только в начале следующего кадра, версия, на которую обновляются ведущие узлы, для чтения не доступна.

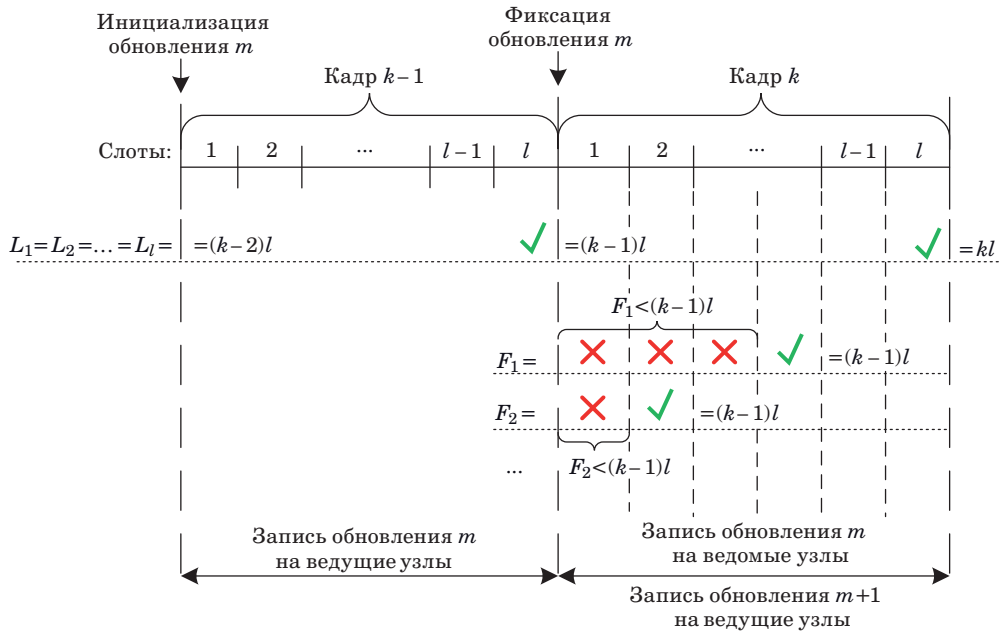
*Ведомые узлы.* После обновления всех ведущих узлов в предыдущем кадре и фиксации обновления в начале текущего процесс записи начинается на ведомых узлах. Так как процесс записи в данном случае осуществляется с помощью многоадресной рассылки, данные отправляются одновременно на все ведомые узлы. Запись в таком случае не гарантирована и проходит успешно только с некоторой вероятностью  $p$ . События успешной доставки обновления данных для разных ведомых узлов независимы. В каждом слоте повторяется попытка записи для каждого ведомого узла.

Запись каждого нового обновления на ведущие и ведомые узлы в системе занимает два кадра (рис. 2). Рассмотрим запись обновления под номером  $m$  в кадрах  $k - 1$  и  $k$ . В кадре  $k - 1$  происходит запись на ведущие узлы. Обновление  $m$  инициализируется в момент времени  $(k - 1)l$ , где  $l$  – число слотов внутри кадра, и при инициализации в обновлении указывается временная метка. Обновление доставляется на узлы вместе с данной временной меткой  $(k - 1)l$  и сохраняется в узле при успешной записи до следующего обновления. Временные метки последнего обновления у ведущих и ведомых узлов на рис. 2 обозначены как  $L_i$  и  $F_j$  соответственно, где  $i \in \{1, 2, \dots, l\}$  – номер ведущего узла, а  $j \in \{1, 2, \dots, n - l\}$  – номер ведомого узла. Так как момент фиксации обновления происходит только в следующем кадре после инициализации (в данном случае фиксация будет в  $k$ -м кадре), то пользователь, запрашивающий информацию с ведущих узлов, может получить только предыдущую версию данных с временной меткой  $(k - 2)l$ .

С наступлением следующего кадра под номером  $k$  происходит фиксация версии обновления  $m$ ,



■ **Рис. 1.** Разделение кадра на слоты  
 ■ **Fig. 1.** Frame segmentation into slots



■ **Рис. 2.** Процесс записи  $m$ -го обновления  
 ■ **Fig. 2.** The process of writing the  $m$ -th update

что позволяет получать ее запросом на чтение. Также стоит отметить, что в этом кадре параллельно происходит инициализация  $(m + 1)$ -го обновления и запись на ведущие узлы  $(m + 1)$ -й версии данных. В начале данного кадра на всех ведущих узлах уже доступна  $m$ -я версия информации с ее временной меткой  $(k - 1)l$ . Однако процесс записи  $m$ -й версии на ведомые узлы происходит только в данном кадре, после фиксации. Успешная запись обновления (обозначена «✓» на рис. 2) для каждого ведомого узла происходит с некоторой вероятностью  $p$  в каждом слоте. В случае неудачного исхода записи (обозначен «×» на рис. 2) для ведомого узла предпринимается еще одна попытка записи в следующем слоте. Значение вероятности  $p$  является показателем надежности доставки данных при перезаписи уже имеющегося фрагмента данных в хранилище. Максимальное количество попыток обновления ведомого узла равняется числу слотов  $l$  внутри кадра. В случае успешного обновления узла версия данных на нем актуализируется и сохраняется временная метка данного обновления. В начале кадра с номером  $k$  временная метка на ведомых узлах не может быть новее, чем  $(k - 2)l$ , но может быть старше.

Для получения информации используются запросы на чтение, которые отправляются на  $r$  случайно выбранных узлов системы. Число запросов не может превышать общее число узлов в системе. Случайный выбор узлов модели отражает такую особенность реальных систем, как равномерное распределение нагрузки между уз-

лами. Предполагается, что данные, полученные запросом на чтение с разных узлов, могут нести разный возраст информации, поэтому в качестве ответа система выбирает те данные, которые имеют наименьший возраст информации. Если среди заданного фиксированного количества  $r$  узлов в наличии хотя бы один ведущий узел, то считывание последней версии информации будет гарантировано. Чтение информации с узла происходит в начале слота.

В настоящей работе изучается средний возраст информации, полученной запросом на чтение. Возраст информации  $\Delta_i(t)$  на  $i$ -м узле в момент времени  $t$  представляет из себя разность текущего момента времени  $t$  и временной метки  $N_i(t)$  последнего обновления узла под номером  $i$ :

$$\Delta_i(t) = t - N_i(t). \tag{1}$$

Возраст информации запроса на чтение  $\Delta_i(t)$  в момент времени  $t$  — это минимальный возраст информации среди  $r$  узлов, на которые отправлялся запрос:

$$\Delta(t) = \min(\Delta_1(t), \dots, \Delta_r(t)). \tag{2}$$

В соответствии с работами [9, 10] средний возраст информации  $\bar{\Delta}$  рассчитывается следующим образом:

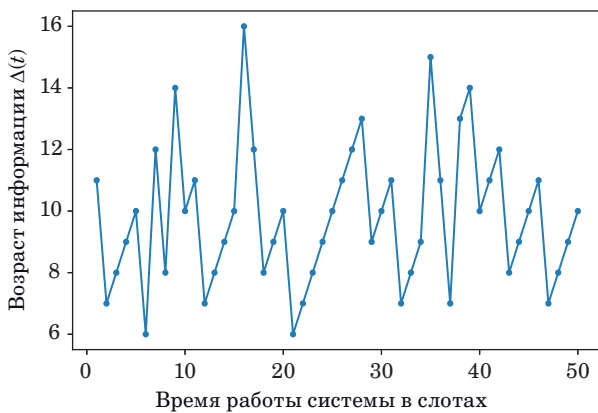
$$\bar{\Delta} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\int_0^T \Delta(t) dt}{T}. \tag{3}$$

Рассмотренная выше модель реплицируемой системы хранения данных на основе ведущих и ведомых узлов описывается следующим набором параметров:  $n$  – количество узлов в системе,  $l$  – количество ведущих узлов,  $r$  – количество узлов в запросе на чтение,  $p$  – вероятность успешной записи на ведомые узлы.

Для иллюстрации работы модели было выполнено имитационное моделирование со следующими параметрами:  $n = 50, l = 5, r = 4, p = 0,1$ . На рис. 3 построен график зависимости возраста информации  $\Delta(t)$  от номера слота  $t$ , в котором производится запрос на чтение. По графику видно, что изменение возраста информации по запросу на чтение имеет сложный характер, поэтому определение среднего возраста информации является отдельной задачей.

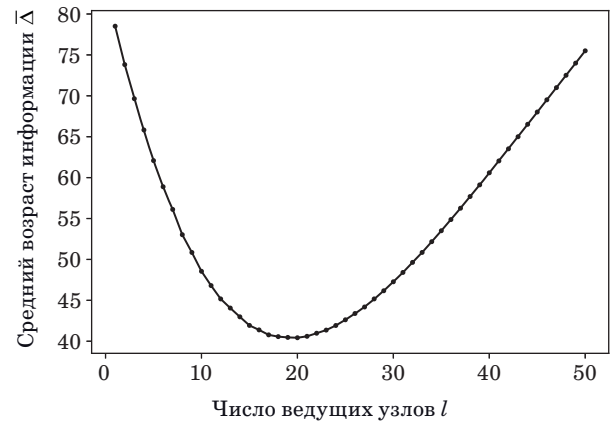
График зависимости среднего возраста информации от числа ведущих узлов в системе (рис. 4) получен в результате моделирования при параметрах  $n = 50, p = 0,003, r = 4$ . Для возможности сравнения результатов параметры  $n$  и  $r$  были выбраны в соответствии с работой [22]. На графике виден минимум среднего возраста информации при 19 ведущих узлах. При малом числе ведущих узлов в запросе на чтение слишком редко попадают согласованные узлы из-за нерегулярного обновления ведомых узлов при их подавляющем количестве. В случае, когда ведущих узлов больше 19, средний возраст информации начинает расти из-за увеличения числа слотов в кадрах, что увеличивает задержку между инициализациями новых обновлений.

Далее будет показано, как получить зависимость среднего возраста информации от параметров модели без использования имитационного моделирования.



■ **Рис. 3.** Зависимость возраста информации  $\Delta(t)$  от номера слота  $t$ , в котором производится запрос на чтение

■ **Fig. 3.** Dependence of the age of information  $\Delta(t)$  on the slot number  $t$  in which the read request is made



■ **Рис. 4.** Зависимость среднего возраста информации  $\Delta$  от числа ведущих узлов в системе

■ **Fig. 4.** Graph of the dependence of average age of information on the number of leader nodes in the system

### Определение зависимости среднего возраста информации от параметров модели

Рассмотрим кадр под номером  $k$  в системе с некоторым числом ведущих узлов  $l$  и ведомых узлов  $f$ . Длительность слота принята за единицу времени. В начале кадра  $k$  у всех  $l$  ведущих узлов временная метка  $L$  последнего обновления принимает значения  $(k - 1)l$ . У  $f$  ведомых узлов временные метки  $F$  могут отличаться и принимать значения из диапазона  $\{(k - 2)l, (k - 3)l, \dots, 0\}$ . Таким образом, в начале кадра  $k$  временные метки принимают следующие значения:

$$\begin{aligned} L_1^{(k)} = L_2^{(k)} = \dots = L_l^{(k)} &= (k - 1)l, \\ F_j^{(k)} &\in \{(k - 2)l, (k - 3)l, \dots, 0\}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $j \in \{1, 2, \dots, f\}$ .

Обозначим  $X_j^{(k)}$  возраст информации для  $j$ -го ведомого узла в кадре с номером  $k$ , а  $F_j^{(k)}$  – временную метку  $j$ -го ведомого узла к началу кадра с номером  $k$ . Тогда возраст информации в начале кадра с номером  $k$  рассчитывается следующим образом:

$$X_j^{(k)} = kl - F_j^{(k)} + 1, \quad (5)$$

где  $j \in \{1, 2, \dots, f\}$ .

Далее будем считать, что система работает неограниченно долго, и сформулируем и докажем ряд утверждений.

**Утверждение 1.** Математическое ожидание возраста информации в начале кадра для всех ведомых узлов одинаково и равно

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E[X_j^{(k)}] = \left( \frac{1}{1 - (1 - p)^l} + 1 \right) l + 1. \quad (6)$$

*Доказательство:*

Рассмотрим ведущий узел с номером  $j$  в некотором кадре с номером  $k$ . Введем в рассмотрение случайную величину  $D_j^{(k)}$ , которая может принимать значение  $D_j^{(k)} \in \{1, 2, 3, \dots\}$ :

$$D_j^{(k)} = \frac{X_j^{(k)} - 1}{l} - 1. \quad (7)$$

Последовательность данных случайных величин  $D_j^{(k)}$  является марковской цепью с счетным числом состояний и описывается графом, изображенным на рис. 5, где  $q = (1 - p)^l$ .

Введем обозначение для стационарного распределения марковской цепи:

$$\pi_i \triangleq \lim_{k \rightarrow \infty} \Pr \{D_j^{(k)} = i\},$$

где  $i = 1, 2, \dots$

Для любого  $i > 1$  выполняется равенство

$$\pi_i = \pi_{i-1}q = \pi_1 q^{i-1}. \quad (8)$$

Из условия нормировки  $\sum_{i=1}^{\infty} \pi_i = 1$  и (8) получаем

$$\sum_{i=1}^{\infty} \pi_1 q^{i-1} = \frac{\pi_1}{1-q} = 1.$$

Следовательно:

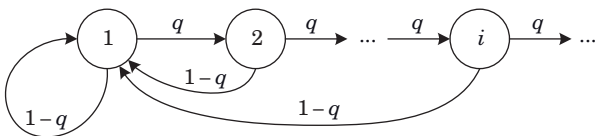
$$\pi_1 = 1 - q.$$

Используя стационарное распределение, получаем

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E \left[ D_j^{(k)} \right] = \sum_{i=1}^{\infty} i \pi_i = \sum_{i=1}^{\infty} i (1-q) q^{i-1} = \frac{1}{1-q}. \quad (9)$$

Покажем, как вычислить  $\lim_{k \rightarrow \infty} E \left[ X_j^{(k)} \right]$ . Из выражения (7) получаем

$$X_j^{(k)} = \left( D_j^{(k)} + 1 \right) l + 1. \quad (10)$$



■ **Рис. 5.** Марковская цепь в виде графа для  $D_j^{(k)}$   
 ■ **Fig. 5.** Markov chain represented as a graph for  $D_j^{(k)}$

Перейдя от (10) к пределу при  $k \rightarrow \infty$  и вычислив математическое ожидание, получили следующее выражение:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E \left[ X_j^{(k)} \right] = \left( \lim_{k \rightarrow \infty} E \left[ D_j^{(k)} \right] + 1 \right) l + 1. \quad (11)$$

Подставив выражение (9) в (11) и учитывая, что  $q = (1 - p)^l$ , получаем

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E \left[ X_j^{(k)} \right] = \left( \frac{1}{1-q} + 1 \right) l + 1 = \left( \frac{1}{1 - (1-p)^l} + 1 \right) l + 1,$$

что и требовалось доказать.

Пусть выбрано  $r$  ведомых узлов с номерами  $j_1, j_2, \dots, j_r$  для запросов на чтение. Обозначим  $Y^{(k)}$  случайную величину:

$$Y^{(k)} = \min \left( X_{j_1}^{(k)}, \dots, X_{j_r}^{(k)} \right). \quad (12)$$

**Утверждение 2.** Математическое ожидание возраста информации для  $r$  запросов на чтение в слоте с номером  $\tau$  от начала кадра для любого набора ведомых узлов  $j_1, j_2, \dots, j_r$  одинаково и равно

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E \left[ Y^{(k)} \mid \tau \right] = l + \tau + \frac{l(1-p)^{r(\tau-1)}}{1 - (1-p)^{lr}}. \quad (13)$$

*Доказательство:*

Рассмотрим случай для  $\tau = 1$ , т. е. запросы поступили в начале кадра. Используя аргументацию из доказательства утверждения 1 и заменяя  $q$  на значение, равное  $(1 - p)^{lr}$ , получим

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E \left[ Y^{(k)} \mid 1 \right] = \left( \frac{1}{1 - (1-p)^{lr}} + 1 \right) l + 1.$$

Теперь рассмотрим случай, когда запрос на чтение поступил в слоте  $\tau \in \{2, \dots, l\}$ . Введем в рассмотрение два события:

1) ни в одном из слотов с номерами  $1, 2, \dots, \tau - 1$  ни у одного из  $r$  выбранных узлов не произойдет обновление. Это событие далее будем обозначать как событие  $\bar{A}$ ;

2) хотя бы в одном из слотов с номерами  $1, 2, \dots, \tau - 1$  хотя бы у одного из  $r$  выбранных узлов произойдет обновление. Это событие далее будем обозначать как событие  $A$ .

Поскольку события, связанные с доставкой обновления, происходят независимо друг от друга для разных ведомых узлов в одном слоте и независимо в разные слоты для одного узла, вероятности событий  $A$  и  $\bar{A}$  вычисляются следующим образом:

$$\Pr\{A\} = 1 - (1-p)^{r(\tau-1)}; \quad (14)$$

$$\Pr\{\bar{A}\} = (1-p)^{r(\tau-1)}. \quad (15)$$

Если происходит событие  $A$ , то в слоте с номером  $\tau$  значение  $Y^{(k)} = \min(X_{j_1}^{(k)}, \dots, X_{j_r}^{(k)})$  будет равно возрасту информации на ведущем узле. То есть возраст информации будет равен  $l + \tau$ :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E[Y^{(k)} | A, \tau] = l + \tau. \quad (16)$$

Если происходит событие  $\bar{A}$ , то в слоте с номером  $\tau$  значение  $Y^{(k)} = \min(X_{j_1}^{(k)}, \dots, X_{j_r}^{(k)})$  будет равно возрасту информации в начале кадра, увеличенное на  $\tau$ :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E[Y^{(k)} | \bar{A}, \tau] = \left( \frac{1}{1-(1-p)^{lr}} + 1 \right) l + \tau. \quad (17)$$

Подставляя (14) в (16) и (15) в (17), получаем

$$\begin{aligned} & \lim_{k \rightarrow \infty} E[Y^{(k)} | \tau] = \\ & = \lim_{k \rightarrow \infty} E[Y^{(k)} | A, \tau] \Pr\{A\} + \lim_{k \rightarrow \infty} E[Y^{(k)} | \bar{A}, \tau] \Pr\{\bar{A}\} = \\ & = (l + \tau) \left( 1 - (1-p)^{r(\tau-1)} \right) + \\ & + \left( \left( \frac{1}{1-(1-p)^{lr}} + 1 \right) l + \tau \right) (1-p)^{r(\tau-1)} = \\ & = l + \tau + \frac{l(1-p)^{r(\tau-1)}}{1-(1-p)^{lr}}, \end{aligned}$$

что и требовалось доказать.

**Утверждение 3.** Математическое ожидание возраста информации для  $r$  запросов на чтение в произвольно выбранном слоте для любого набора ведомых узлов  $j_1, j_2, \dots, j_r$  одинаково и равно

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E[Y^{(k)}] = l + \frac{l+1}{2} + \frac{1}{1-(1-p)^r}. \quad (18)$$

*Доказательство:*

Так как запросы в любом слоте кадра появляются с одинаковой вероятностью, то справедливо следующее равенство:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E[Y^{(k)}] = \sum_{\tau=1}^l \lim_{k \rightarrow \infty} E[Y^{(k)} | \tau] \frac{1}{l}.$$

Подставляя в предыдущее равенство выражение (13), получаем

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} E[Y^{(k)}] &= \sum_{\tau=1}^l \left[ 1 + \frac{\tau}{l} + \frac{(1-p)^{r(\tau-1)}}{1-(1-p)^{lr}} \right] = \\ &= l + \frac{l+1}{2} + \frac{1}{1-(1-p)^r}, \end{aligned}$$

что и требовалось доказать.

Пусть в кадре с номером  $k$  выбран  $i$ -й ведущий узел. Обозначим возраст информации в этом узле  $Z_i^{(k)}$ . Так как все ведущие узлы имеют гарантированно последнюю версию данных, легко доказать справедливость следующего утверждения.

**Утверждение 4.** Математическое ожидание возраста информации для запроса на чтение ведущему узлу с номером  $i$  в слоте с номером  $\tau$  от начала кадра для любого ведущего узла  $i$  одинаково и равно

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E[Z_i^{(k)} | \tau] = l + \tau. \quad (19)$$

Из того, что запросы в любом слоте кадра появляются с одинаковой вероятностью, вытекает следующее утверждение.

**Утверждение 5.** Математическое ожидание возраста информации для запроса на чтение ведущему узлу с номером  $i$  в произвольно выбранном слоте для любого ведущего узла  $i$  одинаково и равно

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E[Z_i^{(k)}] = l + \frac{l+1}{2}. \quad (20)$$

Используя приведенные выше утверждения, сформулируем и докажем утверждение относительно среднего возраста информации согласно выражению (3). Для этого рассмотрим случай, когда в произвольный момент времени посылаются запросы к случайно выбранным узлам, среди которых могут быть выбраны как ведущие, так и ведомые.

**Утверждение 6.** Математическое ожидание среднего возраста информации  $\bar{\Delta}$  для  $r$  запросов к случайно выбранным узлам, среди которых  $l$  ведущих и  $n-l$  ведомых, при  $r \leq n-l$  равно

$$\bar{\Delta} = l + \frac{l+1}{2} + \frac{1}{1-(1-p)^r} \cdot \frac{(n-l)!(n-r)!}{(n-l-r)!n!}. \quad (21)$$

Если  $n-l < r \leq n$ , то математическое ожидание среднего возраста информации

$$\bar{\Delta} = l + \frac{l+1}{2}.$$

*Доказательство:*

Введем в рассмотрение два события:

1) ни один из выбранных узлов не является ведущим, т. е. все выбранные узлы являются ведомыми. Это событие далее будем обозначать как  $\bar{B}$ ;

2) хотя бы один из выбранных узлов является ведущим. Такое событие будем обозначать как  $B$ .

Следует отметить, что если число запросов  $r$  превышает число ведущих узлов  $l$ , т. е.  $r > n - l$ , то событие  $B$  будет возникать с вероятностью 1. В противном случае для вероятностей появления введенных событий справедливы следующие выражения:

$$\Pr\{\bar{B}\} = \frac{n-l}{n} \cdot \frac{n-l-1}{n-1} \cdot \dots \cdot \frac{n-l-r-1}{n-r-1} = \prod_{i=0}^{r-1} \frac{n-l-i}{n-i} = \frac{(n-l)!(n-r)!}{(n-l-r)!n!}, \quad (22)$$

$$\Pr\{B\} = 1 - \frac{(n-l)!(n-r)!}{(n-l-r)!n!}. \quad (23)$$

Рассматривая введенные события (22) и (23) и используя утверждения 3 и 5, для случая  $r \leq n - l$  получаем

$$\begin{aligned} \bar{\Delta} &= \lim_{k \rightarrow \infty} E[Y^{(k)}] \Pr\{\bar{B}\} + \\ &+ \lim_{k \rightarrow \infty} E[Z_i^{(k)}] \Pr\{B\} = \\ &= \left( l + \frac{l+1}{2} \right) \cdot \left( 1 - \frac{(n-l)!(n-r)!}{(n-l-r)!n!} \right) + \\ &+ \left( l + \frac{l+1}{2} + \frac{1}{1-(1-p)^r} \right) \cdot \frac{(n-l)!(n-r)!}{(n-l-r)!n!} = \\ &= l + \frac{l+1}{2} + \frac{1}{1-(1-p)^r} \cdot \frac{(n-l)!(n-r)!}{(n-l-r)!n!}. \end{aligned}$$

Если  $r > n - l$ , то, используя вышеупомянутые  $\Pr\{\bar{B}\} = 0$ ,  $\Pr\{B\} = 1$  для среднего возраста информации, получаем

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E[\bar{\Delta}] = l + \frac{l+1}{2}.$$

Следовательно, утверждение 6 доказано.

Таким образом, получено выражение для расчета среднего возраста информации при заданных параметрах системы. Далее будет сформулирована оптимизационная задача по выбору числа ведущих узлов для минимизации среднего возраста информации.

### Выбор числа ведущих узлов в системе

Выше была получена явная зависимость среднего возраста информации от параметров модели (21), что позволяет сформулировать оптимизационную задачу по выбору числа ведущих узлов при заданных значениях параметров  $n$ ,  $p$  и  $r$ :

$$l_{\text{opt}} = \arg \min_{1 \leq l \leq n} \bar{\Delta}(l, n, p, r). \quad (24)$$

Для решения оптимизационной задачи (24) сложно получить явную зависимость  $l_{\text{opt}}$  от параметров модели. Далее показано, как можно получить в явном виде приближенное решение для этой задачи.

Введем в рассмотрение следующую функцию:

$$f(l, n, p, r) = \frac{l+1}{2} + l + \frac{1}{1-(1-p)^r} \cdot \left( \frac{n-l}{n} \right)^r. \quad (25)$$

Можно доказать, что функция  $f(l)$  является верхней оценкой для (21), и минимальные значения для  $f(l)$  и для среднего возраста информации, вычисляемого по формуле (21) при  $n > 50$ , достигаются при значениях  $l$ , отличающихся не более чем на 1. Сформулируем следующую оптимизационную задачу:

$$\tilde{l}_{\text{opt}} = \left[ \arg \min_{1 \leq l \leq n} f(l, n, p, r) \right], \quad (26)$$

где  $[\ ]$  означает округление до ближайшего целого числа.

Так как  $f(l, n, p, r)$  является унимодальной и выпуклой вниз функцией по переменной  $l$ , решение для (26) может быть легко получено следующим образом.

Рассмотрим выражение (25) как функцию от действительной переменной  $l$ . Вычисляя первую производную по  $l$  и приравнявая к 0, получим следующее уравнение:

$$\frac{3}{2} - \frac{r(n-l)^{r-1}}{n^r - (n-np)^r} = 0. \quad (27)$$

Решение уравнения (27) при большом  $n$  становится отрицательным. Это означает, что для каждого набора параметров существует некоторое критическое значение числа узлов  $n$  такое, что использование ведущих узлов неизбежно будет приводить к увеличению среднего возраста информации. Следовательно, при достижении этого критического значения в системе следует использовать только один ведущий узел.



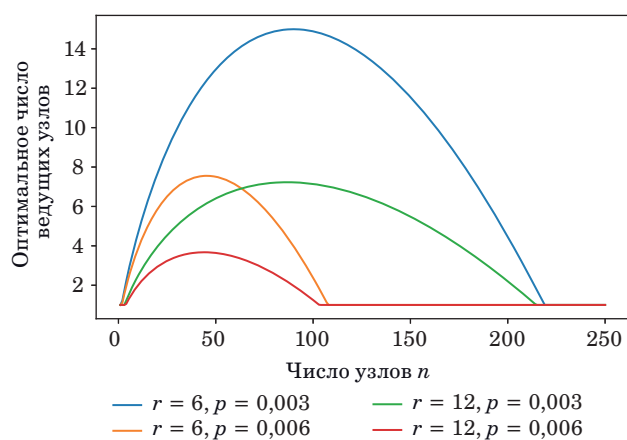
Используя решение уравнения (27), получаем, что решение оптимизационной задачи (26) для фиксированных  $n$ ,  $p$  и  $r$  определяется следующим образом:

$$\tilde{l}_{opt}(n, p, r) = \max \left( n - \left( \frac{3}{2r} \left( n^r - (n - np)^r \right) \right)^{\frac{1}{r-1}}, 1 \right), \quad (28)$$

где  $r > 1$ .

Выражение (28) является приближенным решением оптимизационной задачи (24) по выбору числа ведущих узлов. Следует отметить, что при большом числе узлов в системе приближенное решение незначительно отличается от оптимального. Далее, при обсуждении полученных результатов, для краткости изложения, там, где это не будет вызывать неоднозначности, данное решение будем называть оптимальным. Ниже будут наглядно продемонстрированы особенности работы системы с использованием полученного выражения (28) в зависимости от различных параметров.

Графики зависимости оптимального числа ведущих узлов  $\tilde{l}_{opt}$  от общего числа всех узлов в системе  $n$  (рис. 6) построены при фиксированных параметрах  $p$  и  $r$ . Для наглядной демонстрации свойств системы были выбраны значения  $p = 0,003$ ,  $p = 0,006$ ,  $r = 6$  и  $r = 12$ . Можно заметить, что при фиксированном числе узлов в запросе на чтение  $r$  с увеличением вероятности успешной доставки  $p$  уменьшается максимальное значение  $\tilde{l}_{opt}$ . Вначале число ведущих узлов, при которых средний возраст информации минимален, возрастает до некоторого порогового значения  $n$ , превышая которое число ведущих узлов начинает уменьшаться вплоть до одно-



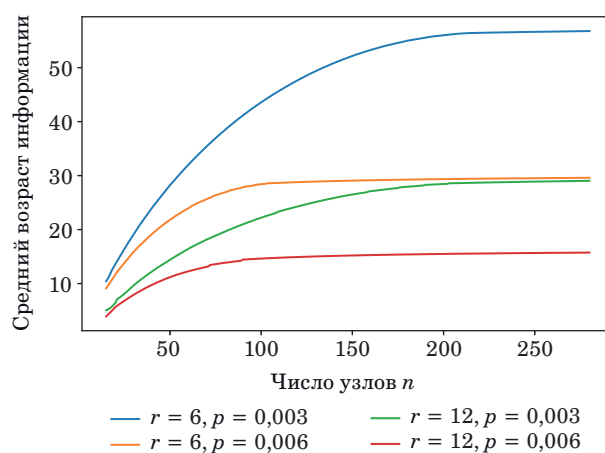
■ **Рис. 6.** Зависимость оптимального числа ведущих узлов  $\tilde{l}_{opt}$  от общего числа узлов  $n$  в системе

■ **Fig. 6.** The dependence of the optimal number of leader nodes  $\tilde{l}_{opt}$  on the total number of nodes  $n$

го ведущего узла. С увеличением вероятности успешной доставки  $p$  данное пороговое значение уменьшается. При фиксированном значении  $p$  с увеличением  $r$  максимальное значение  $\tilde{l}_{opt}$  также уменьшается, а пороговое значение  $n$  остается неизменным.

Зависимости среднего возраста информации от числа узлов в системе при оптимальном соотношении между ведущими и ведомыми узлами показаны на рис. 7. При построении этих зависимостей для каждого набора параметров  $n$ ,  $p$  и  $r$  использовалось выражение (28). Далее, с использованием данного значения в качестве числа лидеров, вычислялось значение среднего возраста информации согласно выражению (21). Следует отметить, что использование в качестве выбора числа лидеров решения оптимизационной задачи (26) вместо (24) влияет на значения среднего возраста информации при малом количестве узлов в системе. Это проявляется в том, что, если число узлов  $n$  не превышает 20, график зависимости среднего возраста информации от числа узлов в системе имеет «волнообразный вид», что отличает его от вида графика этой зависимости при большем числе узлов.

Из графиков, представленных на рис. 7, следует, что уменьшение вероятности  $p$  успешной доставки обновления на ведомые узлы приводит к увеличению среднего возраста информации в системе, которое можно компенсировать увеличением числа узлов в запросе на чтение  $r$ . Также отметим, что после достижения критического значения  $n$  наблюдается медленный рост среднего возраста информации, что объясняется следующим. После достижения критического значения в системе присутствует только один ведущий узел, и выражение (21) принимает вид



■ **Рис. 7.** Зависимость среднего возраста информации от общего числа узлов  $n$  в системе при оптимальном выборе числа ведущих узлов

■ **Fig. 7.** Graphs of the dependence of the average age of information on the total number of the nodes  $n$  under optimal selection of the number of leader nodes

$$\bar{\Delta} = 2 + \frac{1}{1 - (1 - p)^r} \cdot \frac{n - r}{n}.$$

Таким образом, наглядно продемонстрированы основные особенности работы системы при использовании оптимального числа ведущих узлов в зависимости от других параметров системы.

## Заключение

Предложена модель, отражающая основные особенности реплицируемых систем хранения данных, такие как хранение некоторого фрагмента данных (реплики) на множестве узлов и подразделение их на ведущие и ведомые. Первая обеспечивает доступность данных в системе, а вторая повышает уровень согласованности. Рассмотрен такой показатель качества функционирования системы, как средний возраст информации, полученной по запросу на чтение. В рамках предложенной модели сформулирована оптимизационная задача по распределению узлов на ведомые и ведущие, при котором минимизируется средний возраст информации. Найдено приближенное решение данной оптимизационной задачи. Учитываются показатели надежности доставки данных при обновлении, т. е. при перезаписи уже имеющегося фрагмента данных в хранилище, и выборе числа веду-

щих и ведомых узлов. Предложенная модель может быть использована в качестве базового элемента при проектировании более сложных систем для решения задачи соблюдения баланса согласованности и доступности. Одной из важных особенностей данной модели является допущение о том, что события успешной доставки обновления данных на разные узлы независимы. Так как в реальных системах используется многоадресная передача, и сообщение, адресованное нескольким узлам, может идти по одному маршруту, указанное допущение может быть несправедливо, и возникнет зависимость между событиями доставки одного обновления разным узлам. Используя подходы из работ [25–27], можно предложить модель, которая будет учитывать зависимость между этими событиями. Можно также высказать гипотезу, что при такой зависимости полученное решение оптимизационной задачи дает оценку снизу для среднего возраста информации, а не его точное значение, что служит предметом для дальнейшего исследования.

## Финансовая поддержка

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда, грант № 22-19-00305 «Пространственно-временные стохастические модели беспроводных сетей с большим числом абонентов».

## Литература

1. Wiesmann M., Pedone F., Schiper A., Kemme B., and Alonso G. Understanding replication in databases and distributed systems. *Proc. 20th IEEE Intern. Conf. on Distributed Computing Systems*, IEEE, 2000, pp. 464–474. doi:10.1109/ICDCS.2000.840959
2. Богатырев В. А., Богатырев С. В., Богатырев А. В. Оценка готовности компьютерной системы к своему современному обслуживанию запросов при его совмещении с информационным восстановлением памяти после отказов. *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*, 2023, т. 23, № 3, с. 608–617. doi:10.17586/2226-1494-2023-23-3-608-617
3. Lee E. A., Akella R., Bateni S., Lin S., Lohstroh M., Menard C. Consistency vs. availability in distributed cyber-physical systems. *ACM Transactions on Embedded Computing Systems*, 2023, vol. 22, no. 5s, pp. 1–24. https://doi.org/10.1145/3609119
4. Bogatyrev V. A., Bogatyrev A. V., Bogatyrev S. V. (2023). Multipath Transmission of Heterogeneous Traffic in Acceptable Delays with Packet Replication and Destruction of Expired Replicas in the Nodes that Make Up the Path. In: *Distributed Computer and Communication Networks. DCCN 2022. Communications in Computer and Information Science*/ V. M. Vishnevskiy, K. E. Samouylov, D. V. Kozyrev (eds). Springer, Cham, 2023, vol. 1748. https://doi.org/10.1007/978-3-031-30648-8\_9
5. Armstrong T. G., Ponnekanti V., Borthakur D., Callaghan M. LinkBench: A database benchmark based on the Facebook social graph. *Proc. of the 2013 ACM SIGMOD Intern. Conf. on Management of Data*, 2013, pp. 1185–1196. https://doi.org/10.1145/2463676.2465296
6. Corbett J. C., Dean J., Epstein M., Fikes A., Frost C., Furman J. J., Ghemawat S., Gubarev A., Heiser C., Hochschild P., Hsieh W., Kanthak S., Kogan E., Li H., Lloyd A., Melnik S., Mwaura D., Nagle D., Quinlan S., Rao R., Rolig L., Saito Y., Szymaniak M., Taylor C., Wang R., and Woodfor D. Spanner: Google’s globally distributed database. *ACM Trans. Comput. Syst.*, 2013, vol. 31, no. 3, Article 8, 22 p. doi:http://dx.doi.org/10.1145/2491245
7. Mathew S., Varia J. Overview of amazon web services. *Amazon Whitepapers*, 2014, vol. 105, no. 1, pp. 22.
8. Chrysafis C., Collins B., Dugas S., Dunkelberger J., Ehsan M., Gray S., Grieser A., Herrstadt O., LevAri K., Lin T., McMahon M., Schiefer N., and

- Shraer A.** FoundationDB record layer: A multi-tenant structured datastore. *2019 Intern. Conf. on Management of Data (SIGMOD '19)*, June 30–July 5, 2019, Amsterdam, Netherlands. ACM, New York, NY, USA, 16 p. <https://doi.org/10.1145/3299869.3314039>
- 9. Chandra T. D., Griesemer R., Redstone J.** Paxos made live: An engineering perspective. *Proc. of the Twenty-sixth Annual ACM Symp. on Principles of Distributed Computing*, 2007, pp. 398–407. <https://doi.org/10.1145/1281100.1281103>
- 10. Ongaro D., Ousterhout J.** In search of an understandable consensus algorithm. *2014 USENIX Annual Technical Conf. (USENIX ATC 14)*, 2014, pp. 305–319.
- 11. Zhou S., Mu S.** {Fault-Tolerant} replication with {Pull-Based} consensus in {MongoDB}. *18th USENIX Symp. on Networked Systems Design and Implementation (NSDI 21)*, 2021, pp. 687–703.
- 12. Zhu X., Nie X., Liu J.** Time series database optimization based on InfluxDB. *2023 Intern. Conf. on Power, Electrical Engineering, Electronics and Control (PEEEEC)*, IEEE, 2023, pp. 879–885. doi:10.1109/PEEEEC60561.2023.00172
- 13. Bogatyrev V. A., Bogatyrev S. V., Bogatyrev A. V.** Efficiency of servicing heterogeneous traffic when allocating cluster nodes for redundant execution of latency-critical requests. *CEUR Workshop Proc.*, 2021, vol. 3057, pp. 266–273.
- 14. Yates R. D., Sun Y., Brown D. R., Kaul S. K., Modiano E., Ulukus S.** Age of information: An introduction and survey. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2021, vol. 39, no. 5, pp. 1183–1210. doi:10.1109/JSAC.2021.3065072
- 15. Sun Y., Kadota I., Modiano E.** *Age of Information: A New Metric for Information Freshness*. Springer Nature, 2022. doi:10.2200/s00954ed2v01y201909cent023
- 16. Broadhead J. S., Pawelczak P.** Data freshness in mixed-memory intermittently-powered systems. *2021 IEEE Intern. Symp. on Information Theory (ISIT)*, IEEE, 2021, pp. 3361–3366. doi:10.1109/ISIT45174.2021.9518156
- 17. Борисовская А. В., Тюрликов А. М.** Оценка среднего возраста информации в системах со случайным доступом и множественным выходом. *Информационно-управляющие системы*, 2023, № 1, с. 51–60. doi:10.31799/1684-8853-2023-1-51-60, EDN: UBBHKD
- 18. Kumar M. S., Dadlani A., Moradian M., Maham B., Tsiftsis T. A.** Age of information in multi-source updating systems: An M/G/1 vacation queueing model. *ICC 2023-IEEE Intern. Conf. on Communications*, IEEE, 2023, pp. 63–68. doi:10.1109/ICC45041.2023.10278746
- 19. Борисовская А. В.** Модели сенсорных сетей с зависимыми источниками. *T-Comm: Телекоммуникации и транспорт*, 2023, т. 17, № 7, с. 21–28. doi:10.36724/2072-8735-2023-17-7-21-28
- 20. Chen Z., Deng D., Yang H. H., Pappas N., Hu L., Jia Y., Wang M., Quek T. Q. S.** Analysis of age of information in dual updating systems. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2023, vol. 22, iss. 11, pp. 8003–8019. doi:10.1109/TWC.2023.3257356
- 21. Rizk A., Le Boudec J. Y.** A Palm calculus approach to the distribution of the age of information. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2023, vol. 69, iss. 12, pp. 8097–8110. doi:10.1109/TIT.2023.3326381
- 22. Behrouzi-Far A., Soljanin E., Yates R. D.** Data freshness in leader-based replicated storage. *2020 IEEE Intern. Symp. on Information Theory (ISIT)*, IEEE, 2020, pp. 1806–1811. doi:10.1109/ISIT44484.2020.9174411
- 23. Zhang C., Wang L., Xiao L., Jiang S., Han M., Wang J., Wei B., Qin G.** Minimizing the cost of periodically replicated systems via model and quantitative analysis. *Front. Comput. Sci.*, 2024, vol. 18, Article 185206. <https://doi.org/10.1007/s11704-023-2625-8>
- 24. Bogatyrev V. A., Bogatyrev S. V., Bogatyrev A. V.** Control of multipath transmissions in the nodes of switching segments of reserved paths. *2022 Intern. Conf. on Information, Control, and Communication Technologies (ICCT)*, 2022, pp. 1–5.
- 25. Ateya A. A., Bushelenkov S., Muthanna A., Paramonov A., Koucheryavy A., Chelloug S. A., Abd El-Latif A. A.** Multipath routing scheme for optimum data transmission in dense Internet of Things. *Mathematics*, 2023, vol. 11, iss. 19, p. 4168. doi:10.3390/math11194168, EDN ZQDDWQ
- 26. Bushelenkov S., Paramonov A., Muthanna A., Abd El-Latif A. A., Koucheryavy A., Alfarraj O., Plawiak P., Ateya A. A.** Multi-story building model for efficient IoT network design. *Mathematics*, 2023, vol. 11, iss. 6, p. 1403. doi:10.3390/math11061403, EDN VMJVEM
- 27. Vorobyova D., Muthanna A., Paramonov A., Markelov O. A., Koucheryavy A., Ali G., ElAffendi M., Abd El-Latif A. A.** IoT network model with multimodal node distribution and data-collecting mechanism using mobile clustering nodes. *Electronics*, 2023, vol. 12, iss. 6, p. 1410. doi:10.3390/electronics12061410, EDN BHNVEU

UDC 004.62, 004.7

doi:10.31799/1684-8853-2024-3-11-23

EDN: XSSHJI

**Modeling a replicated storage system with the use of the average age of information as an indicator of data relevance**

D. R. Krylov<sup>a</sup>, Master Student, orcid.org/0009-0008-5901-5342

E. D. Poymanova<sup>a</sup>, PhD, Tech., Associate Professor, orcid.org/0000-0002-7903-2480

A. M. Turlikov<sup>a</sup>, Dr. Sc., Tech., Professor, orcid.org/0000-0001-7132-094X, turlikov@guap.ru

<sup>a</sup>Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 67, B. Morskaja St., 190000, Saint-Petersburg, Russian Federation

**Introduction:** An urgent task for leader-based replicated storage is to ensure consistency and availability balance. There is no generally accepted quantitative indicator characterizing such a balance; however, achieving the balance ensures data relevance, which can be quantified using the average age of the information. **Purpose:** To propose a model that represents the main features of a replicated storage system and makes it possible to formulate and solve the task of minimizing the age of information by distributing system nodes into leaders and followers. **Results:** We propose a model of a replicated data storage system based on leaders and followers with the use of the average age of information as a data relevance indicator. Within the framework of the proposed model, we formulate an optimization problem for the distribution of nodes into followers and leaders, which minimizes the average age of information with indicators of reliability of data delivery taken in consideration when overwriting an existing fragment of data in the storage. We also obtain an approximate solution to this optimization problem. **Practical relevance:** The proposed model represents general features of a replicated storage system and can be used in real systems when solving the problem of maintaining a consistency and availability balance. **Discussion:** A key feature of the proposed model is the assumption that the event of successful data update delivery is independent for different followers. If these events are dependent, we can hypothesize that the considered optimization problem solution will not be an exact value, but a lower estimate for the average age of information. The confirmation or refutation of this hypothesis is a subject for further research.

**Keywords** – average age of information, data storage, replication, leaders, followers.

**For citation:** Krylov D. R., Poymanova E. D., Turlikov A. M. Modeling a replicated storage system with the use of the average age of information as an indicator of data relevance. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2024, no. 3, pp. 11–23 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2024-3-11-23, EDN: XSSHJI

**Financial support**

The research was financially supported by the Russian Science Foundation, grant No. 22-19-00305 “Spatio-temporal stochastic models of wireless networks with a large number of subscribers”.

**References**

1. Wiesmann M., Pedone F., Schiper A., Kemme B., and Alonso G. Understanding replication in databases and distributed systems. *Proc. 20th IEEE Intern. Conf. on Distributed Computing Systems*, IEEE, 2000, pp. 464–474. doi:10.1109/ICDCS.2000.840959
2. Bogatyrev V. A., Bogatyrev S. V., Bogatyrev A. V. Assessment of the readiness of a computer system for timely servicing of requests when combined with information recovery of memory after failures. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2023, vol. 23, no. 3, pp. 608–617 (In Russian). doi:10.17586/2226-1494-2023-23-3-608-617
3. Lee E. A., Akella R., Bateni S., Lin S., Lohstroh M., Menard C. Consistency vs. availability in distributed cyber-physical systems. *ACM Transactions on Embedded Computing Systems*, 2023, vol. 22, no. 5s, pp. 1–24. https://doi.org/10.1145/3609119
4. Bogatyrev V. A., Bogatyrev A. V., Bogatyrev S. V. *Multipath Transmission of Heterogeneous Traffic in Acceptable Delays with Packet Replication and Destruction of Expired Replicas in the Nodes that Make Up the Path*. In: Vishnevskiy V. M., Samouylov K. E., Kozyrev D. V. (eds). *Distributed Computer and Communication Networks. DCCN 2022. Communications in Computer and Information Science*. Springer, Cham, 2023, vol. 1748. https://doi.org/10.1007/978-3-031-30648-8\_9
5. Armstrong T. G., Ponnokanti V., Borthakur D., Callaghan M. LinkBench: A database benchmark based on the Facebook social graph. *Proc. of the 2013 ACM SIGMOD Intern. Conf. on Management of Data*, 2013, pp. 1185–1196. https://doi.org/10.1145/2463676.2465296
6. Corbett J. C., Dean J., Epstein M., Fikes A., Frost C., Furman J. J., Ghemawat S., Gubarev A., Heiser C., Hochschild P., Hsieh W., Kanthak S., Kogan E., Li H., Lloyd A., Melnik S., Mwaure D., Nagle D., Quinlan S., Rao R., Rolig L., Saito Y., Szymaniak M., Taylor C., Wang R., and Woodford D. Spanner: Google’s globally distributed database. *ACM Trans. Comput. Syst.*, 2013, vol. 31, no. 3, Article 8, 22 p. doi:http://dx.doi.org/10.1145/2491245
7. Mathew S., Varia J. Overview of amazon web services. *Amazon Whitepapers*, 2014, vol. 105, no. 1, pp. 22.
8. Chrysafis C., Collins B., Dugas S., Dunkelberger J., Ehsan M., Gray S., Grieser A., Herrstadt O., LevAri K., Lin T., McMahon M., Schiefer N., and Shraer A. FoundationDB record layer: A multi-tenant structured datastore. *2019 Intern. Conf. on Management of Data (SIGMOD '19)*, June 30–July 5, 2019, Amsterdam, Netherlands. ACM, New York, NY, USA, 16 p. https://doi.org/10.1145/3299869.3314039
9. Chandra T. D., Griesemer R., Redstone J. Paxos made live: An engineering perspective. *Proc. of the Twenty-sixth Annual ACM Symp. on Principles of Distributed Computing*, 2007, pp. 398–407. https://doi.org/10.1145/1281100.1281103
10. Ongaro D., Ousterhout J. In search of an understandable consensus algorithm. *2014 USENIX Annual Technical Conf. (USENIX ATC 14)*, 2014, pp. 305–319.
11. Zhou S., Mu S. {Fault-Tolerant} replication with {Pull-Based} consensus in {MongoDB}. *18th USENIX Symp. on Networked Systems Design and Implementation (NSDI 21)*, 2021, pp. 687–703.
12. Zhu X., Nie X., Liu J. Time series database optimization based on InfluxDB. *2023 Intern. Conf. on Power, Electrical Engineering, Electronics and Control (PEEEEC)*, IEEE, 2023, pp. 879–885. doi:10.1109/PEEEEC60561.2023.00172
13. Bogatyrev V. A., Bogatyrev S. V., Bogatyrev A. V. Efficiency of servicing heterogeneous traffic when allocating cluster nodes for redundant execution of latency-critical requests. *CEUR Workshop Proc.*, 2021, vol. 3057, pp. 266–273.
14. Yates R. D., Sun Y., Brown D. R., Kaul S. K., Modiano E., Ulukus S. Age of information: An introduction and survey. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2021, vol. 39, no. 5, pp. 1183–1210. doi:10.1109/JSAC.2021.3065072
15. Sun Y., Kadota I., Modiano E. *Age of Information: A New Metric for Information Freshness*. Springer Nature, 2022. doi:10.2200/s00954ed2v01y201909cnt023
16. Broadhead J. S., Pawelczak P. Data freshness in mixed-memory intermittently-powered systems. *2021 IEEE Intern. Symp. on Information Theory (ISIT)*, IEEE, 2021, pp. 3361–3366. doi:10.1109/ISIT45174.2021.9518156
17. Borisovskaya A. V., Turlikov A. M. Estimation of the average age of information in random access systems with multiple departure. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [In-

- formation and Control Systems], 2023, no. 1, pp. 51–60 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2023-1-51-60, EDN: UBB-HKD
18. Kumar M. S., Dadlani A., Moradian M., Maham B., Tsiftsis T. A. Age of information in multi-source updating systems: An M/G/1 vacation queueing model. *ICC 2023-IEEE Intern. Conf. on Communications*, IEEE, 2023, pp. 63–68. doi:10.1109/ICC45041.2023.10278746
  19. Borisovskaya A. V. Models of sensor networks with correlated sources. *T-Comm*, 2023, vol. 17, no. 7, pp. 21–28 (In Russian). doi:10.36724/2072-8735-2023-17-7-21-28
  20. Chen Z., Deng D., Yang H. H., Pappas N., Hu L., Jia Y., Wang M., Quek T. Q. S. Analysis of age of information in dual updating systems. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2023, vol. 22, iss. 11, pp. 8003–8019. doi:10.1109/TWC.2023.3257356
  21. Rizk A., Le Boudec J. Y. A Palm calculus approach to the distribution of the age of information. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2023, vol. 69, iss. 12, pp. 8097–8110. doi:10.1109/TIT.2023.3326381
  22. Behrouzi-Far A., Soljanin E., Yates R. D. Data freshness in leader-based replicated storage. *2020 IEEE Intern. Symp. on Information Theory (ISIT)*, IEEE, 2020, pp. 1806–1811. doi:10.1109/ISIT44484.2020.9174411
  23. Zhang C., Wang L., Xiao L., Jiang S., Han M., Wang J., Wei B., Qin G. Minimizing the cost of periodically replicated systems via model and quantitative analysis. *Front. Comput. Sci.*, 2024, vol. 18, Article 185206. <https://doi.org/10.1007/s11704-023-2625-8>
  24. Bogatyrev V. A., Bogatyrev S. V., Bogatyrev A. V. Control of multipath transmissions in the nodes of switching segments of reserved paths. *2022 Intern. Conf. on Information, Control, and Communication Technologies (ICCT)*, 2022, pp. 1–5.
  25. Ateya A. A., Bushelenkov S., Muthanna A., Paramonov A., Koucheryavy A., Chelloug S. A., Abd El-Latif A. A. Multipath routing scheme for optimum data transmission in dense Internet of Things. *Mathematics*, 2023, vol. 11, iss. 19, p. 4168. doi:10.3390/math11194168, EDN ZQDDWQ
  26. Bushelenkov S., Paramonov A., Muthanna A., Abd El-Latif A. A., Koucheryavy A., Alfarraj O., Pławiak P., Ateya A. A. Multi-story building model for efficient IoT network design. *Mathematics*, 2023, vol. 11, iss. 6, p. 1403. doi:10.3390/math11061403, EDN VMJVEM
  27. Vorobyova D., Muthanna A., Paramonov A., Markelov O. A., Koucheryavy A., Ali G., ElAffendi M., Abd El-Latif A. A. IoT network model with multimodal node distribution and data-collecting mechanism using mobile clustering nodes. *Electronics*, 2023, vol. 12, iss. 6, p. 1410. doi:10.3390/electronics12061410, EDN BHNVEU

### УВАЖАЕМЫЕ АВТОРЫ!

Научные базы данных, включая Scopus и Web of Science, обрабатывают данные автоматически. С одной стороны, это ускоряет процесс обработки данных, с другой – различия в транслитерации ФИО, неточные данные о месте работы, области научного знания и т. д. приводят к тому, что в базах оказывается несколько авторских страниц для одного и того же человека. В результате для всех по отдельности считаются индексы цитирования, что снижает рейтинг ученого.

Для идентификации авторов в сетях Thomson Reuters проводит регистрацию с присвоением уникального индекса (ID) для каждого из авторов научных публикаций.

Процедура получения ID бесплатна и очень проста, есть возможность провести регистрацию на 12 языках, включая русский (чтобы выбрать язык, кликните на зеленое поле сверху справа на стартовой странице): <https://orcid.org>