



Метод синтеза квазиоптимальных систем с дефицитом управления на базе редукции задачи Лагранжа

А. А. Костоглотов^а, доктор техн. наук, профессор, orcid.org/0000-0003-4006-2436, kostoglotov@me.com

В. О. Зехцер^а, младший научный сотрудник, orcid.org/0000-0001-7307-8325

^аРостовский государственный университет путей сообщения, Ростовского Стрелкового Полка Народного Ополчения пл., 2, Ростов-на-Дону, 344079, РФ

Введение: актуальность совершенствования методов синтеза систем с дефицитом управления обусловлена тем, что они находят широкое применение в беспилотных летательных аппаратах, роботах-манипуляторах и других устройствах, у которых существуют режимы работы, когда система становится ограниченно управляемой. Линейные законы управления, как известно, оказываются недостаточно эффективны в этом случае, что определяет необходимость проведения процедуры синтеза в исходной нелинейной постановке. **Цель:** разработать метод синтеза, обеспечивающий повышение эффективности процессов управления и расширение области устойчивости нелинейной динамической системы в сравнении с традиционным методом принципа декомпозиции. **Методы:** принцип декомпозиции в совокупности с редукцией оптимизационной задачи Лагранжа к изопериметрической позволяет провести процедуру синтеза с использованием фиктивных управлений и учетом коррекции поверхности переключения. **Результаты:** на основе принципа декомпозиции и редукции задачи Лагранжа определена структура квазиоптимальной системы управления; выбор параметров поверхности переключения дает возможность достичь минимума квадратичного критерия управления нелинейной системы с дефицитом управления в положении неустойчивого равновесия. Путем численного моделирования установлено, что предлагаемое решение позволяет увеличить область устойчивости на 10 % и повысить качество функционирования по квадратичному критерию в режиме больших отклонений в среднем на 20–25 % в сравнении с законом, полученным на основе прямого применения принципа декомпозиции. **Практическая значимость:** благодаря оригинальности предложенной процедуры синтеза повышена эффективность функционирования системы с дефицитом управлений, что представляет практический интерес для решения задач проектирования управляющих контроллеров.

Ключевые слова — квазиоптимальный закон управления, динамическая система с дефицитом управляющих воздействий, многомерная нестационарная нелинейная динамическая система, поверхность переключения, обратный маятник на тележке.

Для цитирования: Костоглотов А. А., Зехцер В. О. Метод синтеза квазиоптимальных систем с дефицитом управления на базе редукции задачи Лагранжа. *Информационно-управляющие системы*, 2024, № 4, с. 40–49. doi:10.31799/1684-8853-2024-4-40-49, EDN: RJAFOE

For citation: Kostoglotov A. A., Zekhtser V. O. Synthesis method of quasi-optimal underactuated systems based on the reduction of Lagrange problem. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2024, no. 4, pp. 40–49 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2024-4-40-49, EDN: RJAFOE

Введение

Беспилотные летательные аппараты, роботы-манипуляторы и другие устройства имеют совокупность режимов работы, когда система становится ограниченно управляемой и может быть приближенно описана моделью обратного маятника [1, 2]. При этом такие динамические системы характеризуются существенной нелинейностью [3, 4], и перекрестные связи могут привести к неконтролируемым возмущениям и флуктуациям [5]. Широко распространенные линейные законы управления обеспечивают функционирование выделенного режима движения [6] и малоэффективны при априорно неизвестных воздействиях и дефиците управления, что требует использования методов адаптации [7–9], скользящих режимов [10] или модели прогнозирующего управления [11].

Еще более продуктивным является подход к синтезу управления в нелинейной постановке, которым является принцип декомпозиции [6, 12–14].

В работах [15–17] показано, что использование редукции оптимизационной задачи Лагранжа к изопериметрической приводит к коррекции кривой переключения и определяет квазиоптимальное решение задачи синтеза [18], что позволяет повысить эффективность управления [19] в сравнении с известными методами [6, 12, 13, 20].

Научной задачей является разработка метода синтеза квазиоптимальных нелинейных систем с дефицитом управления на базе принципа декомпозиции с коррекцией поверхности переключения, результатом решения которой станет повышение качества процессов управления и расширение области устойчивости на основе разработанного метода в сравнении с известными [6, 12, 13, 20].

Постановка задачи управления

Объект управления описывается системой уравнений в обобщенных координатах $\mathbf{q} = \|q_s\|_{s=1}^n$, которая относится к классу уравнений Лагранжа второго рода:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) + u_i(t), \quad i = \overline{1, n}; \quad (1)$$

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^n a_{ik}(\mathbf{q}) \dot{q}_i \dot{q}_k, \quad a_{ik}(\mathbf{q}) = a_{ki}(\mathbf{q}). \quad (2)$$

Относительно коэффициентов $a_{ik}(\mathbf{q})$ предполагается, что они ограничены при всех \mathbf{q} вместе с частными производными первого порядка. Матрица коэффициентов $\mathbf{A}(\mathbf{q}) = \|a_{ik}(\mathbf{q})\|_{i,k=1}^n$ в выражении кинетической энергии механических систем при всех q является матрицей положительно определенной квадратичной формы. Через $Q_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$ обозначены ограниченные обобщенные силы, обусловленные наличием различного рода внешних воздействий. Обозначим $\|q_v\|_{v=1}^m$ обобщенные координаты, уравнения Лагранжа которых содержат управления, а $\|q_j\|_{j=m+1}^n$ – обобщенные координаты, в уравнениях движения которых отсутствуют управляющие воздействия. Рассматривается случай $m < n$, и объект управления (1) относится к классу систем с дефицитом управлений.

Вектор допустимых управлений содержит нулевые компоненты и представляет собой вектор суммируемых функций $\mathbf{u}(t) = \|u_s(t)\|_{s=1}^n$ в выпуклой области U :

$$\mathbf{u}(t) \in U = \left\{ u_s(t) : |u_s(t)| \leq h_s, \quad s = \overline{1, n} \right\}. \quad (3)$$

Пусть требуется обеспечить переход системы (1) из состояния $t = t_0, \mathbf{q}(t_0), \dot{\mathbf{q}}(t_0)$ в допустимое для системы (1)–(3) состояние $t = t_1, \mathbf{q}(t_1), \dot{\mathbf{q}}(t_1)$ за конечный промежуток времени $[t_0, t_1]$.

Рассмотрим задачу поиска такого управления (3), чтобы интегральный критерий достигал минимума:

$$J(\mathbf{q}) = \int_{t_0}^{t_1} F(\mathbf{q}(t)) dt \rightarrow \min. \quad (4)$$

Целевая функция $F(\mathbf{q})$ удовлетворяет требованиям к положительно определенной выпуклой функции.

Решение задачи синтеза управляемой системы (1)–(3) без учета критерия (4) подробно изложено в работах Пятницкого [12–14].

Решение рассмотренной экстремальной задачи при условии выпуклости (4) существует и может быть получено с использованием принципа

максимума Понтрягина в форме программного управления, что не позволяет эффективно его применять, поскольку любое изменение параметров системы и ограничений приводит к необходимости поиска соответствующей структуры обратной связи.

Редукция рассмотренной оптимизационной задачи к изопериметрической дает возможность получить приближенное решение в смысле минимума расширенного функционала, который построен на базе аддитивной свертки критерия (4) и интеграла действия [16]. Это позволяет найти структуру множества квазиоптимальных решений, полученных в форме синтеза, для рассмотренного класса задач управления. На примере классической задачи А. Т. Фуллера [16] показано, что полученное множество содержит оптимальное решение, что определяет связь квазиоптимального и оптимального управления.

В настоящей работе предложен метод синтеза квазиоптимальных систем с дефицитом управления на базе редукции задачи Лагранжа [16, 17] и принципа декомпозиции, обеспечивающий повышение качества управления в сравнении с прямым применением принципа декомпозиции.

Принцип декомпозиции при дефиците управлений

Установлено [20], что если учесть ограничение на параметры состояния по тем степеням свободы, где нет управлений, то задачу можно свести к случаю нестационарных объектов, кинетическая энергия которых представляется в виде суммы однородных форм $T_2 + T_1 + T_0$, где

$$T_2 = \frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^n a_{ik}(\mathbf{q}, t) \dot{q}_i \dot{q}_k; \quad T_1 = \sum_{i=1}^n a_i(\mathbf{q}, t) \dot{q}_i; \\ T_0 = T_0(\mathbf{q}, t).$$

Уравнение Лагранжа нестационарной механической системы можно записать в виде

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T_2}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T_2}{\partial q_i} = Q_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) - \\ - \left[\frac{d}{dt} \frac{\partial T_1}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T_1}{\partial q_i} \right] + \frac{\partial T_0}{\partial q_i} + u_i(t), \quad i = \overline{1, n}, \quad (5)$$

где члены, связанные с составляющими T_1 и T_0 кинетической энергии, могут рассматриваться как дополнительные обобщенные силы. Введем обозначения

$$\tilde{Q}_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = Q_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) - \left[\frac{d}{dt} \frac{\partial T_1}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T_1}{\partial q_i} \right] + \frac{\partial T_0}{\partial q_i}, \quad i = \overline{1, n}.$$

Запишем систему (5) в виде

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T_2}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T_2}{\partial q_i} = \tilde{Q}_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) + u_i(t), \quad i = \overline{1, n}, \quad (6)$$

предположим, что выполнены условия

$$\sup |\tilde{Q}_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)| < h_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (7)$$

Условия (7) требуют выполнения требований ограниченности

$$\left[\frac{d}{dt} \frac{\partial T_1}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T_1}{\partial q_i} \right] + \frac{\partial T_0}{\partial q_i}, \quad i = \overline{1, n},$$

которые можно сформулировать следующим образом. Если через $\mathbf{q} = \|q_v\|_{v=1}^m$ обозначить те обобщенные координаты, уравнения Лагранжа которых содержат управления, а через $\mathbf{x} = \|x_j\|_{j=m+1}^n$ — обобщенные координаты, в уравнениях движения которых отсутствуют управляющие воздействия, то движение объекта будет описываться дифференциальными уравнениями Лагранжа

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_v} - \frac{\partial T}{\partial q_v} &= Q_v(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) + u_v(t), \quad v = \overline{1, m}; \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_j} - \frac{\partial T}{\partial x_j} &= \bar{Q}_j(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t), \\ j &= \overline{m+1, n}, \end{aligned} \quad (8)$$

где через $T = T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ обозначена кинетическая энергия.

Предполагается, что для некоторых классов движений системы (8) при $\mathbf{u}(t) \in U$ переменные $x_j(t)$ изменяются так, что выполняются неравенства

$$|x_j| \leq c_0, \quad |\dot{x}_j| \leq c_1, \quad j = \overline{m+1, n}. \quad (9)$$

Оценки (9) бывают известны либо из экспериментальных исследований, либо из результатов теоретического анализа. При наличии оценок (9) можно исключить из рассмотрения переменные $x_j(t)$ и от системы (8) перейти к анализу упрощенной системы

$$\begin{aligned} \bar{T}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) &= \bar{T}_2(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t)) + \\ &+ \bar{T}_1(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t)) + \bar{T}_0(\mathbf{q}, \mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t)), \end{aligned} \quad (10)$$

где \bar{T}_2 , \bar{T}_1 и \bar{T}_0 — квадратичные формы для \dot{q}_v , $v = 1, m$, а $\mathbf{x}(t)$ можно произвольно выбирать из множества, удовлетворяющего (9).

Это позволяет синтез управления механической системой (6), (7) провести с использованием принципа декомпозиции. При этом необходимо ввести соответствующий аналог условий полной управляемости (7), которые должны выполняться по $x(t)$ из класса функций, удовлетворяющих неравенствам (9) [20].

Метод синтеза квазиоптимальной системы управления на основе принципа декомпозиции с коррекцией поверхности переключения

В развернутой форме уравнения (1) записываются в виде

$$\begin{aligned} &\sum_{k=1}^n a_{ik}(\mathbf{q}) \ddot{q}_k + \\ &+ \sum_{k,v=1}^n \left(\frac{\partial a_{ik}}{\partial q_v} \dot{q}_k \dot{q}_v - \frac{1}{2} \frac{\partial a_{ik}}{\partial q_i} \dot{q}_k \dot{q}_v \right) = \\ &= Q_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) + u_i(t), \quad i = \overline{1, n}. \end{aligned} \quad (11)$$

Из (11) вытекает, что движение механической системы описывается существенно нелинейными дифференциальными уравнениями, где $a_{ik}(\mathbf{q})$ определяют степень взаимовлияния степеней свободы. Взаимовлияние в системе (11) осуществляется также и через силовое поле, т. е. через обобщенные силы $Q_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$. Однако взаимовлияние через силовое поле не является существенным, и основное проявление перекрестных связей между степенями свободы определяется коэффициентами $a_{ik}(\mathbf{q})$ [12].

Уравнения движения механических систем в форме уравнений Лагранжа (1) ковариантны по отношению к преобразованиям обобщенных координат [13]. Это значит, что в любых обобщенных координатах $\boldsymbol{\varphi} = \|\varphi_i\|_{i=1}^n$ уравнения движения выписываются по тому же алгоритму, что и уравнения (1) и в общем случае с учетом коэффициентов интенсивности управлений $\bar{b}_{ik}(\boldsymbol{\varphi})$:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \dot{\varphi}_i} - \frac{\partial \bar{T}}{\partial \varphi_i} &= \bar{Q}_i(\boldsymbol{\varphi}, \dot{\boldsymbol{\varphi}}, t) + \\ &+ \sum_{k=1}^n \bar{b}_{ik}(\boldsymbol{\varphi}) u_k(t), \quad i = \overline{1, n}. \end{aligned} \quad (12)$$

Функция $\bar{T}(\boldsymbol{\varphi}, \dot{\boldsymbol{\varphi}})$ получается из $T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ подстановкой формул невырожденного преобразования $\mathbf{q} = \mathbf{q}(\boldsymbol{\varphi})$ и выражений для обобщенных скоростей

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \boldsymbol{\varphi}} \dot{\boldsymbol{\varphi}}, \quad \det \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \boldsymbol{\varphi}} = \det \left\| \frac{\partial q_i}{\partial \varphi_k} \right\|_{i,k=1}^n \neq 0.$$

Обобщенные силы \bar{Q}_i и коэффициенты $\bar{b}_{ik}(\boldsymbol{\varphi})$ определяются из равенств [6]

$$\sum_{i=1}^n (Q_i + u_i) dq_i = \sum_{s=1}^n \left(\bar{Q}_s + \sum_{v=1}^n \bar{b}_{sv}(\boldsymbol{\varphi}) u_v \right) d\varphi_s$$

с учетом преобразования $\mathbf{q} = \mathbf{q}(\boldsymbol{\varphi})$.

Такие преобразования не выводят систему из класса уравнений Лагранжа, дают возможность выбирать форму представления управляющих воздействий и использовать принцип декомпозиции для синтеза структуры управляемой системы.

Рассмотрим систему (11) с фиктивным управлением [21]. Введем вектор фиктивного управления \mathbf{u}_Φ , $|u_{\Phi i}| < h_i$, $i = \overline{1, n}$, элементы которого не содержат нулевых компонент, т. е. все уравнения движения содержат управляющие воздействия. Система (11) в векторной форме имеет следующий вид:

$$\mathbf{A}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{S}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) + \mathbf{u}_\Phi, \quad (13)$$

$$\text{где } S_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \sum_{k,v=1}^n \left(\frac{\partial \alpha_{ik}}{\partial q_v} \dot{q}_k \dot{q}_v - \frac{1}{2} \frac{\partial \alpha_{ik}}{\partial q_i} \dot{q}_k \dot{q}_v \right), \quad i = \overline{1, n}.$$

Система (13) допускает представление в виде

$$\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{S}^*(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{Q}^*(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) + \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{u}_\Phi, \quad (14)$$

где $\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{q})$ – матрица, обратная $\mathbf{A}(\mathbf{q})$; $\mathbf{S}^*(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{S}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$; $\mathbf{Q}^*(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$.

Фиктивное управление в соответствии с принципом декомпозиции [20] имеет вид

$$u_{\Phi k} = -h_k \operatorname{sign} \left[\sum_{s=1}^n \alpha_{sk}^{-1}(\mathbf{q})(\dot{q}_s - v_s(t)) \right], \quad k = \overline{1, n}. \quad (15)$$

где функции v_i определяются начальным и конечным состоянием системы (1) и принадлежат множеству V , $V = \{v_i(t) : |v_i(t)| \leq \alpha_i, |\dot{v}_i(t)| \leq \beta_i, i = \overline{1, n}\}$, существование величин α_i, β_i гарантируется известной теоремой [12].

Тогда действительное управление u имеет ненулевые компоненты

$$u_i = -h_i \operatorname{sign} \left[\sum_{s=1}^n \alpha_{si}^{-1}(\mathbf{q})(\dot{q}_s - v_s(t)) \right] \quad (16)$$

при $i = \overline{1, m}$ и нулевые при $i = \overline{m+1, n}$ в замкнутой системе управления (1)

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n \alpha_{ik}(\mathbf{q})\dot{q}_i + \sum_{k,i=1}^n \left(\frac{\partial \alpha_{ik}}{\partial q_v} \dot{q}_k \dot{q}_v - \frac{1}{2} \frac{\partial \alpha_{ik}}{\partial q_i} \dot{q}_k \dot{q}_v \right) = \\ = Q_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) + u_i. \end{aligned} \quad (17)$$

Для системы (17) при переводе из начального состояния $t = t_0$, $\mathbf{q}(t_0)$, $\dot{\mathbf{q}}(t_0)$ в допустимое $t = t_1$, $\mathbf{q}(t_1)$, $\dot{\mathbf{q}}(t_1)$, функции $v_i = ((\dot{q}_i - \dot{q}_i(t_1)) + \lambda_i(q_i - q_i(t_1)))$, $\lambda_i > 0$, $i = \overline{1, n}$ [12].

В случае, когда требуется обеспечить движение системы по заданной программе, $q_i = \varphi_i(t)$, $i = \overline{1, n}$, то $v_i = (\dot{q}_i - \dot{\varphi}_i(t)) + \lambda_i(q_i - \varphi_i(t))$, $\lambda_i > 0$, условие $v \in V$ сводится к условиям устойчивости движения, а управления имеют вид

$$u_i = -h_i \operatorname{sign} \left[\sum_{s=1}^n \left(\alpha_{si}^{-1}(\mathbf{q})(\dot{q}_s - \dot{\varphi}_s(t)) + \lambda_s(q_s - \varphi_s(t)) \right) \right] \quad (18)$$

при $i = \overline{1, m}$ и нулевые при $i = \overline{m+1, n}$ [12].

Поверхность переключения определяется функциями v_i в совокупности с коэффициентами α_{si}^{-1} и может быть выбрана исходя из требований к качеству управляемого процесса (4).

При необходимости обеспечить условие минимума целевого функционала (4) для каждой степени свободы в режиме декомпозиции с использованием результатов [16] при $\varphi_s(t) = 0$ и $F(\mathbf{q}) = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^n q_s^2$, кривую переключения можно скорректировать. В результате она имеет структуру [17]

$$\Psi_s(q_s, \dot{q}_s) = \left[\alpha_{1s} q_s + \alpha_{2s} \frac{|\dot{q}_s| \dot{q}_s}{|q_s| + \alpha_{3s}} \right], \quad s = \overline{1, n} \quad (19)$$

и реализует закон квазиоптимального управления, $\alpha_{1s}, \alpha_{2s}, \alpha_{3s}$ – параметры закона управления для каждой степени свободы.

С учетом (18), (19) получим структуру управляемой по критерию (4) квазиоптимальной системы

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) + u_i; \\ u_i = -h_i \operatorname{sign} \left[\sum_{s=1}^n \alpha_{si}^{-1}(\mathbf{q}) \Psi_s(q_s, \dot{q}_s) \right], \quad i = \overline{1, m}, \\ u_i = 0, \quad i = \overline{m+1, n}. \end{aligned} \quad (20)$$

Зависимость управления в (20) от $\alpha_{si}^{-1}(\mathbf{q})$ является существенной [13], поскольку в противном случае изменение знака $\alpha_{si}^{-1}(\mathbf{q})$ во время движения может привести к дестабилизирующему действию управлений [12].

Таким образом, определена структура управления, выполнение условий (9) и (7) обеспечивает

управляемость системы (20), выбор параметров поверхности переключения $\Psi_s(q_s, \dot{q}_s)$ обеспечивает квазиоптимальное управление системой Лагранжа по критерию (4).

Проведем анализ траекторий системы (20) из произвольного состояния в состояние покоя. Если для полученного квазиоптимального управления выбрать линию переключения таким образом, что знак $\sum_{i=1}^n \alpha_{si}^{-1}(\mathbf{q})\Psi_i(q_i, \dot{q}_i)$, $s = \overline{1, n}$ совпадает со знаком \dot{q}_s , то из теоремы механики о кинетической энергии с учетом превышения ресурсов управляющих сил над ресурсом внешних сил следует [12]

$$\dot{T} = \sum_{s=1}^n \dot{q}_s \left(Q_s - h_s \text{sign} \left[\sum_{i=1}^n \alpha_{si}^{-1}(\mathbf{q})\Psi_i(q_i, \dot{q}_i) \right] \right) \leq -2\delta\sqrt{T}, \delta > 0.$$

Это значит, что из любого положения система (20) за конечное время переходит в состояние покоя [11] при обеспечении минимума расширенного функционала, который построен на базе аддитивной свертки критерия (4) и интеграла действия.

Для анализа эффективности полученного решения задачи синтеза проведем численное моделирование для системы с дефицитом управляющих воздействий в неустойчивом положении.

Анализ эффективности предложенного метода при управлении перевернутым маятником на основе численного моделирования

Для демонстрации эффективности предложенного метода управления используем модель перевернутого маятника, который является упрощенным вариантом моделей беспилотных летательных аппаратов, манипуляторов, антенных систем, опор и конструкций при анализе их устойчивости.

Рассмотрим нелинейную модель обратного маятника на тележке в обобщенных координатах $\mathbf{q} = [s, \varphi]^T$, где s — горизонтальное перемещение и φ — угол отклонения обратного маятника. Уравнения Лагранжа 2-го рода с учетом трения, предположения о малой массе маятника в сравнении с массой тележки $m_p \ll M$ и пренебрежения горизонтальной силой реакции оси маятника имеют вид [22]

$$\begin{cases} \ddot{s} = \frac{\mu - k_s \dot{s}}{M}; \\ \ddot{\varphi} = \frac{g}{L'} \sin \varphi - \ddot{s} \frac{1}{L'} \cos \varphi, \end{cases} \quad (21)$$

где μ — сила ограниченной интенсивности, воздействующая на тележку; k_s — коэффициент трения; g — гравитационное ускорение;

$$L' = \frac{I + m_p l^2}{m_p l}, \quad I - \text{момент инерции, } l - \text{расстояние}$$

яние между осью маятника и центром тяжести.

Ставится задача синтеза управления системой (21). В соответствии с целью управления необходимо обеспечить стабилизацию верхнего неустойчивого положения равновесия при минимуме критерия эффективности

$$J = \int_0^T F(\mathbf{q}) dt = \int_0^T \frac{1}{2} (s^2 + \varphi^2) dt \rightarrow \min. \quad (22)$$

Проведем преобразования, необходимые для процедуры синтеза управления в соответствии с разработанным методом.

Запишем систему (21) в виде

$$\begin{cases} \ddot{s} = u; \\ \ddot{\varphi} = \frac{g}{L'} \sin \varphi - \frac{1}{L'} \cos \varphi \cdot u, \end{cases} \quad (23)$$

где $u = \frac{\mu - k_s \dot{s}}{M}$, ограничение силы воздействия на тележку $|u| \leq h$.

Представим систему (23) с использованием фиктивных управлений $u_s(s, \dot{s})$ и $u_\varphi(\varphi, \dot{\varphi})$ в следующем виде:

$$\begin{cases} \ddot{s} = b_s u_s; \\ \ddot{\varphi} = Q_\varphi(\varphi) - b_\varphi u_\varphi, \end{cases} \quad (24)$$

где $b_s = 1$; $b_\varphi = \frac{1}{L'} \cos \varphi$; $Q_\varphi(\varphi) = \frac{g}{L'} \sin \varphi$.

Тогда структура системы управления в соответствии с предложенным методом имеет вид [16]

$$\begin{cases} \ddot{s} = -h \text{sign}(b_s \Psi_s + b_\varphi \Psi_\varphi); \\ \ddot{\varphi} = \frac{g}{L'} \sin \varphi + \frac{1}{L'} \cos \varphi \left[h \text{sign}(b_s \Psi_s + b_\varphi \Psi_\varphi) \right], \end{cases} \quad (25)$$

где

$$\Psi_s(s, \dot{s}) = \left[\alpha_{s1} s + \alpha_{s2} \frac{|\dot{s}| \dot{s}}{|\dot{s}| + \alpha_{s3}} \right];$$

$$\Psi_\varphi(\varphi, \dot{\varphi}) = \left[\alpha_{\varphi1} \varphi + \alpha_{\varphi2} \frac{|\dot{\varphi}| \dot{\varphi}}{|\dot{\varphi}| + \alpha_{\varphi3}} \right],$$

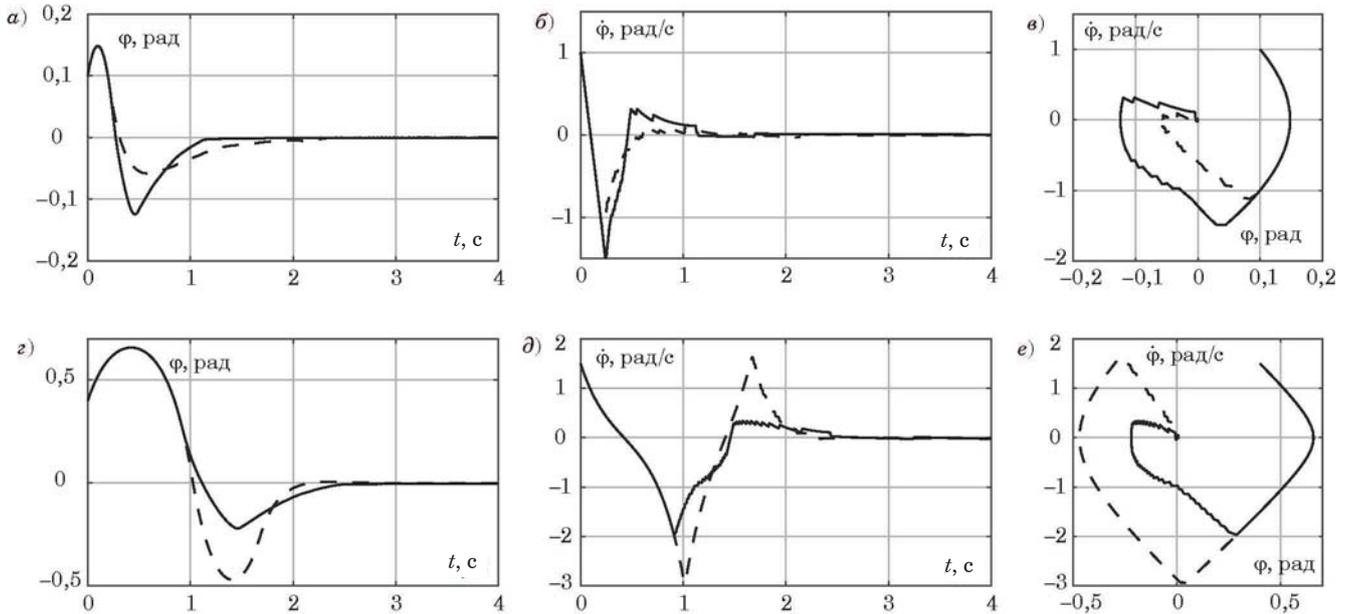
$\alpha_{s1}, \alpha_{s2}, \alpha_{s3}, \alpha_{\varphi1}, \alpha_{\varphi2}, \alpha_{\varphi3}$ — параметры управления.

Численное моделирование проведем с использованием параметров [23] $h = 10 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$, $L' = 0,842 \text{ м}$, $m_p = 0,1 \text{ кг}$, $M = 1 \text{ кг}$, $I = 0,013 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$,

$k_s = 1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$. Процесс стабилизации маятника будем считать завершенным при достижении области $|\varphi| \leq 0,01 \text{ рад}$, $|\dot{\varphi}| \leq 0,01 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$.

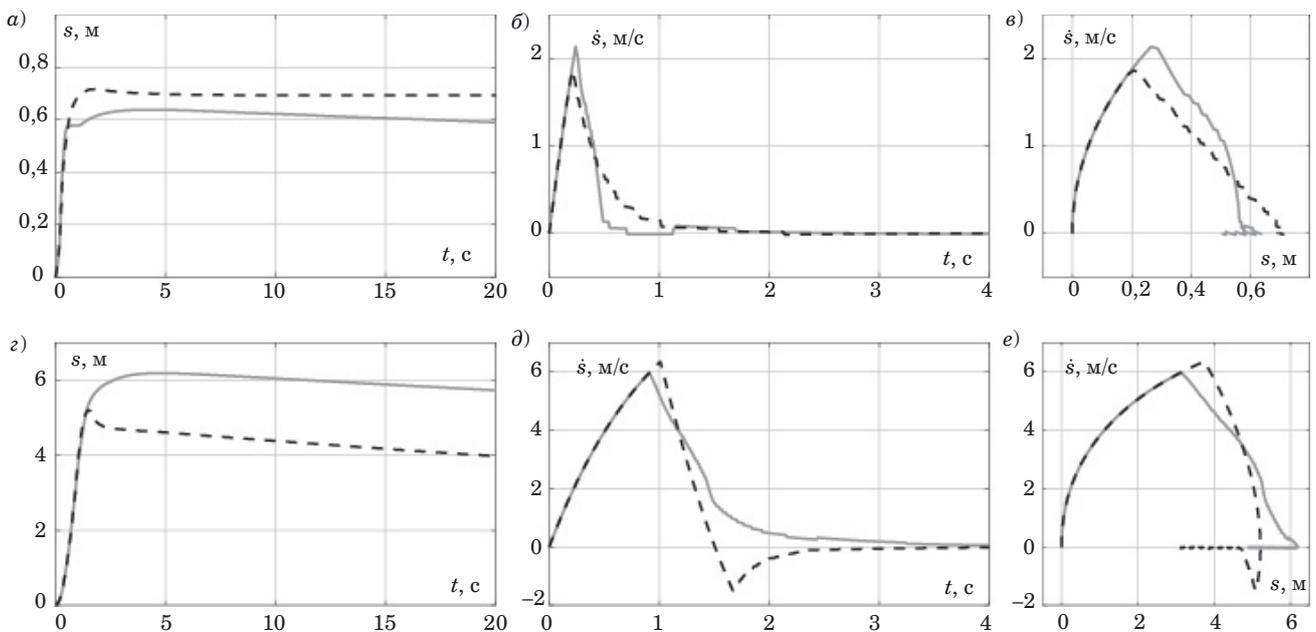
Проведено моделирование при начальных условиях $s_0 = 0 \text{ м}$, $\dot{s}_0 = 0 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ и различных ва-

риантах отклонения маятника: 1) $\varphi_0 = 0,1 \text{ рад}$, $\dot{\varphi}_0 = 1 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$; 2) $\varphi_0 = 0,4 \text{ рад}$, $\dot{\varphi}_0 = 1,5 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$; с параметрами управления (25) $\alpha_{s1} = 0,09$, $\alpha_{s2} = 46$, $\alpha_{s3} = 0,2$, $\alpha_{\varphi1} = 140,7$, $\alpha_{\varphi2} = 92,7$, $\alpha_{\varphi3} = 0,5$. Для анализа эффективности разработанного нели-



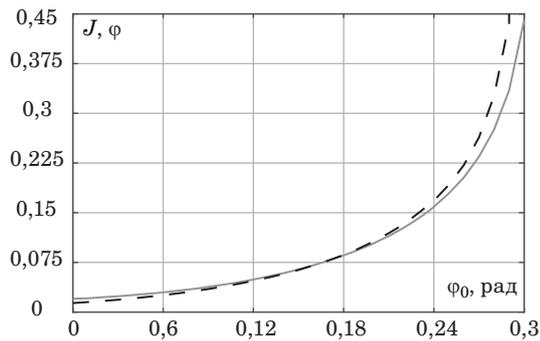
■ **Рис. 1.** Переходные процессы маятника: *a, б* – режим 1; *з, д* – режим 2 и фазовая траектория управляемой системы; *е* – режим 1; *е* – режим 2: сплошная линия – закон (25), пунктирная – закон (26)

■ **Fig. 1.** Transient processes of the pendulum: *a, б* – mode 1; *з, д* – mode 2 and the phase trajectory of the controlled system; *е* – mode 1; *е* – mode 2: solid line – law (25), dotted line – law (26)



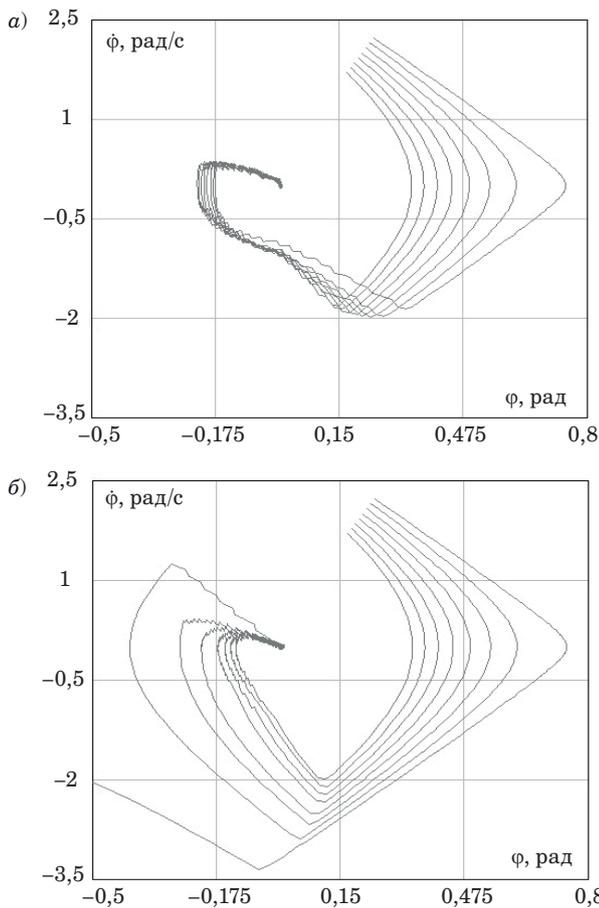
■ **Рис. 2.** Переходные процессы тележки: *a, б* – режим 1; *з, д* – режим 2 и фазовая траектория управляемой системы; *е* – режим 1; *е* – режим 2: сплошная линия – закон (25), пунктирная – закон (26)

■ **Fig. 2.** Transient processes of the trolley: *a, б* – mode 1; *з, д* – mode 2 and the phase trajectory of the controlled system; *е* – mode 1; *е* – mode 2: solid line – law (25), dotted line – law (26)



■ **Рис. 3.** Зависимость качества переходного процесса по квадратичному показателю от начального отклонения маятника при $\dot{\varphi}_0 = 2$ рад/с: сплошная линия — закон (25), пунктирная — закон (26)

■ **Fig. 3.** Quality dependence of transient process by quadratic criterion on the initial deviation of the pendulum at $\dot{\varphi}_0 = 2$ rad/s: solid line — law (25), dotted line — law (26)



■ **Рис. 4.** Фазовый портрет: а — закон (25); б — закон (26)

■ **Fig. 4.** Phase portrait: а — law (25); б — law (26)

нейного закона управления проведем сравнение результатов моделирования с управлением, полученным на основе принципа декомпозиции [12] в соответствии с (18):

$$u_{\text{pyat}} = -h \text{sign} \left(b_s [\lambda_{s1}s + \lambda_{s2}\dot{s}] + b_\varphi [\lambda_{\varphi1}\varphi + \lambda_{\varphi2}\dot{\varphi}] \right), \quad (26)$$

где $\lambda_{s1} = 0,23$, $\lambda_{s2} = 14$, $\lambda_{\varphi1} = 100$, $\lambda_{\varphi2} = 27$.

Установлено, что в режиме 1) управление (26) обеспечивает лучшее качество переходного процесса в сравнении с (25) по квадратичному показателю (22). При увеличении начального отклонения угла маятника квадратичный показатель качества для управления (25) становится лучше, чем (26). В режиме 2) происходит потеря устойчивости системы под управлением (26), а разработанное управление (25) обеспечивает нормальное функционирование. Результаты численного моделирования представлены на рис. 1–3.

Проведено моделирование в диапазоне $\varphi_0 = [0,17; 0,24]$ рад, $\dot{\varphi}_0 = [1,7; 2,225]$ рад·с⁻¹ с интервалами $\Delta\varphi_0 = 0,01$ рад, $\Delta\dot{\varphi}_0 = 0,075$ рад·с⁻¹. По результатам моделирования построены фазовые портреты (рис. 4).

Применение предлагаемого метода позволяет увеличить область устойчивости на 10 % и повысить качество функционирования нелинейной динамической системы с дефицитом управляющих воздействий по квадратичному критерию в режиме больших отклонений в среднем на 20–25 % в сравнении с законом, полученным на основе прямого применения принципа декомпозиции.

Заключение

Разработанный метод синтеза квазиоптимальных систем с дефицитом управления на базе редукции задачи Лагранжа позволяет построить решение, обеспечивающее увеличение области устойчивости и качество переходного процесса по квадратичному показателю в сравнении с известными алгоритмами принципа декомпозиции для системы с дефицитом управляющих воздействий в неустойчивом состоянии.

Финансовая поддержка

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-29-00812, <https://rscf.ru/project/23-29-00812/>.

Литература

1. Семенов М. Е., Канищева О. И., Попов М. А. Стабилизация системы связанных обратных маятников вертикальным управлением. *Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии*, 2020, № 1, с. 51–63. doi:10.17308/sait.2020.1/2587
2. Trumić M., Santina C. D., Jovanović K., Fagiolini A. On the stability of the soft pendulum with affine curvature: open-loop, collocated closed-loop, and switching control. *IEEE Control Systems Letters*, 2023, vol. 7, pp. 385–390. doi:10.1109/LCSYS.2022.3187612
3. Zhu G., Lv L., Sun L., Zhang X. Distributed dynamic surface control for a class of quadrotor UAVs with input saturation and external disturbance. *Drones*, 2024, vol. 8, iss. 3, no. 77. doi:10.3390/drones8030077. <https://www.mdpi.com/2504-446X/8/3/77> (дата обращения: 22.03.2024).
4. Chodnicki M., Stecz W., Giernacki W., Stępień S. Coupled PID-SDRE controller of a quadrotor: Positioning and stabilization of UAV Flight. *Proc. of the 19th Intern. Conf. on Informatics in Control, Automation and Robotics – ICINCO*, Lisbon, Portugal, 14–16 July 2022. SciTePress, 2022, pp. 524–530. doi:10.5220/0011335600003271
5. Иванов М. Е., Езерский В. В. Применение нечеткого регулятора для устранения флуктуаций переходного процесса возмущенной системы автоматического управления углом тангажа летательного аппарата. *Информационно-управляющие системы*, 2023, № 3, с. 51–58. doi:10.31799/1684-8853-2023-3-51-58, EDN: DACXFO
6. Матюхин В. И. Многорежимные законы управления движением твердого тела. *Известия Российской академии наук. Механика твердого тела*, 2012, № 4, с. 21–31.
7. Aminurrashid N., Ariffanan B., Zaharuddin M., Izzuddin M. L. Adaptive PID controller using sliding mode control approaches for Quadrotor UAV attitude and position stabilization. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 2020, vol. 46, pp. 963–981. doi:10.1007/s13369-020-04742-w
8. Waszak M., Langowski R. An automatic self-tuning control system design for an inverted pendulum. *IEEE Access*, 2020, vol. 8, pp. 26726–26738. doi:10.1109/ACCESS.2020.2971788
9. El-Sousy F. F. M., Alattas K. A., Mofid O., Mubayen S., Fekih A. Robust adaptive super-twisting sliding mode stability control of underactuated rotational inverted pendulum with experimental validation. *IEEE Access*, 2022, vol. 10, pp. 100857–100866. doi:10.1109/ACCESS.2022.3208412
10. Le H. D., Nestorović T. A Novel hierarchical recursive nonsingular terminal sliding mode control for inverted pendulum. *Actuators*, 2023, vol. 12, pp. 462. doi:10.3390/act12120462
11. Waheed F., Yousufzai I. K., Valášek M. A TV-MPC methodology for uncertain under-actuated systems: A rotary inverted pendulum case study. *IEEE Access*, 2023, vol. 11, pp. 103636–103649. doi:10.1109/ACCESS.2023.3318108
12. Пятницкий Е. С. Принцип декомпозиции в управлении механическими системами. *Доклады Академии наук СССР*, 1988, т. 300, № 2, с. 300–303.
13. Пятницкий Е. С. Синтез иерархических систем управления механическими и электромеханическими объектами на принципе декомпозиции. I. *Автоматика и телемеханика*, 1989, т. 50, № 1, с. 87–99.
14. Пятницкий Е. С. Управляемость классов лагранжевых систем с ограниченными управлениями. *Автоматика и телемеханика*, 1996, т. 57, № 12, с. 29–37.
15. Костоглотов А. А. Объединенный принцип Понтрягина – Гамильтона – Остроградского. *Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Естественные науки*, 2007, № 6(142), с. 13–17.
16. Костоглотов А. А., Лазаренко С. В. Метод квазиоптимального синтеза законов управления на основе редукции задачи Лагранжа к изопериметрической задаче с использованием асинхронного варьирования. *Известия Российской академии наук. Теория и системы управления*, 2021, т. 6, № 6, с. 3–12. doi:10.31857/S0002338821060111
17. Зехцер В. О., Костоглотов А. А. Синтез квазиоптимальных законов управления на основе принципа декомпозиции и редукции задачи Лагранжа к изопериметрической в условиях неопределенности. *Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Естественные науки*, 2023, № 3(219), с. 13–22. doi:10.18522/1026-2237-2023-3-13-22
18. Kostoglotov A. A., Lazarenko S. V., Pugachev I. V. Method of synthesis of multi-mode control under the expected uncertainty using the analysis of the phase-space decomposition on the basis of the generalized power maximum condition. *AIP Conf. Proc.: Proc. of XV Intern. Scientific-Technical Conf. "Dynamics of technical systems" (DTS-2019)*, Rostov-on-Don, 11–13 September 2019. Rostov-on-Don, AIP Publ., 2019, vol. 2188, pp. 030005. doi:10.1063/1.5138398
19. Черноусько Ф. Л., Ананьевский И. М., Решмин С. А. *Методы управления нелинейными механическими системами*. М., Физматлит, 2006. 328 с.
20. Пятницкий Е. С. Синтез иерархических систем управления механическими и электромеханическими объектами на принципе декомпозиции. II. *Автоматика и телемеханика*, 1989, т. 50, № 2, с. 57–71.
21. Антипов А. С., Краснова С. А. Блочный синтез системы слежения для двухроторной электромеханической системы при ограничениях на переменные состояния. *Прикладная математика и меха-*

ника, 2021, т. 85, № 1, с. 3–20. doi:10.31857/S0032823521010021, EDN: NPCELR

22. Колесников А. А. Метод синергетического синтеза системы управления колебаниями «переверну-

того маятника на подвижной тележке». *Известия ЮФУ. Технические науки*, 2011, № 6(119), с. 110–117.

23. Kwakernaak H., Sivan R. *Linear Optimal Control Systems*. New York, Wiley Interscience, 1972. 575 p.

UDC 517.977.1, 62-50

doi:10.31799/1684-8853-2024-4-40-49

EDN: RJAFOE

Synthesis method of quasi-optimal underactuated systems based on the reduction of Lagrange problem

A. A. Kostoglotov^a, Dr. Sc., Tech., Professor, orcid.org/0000-0003-4006-2436, kostoglotov@me.com

V. O. Zekhtser^a, Junior Researcher, orcid.org/0000-0001-7307-8325

^aRostov State Transport University, 2, Rostovskogo Strelkovogo Polka Narodnogo Opolchenia Sq., 344079, Rostov-on-Don, Russian Federation

Introduction: The relevance of improving methods for synthesizing underactuated systems is justified by the fact that those are widely used in unmanned aerial vehicles, robotic manipulators and other devices that have operating modes, when the system becomes limited in controllability. It is known that linear control laws are not efficient enough in this case, which determines the need for a synthesis procedure in the original nonlinear formulation. **Purpose:** To develop a synthesis method that provides an increase in efficiency of control processes and expansion of stability range of nonlinear dynamic system in comparison with the traditional method of decomposition principle. **Methods:** The decomposition principle, combined with the reduction of Lagrange optimization problem to an isoperimetric one, makes it possible to carry out a synthesis procedure using fictitious controls and taking into account the correction of the switching surface. **Results:** We determine the structure of a quasi-optimal control system based on the decomposition principle and reduction of Lagrange problem. The choice of switching surface parameters makes it possible to achieve a minimum quadratic quality criterion. To analyze the effectiveness of proposed method, we carry out a control synthesis of a nonlinear underactuated system in unstable equilibrium position. Using numerical modeling we have found that the obtained solution makes it possible to increase the stability area by 10% and improve the quality of functioning according to the quadratic criterion in the mode of large deviations by an average of 20–25% in comparison with the law obtained on the basis of the direct application of the decomposition principle. **Practical relevance:** Due to the originality of the proposed synthesis procedure, the functioning efficiency of underactuated system has been increased, which is of practical interest for solving problems of designing controllers.

Keywords – quasi-optimal control law, underactuated dynamic system, multidimensional non-stationary nonlinear dynamic system, switching surface, inverted pendulum mounted on a trolley.

For citation: Kostoglotov A. A., Zekhtser V. O. Synthesis method of quasi-optimal underactuated systems based on the reduction of Lagrange problem. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2024, no. 4, pp. 40–49 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2024-4-40-49, EDN: RJAFOE

Financial support

The study was supported by the Russian Science Foundation grant No. 23-29-00812, <https://rscf.ru/project/23-29-00812/>.

References

1. Semenov M. E., Kanishcheva O. I., Popov M. A. Stabilization of a coupled inverted pendulums system via vertical forces. *Proceedings of Voronezh State University. Series: Systems Analysis and Information Technologies*, 2020, no. 1, pp. 51–63 (In Russian). doi:10.17308/sait.2020.1/2587
2. Trumić M., Santina C. D., Jovanović K., Fagiolini A. On the stability of the soft pendulum with affine curvature: open-loop, collocated closed-loop, and switching control. *IEEE Control Systems Letters*, 2023, vol. 7, pp. 385–390. doi:10.1109/LCSYS.2022.3187612
3. Zhu G., Lv L., Sun L., Zhang X. Distributed dynamic surface control for a class of quadrotor UAVs with input saturation and external disturbance. *Drones*, 2024, vol. 8, iss. 3, no. 77. doi:10.3390/drones8030077. Available at: <https://www.mdpi.com/2504-446X/8/3/77> (accessed 22 March 2024).
4. Chodnicki M., Stecz W., Giernacki W., Stępień S. Coupled PID-SDRE controller of a quadrotor: Positioning and stabilization of UAV Flight. *Proc. of the 19th Intern. Conf. on Informatics in Control, Automation and Robotics – ICINCO*, Lisbon, Portugal, 14–16 July 2022. SciTePress, 2022, pp. 524–530. doi:10.5220/0011335600003271
5. Ivanov M. E., Yezerkiy V. V. The use of the intelligent fuzzy controller for the elimination of fluctuations in the transient process of the perturbed automatic pitch angle control system of an aircraft. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2023, no. 3, pp. 51–58 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2023-3-51-58, EDN: DAXFO
6. Matyukhin V. I. Multimode laws of control of rigid body motions. *Mechanics of Solids*, 2012, vol. 47, no. 4, pp. 390–399. doi:10.3103/S0025654412040048
7. Aminurrashid N., Ariffanan B., Zaharuddin M., Izzuddin M. L. Adaptive PID controller using sliding mode control approaches for quadrotor UAV attitude and position stabilization. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 2020, vol. 46, pp. 963–981. doi:10.1007/s13369-020-04742-w
8. Waszak M., Langowski R. An automatic self-tuning control system design for an inverted pendulum. *IEEE Access*, 2020, vol. 8, pp. 26726–26738. doi:10.1109/ACCESS.2020.2971788
9. El-Sousy F. F. M., Alattas K. A., Mofid O., Mobayen S., Fekih A. Robust adaptive super-twisting sliding mode stability control of underactuated rotational inverted pendulum with experimental validation. *IEEE Access*, 2022, vol. 10, pp. 100857–100866. doi:10.1109/ACCESS.2022.3208412
10. Le H. D., Nestorović T. A Novel hierarchical recursive nonsingular terminal sliding mode control for inverted pendulum. *Actuators*, 2023, vol. 12, pp. 462. doi:10.3390/act12120462
11. Waheed F., Yousufzai I. K., Valášek M. A TV-MPC methodology for uncertain under-actuated systems: A rotary inverted pendulum case study. *IEEE Access*, 2023, vol. 11, pp. 103636–103649. doi:10.1109/ACCESS.2023.3318108
12. Pyatnitskii E. S. Decomposition principle in mechanical control systems. *Soviet Mathematics. Doklady*, 1988, vol. 33, no. 5, pp. 345–346.

13. Pyatnitskii E. S. Synthesis of hierarchical control systems for mechanical and electromechanical objects based on the principle of decomposition. I. *Automation and Remote Control*, 1989, vol. 50, no. 1, pp. 64–73.
14. Pyatnitskii E. S. Controllability of classes of Lagrange systems with bounded controls. *Automation and Remote Control*, 1996, vol. 57, no. 12, pp. 1713–1719.
15. Kostoglotov A. A. The combined Pontryagin – Hamilton – Ostrogradsky principle. *Bulletin of Higher Education Institutes. North Caucasus Region. Natural Sciences*, 2007, no. 6(142), pp. 13–17 (In Russian).
16. Kostoglotov A. A., Lazarenko S. V. Method of quasi-optimal synthesis of control laws based on the reduction of the Lagrange problem to the isoperimetric problem using asynchronous variation. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2021, vol. 60, no. 6, pp. 843–852. doi:10.1134/S1064230721060113
17. Zekhtser V. O., Kostoglotov A. A. Synthesis of quasi-optimal control laws based on the principle of decomposition and reduction of the Lagrange problem to an isoperimetric one under uncertainty. *Bulletin of Higher Education Institutes. North Caucasus Region. Natural Sciences*, 2023, no. 3(219), pp. 13–22 (In Russian). doi:10.18522/1026-2237-2023-3-13-22
18. Kostoglotov A. A., Lazarenko S. V., Pugachev I. V. Method of synthesis of multi-mode control under the expected uncertainty using the analysis of the phase-space decomposition on the basis of the generalized power maximum condition. *AIP Conf. Proc.: Proc. of XV Intern. Scientific-Technical Conference “Dynamics of technical systems” (DTS-2019)*. Rostov-on-Don, 2019, vol. 2188, pp. 030005. doi:10.1063/1.5138398
19. Chernousko F. L., Ananievski I. M., Reshmin S. A. *Metody upravleniya nelinejnymi mekhanicheskimi sistemami* [Methods of control of nonlinear mechanical systems]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2006. 328 p. (In Russian).
20. Pyatnitskii E. S. Synthesis of hierarchical control systems for mechanical and electromechanical objects based on the principle of decomposition. II. *Automation and Remote Control*, 1989, vol. 50, no. 2, pp. 175–186.
21. Antipov A. S., Krasnova S. A. The block design of tracking system for twin-rotor electromechanical system with restrictions on state variables. *Prikladnaya matematika i mekhanika*, 2021, vol. 85, no. 1, pp. 3–20 (In Russian). doi:10.31857/S0032823521010021, EDN: NPCELR
22. Kolesnikov A. A. Method of synergetics synthesis of inverted pendulum on mobile cart oscillation control system. *Izvestiya SFEDU. Engineering Sciences*, 2011, no. 6(119), pp. 110–117 (In Russian).
23. Kwakernaak H., Sivan R. *Linear Optimal Control Systems*. New York, Wiley Interscience, 1972. 575 p.

ПАМЯТКА ДЛЯ АВТОРОВ

Поступающие в редакцию статьи проходят обязательное рецензирование.

При наличии положительной рецензии статья рассматривается редакционной коллегией. Принятая в печать статья направляется автору для согласования редакторских правок. После согласования автор представляет в редакцию окончательный вариант текста статьи.

Процедуры согласования текста статьи могут осуществляться как непосредственно в редакции, так и по e-mail (ius.spb@gmail.com).

При отклонении статьи редакция представляет автору мотивированное заключение и рецензию, при необходимости доработать статью – рецензию.

Редакция журнала напоминает, что ответственность за достоверность и точность рекламных материалов несут рекламодатели.