



Модель системы стабилизации стохастического биоинженерного объекта на множестве целевых состояний и синергетической теории управления

С. И. Колесникова^а, доктор техн. наук, профессор, orcid.org/0000-0001-7158-2747, skolesnikova@yandex.ru

А. А. Фоменкова^а, канд. техн. наук, доцент, orcid.org/0000-0002-5570-6743

^аСанкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Б. Морская ул., 67, Санкт-Петербург, 190000, РФ

Введение: разработка систем управления биотехническими объектами, характеризующимися плохой формализуемостью моделей и большим числом неконтролируемых параметров, является одной из актуальных задач современной биоинженерии. Недавно разработанные методы аналитического конструирования нелинейных регуляторов, апробированные на технических объектах, являются робастными по отношению к неопределенностям и возмущениям. Построение алгоритмов стабилизации биосистем на основе опорных синергетических регуляторов представляет вполне определенный практический интерес для повышения надежности и увеличения времени функционирования биотехнических объектов с требуемым качеством. **Цель:** разработать модель множественного управления и реализующую ее алгоритмы достижения и стабилизации заданных целевых свойств биотехнического объекта управления. **Методы:** используется новый метод стохастического синергетического управления. **Результаты:** предложены два алгоритма конструирования опорных регуляторов для реализации целевых макросостояний, обладающих свойством аттрактивности, и сформулированы их асимптотические свойства. Получены стохастический и на основе интегральной адаптации регуляторы для тестового объекта – анаэробного биореактора, представлены результаты численного моделирования, подтверждающие их робастность. Разработана функциональная модель для автоматизации процесса множественного регулирования и правила переключения регуляторов, апробированные на наборе из скалярного и векторного регуляторов для заданных целевых макросостояний биореактора: выхода биогаза до заданного уровня, обеспечения заданной степени очистки (не менее 90 %) и одновременного достижения указанных целевых требований. Энергосбережение множественного синергетического регулирования по сравнению с отдельным достигло 15–18 % (на тестовом объекте с нормальным стандартным шумом по каналу управления). **Практическая значимость:** физическая интерпретируемость и простота логики аналитического конструирования опорных регуляторов представляют инженерный интерес, а модель множественного управления есть потенциальный инструмент автоматизации функционирования различных биоинженерных систем с мультистабильностью.

Ключевые слова – нелинейный многомерный биоинженерный объект, оценка состояния, целевая макропеременная, макросостояние, инвариант системы, киберфизическая система, система синергетического стохастического управления, множественное управление, правило переключения регуляторов.

Для цитирования: Колесникова С. И., Фоменкова А. А. Модель системы стабилизации стохастического биоинженерного объекта на множестве целевых состояний и синергетической теории управления. *Информационно-управляющие системы*, 2024, № 5, с. 25–40. doi:10.31799/1684-8853-2024-5-25-40, EDN: NJUWOF

For citation: Kolesnikova S. I., Fomenkova A. A. Model of the stabilization system of a stochastic bioengineering object on a set of target states and synergetic control theory. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2024, no. 5, pp. 25–40 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2024-5-25-40, EDN: NJUWOF

Введение

Основным целевым свойством киберфизических систем является их способность к самоорганизованной жизнедеятельности, направленной к устойчивому выполнению основных функций [1–6]. Как известно, свойство устойчивости целевых состояний в объектах управления является основой конструирования надежного и целенаправленного воздействия на них [7–14], в том числе и для систем детерминированного хаоса [11, 15, 16], а также для систем, функционирование которых отягощено возмущениями разного характера и неизбежной неточностью моделей их описания.

В данной статье концепция киберфизической системы используется как основа конструиро-

вания модели стабилизации биоинженерного объекта, суть которой сводится к управляемому «блужданию» между несколькими устойчивыми экспертно формализованными макросостояниями с аттрактивным свойством, технологические показатели которых удовлетворяют практическим требованиям и состоянию объекта управления, квалифицированному как работоспособное.

Термин «макросостояние», введенный для отличия от классически понимаемого динамического состояния, обязан синергетическому принципу, согласно которому управление, обеспечивающее достижение определенной окрестности аттрактивного многообразия, ищется из экстремали — закона изменения макроперемен-

ной, которая доставляет минимум определенному функционалу качества [9, 17].

В основу модели стабилизации функционирования биоинженерного объекта положена синергетическая теория управления (СТУ; synergetic control theory, SCT) [9] как инструмент обеспечения гомеостатического процесса за счет набора нескольких практически приемлемых аналитически сформулированных целевых макросостояний и сопоставленных им аналитически сконструированных опорных регуляторов, обеспечивающих стабилизацию в окрестности одного из них. При этом допускается наличие ограниченных неконтролируемых случайных и (или) систематических возмущений по управляющим переменным. Последнее предположение является естественным: неточность и (или) неопределенность модели отражается на неточности управления.

Развитие СТУ связано как с расширением области применения алгоритмов проектирования технических систем управления (например, энергетических), так и с моделированием биохимических, физических и экологических процессов, в частности, в технических и природных системах [18–25].

Предлагаемая в статье функциональная модель создана для решения основных задач анализа, мониторинга и управления в режиме реального времени макросостояниями биоинженерного объекта с неопределенностью в описании с целью предотвратить практически нежелательные макросостояния. Ее отличительной особенностью является множественность аналитически построенных на принципах СТУ стохастических регуляторов, реализующих соответствующую множественность целевых макросостояний. Основное предназначение такой

системы управления – повысить надежность синтезируемой системы управления по критерию времени безотказной работы с требуемым качеством выполнения основных функций объектом управления.

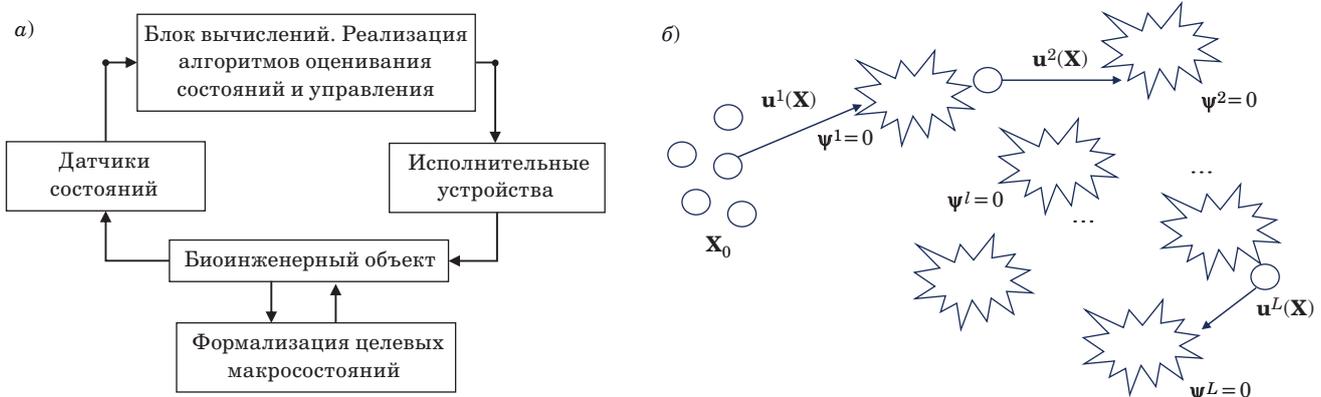
Используемый при этом подход как основа создания технологии достижения и поддержания стабильности сложного объекта (рис. 1, а) не ограничивается спецификой рассмотренных ниже примеров и может быть применен для любого объекта с известным набором пар <устойчивое равновесное макросостояние $\psi(\mathbf{X}(t)) \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$; регулятор, обеспечивающий его достижение $\mathbf{u}(\mathbf{X}) >$ (рис. 1, б).

Отметим, что в работах школы А. А. Колесникова [9] решается задача конструирования управления в пространстве состояний (синтез регулятора) с учетом моделирования возмущения как решения дифференциального уравнения для придания системе управления замкнутости в предположении, что целевое состояние обладает аттрактивным свойством. Однако вопрос случайной неопределенности, актуальный для биофизических объектов, оставался открытым для аналитического синтеза системы управления в пространстве состояний.

В работе [17] представлен алгоритм (и доказаны его свойства) аналитического конструирования стохастического управления на принципах СТУ и выбора стратегий, минимизирующих дисперсию выходной макропеременной как заданной функции от динамического состояния и определяющей целевое макросостояние многомерной системы иммунологии с запаздыванием по нескольким переменным.

В настоящей статье:

1) приведена формализованная постановка задачи дискретного управления системой со слу-



■ **Рис. 1.** Иллюстрация алгоритмизации решения задачи стабилизации стохастического биоинженерного объекта в пространстве целевых макросостояний: а – концептуальная схема киберфизической системы; б – изменение ($\mathbf{u}^l, l = 1, 2, \dots, L$) целевых макросостояний ($\psi^l = 0$ при $t \rightarrow \infty, l = 1, 2, \dots, L$) для увеличения надежности функционирования биоинженерного объекта

■ **Fig. 1.** Illustration of the solution algorithmization to the problem of stabilization of a stochastic bioengineering plant in the space of target macrostates: а – conceptual diagram of a cyber-physical system; б – change ($\mathbf{u}^l, l = 1, 2, \dots, L$) of target macrostates ($\psi^l = 0$ with $t \rightarrow \infty, l = 1, 2, \dots, L$) to increase the reliability of the functioning of a plant controlled

чайным возмущением по каналу управления и дан алгоритм конструирования стохастического множественного СТУ-регулятора для биоинженерного объекта;

2) сделан краткий исторический обзор основных предпосылок, послуживших мотивацией к созданию информационной технологии стабилизации биотехнической системы, плохо поддающейся управлению [19–25];

3) предложена принципиальная функциональная схема модели множественного стабилизирующего управления на базе стратегий СТУ и представлено правило переключения между синергетическими регуляторами.

Особенности управления биоинженерными объектами и мотивация к постановке задачи множественного управления

Предмет и объект рассмотрения имеют отношение к так называемым «неудобным задачам»: в системах, в названии которых присутствует префикс «био», существует огромное число параметров, связей между ними, учесть которые не представляется возможным (и вряд ли целесообразным в силу их многосвязности и большого количества). Это обстоятельство приводит к явлению «немоделируемой динамики» и сопротивлению объекта управления к внешнему целенаправленному воздействию. Характерным является то, что математическое описание таких объектов зачастую включает уравнения вида «хищник-жертва» (например, [26]) со всеми вытекающими отсюда проблемами прогноза поведения объекта в условиях возмущений и синтеза регулятора, «удерживающего» объект управления в окрестности целевого состояния, отражающего технологические требования объекта управления.

Как известно, в динамических режимах хаотических объектов теоретически может возникнуть за конечное время бесконечное число значений переменных, поэтому своевременные прогнозы и оценки состояния для коррекции управляющего воздействия затруднительны, и алгоритмы обеспечения стабилизации неустойчивых биоинженерных объектов, функционирование которых неизбежно сопряжено с неопределенностью, должны учитывать слабую управляемость таких систем. Кроме того, «удержание» объекта в заданной окрестности целевого состояния с флуктуирующими параметрами если и удаётся, то может быть сопряжено с высокими энергозатратами.

Понятия гомеостаза и гомеостатических систем восходит к трудам С. Bernard (К. Бернара),

W. V. Cannon (В. В. Кэннона), Н. А. Бернштейна (гипотеза «повторение без повторений» в биомеханике), к исследованиям П. К. Анохина, к классификации всех систем на детерминистские, стохастические и сложные живые (хаос) согласно W. Weaver (В. Уиверу) и далее к синергетике и ее принципу самоорганизации в гомеостатических системах (см., например, обзоры в [27–30]). Начиная с трудов И. Р. Пригожина в естествознании в целом устойчиво вводится понятие теории сложных эмерджентных биосистем, а проблема гомеостатического регулирования становится основой для науки в целом. Так, установлен важный результат (например, [9, 29]): стационарные режимы отсутствуют не только у природных систем, и особенно у устойчивого поведения являются флуктуации параметров состояния системы в притягивающей окрестности инвариантных макросостояний и траекторий. Сложные биосистемы демонстрируют непрерывное движение вектора состояния в этом пространстве, где хаотически изменяются все статистические характеристики выборки [27–29]. Относительно последнего также важно, что закон больших чисел в переходных процессах не работает [29].

С учетом неполной формализуемости объекта (наличия немоделируемой динамики) и особенностей цифрового регулирования (влияния округления числовых значений на нежелательное отклонение от намеченного поведения) весьма актуальна задача принципиальной стабилизации объекта в некоторой окрестности не одного, а нескольких практически приемлемых макросостояний, обладающих аттрактивным свойством. Естественно возникает задача конструирования системы множественного стабилизирующего управления динамическим объектом в пространстве заданных макросостояний, что дает надежду на повышение времени безотказной (безаварийной) работы («создание надежной схемы из ненадежных элементов» по К. Шеннону). Данный показатель — один из наиболее важных в силу повышенных экологических рисков в случае отказа объекта функционировать на планируемом уровне.

Предполагается, что математическое описание динамического объекта для конструирования СТУ-управления имеет вид

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(\mathbf{X}) + \zeta(t) + \mathbf{u}(t), \mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0, t = t_0 + 1, \dots, (1)$$

где $\mathbf{F}(\mathbf{X})$ — непрерывная вектор-функция, описание которой определяет специфику динамической системы; $\zeta(t)$ — неконтролируемое ограниченное возмущение; $\mathbf{X}_0, \mathbf{X} \in \mathbf{X}^{st} \subset \mathbb{R}^n$ — множество начальных условий и допустимых состояний системы; $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m, m \leq n$ — управление.

Пример. Для анаэробного биореактора со взвешенно-седиментированной биомассой и скалярного управления описание (1) может быть следующим:

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= (S, B_1, P, B_2, G, \theta, Q)^T; \\ \zeta(t) &= (0, 0, 0, 0, 0, \zeta, 0)^T; \\ \mathbf{u}(t) &= (0, 0, 0, 0, 0, u, 0)^T; \\ F_1 &= Q(t)(S_{in}(t) - S(t)) - k_1(\theta)B_1(t) - k_2(\theta)\frac{S(t)B_1(t)}{k_3(\theta) + S(t)}; \\ F_2 &= -Q(t)B_1(t) + k_4(\theta)\frac{S(t)B_1(t)}{k_3(\theta) + S(t)}; \\ F_3 &= -Q(t)P(t) + k_5(\theta)B_1(t) + \\ &+ k_6(\theta)\frac{S(t)B_1(t)}{k_3(\theta) + S(t)} - k_7(\theta)B_2(t) - k_8(\theta)\frac{P(t)B_2(t)}{k_9(\theta) + P(t)}; \\ F_4 &= -Q(t)B_2(t) + k_{10}(\theta)\frac{P(t)B_2(t)}{k_9(\theta) + P(t)}; \\ F_5 &= -G(t) + k_{11}(\theta)\frac{P(t)B_2(t)}{k_9(\theta) + P(t)} - \frac{k_{12}(\theta)}{k_{12}(\theta) + P(t)}; \\ F_6 &= 0; F_7 = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где \mathbf{X} – вектор состояний (концентрации исходного субстрата S , кислотогенной биомассы B_1 , промежуточных продуктов брожения P , метаногенной биомассы B_2 , побочного продукта – метана – G , рабочая температура в биореакторе θ , скорость разбавления среды в биореакторе Q); $k_i(\theta)$, $i = 1, 12$ – кинетические параметры процесса с известным законом изменения $k_i(\theta) = k_{i35^\circ\text{C}} \exp(c_0(\theta - 35^\circ\text{C}))$. Тогда u , ζ – искомый закон регулирования по температуре и неизвестная функция времени соответственно.

Для объекта (2) можно указать несколько макросостояний $\psi(\mathbf{X}(t)) \rightarrow 0$, $\psi(\mathbf{X}(t)) \in \mathbb{R}^m$, стабилизация объекта управления в окрестности которых обеспечит требуемое технологическое состояние управляемого объекта [31]. Приведем формулировки некоторых целевых макропеременных для анаэробного биореактора с описанием (2), полагая единицы измерения условными:

- минимизация содержания летучих жирных кислот, выражаемая как $\psi_2 = P - P_{\min} \rightarrow 0$;
- обеспечение желательной производительности системы по биогазу (метану) [м³/сут] через соотношение $\psi_4 = G - G^* \rightarrow 0$;
- стабилизация нагрузки по органическому веществу (Organic Load Rate, OLR), характеризующая соотношением

$$\begin{aligned} \psi_3 &= OLR_{\max} - \frac{S_{in}}{HRT} \rightarrow 0, \\ OLR &= S_{in}/HRT = S_{in}Q/V, \end{aligned}$$

где HRT – гидравлическое время пребывания стока на очистке в сутки (Hydraulic Retention Time); V – объем биореактора.

Постановка задачи векторного локального СТУ-управления для объекта (2) может быть описана на следующем описании:

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= (S, B_1, P, B_2, G, \theta, Q)^T; \\ \zeta(t) &= (0, 0, 0, 0, 0, \zeta_1, \zeta_2)^T; \\ \mathbf{u}(t) &= (0, 0, 0, 0, 0, u_1, u_2)^T. \end{aligned}$$

В соответствии с векторным управлением (например, по температуре θ и скорости входного потока) возможен аналитический синтез системы управления с векторной макропеременной, например:

$$\begin{aligned} \psi_1(t) &= S(t) + P(t) - S^* \rightarrow 0; \\ \psi_2(t) &= G(t) - G^* \rightarrow 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где знак «*» указывает на заданные экспертом значения. Первое условие в (3) выражает минимизацию на выходе биореактора концентрации загрязнений $S_{out}(t) = S(t) + P(t)$ потока очищенной воды, состоящей из остатков исходного субстрата с концентрацией $S(t)$ и промежуточных продуктов анаэробного брожения с концентрацией $P(t)$ (согласно модели анаэробного брожения ADM1 [32]).

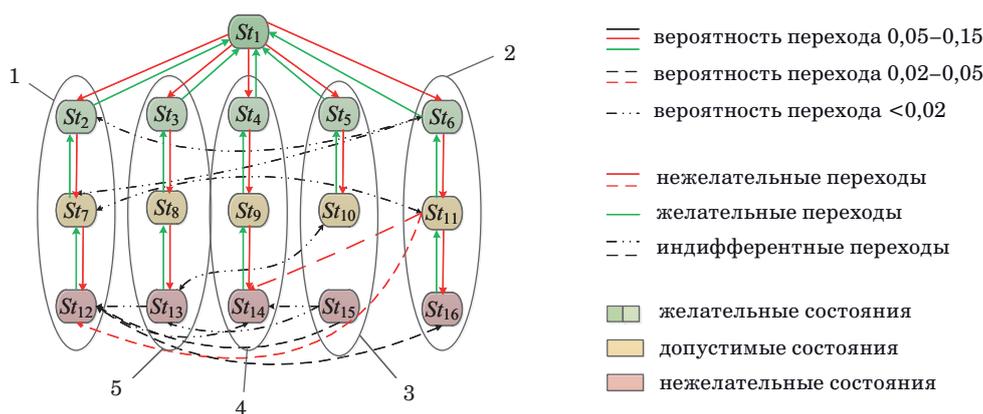
Требования к качеству опорного управления, конструирование которого основано на алгоритме интегральной адаптации как расширении СТУ [33] для объектов, описание которых содержит неконтролируемые возмущения, задаются функционалом качества при $m = 2$:

$$\Phi_C = \int_0^{\infty} \sum_{i=1}^m (\psi_i^2 + \omega_i^2 \dot{\psi}_i^2(t)) dt \rightarrow \min, \quad (4)$$

где индекс « C » указывает на непрерывность описания объекта управления; ω_i , $i = 1, m$ – параметры настройки скорости достижения предельного макросостояния $\psi(\mathbf{X}(t)) \rightarrow 0$, $\psi(\mathbf{X}(t)) \in \mathbb{R}^m$.

Актуальность задачи стабилизации в пространстве практически целесообразных макросостояний объекта вида (2) иллюстрирована рис. 2, где зеленым цветом обозначены целесообразные состояния, формализация и достижение которых могут быть обеспечены СТУ-алгоритмами (см. примеры синтеза регуляторов в приложении).

Из рис. 2 следует, что мотивация к рассмотрению здесь техники стабилизации биоинженерного объекта обусловлена множественностью практически целесообразных макросостояний, дости-



■ **Рис. 2.** Частоты наступления 16 состояний в анаэробном биореакторе и возможные переходы между ними
 ■ **Fig. 2.** Frequencies of occurrence of 16 states in an anaerobic bioreactor and possible transitions between them

жимость которых обеспечена СТУ-алгоритмами, реализующими принцип самоорганизации [9, 34].

Так, состояние St_1 является наиболее предпочтительным при длительной эксплуатации, поскольку характеризуется нормальным развитием анаэробной биомассы без признаков ее деградации; соответствующая ему стационарная точка \mathbf{X}^* со значениями переменных состояния (0,4125; 0,1709; 1,3217; 0,2195; 0,0033) является устойчивой (значения действительной части коэффициентов Ляпунова отрицательны: $\lambda = (-1; -0,0294; -0,0294; -0,0626; -0,0245)$);

Стационарная точка с координатами (0,5476; 0,033; 0,195; 1,3217; 0,094; 0,00064) относится к желательному состоянию St_3 , при этом это состояние является неустойчивым (значения действительной части коэффициентов Ляпунова $\lambda = (-1; -0,0148; -0,0148; 0,0001; -0,0205)$).

Среди 16 состояний выделены группы устойчивых переходов от удовлетворительного состояния к нежелательному (практически недопустимому) по причинам возможных процессов: перегрузки по органике – 1, повышенной нагрузки на биомассу со стороны изменения состава сточной воды – 2, выхода из температурного режима – 3, разрушения клеточных агрегатов биомассы – 4, недостатка питания биомассы – 5 и пр. Различают как желательные, так и нежелательные переходы, при этом те и другие имеют разную частоту наступления событий.

Несмотря на прозрачность логики аналитических алгоритмов конструирования систем управления с заданными свойствами на основе СТУ [9], гарантировать желаемый результат не всегда возможно в силу не только специфичности нелинейных систем, но и возможного приобретения неустойчивых свойств целевой системы за счет неизбежной флуктуации параметров и возмущения, которому подвергаются перемен-

ные биохимических объектов с неустойчивой динамикой.

В этой связи естественно рассмотреть задачу стабилизации в следующей постановке: для составяющих набора

$$\left\{ \left\{ \psi^l(\mathbf{X}) \right\}_{l=1, \overline{N_\psi}}, \left\{ \mathbf{u}^j(\mathbf{X}) \right\}_{j=1, \overline{N_u}}, \left\{ \mathbf{X}(0) \right\} \right\} -$$

практически приемлемых экспертно сформулированных целевых макропеременных, допустимых законов управлений, обеспечивающих достижение целевых макросостояний, и множества допустимых начальных состояний соответственно, сконструировать систему множественного управления для нелинейного динамического объекта с мультистабильностью, обеспечивающую стабилизацию объекта управления в пространстве равновесных состояний с аттрактивным свойством.

Решение задачи конструирования множественного управления на основе стохастического расширения СТУ

Представляемая ниже модель управления биоинженерной системой при наличии нескольких устойчивых состояний (рис. 3) предполагает выполнение условий, аналогичных требованиям при конструировании регуляторов на принципах СТУ [9], реализующей концепцию физической теории управления (по А. А. Красовскому):

1) описание динамики объекта управления в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений (или разностных уравнений);

2) существование устойчивых макросостояний, математическая модель которых известна в форме предельных равенств $\psi(\mathbf{X}(t)) = 0$, где $\psi(\mathbf{X}(t))$ – экспертно определяемая функция

(макропеременная) от состояния объекта управления;

3) существование и ограниченность решений исходной системы уравнений;

4) аттрактивность макросостояний;

5) ограниченность неконтролируемых возмущений по каналам управления.

Существенным расширением основного метода СТУ является его распространение на стохастические объекты [17], т. е. возмущение может носить систематический, случайный или смешанный характер.

Краткие комментарии к отдельным блокам структурной схемы (см. рис. 3), отражающей специфику представленной информационно-функциональной модели стабилизации многомерного, многосвязного объекта с неустойчивыми предельными режимами, заключаются в следующем:

– размерность множества формализованных экспертно задаваемых целевых макропеременных не является жесткой и по мере накопления истории об объекте динамически изменяется;

– априорно полученная на обучении траектория изображающей точки системы стабилизации, целенаправленно «блуждающей» под воздействием опорных регуляторов между различными целевыми макросостояниями, может подчиняться критерию энергосбережения, характерному для СТУ-регулирования, но в реальных условиях фактор стабильности всей системы является приоритетным в силу естественной глобальной цели – увеличения времени безотказной работы;

– система адаптивна и изменяет структуру регулятора в соответствии с глобальным критерием оценки качества управления и в ответ на

факторы характера возмущения и (или) на присутствующую биоинженерным объектам внутреннюю неустойчивость;

– система управляется и стабилизируется в соответствии с принципом направленной самоорганизующейся динамики сложного объекта [9, 17, 33].

В статье не преследуется цель дать полное алгоритмическое описание блоков 1–18 структурной схемы и их взаимосвязей, но важно отметить, что построение данной модели как основы автоматизации поддержания надежного функционирования сложных объектов стало возможным за счет двух СТУ-алгоритмов аналитического конструирования робастных регуляторов для объектов, динамика которых усложнена возмущениями как систематического, так и случайного характера.

Далее следует краткое описание двух основных блоков (см. рис. 3).

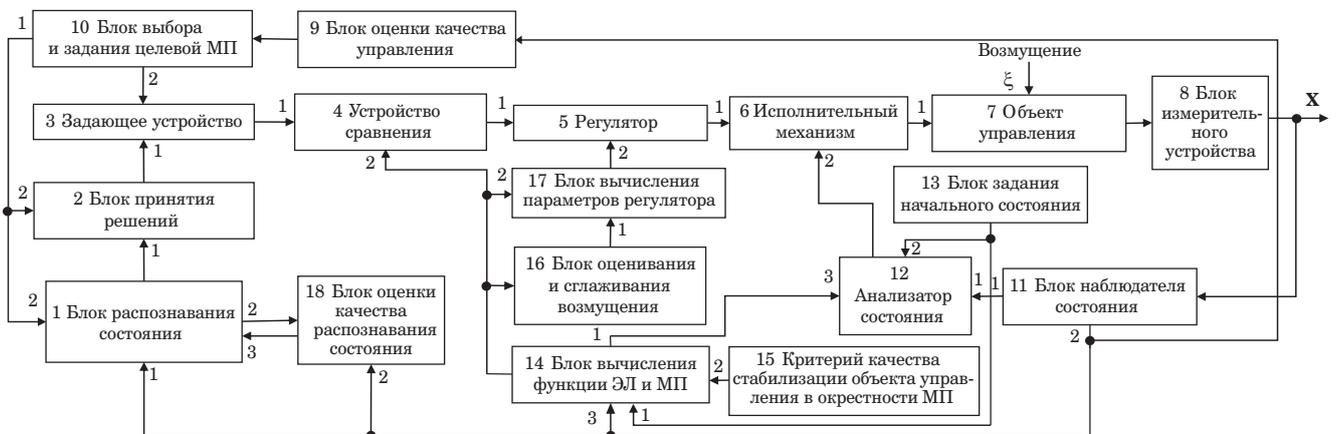
Блок 5 «Регулятор» реализован двумя алгоритмами конструирования СТУ-регуляторов: на основе методов интегральной адаптации [33] и стохастического расширения СТУ [17].

Алгоритм 1 конструирования непрерывного СТУ-управления с учетом неконтролируемого возмущения на основе метода интегральной адаптации

Этап 1. Расширение фазового пространства за счет моделирования возмущения, система (1) дополняется уравнениями вида

$$\dot{z}_l(t) = \eta_l \psi_l(t), \quad \eta_l > 0, \quad l = \overline{1, m},$$

где $z_l(t)$ – аддитивная модель возмущения $\zeta_l(t)$ по l -му каналу управления; $\psi_l(t)$ – l -я компонента



■ **Рис. 3.** Функциональная схема организации достижения и поддержания стабильного состояния биоинженерного объекта в условиях возмущений на множестве целевых макросостояний: *МП* – макропеременная; *ЭЛ* – (функция) Эйлера – Лагранжа

■ **Fig. 3.** Functional diagram of the organization of achieving and maintaining a stable state of a bioengineering object under conditions of disturbances in a set of target macrostates: *MP* – macro variable; *EL* – Euler – Lagrange function

целевой макропеременной $\psi(t)$; m — размерность вектора управления.

Этап 2. Осуществление детерминированного СТУ-синтеза [9] для полученной замкнутой системы с тем лишь различием, что на конечном этапе синтеза достигаемая l -я цель управления будет иметь описание $\psi_l^*(t) = \psi_l(t) + z_l(t) = 0, t \rightarrow \infty$ (см. подробно, например, в [33]).

Пример последовательного применения этапов алгоритма 1 — в приложении.

Утверждение 1. Управление, полученное по методу интегральной адаптации, если существует, обеспечивает асимптотическую устойчивость объекту управления в окрестности $\psi(t) = 0, t \rightarrow \infty$.

Замечание 1. Существование управления обусловлено выполнением требований СТУ-конструирования, характером нелинейностей в математической модели динамического объекта, аттрактивностью многообразия $\psi(t) = 0, t \rightarrow \infty$.

Алгоритм 2 конструирования стохастического дискретного управления на основе СТУ

Обозначим для удобства $\mathbf{Y}[k] := \mathbf{Y}[t_k], t_k = kh, h > 0, k = k_0, k_0 + 1, \dots$, где h — параметр дискретизации времени [например, параметр явной схемы Эйлера, если объект управления задан непрерывным описанием вида (1)].

В качестве СТУ-управления будем понимать последовательность $\{\mathbf{u}[1], \mathbf{u}[2], \dots\}$, где векторная функция $\mathbf{u}[k]: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ определяет закон управления в данный момент $t_k, k \geq k_0$ и приводит объект управления к реализации цели управления $\psi[k] \xrightarrow[k \rightarrow \infty]{} \mathbf{0}, \psi \in \mathbb{R}^m$ посредством решений последовательности вариационных задач $(\Phi_{D,j}, \psi_j^A), j = 1, j_{final}$, отвечающих СТУ-методологии и определяемых функционалами качества $\Phi_{D,j}$ и ограничениями [9] на промежуточные макропеременные ψ_j^A .

Основным методом СТУ [9] является метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов, этим объясняется наличие верхнего индекса «А» у некоторых переменных здесь и ниже. Нижний индекс «D» в обозначении $\Phi_{D,j}$ указывает на дискретный синтез управления.

Основные положения алгоритма синтеза стохастического СТУ-регулятора следующие.

1. Представляем динамику объекта управления в дискретном виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}[k+1] &= \mathbf{H}[k] + \mathbf{u}[k] + \xi[k+1] + c\xi[k], \\ \mathbf{Y}[k_0] &= \mathbf{Y}_0, k = k_0, k_0 + 1, \dots, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\mathbf{Y}[k] = (Y_1[k], \dots, Y_n[k])^T, \mathbf{H}[k] := \mathbf{H}(\mathbf{Y}[k]) \in \mathbb{R}^n, \mathbf{u} \in \mathbb{R}^m, m \leq n$ — векторы состояний, нелиней-

ной функции описания динамики изменения состояний объекта и управления соответственно; $\xi[k] \in \mathbb{R}^l, l \leq m$ — случайные некоррелированные функции;

$$\mathbf{E}\{\xi_i[k]\} = 0, \mathbf{D}\{\xi_i[k]\} = \sigma^2, i = \overline{1, l}, |c| < 1.$$

Формулируем задачу управления в форме СТУ. Для стохастического дискретного объекта критерий качества имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{E}\{\psi[k]\} &= 0, \mathbf{D}\{\psi_j[k+1] + \omega_j \psi_j[k]\} \rightarrow \min, \\ |\omega_j| &< 1, j = \overline{1, m}, k \rightarrow \infty; \\ \mathbf{E}\{\Phi_D\} &= \\ = \mathbf{E}\left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{j=1}^m \left(\alpha_j^2 (\psi_j[k])^2 + (\Delta\psi_j[k])^2 \right) \right\} &\rightarrow \min, \\ \Delta\psi_j[k] &= \psi_j[k] - \psi_j[k-1]. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $\mathbf{E}\{\}, \mathbf{D}\{\}$ — операции математического ожидания и дисперсии соответственно. Постоянные ω_j, α_j есть параметры регулятора, связь между которыми вполне определенная (см., например, в [17]).

2. Ищем структуру детерминированного СТУ-регулятора $\hat{\mathbf{u}}^A[k], k = k_0, k_0 + 1, \dots$, при фиксированном возмущении $\xi[k] \in \mathbb{R}^l, l \leq m$ на основе детерминированного дискретного аналога алгоритма 1. С этой целью планируем поиск закона управления как функции предыдущих состояний и управлений:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}[k] &= \mathbf{U}(\mathbf{Y}[k], \mathbf{Y}[k-1], \dots, \mathbf{Y}[k_0]); \\ \mathbf{u}[k-1], \mathbf{u}[k-2], \dots, \mathbf{u}[k_0] &), k = k_0, k_0 + 1, \dots \end{aligned}$$

3. Применяем операцию условного математического ожидания для управления $\hat{\mathbf{u}}^A[k], k = k_0, k_0 + 1, \dots$ при условии $\xi^k = (\xi[0], \xi[1], \dots, \xi[k])$, где

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{u}}[k] &= \mathbf{E}\{\hat{\mathbf{u}}^A[k] | \xi^k\}, \\ \xi[k] &= (\xi_1[k], \dots, \xi_m[k]), k = k_0, k_0 + 1, \dots \end{aligned}$$

4. Осуществляем декомпозицию исходного описания (5) с учетом полученных СТУ-управлений $\hat{\mathbf{u}}[k], k = k_0, k_0 + 1, \dots$

5. Находим оценку возмущения $\hat{\xi}[k]$ на основе шага 4.

6. Заменяем переменную $\xi[k]$ ее оценкой $\hat{\xi}[k]$ как функцией текущего макросостояния первого уровня иерархии СТУ-синтеза в выражении для полученного в п. 2 управления $\hat{\mathbf{u}}[k] = \mathbf{E}\{\hat{\mathbf{u}}^A[k] | \hat{\xi}^k\} \Rightarrow \mathbf{u}[k]$. Синтез системы стохастического СТУ-управления закончен.

Утверждение 2. Управление, полученное на основе стохастического расширения СТУ-конструирования, если существует, обеспечивает асимптотическую устойчивость в среднем объекту управления в окрестности $E\{\psi[k]\} = 0, k \rightarrow \infty$. При этом дисперсия компонент векторной макропеременной будет минимальна.

Замечание 2. Опорные СТУ-регуляторы, таким образом, могут быть сконструированы на основе представленных выше алгоритмов для объектов с непрерывным и дискретным описанием.

«Блок принятия решений» 2 реализует решение об изменении цели регулирования при одновременном выполнении требований: приемлемые значения радиуса окрестности текущего целевого макросостояния и ограничения на значение управляющего воздействия, формализация которых может быть следующей.

Алгоритм 3 конструирования правила переключений стохастических СТУ-регуляторов

Пусть на текущем этапе выбрана целевая макропеременная $\psi^j(\mathbf{X})$, и достижение соответствующего макросостояния $\psi^j(\mathbf{X}) \rightarrow 0$ реализует закон опорного управления $\mathbf{u}^j = \mathbf{u}^j(\mathbf{X}, \mathbf{X}_0, \alpha, \lambda)$.

1. Задаются значение δ_j радиус-окрестности целевого макросостояния $\psi^j(\mathbf{X}), \mathbf{X} = \mathbf{X}(t), t \geq 0$ и ограничения на управление в его окрестности $|\mathbf{u}^j(\psi^j(\mathbf{X}))| < \gamma_j$:

$$|\psi(\mathbf{X}) - \psi^j(\mathbf{X})| < \delta_j, |\mathbf{u}^j(\mathbf{X})| < \gamma_j. \quad (7)$$

2. Проверяется правило: если в момент наблюдения имеют место неравенства (7), то исходный объект стабилизирован и переключения регулятора не требуется; если хотя бы одно из

данных условий не выполнено, то производятся следующие действия:

а) полагается

$$\mathbf{X}_0 := \mathbf{X}(t), j_0 := \arg \min_{i=1, N_\psi, i \neq j} \left\{ \rho \left(\Omega_{\psi^i(\mathbf{X})}, \psi^j(\mathbf{X}) \right) < w \right\},$$

$$w = \text{const},$$

где $\Omega_{\psi^i(\mathbf{X})}$ – условное обозначение окрестности бассейна аттрактора $\psi^i(\mathbf{X}) \rightarrow 0$; $\rho(A, B)$ – одна из метрик сравнения величин A и B ; w – пороговая величина, определяемая (вместе с величинами δ_j, γ_j) на обучении и имитационном моделировании процессов в биоинженерном объекте управления;

б) осуществляется переключение на управление, отвечающее за реализацию цели $\psi^{j_0}(\mathbf{X}) \rightarrow 0$ с номером j_0 .

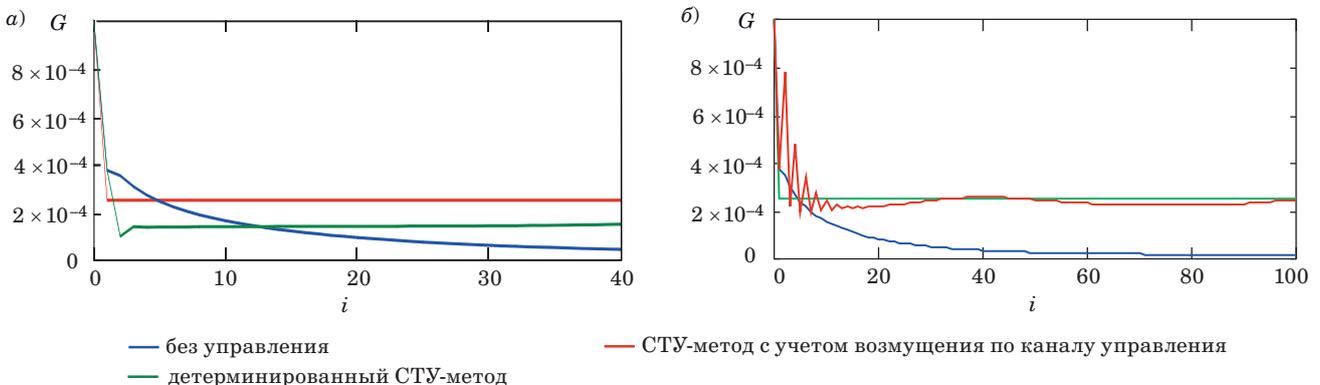
Для конкретной модели биотехнического объекта на обучении создаются правила запрета некоторых переходов и уточняются метрики сходства состояний.

Замечание 3. Для реализации п. а) алгоритма 3 представляется удобным применять подход из [35].

Численное моделирование алгоритма множественного управления и сравнение с одиночным управлением по критерию времени безотказной работы

Рассматривался набор из трех целевых макропеременных и соответствующих законов управления, полученных на основе алгоритмов 1, 2 (рис. 4–6):

– скалярный закон управления-1 по температуре $\theta(t)$, обеспечивающий выход биогаза $G(t)$ до заданного уровня G^* (G^* – расчетное количество



■ **Рис. 4.** Сравнение количества выхода биогаза без управления, с управлением по детерминированному СТУ-методу и по СТУ-методу с учетом постоянного возмущения по каналу управления: а – возмущение, равное 1 усл. ед.; б – возмущение, равное 10 усл. ед.

■ **Fig. 4.** Comparison of biogas output without control, with control using the deterministic SCT-method and the SCT-method for objects with disturbances along the control channel with a constant disturbance to a – disturbance equals 1 conventional units; б – disturbance equal 10 conventional units

ство биогаза, которое возможно получить из заданного сырья);

– векторный закон управления-2 по скорости входного потока $Q_{in}(t)$ и температуре $\theta(t)$, обеспечивающий достижение определенной степени очистки входного потока

$$\eta = \frac{S_{in} - (S + P)}{S_{in}} 100 = \eta^* (\eta^* \geq 80\%)$$

в условиях заданных входной концентрации загрязнений сточной воды S_{in} , объема реактора V и верхней границы времени пребывания сточной воды на очистке для реактора-смесителя $VQ_n^{-1} \leq 40$;

– векторный закон управления-3 по скорости входного потока $Q_{in}(t)$ и температуре $\theta(t)$, обеспечивающий значение концентрации органического загрязнения S_{in} до (или ниже) заданного нормативного значения S^* и заданный уровень биогаза на выходе:

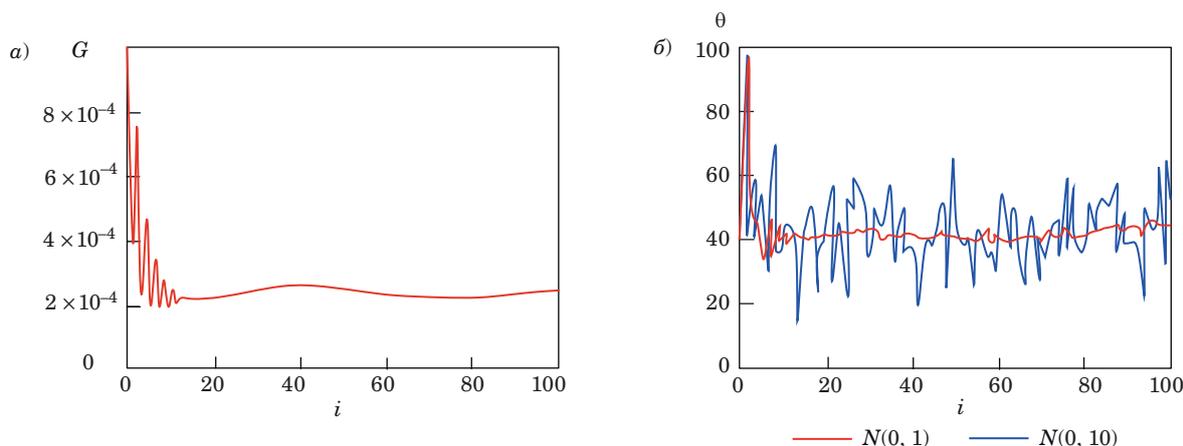
$$\psi_1(t) = S(t) - S^* \rightarrow 0; \psi_2(t) = G(t) - G^* \rightarrow 0.$$

При этом желательно максимально полно преобразовать загрязнения в биогаз.

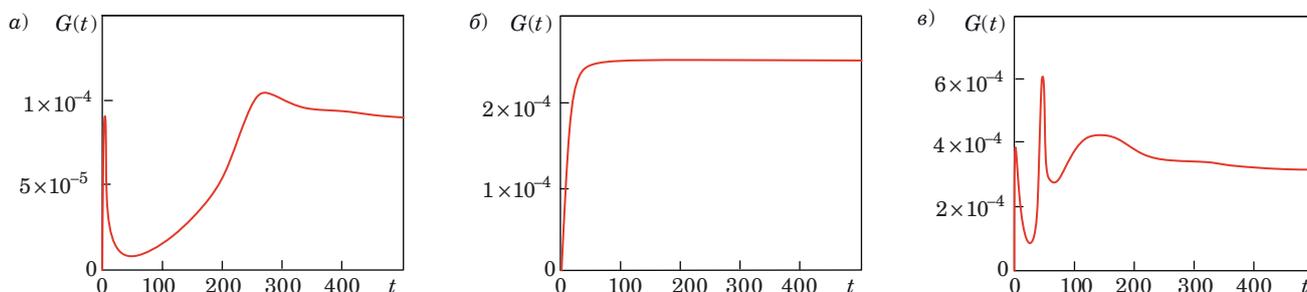
Однако случайное и гармоническое возмущения при неудачно подобранных параметрах регулятора могут привести к физически недопустимому диапазону значений управляющего воздействия (см. рис. 5 а, б), но целевая макропеременная при этом может находиться в среднем в некоторой окрестности целевого значения (здесь $2,394 \times 10^{-4}$).

Характер поведения переходных процессов при использовании определенных выше регуляторов показан на рис. 6: применение скалярного закона управления-1 приводит к снижению выработки биогаза со временем (см. рис. 6, а); векторный закон управления-2 стабилизирует выходную переменную за счет чрезмерно энергоемкого управления (см. рис. 6, б); векторный закон управления-3 приводит к максимальному выходу биогаза, но с большим перерегулированием (см. рис. 6, в).

Переключение полученных регуляторов в очередности 1 → 2 → 3 привело к итоговому вы-



■ **Рис. 5.** Изменение целевой переменной (а) и управления (б) в результате стохастического СТУ-регулирования
 ■ **Fig. 5.** Changing of the target variable (а) and control (б) as a result of stochastic SCT regulation



■ **Рис. 6.** Влияние отдельных регуляторов на усредненное количество выхода биогаза при практически приемлемом качестве очистки входного потока: а – скалярного управления-1; б – векторного управления-2; в – векторного управления-3
 ■ **Fig. 6.** The influence of individual regulators on the average amount of biogas output with practically acceptable quality of input flow cleaning: а – scalar control-1; б – vector control-2; в – vector control-3

ходу биогаза $2,58 \times 10^{-4}$ усл.ед. При этом степень очистки η в конечный момент отрезка моделирования достигала значения 90,9 %, что оказалось выше отдельно взятого опорного регулятора; время безотказной работы совпало со временем моделирования; энергоэффективность достигала 15–18 % по сравнению с одиночным регулированием при шуме вида $N(0, 1)$.

Замечание 4. На рис. 2 представлены возможные переходы между наиболее вероятными практическими стационарными состояниями, полученными на имитационной модели. Часть из них обладает свойством устойчивости, и рассматриваемая система (2) является мультистабильной. Тогда основное предназначение модели стабилизации (см. рис. 3) — достигнуть желаемого равновесного состояния, а затем «удержать» объект управления на некотором множестве целевых макросостояний. При этом используется определенное решающее правило переключения режимов регулирования, на которое может влиять и наиболее предпочтительная траектория целенаправленного «блуждания» [36], полученная, например, на обучении (реализована в [37]).

Заключение

Статья посвящена проблеме повышения качества управления объектами биоинженерной направленности.

Представлена синергетическая концепция решения сопутствующих этой проблеме локальных задач, ее алгоритмическое сопровождение с численной апробацией на тестовом примере — модели анаэробного биореактора (без ограничения общности в силу алгоритмов, изложенных для достаточно общего описания динамических объектов).

Основная решаемая задача — обеспечение стабилизации неустойчивого биохимического объекта в пространстве нескольких практически «благоприятных» целевых состояний, для достижения которых существуют СТУ-регуляторы, названные опорными. При этом стабилизация объекта управления в окрестности одного экспертно назначенного состояния будет частным случаем. Переходы между макросостояниями обеспечиваются последовательностью действий: оценкой и распознаванием текущего состояния; оценкой близости текущего образа состояния к другим макросостояниям, множество которых априорно задано; принятием решений об изменении цели в процессе функционирования объекта и управлением перехода от одного макросостояния к другому. Представлены алгоритмы, обеспечивающие функционирование си-

стемы множественного управления биоинженерным объектом.

Разработана структурная схема множественного динамически настраиваемого управления, отвечающая концепции И. Пригожина о применимости так называемых «универсальных законов» только к частным задачам, если рассматриваются объекты с неравновесной динамикой.

Благодарности

Авторы благодарят С. А. Цветницкую, кандидата технических наук, доцента Томского государственного университета, за проведение численных экспериментов и обсуждение результатов.

Финансовая поддержка

Научные исследования поддержаны грантом РФФИ (проект № 23-29-00336).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Пример конструирования регулятора на основе алгоритма 1

Рассмотрим для краткости случай скалярного управления, поскольку векторный случай сводится к покоординатному применению первого. Также для простоты положим относительно входного потока $Q(t) = Q = \text{const}$.

Пусть управление осуществляется по температуре θ и соответствующее уравнение в (1), (2) принимает вид

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = \xi_1(t) + u_1(t). \quad (\text{П.1})$$

Целевая переменная $\psi_1^*(t)$, цель управления $\psi_1^*(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$. Пусть для определенности $\psi_1^*(t) = G(t) - G^*$, G^* — заданное значение.

Шаг 1. Осуществляем расширение фазового пространства с целью перевести модель возмущения в фазовую переменную согласно методу интегральной адаптации, исходная система (2) становится замкнутой:

$$\begin{aligned} \frac{dS(t)}{dt} &= \frac{Q}{V} (S_{in}(t) - S(t)) - k_1(\theta) \times \\ &\times B_1(t) - k_2(\theta) \frac{S(t)B_1(t)}{k_3(\theta) + S(t)}; \\ \frac{dB_1(t)}{dt} &= -\frac{Q}{V} B_1(t) + k_4(\theta) \frac{S(t)B_1(t)}{k_3(\theta) + S(t)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= -\frac{Q}{V}P + k_5(\theta)B_1 + \\ &+ k_6(\theta)\frac{SB_1}{k_3(\theta)+S} - k_7(\theta)B_2 - k_8(\theta)\frac{PB_2}{k_9(\theta)+P}; \\ \frac{dB_2(t)}{dt} &= -\frac{Q}{V}B_2(t) + k_{10}(\theta)\frac{P(t)B_2(t)}{k_9(\theta)+P(t)}; \\ \frac{dG}{dt} &= -G(t) + k_{11}(\theta)\frac{P(t)B_2(t)}{k_9(\theta)+P(t)}\frac{k_{12}(\theta)}{k_{12}(\theta)+P(t)}; \\ \frac{d\theta(t)}{dt} &= z_1(t) + u_1(t); \\ \dot{z}_1(t) &= \eta_1\psi_1^*(t), \quad \eta_1 > 0. \end{aligned} \quad (\text{П.2})$$

Далее система (П.2) является исходной для алгоритма синтеза векторного регулятора. Здесь $z_1(t)$ – волновая модель [38] возмущения $\xi_1(t)$.

Шаг 2. Вводим вспомогательную макропеременную ψ_1 для формирования внутреннего управления φ_1 , где $\varphi_1 = \varphi_1(G, z_1)$:

$$\psi_1 = \theta - \varphi_1(G, z_1). \quad (\text{П.3})$$

Там, где контекст понятен, далее аргументы будем опускать.

Шаг 3. Выписываем уравнение для устойчивых экстремалей вариационной задачи $(\Phi_{C,1}, \psi_1)$ [5] с учетом вида функционала $\Phi_{C,1}$ из (4) при $m = 1$:

$$T_1\dot{\psi}_1(t) + \psi_1 = 0, \quad (\text{П.4})$$

T_1 – параметр регулятора, влияющий на скорость достижения целевого макросостояния.

Подставляем (П.3) в (П.4) и учитываем уравнения (П.2), получаем

$$\begin{aligned} T_1\dot{\psi}_1(t) + \psi_1 &= T_1\dot{\theta} - T_1\dot{\varphi}_1 + \psi_1 = 0, \\ \dot{\varphi}_1(G, z_1) &= \frac{\partial\varphi_1}{\partial G}\dot{G} + \frac{\partial\varphi_1}{\partial z_1}\dot{z}_1 = \frac{\partial\varphi_1}{\partial G}f_G + \frac{\partial\varphi_1}{\partial z_1}\eta_1\psi_1^*, \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

где f_G – правая часть описания в системе (П.2).

Из (П.5) следуют формулы для внешнего управления (согласно терминологии СТУ):

$$\begin{aligned} T_1\dot{\theta} - T_1\dot{\varphi}_1 + \psi_1 &= T_1(z_1 + u_1) - T_1\dot{\varphi}_1 + \psi_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow u_1 &= \dot{\varphi}_1 - T_1^{-1}\psi_1 - z_1 = \\ &= \frac{\partial\varphi_1}{\partial G}f_G + \frac{\partial\varphi_1}{\partial z_1}\eta_1\psi_1^* - T_1^{-1}\psi_1 - z_1. \end{aligned} \quad (\text{П.6})$$

Формула (П.6) определяет структуру регулятора для (2) с точностью до неизвестной функции внутреннего управления $\varphi_1(G, z_1)$ и ее частных производных по переменным G, z_1 .

Шаг 4. Редуцируем модель (П.2) на многообразии $\psi_1 = 0$, получаем систему уравнений, ис-

ходную для дальнейшего синтеза внутреннего управления φ_1 . Заменяем в (П.2) $\theta = \varphi_1$:

$$\begin{aligned} \dot{S}(t) &= \frac{Q}{V}(S_{in}(t) - S(t)) - \\ &- k_1(\varphi_1)B_1(t) - k_2(\varphi_1)\frac{S(t)B_1(t)}{k_3(\varphi_1)+S(t)}; \\ \dot{B}_1(t) &= -\frac{Q}{V}B_1(t) + k_4(\varphi_1)\frac{S(t)B_1(t)}{k_3(\varphi_1)+S(t)}; \\ \dot{P}(t) &= -\frac{Q}{V}P + k_5(\theta)B_1 + \\ &+ k_6(\theta)\frac{SB_1}{k_3(\theta)+S} - k_7(\theta)B_2 - k_8(\theta)\frac{PB_2}{k_9(\theta)+P}; \\ \dot{B}_2(t) &= -\frac{Q}{V}B_2(t) + k_{10}(\varphi_1)\frac{P(t)B_2(t)}{k_9(\varphi_1)+P(t)}; \\ \dot{G}(t) &= -G(t) + k_{11}(\varphi_1)\frac{P(t)B_2(t)}{k_9(\varphi_1)+P(t)}\frac{k_{12}(\varphi_1)}{k_{12}(\varphi_1)+P(t)}; \\ \dot{z}_1(t) &= \eta_1\psi_1^*(t), \quad \eta_1 > 0. \end{aligned} \quad (\text{П.7})$$

Система (П.7) – исходная для второго этапа иерархического синтеза регулятора.

Шаг 5. Вводим вспомогательную макропеременную второго этапа синтеза регулятора $\psi_2 = \psi_1^* + \mu_1 z_1$ и выписываем уравнение для устойчивых экстремалей вариационной задачи

$$(\Phi_{C,2}, \psi_2), \quad \Phi_{C,2} = \int_0^\infty (\psi_2^2 + T_2^2\dot{\psi}_2^2(t))dt \rightarrow \min :$$

$$\begin{aligned} T_2\dot{\psi}_2 + \psi_2 &= T_2(\dot{\psi}_1^* + \mu_1\dot{z}_1) + \psi_2 = 0, \\ \psi_2 &= \psi_1^* + \mu_1 z_1. \end{aligned} \quad (\text{П.8})$$

Подставляя $\psi_1^*(t) = G(t) - G^*$ в (П.8), с учетом уравнений (П.7) получим выражение для внутреннего управления φ_1 :

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}_1 &= \frac{\tilde{C}P(h_9 + h_{12}) + \\ &+ P\sqrt{\tilde{C}^2(h_9 + h_{12})^2 + 4h_{12}\tilde{C}(h_{11}PB_2 - h_9\tilde{C})}}{2h_{12}(h_{11}PB_2 - h_9\tilde{C})}, \\ \tilde{C} &= -T_2^{-1}(G - G^* + \mu_1 z_1) + G = \\ &= (1 - T_2^{-1})G + T_2^{-1}(G^* - \mu_1 z_1), \\ \varphi_1 &= c_0^{-1} \ln(\tilde{\varphi}_1) + 35 \text{ }^\circ\text{C}, \quad c_0 = \text{const.} \end{aligned} \quad (\text{П.9})$$

Последнее равенство справедливо из имеющейся связи $\tilde{\varphi}_1 = \exp(c_0(\varphi_1 - 35 \text{ }^\circ\text{C}))$.

Из (П.9) имеем выражения для частных производных:

$$(\tilde{\varphi}_1)'_G = (1 - T_2^{-1})\Upsilon; (\tilde{\varphi}_1)'_{z_1} = -T_2^{-1}\mu_1\Upsilon;$$

$$\Upsilon = P(h_{11}PB_2 - h_9\tilde{C})^{-2} \times \left(\begin{array}{c} P(h_9 + h_{12})h_{11}B_2 + \\ + K(\tilde{C})(h_{11}PB_2 - h_9\tilde{C}) + h_9\Theta \\ \hline 2h_{12}\sqrt{\Theta} \end{array} \right),$$

$$K(\tilde{C}) = \tilde{C}(h_9 + h_{12})^2 + 2h_{12}(h_{11}PB_2 - 2h_9\tilde{C}),$$

$$\Theta = (\tilde{C}^2(h_9 + h_{12})^2 + 4h_{12}\tilde{C}(h_{11}PB_2 - h_9\tilde{C})). \quad (\text{П.10})$$

Система опорного управления для объекта с непрерывным описанием и компенсацией возмущения по каналу управления есть совокупность уравнений (1), (2), (П.6), (П.9), (П.10).

Пример конструирования стохастического регулятора на основе алгоритма 2

Алгоритм 2 изложим для той же целевой макропеременной (максимизация биогаза на выходе системы управления со случайным возмущением по температуре), для которой получен детальный вывод непрерывного регулятора (алгоритм 1), полагая:

$$\psi^*[k] = G[k] - G^*, \quad k = k_0, k_0 + 1, \dots$$

Цель и требования к управлению сформулированы при общем описании алгоритма 2: стабилизировать дискретный объект с описанием вида (5) в некоторой окрестности $\psi^*[k] = G[k] - G^* \rightarrow 0$ с учетом (6). Исходная система для получения закона управления согласно операции дискретизации по явному методу Эйлера с постоянным размером шага $h > 0$, примененной к (1) с учетом (2), примет вид

$$\mathbf{Y}[k] = (S[k], B_1[k], P[k], B_2[k], G[k], \theta[k])^T;$$

$$Y_j[k+1] = Y_j[k] + hF_j[k], \quad j = \overline{1, 5};$$

$$Y_6[k+1] = \theta[k+1] = \theta[k] + h(F_6[k] + u[k] + \xi[k+1] + c\xi[k]), \quad (\text{П.11})$$

где функции $F_j[k], j = \overline{1, 6}$ удовлетворяют описанию (2); $\xi[k] \in \mathbb{R}$ — случайные некоррелированные функции, $\mathbf{E}\{\xi[k]\} = 0, \mathbf{D}\{\xi[k]\} = \sigma^2, i = \overline{1, l}, |c| < 1$.

Шаг 1. Фиксируем в системе (П.11) случайные функции $\xi[k], k = k_0, k_0+1, \dots$ и осуществляем детерминированный СТУ-синтез дискретной си-

стемы управления на основе решения вариационной задачи вида

$$\Phi_D = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\alpha^2 \psi^2[k] + (\Delta\psi[k])^2 \right) \rightarrow \min,$$

$$\Delta\psi[k] = \psi[k] - \psi[k-1], \quad k = k_0 + 1, \dots \quad (\text{П.12})$$

При этом можно показать (подробный вывод имеется, например, в [17]), что экстремали для функционала Φ_D из (П.12) удовлетворяют дискретному уравнению вида

$$\psi[k+1] + \omega\psi[k] = 0, \quad |\omega| < 1, \quad k \rightarrow \infty, \quad (\text{П.13})$$

а параметры α, ω связаны соотношением

$$\omega = 0,5 \left(2 + \alpha^2 - \left((2 + \alpha^2)^2 - 4 \right)^{1/2} \right).$$

Синтез СТУ-управления является иерархическим, на каждом уровне иерархии решается соответствующая вариационная задача. В данном примере мы имеем два уровня иерархии, поэтому функционал качества примет вид $\mathbf{E}\{\Phi\} = \mathbf{E}\{\Phi_{D,1} + \Phi_{D,2}\}$.

1.1. Вводим вспомогательную переменную иерархии 1-го уровня

$$\psi_1[k] = \theta[k] - \phi[k], \quad (\text{П.14})$$

где $\phi[k]$ — внутреннее управление (согласно терминологии СТУ), являющееся некоторой функцией состояния $\phi[k] = \Psi(S[k], B_1[k], P[k], B_2[k], G[k])$ конструируемой системы управления в дискретный момент k , подлежащей определению. Согласно вариационной задаче 1-го этапа иерархии синтеза синергетического регулятора

$$\Phi_{D,1} = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\alpha_1^2 \psi_1^2[k] + (\Delta\psi_1[k])^2 \right) \rightarrow \min,$$

$$\Delta\psi_1[k] = \psi_1[k] - \psi_1[k-1], \quad k = k_0 + 1, \dots, \quad (\text{П.15})$$

на основе соотношений (П.11)–(П.15) получим

$$\psi_1[k+1] + \omega_1\psi_1[k] = 0, \quad |\omega_1| < 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \theta[k+1] - \phi[k+1] + \omega_1\psi_1[k] = \theta[k] + h(F_6[k] + u[k] + \xi[k+1] + c\xi[k]) - \phi[k+1] + \omega_1\psi_1[k] = 0.$$

Из последнего выражения определяем предварительную структуру внешнего регулятора. Для удобства указания поэтапного определения закона управления здесь и далее для u введены вспомогательные обозначения в виде дополнительных индексов:

$$u_{\xi}^A[k] := h^{-1}(\hat{\phi}[k] - \omega_1 \psi_1[k] - \theta[k]) - \xi[k+1] - c\xi[k], \quad k = k_0, k_0 + 1, \dots \quad (\text{П.16})$$

Здесь функция

$$\hat{\phi}[k] = \Psi(F_1[k], F_2[k], F_3[k], F_4[k], F_5[k]).$$

1.2. Формируем систему для 2-го уровня конструирования управления. Декомпозируем систему (П.11) на достигнутой области, выражаемой предельным уравнением вида $\psi_1[k] = \theta[k] - \phi[k] = 0 \Rightarrow \theta[k] = \phi[k], k \rightarrow \infty$, и введем соответствующий нижний индекс в обозначении переменных. Система (П.11) примет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{\psi_1}[k] &= (S_{\psi_1}[k], B_{1\psi_1}[k], P_{\psi_1}[k], \\ & B_{2\psi_1}[k], G_{\psi_1}[k])^T; \\ Y_{j\psi_1}[k+1] &= Y_{j\psi_1}[k] + hF_{j\psi_1}[k], \quad j = \overline{1, 5}, \quad (\text{П.17}) \end{aligned}$$

где, например, уравнение для биогаза

$$\begin{aligned} G_{\psi_1}[k+1] &= G_{\psi_1}[k] + \\ & + h \left(-G_{\psi_1}[k] + k_{11}(\theta) \frac{P_{\psi_1}[k] B_{2\psi_1}[k]}{k_9(\phi[k]) + P_{\psi_1}[k]} \times \right. \\ & \left. \times \frac{k_{12}(\phi[k])}{k_{12}(\phi[k]) + P_{\psi_1}[k]} \right), \\ k_i(\phi[k]) &= k_{i35^\circ\text{C}} \exp(c_0(\phi[k] - 35^\circ\text{C})). \end{aligned}$$

1.3. Вводим переменную иерархии 2-го уровня

$$\psi_2[k] = \psi_{\psi_1}^*[k] = G_{\psi_1}[k] - G^*, \quad k = k_0, k_0 + 1, \dots$$

Согласно вариационной задаче 2-го этапа иерархии СТУ-синтеза

$$\Phi_{D,2} = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\alpha_2^2 \psi_2^2[k] + (\Delta \psi_2[k])^2 \right) \rightarrow \min,$$

Литература

1. Ронжин А. Л., Басов О. О., Соколов Б. В., Юсупов Р. М. Концептуальная и формальная модели синтеза киберфизических систем и интеллектуальных пространств. *Приборостроение*, 2016, № 11, с. 897–905.
2. Biffi S., Lder A., Gerhard D. *Multi-Disciplinary Engineering for Cyber-Physical Production Systems: Data Models and Software Solutions for Handling Complex Engineering Projects*. 1st. ed. Springer Publishing Company Incorporated, 2017. 472 p.

на основе функционального уравнения для экстремали функционала $\Phi_{D,2}$ получим

$$\begin{aligned} \psi_2[k+1] + \omega_2 \psi_2[k] &= 0, \quad |\omega_2| < 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow G_{\psi_1}[k+1] - G^* + \omega_2 \psi_2[k] &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow G_{\psi_1}[k] + hF_{5\psi_1} - G^* + \omega_2 \psi_{\psi_1}^*[k] &= 0. \quad (\text{П.18}) \end{aligned}$$

Последнее уравнение в (П.18) служит для определения закона внутреннего управления $\phi[k], k \rightarrow \infty$. Структура регулятора (П.16) при фиксированных возмущениях определена.

Шаг 2. Рассматриваем полученный закон управления (П.16) как случайную функцию и применяем к ней операцию условного математического ожидания:

$$\begin{aligned} u^A[k] &= \mathbf{E} \left\{ u_{\xi}^A[k] \mid \xi^k \right\}, \quad \xi^k = (\xi[k_0], \dots, \xi[k]), \\ k &= k_0, k_0 + 1, \dots \end{aligned}$$

В силу независимости величин $\xi[k+1], \xi[k]$ и $\mathbf{E}\{\xi[k]\} = 0$ получаем

$$\begin{aligned} u^A[k] &:= h^{-1}(\hat{\phi}[k] - \omega_1 \psi_1[k] - \theta[k]) - c\xi[k], \\ k &= k_0, k_0 + 1, \dots \quad (\text{П.19}) \end{aligned}$$

Шаг 3. Подставляем полученный закон управления (П.19) в описание объекта управления (П.11), получим оценку возмущения как функцию от измеряемых макропеременных в виде

$$\begin{aligned} h^{-1}(\psi_1[k] + \omega_1 \psi_1[k-1]) &= \hat{\xi}[k], \\ k &= k_0 + 1, k_0 + 2, \dots \quad (\text{П.20}) \end{aligned}$$

Шаг 4. Подставляем (П.20) в (П.19), получим итоговое выражение стохастического регулятора

$$\begin{aligned} u[k] &:= h^{-1}(\hat{\phi}[k] - \omega_1 \psi_1[k] - \theta[k]) - c\hat{\xi}[k], \\ k &= k_0, k_0 + 1, \dots \quad (\text{П.21}) \end{aligned}$$

3. Верзилин Д. Н., Соколов Б. В., Юсупов Р. М. Неокибернетика: состояние исследований и перспективы развития. *Системный анализ в проектировании и управлении: сб. науч. тр. XXIII Междунар. науч.-практ. конф.*, 2019, т. XXIII, № 1, с. 81–98.
4. Sampayo M., Peças P. CPSD2: A new approach for cyber-physical systems design and development. *Journal of Industrial Information Integration*, 2022, vol. 28, 100348. <https://doi.org/10.1016/j.jii.2022.100348>
5. Estrada-Jimenez L. A., Pulikottil T., Peres R. S., Nikghadam-Hojjati S., Barata J. Complexity theory

- and self-organization in Cyber-Physical Production Systems. *Procedia CIRP*, 2021, vol. 104, pp. 1831–1836. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2021.11.309>
6. Sun Y.-P., Guang-Hong Yang, Dimirovski G. M. Dynamic event-triggered control for multi-channel cyber-physical systems under denial-of-service attacks. *Journal of the Franklin Institute*, 2024, vol. 361, iss. 11, 106933. <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2024.106933>
 7. Андриевский Б. Р., Фрадков А. Л. Управление хаосом: методы и приложения. II. Приложения. *Автоматика и телемеханика*, 2004, № 4, с. 3–34.
 8. Isidori A. *Lectures in Feedback Design for Multivariable Systems. Series: Advanced Textbook in Control and Signal Processing*. London, Springer, 2016. 414 p.
 9. Колесников А. А. *Синергетические методы управления сложными системами: теория системного синтеза*. М., Либроком, 2019. 240 с.
 10. Lazarević M. P. Elements of mathematical phenomenology of self-organization nonlinear dynamical systems: Synergetics and fractional calculus approach. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2015, vol. 73, pp. 31–42. <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2014.11.011>
 11. Abed E. H. Bifurcation control: new directions motivated by biology and complex engineered systems. *IFAC Proceedings Volumes*, 2007, vol. 40, iss. 12, pp. 757–763. <https://doi.org/10.3182/20070822-3-ZA-2920.00125>
 12. Diaz-Seoane S., Blas A. B., Villaverde A. F. Controlability and accessibility analysis of nonlinear biosystems. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 2024, vol. 245, 108015.
 13. Xi R., Zhang H., Wan Y., Sun S. Overview of the recent research progress for stability and control on random nonlinear systems. *Annual Reviews in Control*, 2022, vol. 53, pp. 70–82. <https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2022.03.005>
 14. Li W., Krstic M. Prescribed-time control of stochastic nonlinear systems with reduced control effort. *Journal of Systems Science and Complexity*, 2021, vol. 34, pp. 1782–1800. <https://doi.org/10.1007/s11424-021-1217-7>
 15. Астахов В. В., Безручко Б. П., Гуляев Ю. В., Селезнев Е. П. Мультистабильные состояния диссипативно связанных фейгенбаумовских систем. *Письма в ЖТФ*, 1989, т. 15, вып. 3, с. 60–65.
 16. Иваницкий Г. Р. Самоорганизующаяся динамическая устойчивость биосистем, далеких от равновесия. *Успехи физических наук*, 2017, т. 187, № 7, с. 757–784.
 17. Kolesnikova S., Kustova E. Application of a stochastic extension of the analytical design of aggregated regulators to a multidimensional biomedical object. *Mathematics*, 2023, vol. 11, no. 21, 4484. <https://doi.org/10.3390/math11214484>
 18. Fomichev A. O., Vavilin V. A. The reduced model of self-oscillating dynamics in an anaerobic system with sulfate-reduction. *Ecol. Modelling*, 1997, vol. 95, pp. 133–144.
 19. Garcia-Gen S., Santos L. O., Wouwer A. V. Application of a nonlinear model predictive controller to the anaerobic digestion of readily biodegradable wastes. *IFAC-PapersOnLine*, 2022, vol. 55, iss. 7, pp. 909–914. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.07.560>. Прототип.
 20. Грудяева Е. К., Душин С. Е. *Моделирование управляемых процессов биологической очистки сточных вод*. СПб., СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2017. 231 с.
 21. Tawai A., Sriariyanun M. Nonlinear optimization-based robust control approach for a two-stage anaerobic digestion process. *Hindawi Journal of Chemistry*, 2022, 8966350. <https://doi.org/10.1155/2022/8966350>
 22. He D., Wang H., Tian Y., Christov N., Simeonov I. Trajectory tracking of two-stage anaerobic digestion process: A predictive control with guaranteed performance and saturated input, based on ultra-local model. *Journal of Process Control*, 2023, vol. 129, 103039.
 23. Mendiola-Rodriguez T. A., Ricardez-Sandoval L. A. Integration of design and control for renewable energy systems with an application to anaerobic digestion: A deep deterministic policy gradient framework. *Energy*, 2023, vol. 274, 127212.
 24. Kurth A.-C., Sawodny O. Control of age-structured population dynamics with intraspecific competition in context of bioreactors. *Automatica*, 2023, vol. 152, 110944. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2023.110944>
 25. Mendiola-Rodriguez T. A., Ricardez-Sandoval L. A. Robust control for anaerobic digestion systems of tequila vinasses under uncertainty: A deep deterministic policy gradient algorithm. *Digital Chemical Engineering*, 2022, vol. 3, 100023.
 26. Diz-Pita É., Otero-Espinar M. V. Predator–Prey Models: A review of some recent advances. *Mathematics*, 2021, vol. 9(15), 1783. doi:10.3390/math9151783
 27. Haken G. *Advanced Synergetics. Instability Hierarchies of Self-Organizing Systems and Devices*. Springer Berlin, Heidelberg, 1983. 356 p.
 28. Еськов В. В. Термодинамика неравновесных систем I. R. Prigogine и энтропийный подход в физике живых систем. *Вестник новых медицинских технологий*, 2017, т. 24, № 2, с. 7–15.
 29. Моисеев Н. Н. *Избранные труды в 2 т. Т. 1. Гидродинамика и механика. Оптимизация, исследование операций и теория управления*. М., Тайдекс Ко, 2003. 376 с.
 30. Малинецкий Г. Г. Среда обитания: параметры порядка, самоорганизация. *Природа*, 2023, № 3 (1291), с. 26–35. <https://doi.org/10.7868/S0032874X23030031>
 31. Kolesnikova S. I., Fomenkova A. A. Dynamic strategies for monitoring quality control at a complex bioengineering facility. *Информационно-управляющие системы*, 2023, № 2, с. 51–60. doi:10.31799/1684-8853-2023-2-51-60, EDN: WUHAW
 32. Mo R., Guo W., Batstone D., Makinia J., Li Y. Modifications to the anaerobic digestion model no. 1

(ADM1) for enhanced understanding and application of the anaerobic treatment processes – A comprehensive review. *Water Research*, 2023, vol. 244, 120504. <https://doi.org/10.1016/j.watres.2023.120504>

33. Колесников А. А. *Новые нелинейные методы управления полетом*. М., Физматлит, 2013. 196 с.

34. Красовский А. А., Мисриханов М. Ш. Самоорганизующиеся контроллеры экстраполяции для энергосистем: история и перспективы. *Автоматика и телемеханика*, 2006, № 5, с. 48–53.

35. Datseris G. Effortless basins of attraction codebase. *Zenodo*, 2021. <https://doi.org/10.5281/zenodo.5806212> (дата обращения: 16.05.2024).

36. Дивеев А. И., Шмалько Е. Ю., Барабаш А. В. Полное решение задачи оптимального управления. *Надежность и качество: тр. Междунар. симп.*, 2023, т. 1, с. 96–102.

37. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024664073. *Программа для реализации векторного управления нелинейным биотехническим объектом с неустойчивыми предельными состояниями*, Колесникова С. И. (RU), Фоменкова А. А. (RU); заявл. 17.06.24; опублик. 17.06.24.

38. *Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах*/ под ред. К. Т. Леондеса. М., Мир, 1980. 406 с.

UDC 519.8, 519.7

doi:10.31799/1684-8853-2024-5-25-40

EDN: NJUWOF

Model of the stabilization system of a stochastic bioengineering object on a set of target states and synergetic control theory

S. I. Kolesnikova^a, Dr. Sc., Tech., Professor, orcid.org/0000-0001-7158-2747, skolesnikova@yandex.ru

A. A. Fomenkova^a, PhD, Tech., Associate Professor, orcid.org/0000-0002-5570-6743

^aSaint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 67, B. Morskaja St., 190000, Saint-Petersburg, Russian Federation

Introduction: Due to the poor formalizability of models of bioengineering objects and a large number of uncontrolled parameters, the development of control systems is not a fully resolved problem. Recently obtained methods of controllers synergetic synthesis are robust with respect to uncertainties and disturbances in technical systems. Construct of biosystems stabilization algorithms on their basis is of practical interest for increasing reliability and the time of their functioning. **Purpose:** Construct a model of multiple control and algorithms implementing it for achieving and stabilizing the specified goal properties of the biotechnical system. **Methods:** We use the new stochastic synergetic control method to design local controllers, which are base for multiple control. **Results:** Two algorithms for construct local controller for implementing target macrostates are proposed, and their asymptotic properties are formulated. Stochastic controller and controller, based on integral adaptation method for an anaerobic bioreactor are obtained. The results of numerical simulation confirming their robustness are presented. The functional model for automating the process of multiple regulation and the rule for switching controllers have been developed, tested on a set of scalar and vector controllers that provide specified target macrostates of the bioreactor, namely: increasing the biogas yield to a specified level, a specified degree of purification (at least 90%), and simultaneously achieving these indicators. The energy efficiency of multiple synergetic control is estimated at 15–18% on a test plant with normal standard noise on the control channel relative to the use of a local controller. **Practical relevance:** Physical interpretability and simplicity of design algorithms for synergetic controllers are of engineering interest, and the multiple control model is a potential tool for automating various biotechnical systems with multistability.

Keywords – nonlinear multidimensional bioengineering object, state assessment, target macrovariable, macrostate, system invariant, cyber-physical system, synergetic stochastic control system, multiple control, controller switching rule.

For citation: Kolesnikova S. I., Fomenkova A. A. Model of the stabilization system of a stochastic bioengineering object on a set of target states and synergetic control theory. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2024, no. 5, pp. 25–40 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2024-5-25-40, EDN: NJUWOF

Financial support

Scientific research was supported by a grant from the Russian Science Foundation (project No. 23-29-00336).

References

- Ronzhin A. L., Basov O. O., Sokolov B. V., Yusupov R. M. Conceptual and formal models of synthesis of cyber-physical systems and cyber-physical intellectual spaces. *Journal of Instrument Engineering*, 2016, no. 11, pp. 897–905 (In Russian).
- Biffi S., Lder A., Gerhard D. *Multi-Disciplinary Engineering for Cyber-Physical Production Systems: Data Models and Software Solutions for Handling Complex Engineering Projects*. 1st. ed. Springer Publishing Company Incorporated, 2017. 472 p.
- Verzilin D. N., Sokolov B. V., Yusupov R. M. Neocybernetics: State of research and development prospects. *Trudy XXIII Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii "Sistemnyj analiz v proektirovanii i upravlenii"* [Proc. XXIII Intern. Scient. and Pract. Conf. "System analysis in design and management"]. Saint-Petersburg, 2019, vol. XXIII, no. 1, pp. 81–98 (In Russian).
- Sampayo M., Peças P. CPSD2: A new approach for cyber-physical systems design and development. *Journal of Industrial Information Integration*, 2022, vol. 28, 100348. <https://doi.org/10.1016/j.jii.2022.100348>
- Estrada-Jimenez L. A., Pulikottil T., Peres R. S., Nikghadam-Hojjati S., Barata J. Complexity theory and self-organization in Cyber-Physical Production Systems. *Procedia CIRP*, 2021, vol. 104, pp. 1831–1836. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2021.11.309>
- Sun Y.-P., Guang-Hong Yang, Dimirovski G. M. Dynamic event-triggered control for multi-channel cyber-physical systems under denial-of-service attacks. *Journal of the Franklin Institute*, 2024, vol. 361, iss. 11, 106933. <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2024.106933>
- Andrievskii B. R., Fradkov A. L. Control of Chaos: Methods and Applications. II. Applications. *Automation and Remote Control*, 2004, vol. 65, no. 4, pp. 505–533.

8. Isidori A. *Lectures in Feedback Design for multivariable Systems. Advanced Textbook in Control and Signal Processing*. London, Springer, 2016. 414 p.
9. Kolesnikov A. A. *Sinergeticheskie metody upravleniya slozhnyimi sistemami: teoriya sistemnogo sinteza* [Synergistic methods of control complex systems: the theory of system synthesis]. Moscow, Librokomb Publ., 2019. 240 p. (In Russian).
10. Lazarević M. P. Elements of mathematical phenomenology of self-organization nonlinear dynamical systems: Synergetics and fractional calculus approach. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2015, vol. 73, pp. 31–42. <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2014.11.011>
11. Abed E. H. Bifurcation control: new directions motivated by biology and complex engineered systems. *IFAC Proceedings Volumes*, 2007, vol. 40, iss. 12, pp. 757–763. <https://doi.org/10.3182/20070822-3-ZA-2920.00125>
12. Diaz-Seoane S., Blas A. B., Villaverde A. F. Controllability and accessibility analysis of nonlinear biosystems. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 2024, vol. 245, 108015.
13. Xi R., Zhang H., Wan Y., Sun S. Overview of the recent research progress for stability and control on random nonlinear systems. *Annual Reviews in Control*, 2022, vol. 53, pp. 70–82. <https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2022.03.005>
14. Li W., Krstic M. Prescribed-time control of stochastic nonlinear systems with reduced control effort. *Journal of Systems Science and Complexity*, 2021, vol. 34, pp. 1782–1800. <https://doi.org/10.1007/s11424-021-1217-7>
15. Astakhov V. V., Bezruchko B. P., Gulyaev Yu. V., Seleznev E. P. Multistable states of dissipatively coupled Feigenbaum systems. *Pis'ma v ZHTF*, 1989, vol. 15, no. 3, pp. 60–65 (In Russian).
16. Ivanitsky G. R. Self-organizing dynamic stability of biosystems far from equilibrium. *Physics-Uspeski*, 2017, vol. 60, iss. 7, pp. 705–730.
17. Kolesnikova S., Kustova E. Application of a stochastic extension of the analytical design of aggregated regulators to a multidimensional biomedical object. *Mathematics*, 2023, vol. 11, no. 21, 4484. <https://doi.org/10.3390/math11214484>
18. Fomichev A. O., Vavilin V. A. The reduced model of self-oscillating dynamics in an anaerobic system with sulfate-reduction. *Ecol. Modelling*, 1997, vol. 95, pp. 133–144.
19. García-Gen S., Santos L. O., Wouwer A. V. Application of a nonlinear model predictive controller to the anaerobic digestion of readily biodegradable wastes. *IFAC-PapersOnLine*, 2022, vol. 55, iss. 7, pp. 909–914. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.07.560>. Прототип.
20. Grudyaeva E. K., Dushin S. E. *Modelirovanie upravlyaemykh processov biologicheskoy ochistki stochnykh vod* [Modeling of controlled processes of biological wastewater treatment]. Saint-Petersburg, SPbGETU «LETI» Publ, 2017. 231 p. (In Russian).
21. Tawai A., Sriariyanun M. Nonlinear optimization-based robust control approach for a two-stage anaerobic digestion process. *Hindawi Journal of Chemistry*, 2022, 8966350. <https://doi.org/10.1155/2022/8966350>
22. He D., Wang H., Tian Y., Christov N., Simeonov I. Trajectory tracking of two-stage anaerobic digestion process: A predictive control with guaranteed performance and saturated input, based on ultra-local model. *Journal of Process Control*, 2023, vol. 129, 103039.
23. Mendiola-Rodriguez T. A., Ricardez-Sandoval L. A. Integration of design and control for renewable energy systems with an application to anaerobic digestion: A deep deterministic policy gradient framework. *Energy*, 2023, vol. 274, 127212.
24. Kurth A.-C., Sawodny O. Control of age-structured population dynamics with intraspecific competition in context of bioreactors. *Automatica*, 2023, vol. 152, 110944. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2023.110944>
25. Mendiola-Rodriguez T. A., Ricardez-Sandoval L. A. Robust control for anaerobic digestion systems of tequila vinasses under uncertainty: A deep deterministic policy gradient algorithm. *Digital Chemical Engineering*, 2022, vol. 3, 100023.
26. Diz-Pita E., Otero-Espinar M. V. Predator–prey models: A review of some recent advances. *Mathematics*, 2021, vol. 9(15), 1783. doi:10.3390/math9151783
27. Haken G. *Advanced Synergetics. Instability Hierarchies of Self-Organizing Systems and Devices*. Springer Berlin, Heidelberg, 1983. 356 p.
28. Eskov V. V. Thermodynamics of the I. R. Prigogine non-equilibrium systems and entropy approach in the physics of living systems. *Bulletin of New Medical Technologies*, 2017, vol. 24, no. 2, pp. 7–15 (In Russian).
29. Moiseev N. N. *Izbrannye trudy v 2 tomah. T. 1. Gidrodinamika i mekhanika. Optimizaciya, issledovanie operacij i teoriya upravleniya* [Selected works in 2 volumes. Vol. 1. Hydrodynamics and mechanics. Optimization, operations research and control theory]. Moscow, Taideks Co. Publ., 2003. 376 p. (In Russian).
30. Malinetsky G. G. Habitat: parameters of order, self-organization. *Priroda*, 2023, no. 3 (1291), pp. 26–35 (In Russian). doi:10.7868/S0032874X23030031
31. Kolesnikova S. I., Fomenkova A. A. Dynamic strategies for monitoring quality control at a complex bioengineering facility. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2023, no. 2, pp. 51–60. doi:10.31799/1684-8853-2023-2-51-60, EDN: WUHAW
32. Mo R., Guo W., Batstone D., Makinia J., Li Y. Modifications to the anaerobic digestion model no. 1 (ADM1) for enhanced understanding and application of the anaerobic treatment processes – A comprehensive review. *Water Research*, 2023, vol. 244, 120504. <https://doi.org/10.1016/j.watres.2023.120504>
33. Kolesnikov A. A. *Novye nelinejnye metody upravleniya poletom* [New nonlinear methods of flight control]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2013. 196 p. (In Russian).
34. Krasovsky A. A., Misrikhanov M. Sh. Self-organizing extrapolation controllers for power systems: history and prospects. *Automation and Remote Control*, 2006, vol. 67, iss. 5, pp. 721–725. <https://doi.org/10.1134/S0005117906050043>
35. Datsers G. Effortless basins of attraction codebase. *Zenodo*, 2021. Available at: <https://doi.org/10.5281/zenodo.5806212> (accessed 16 May 2024).
36. Diveev A. I., Shmalko E. Yu., Barabash A. V. Complete solution of the optimal control problem. *Trudy Mezhdunarodnogo simpoziuma "Nadezhnost' i kachestvo"* [Proc. Int. Symp. "Reliability and quality"], 2023, vol. 1, pp. 96–102 (In Russian).
37. Kolesnikova S. I. (RU), Fomenkova A. A. (RU) *Programma dlya realizacii vektornogo upravleniya nelinejnym bioinzhenernym objektom s neustojchivymi predel'nymi sostoyaniami* [Program for the implementation of vector control of a nonlinear bioengineering object with unstable limit states]. Certificate RU of state registration of computer program, no. 2024664073, 2024.
38. *Fil'traciya i stohasticheskoe upravlenie v dinamichestikh sistemah* [Filtering and stochastic control in dynamical systems]. K. T. Leonides Ed. Moscow, Mir Publ., 1980. 406 p. (In Russian).