



Математическая модель поисковой сенсорной сети с управлением связностью

А. И. Миков^а, доктор физ.-мат. наук, профессор, orcid.org/0009-0001-1469-6198, alexander_mikov@mail.ru

А. А. Миков^а, преподаватель, orcid.org/0009-0007-1552-237X

^аКубанский государственный университет, Ставропольская ул., 149, Краснодар, 350040, РФ

Введение: эффективность применения мобильных сенсорных сетей для решения задач поиска и описания особых областей на поверхности Земли, содержащих краткосрочно наблюдаемые объекты заданного типа, в значительной степени зависит от динамики топологических свойств сетей. Потеря связности сети при перемещении узлов и разбиение ее на компоненты приводит к устареванию информации в узлах и, как следствие, к уменьшению точности решения задач. **Цель:** разработать математическую модель поисковой сенсорной сети и на ее основе – алгоритмы управления связностью мобильной сети, обеспечивающие повышение эффективности поиска. **Результаты:** разработана математическая модель мобильной беспроводной компьютерной сети, использующая модель мобильности в форме случайных блужданий сенсорных узлов для поиска неизвестной области концентрации объектов заданного типа. Скорость поиска оценивается мерой выпуклой оболочки найденного к заданному моменту времени подмножества объектов. Показано, что эффективность процесса поиска определяется взаимодействием двух независимых альтернирующих случайных процессов – изменений состояний объектов «доступен для наблюдения»/«недоступен для наблюдения» и изменений состояний графа компьютерной сети «связан»/«несвязан». Найдены зависимости времени поиска от параметров этих процессов. Сформулированы условия успешного поиска всех объектов. Показано, что одной из основных проблем ускорения поиска является обеспечение связности сети. Разработаны новые алгоритмы управления топологией сенсорных сетей, высокая эффективность которых подтверждена результатами стохастического моделирования. **Практическая значимость:** результаты могут быть применены для создания ad hoc сетей поиска таких областей, как ареалы распространения различных видов животных, районы техногенных и природных катастроф, сосредоточения объектов различных типов.

Ключевые слова — децентрализованный поиск, сенсор узла сети, область обзора, альтернирующий случайный процесс, период невидимости, случайное блуждание, вероятность связности, сближение компонент.

Для цитирования: Миков А. И., Миков А. А. Математическая модель поисковой сенсорной сети с управлением связностью. *Информационно-управляющие системы*, 2025, № 3, с. 37–48. doi:10.31799/1684-8853-2025-3-37-48, EDN: RBIVOL

For citation: Mikov A. I., Mikov A. A. Mathematical model of a search sensor network with connectivity control. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2025, no. 3, pp. 37–48 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2025-3-37-48, EDN: RBIVOL

Введение

Поиск объектов на местности — проблема, часто встречающаяся как в задачах исследовательского, изыскательского характера (установление ареала определенного вида животных или растений), так и в задачах, требующих быстрого нахождения решения (определение границ разлива нефтепродуктов, поиск очагов возгорания при масштабных пожарах).

Одним из способов решения таких задач могут быть децентрализованные мобильные компьютерные сенсорные сети [1], так как они могут применяться в совершенно различных средах (в воздухе [2], под водой [3], на поверхности Земли [4, 5]) с учетом разных топологий местностей (например, городских застроек), в транспортных сетях [6, 7], при наличии препятствий для движения узлов и распространения сигналов [8], в том числе в трехмерных средах [9].

Одной из главных проблем работы мобильных ad hoc сетей является потеря связности се-

ти. Из-за перемещения узлов расстояния между ними могут увеличиваться, что ведет к снижению соотношения сигнал/шум при беспроводной передаче данных [10].

Если сеть связна, то быстрый обмен данными обеспечивает каждый узел актуальной информацией о состоянии сети и ее расположении. Однако условия функционирования мобильных сетей сопряжены с постоянной потерей связности в течение всего времени работы. Поэтому такие приложения проектируются как толерантные к задержкам.

Если сеть перестает быть связной, т. е. делится на несколько компонент связности, то каждая из них в отдельности может оперировать только устаревшей информацией, так как перестает получать обновления от других компонент. Это в свою очередь ведет к снижению точности результатов поиска.

Когда связность восстанавливается, узлы вновь могут быстро обмениваться данными и актуализировать информацию. В общем случае

количество и состав компонент могут быть различными, поэтому возраст информации в отдельных узлах также будет отличаться.

Параметры мобильности [11] узлов могут в известных пределах изменяться управляющими агентами. На основе определенных свойств графового представления сети, например наличия точек сочленения, мостов, блоков, можно предсказать вероятное ухудшение показателей связности и производить соответствующее управляющее воздействие, уменьшая в итоге средний возраст информации в мобильной сенсорной сети. Изменение возраста информации в узлах сети — это случайный многомерный процесс. Изучение этого процесса позволяет оценить глобальные характеристики качества обслуживания мобильной сети, а также усовершенствовать методы самоуправления агентов в узлах.

Среди основных аспектов данного исследования выделим анализ процессов старения информации в мобильной сенсорной сети для задачи поиска области. Также изучаются возможности управляемого изменения топологии сети для улучшения характеристик качества обслуживания. В результате улучшений средний возраст информации в сети уменьшается.

Одним из инструментов анализа являются модели мобильности узлов в динамических случайных графах [11].

Во многих работах [12–14] затрагивается проблема совместного проектирования радиоподсистемы и подсистемы наблюдения. Если они проектируются независимо, то могут получаться результаты, не применимые к системе, в которой они работают совместно. Акцент на алгоритмах оптимизации в задачах покрытия определенной области сделан в [15]. В [16–18] отмечается, что приложения реального времени, решающие эти задачи, могут выполняться в мобильных сетях, не обладающих постоянной связностью, в оппортунистических сетях.

Важность обмена информацией агентов, находящихся в разных узлах сети, подчеркивается в работе [19]. В [20] проведен анализ связности сети с учетом геометрического подхода.

Модели сенсорной сети и искомой области

Пусть *Region* — некоторая ограниченная область (на поверхности, в пространстве), внутри которой находятся все элементы описываемой ниже модели. Назовем ее *областью поиска*.

Сенсоры узлов сети имеют возможность обнаруживать в *Region* объекты некоторого заданного типа и определять их координаты. Однако они не могут фиксировать какие-либо их индивиду-

альные отличия. Задачей сети в целом является отыскание и описание такой выпуклой подобласти $P \subset Region$ минимальной площади, что все обнаруженные объекты (множество точек S) находятся внутри P (включая границу). Требование выпуклости области и ее минимальной площади диктуется практическими соображениями, например удобством и стоимостью последующего постоянного наблюдения за областью или проведения каких-либо операций над областью, а также тем фактом, что случайно обнаруженные во время поиска объекты не исчерпывают все множество возможных объектов, находящихся в области P .

Для решения задачи устанавливается максимально допустимое время TS , в течение которого она должна быть решена. Это ограничение определяется либо природой самой области и ее объектов, либо интенсивностью расхода энергии аккумуляторов мобильными узлами. Задача считается решенной, если все узлы сенсорной сети обладают одинаковым описанием области P и в течение времени $TS/2$ это описание не изменялось. Требование тождественности итоговой информации во всех узлах определяется полной децентрализацией системы поиска, ни один узел которой не выделяется как точка сбора всех данных.

Каждый объект в области P находится в любой момент времени в одном из двух состояний: *visible* и *invisible*. В состоянии *visible* объект будет обнаружен сенсором, если он находится в пределах зоны (круга, шара) наблюдения сенсора диаметра d . В состоянии *invisible* объект «не виден» сенсору. Объекты характеризуются их позициями (координатами). Процесс смены состояний *visible/invisible* является альтернирующим случайным процессом с двумя функциями распределения вероятностей $V(x) = P\{v \leq x\}$ и $I(x) = P\{i \leq x\}$, где v — длительность периода видимости и i — длительность периода невидимости. Длительности периодов являются независимыми случайными величинами. Поведение объектов взаимно независимо и представляет собой многомерный случайный процесс. Эта модель отражает, в частности, известный эффект неудачного поиска «находились рядом, но не заметили».

Геометрически реализацию случайного процесса можно представить в некоторой области *Region* t евклидова пространства — времени Et с выделенным измерением — осью времени t , как множество m параллельных оси t прямых Obj , соответствующих m объектам области P . Эти прямые разделены на отрезки, равные длительностям — реализациям v и i .

Математической моделью неуправляемой мобильной сети из n узлов с радиусами r зон дей-

ствия приемопередатчиков (отношение сигнал/шум превышает единицу) является динамический геометрический [10] граф $DynG$. Его также можно представить в пространстве Et совокупностью кривых L . Каждой кривой l_i из множества L соответствует вершина графа. Назовем кривую l_i *траекторией вершины i* графа и обозначим $l_i(t)$ точку на прямой l_i , соответствующую значению t на оси времени. Положим, что все l_i также принадлежат области $Region_t$.

Если $\rho(\cdot, \cdot)$ — метрика в пространстве Et , то определим предикаты $e_{ij}(t) = \{\rho(l_i(t), l_j(t)) < r\}$ для всех пар траекторий как *ребра* графа и, соответственно, получим матрицу $M(t)$, составленную из этих предикатов, как матрицу смежности динамического графа. Эта матрица также может быть представлена в геометрической форме в пространстве Et аналогично объектам поиска как множество прямых, разделенных на отрезки — периоды существования и несуществования ребер.

Матрица $M(t)$ дает возможность вычислить предикат $Connected(t, r, n)$ связности динамического графа и другие характеристики, включая составы связных компонент, зависящие от параметра t . Все указанные области и предикаты рассматриваются при $t \geq 0$. Состояния и положения при $t = 0$ считаются начальными. Соответственно, матрица $M(0)$ является стандартной матрицей смежности неориентированного непомеченного графа — начального графа сети $DynG(0) = G_0$.

Пусть $t_1 < t_2 < t_3 < \dots < t_l < t_{l+1}, \dots$ — последовательность всех точек на луче $[0, t)$, в которых какой-либо из предикатов $e_{ij}(t)$ изменяет свое значение. Ей соответствует последовательность $G_1, G_2, \dots, G_l, \dots$ обыкновенных неориентированных графов — состояний динамического графа $DynG$ на интервалах времени $[t_l, t_{l+1})$. При этом на интервале $[0, t_1)$ сохраняется состояние G_0 . Имеют место неравенства $G_l \neq G_{l-1}$ и $G_l \neq G_{l+1}$. Но то, что соседние графы в последовательности $G_0, G_1, G_2, \dots, G_l$ неизоморфны, не исключает изоморфизма других пар графов.

Таким образом, динамический граф $DynG$ эквивалентен последовательности $\{G_l, [t_l, t_{l+1})\}$ графов и интервалов, которую предпочтительнее использовать в программных системах имитационного моделирования для ряда задач анализа свойств мобильных сетей.

Как и в обыкновенном графе, в динамическом графе вершины могут быть нагружены дополнительными характеристиками. В нашем случае модели мобильной сенсорной сети каждой кривой множества L , соответствующей узлу сети, приписывается вещественное значение d — диаметра зоны обзора сенсора. Таким образом, задача поиска области P связывается с моделью сети

двумя параметрами — областью поиска $Region$ и диаметром d .

С точки зрения анализа передачи информации, полученной от сенсоров, от узла к узлу важно, что в последовательности $G_0, G_1, G_2, \dots, G_l, \dots$ одни графы являются связными (любые два узла соединены некоторым маршрутом), а другие — несвязными (состоящими из более чем одной связной компоненты). Следовательно, можно определить *периоды связности* динамического графа как объединения тех смежных интервалов $[t_i, t_{i+1}]$, в течение которых все состояния G_i — связные графы. Аналогично *периоды несвязности* динамического графа — объединения тех смежных интервалов $[t_j, t_{j+1}]$, в течение которых все состояния G_j — несвязные графы.

Для целей настоящего исследования критически важной характеристикой сети являются длины периодов несвязности, поскольку с ними непосредственно связано устаревание информации, распространяемой в сетях, толерантных к задержкам.

В течение периода связности информация во всех узлах является глобально актуальной за счет быстрого (относительно скорости движения узлов) обмена данными между узлами сети. Как только сеть разделяется на компоненты, актуальность становится локальной (в пределах связных компонент). Данные, имеющиеся в узле сети, о той части области P , которая обзревается сенсорами узлов из другой компоненты, начинают устаревать. Максимально возможный возраст информации равен длительности периода несвязности, по окончании которого глобальная актуальность восстанавливается и возраст обнуляется.

Задача поиска области P , по существу, является стохастической: заранее неизвестен ее размер, расположение внутри области $Region$, количество объектов, располагающихся в области, параметры их активности. Поэтому детерминированный, исчерпывающий поиск не имеет преимуществ перед недетерминированным поиском. Следовательно, модель динамического геометрического графа для решения задачи поиска расширяется до случайного динамического геометрического графа. Введенные выше характеристики рассматриваются как случайные значения, случайные процессы, последовательности, случайные объекты. Длительности периодов несвязности графа также являются случайными величинами.

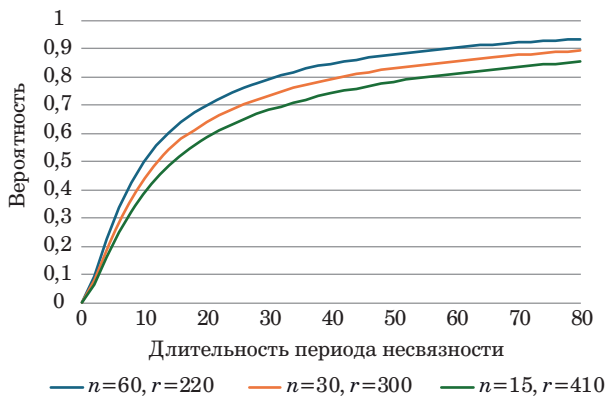
Таким образом, эффективность процесса поиска определяется взаимодействием двух независимых альтернирующих случайных процессов — изменений состояний объектов *visible / invisible* и изменений состояний графа «связен»/«несвязен».

Распределения вероятностей длительности периода несвязности случайного динамического геометрического графа показаны на рис. 1 при условии, что все кривые из множества L являются траекториями случайного блуждания в соответствии с моделью мобильности сети Random Walk [11]. Принятые параметры мобильности: максимальная скорость узла в относительных единицах равна 0,05; максимальное время прямолинейного движения 100.

Графики объединяет вероятность связности начального графа G_0 , во всех трех случаях равная 0,75 (при уменьшении количества узлов n нужно увеличить радиус r , чтобы сохранить вероятность связности графа). При этом средние значения длительности периодов несвязности увеличиваются (24, 36, 52) с увеличением радиусов (220, 300, 410).

Мобильная сеть в процессе поиска строит образ $Conv(S)$ области P как выпуклую оболочку множества точек S . В момент $t = 0$ все объекты области P невидимы, образ пуст, $Conv(S) = \emptyset$. Затем в соответствии с распределением $I(x)$ у отдельных объектов заканчиваются периоды невидимости, и они становятся доступными для обнаружения их сенсорами. Для того чтобы появилось первое ненулевое значение $|Conv(S)|$, требуется обнаружение $\dim Et$ объектов (трех, не находящихся на одной прямой, для поиска на двумерной поверхности, четырех — в трехмерном пространстве). В частности, площадь случайного треугольника (согласно Wolfram MathWorld) составляет в среднем 11/144 площади области P . Распределение вероятностей времени $\tau_{(3)}$ до возможности построения первого ненулевого образа определяется частным видом закона распределения порядковых статистик:

$$P\{\tau_{(3)} < x\} = \sum_{k \in [3, m]} C(k, m) (I(x))^k (I(x))^{m-k}, \quad (1)$$



■ **Рис. 1.** Распределения вероятностей длительности периодов несвязности

■ **Fig. 1.** Probability distributions of the duration of periods of disconnectedness

где $C(k, m)$ — биномиальные коэффициенты; m — количество объектов.

Если длительности периодов невидимости всех объектов ограничены некоторой константой C , то за время C при достаточно больших r и d будет построена вся область $Conv(S)$. Графики рис. 2 показывают, как быстро это произойдет после момента времени $t = 0$ в двумерном случае при равномерном на $[0, b]$, $b = 200$, распределении вероятностей $I(x)$ для различных множеств объектов ($3 \leq |Obj| \leq 3000$).

Все зависимости разделяются на три группы: с возрастающей производной (до момента $t = b$), с локальным максимумом производной, с убывающей производной. В случае $|Obj| = 3$ график рис. 2 соответствует графику распределения вероятностей (1) при $m = 3$, т. е. распределению максимальной порядковой статистики.

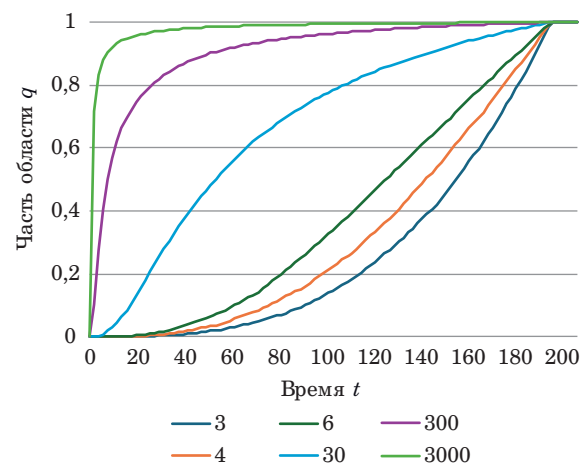
Однако для небольших r и d сеть не успевает обнаружить все объекты в течение первого периода. Для того чтобы объект $ob \in Obj$ был обнаружен хотя бы одним из узлов сети и его координаты были включены в $Conv(S)$, необходимо (и достаточно), чтобы

$$\exists t \in \cup \cup [\exists u \in N | (\rho(l_u(t), ob) < d/2) \wedge (t < TS)], \quad (2)$$

где u — узел сети N ; d — диаметр зоны обзора его сенсора; $\cup \cup$ — объединение всех периодов видимости данного объекта ob ; t — один из моментов видимости объекта.

Это условие должно быть выполнено для всех узлов искомой области:

$$\forall ob \in Obj [\exists t \in \cup \cup [\exists u \in N | (\rho(l_u(t), ob) < d/2) \wedge (t < TS)]]. \quad (3)$$



■ **Рис. 2.** Построение оболочки $Conv(S)$ при различных количествах объектов

■ **Fig. 2.** Construction of the $Conv(S)$ for different numbers of objects

Но этого недостаточно для полного решения задачи поиска: следует добавить условие, определяющее глобальное знание всех узлов об области. Достаточно дополнить (3) условием $Connected(t, r, n) = \text{true}$ («граф сети из n узлов с радиусами зон действия приемопередатчиков, равными r , в момент времени t является связным»).

Возраст информации в узлах сети

Поскольку поиск области в любом случае требует времени, то требование постоянной связности сети является излишне сильным. Достаточно использовать сеть, толерантную к задержкам. Вопрос заключается только в том, как эти задержки влияют на время решения задачи.

В примере (рис. 3) область поиска *Region* изображена квадратом на плоскости, а искомая область P (неизвестная узлам сети) — прямоугольником с пунктирными границами. В некоторый момент времени t_0 сеть N состоит из трех компонент, и только узел $U1$ одной из компонент находится в области P .

Объекты $a, b \in Obj$ попадают в область обзора (ограничена черной окружностью) сенсора этого узла $U1$. Но только объект a (черный треугольник) в момент времени t_0 активен (виден), что изображается сплошной линией на временной диаграмме. Объект b (белый треугольник) невиден (пунктирная линия на диаграмме). Узлы

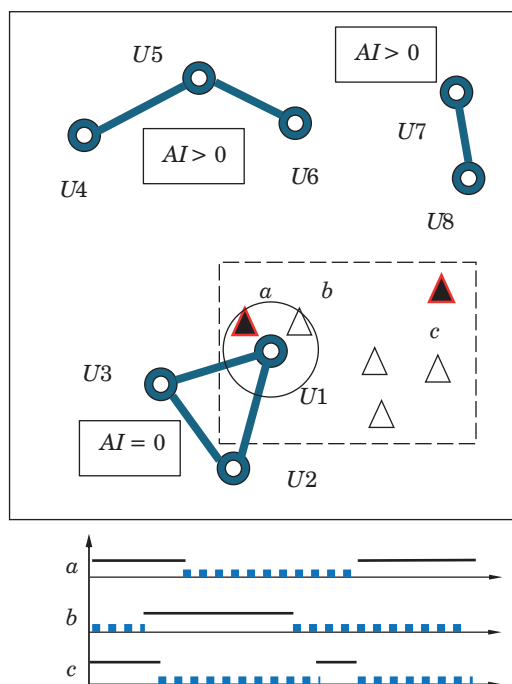
$U2$ и $U3$ находятся на расстоянии, меньшем r , от узла $U1$, поэтому они попадают в одну компоненту графа с быстрым обменом информацией. В момент времени t_0 также потенциально может быть виден объект c , но он не попадает в зону распознавания ни одного из узлов сети. Остальные узлы сети образуют отдельные компоненты графа, не связанные с узлом $U1$, и не обозревают в момент t_0 никакую часть области P , поэтому хранят только информацию, полученную в предшествующие моменты времени (устаревшую).

За счет взаимодействия процессов активности объектов области P и мобильности узлов сенсорной сети за конечное время всегда может быть получен точный результат поиска. Изменение $Conv(S)$ является итерационным процессом последовательного приближения. Между последовательными изменениями выпуклой оболочки проходит некоторое время, поэтому скорость сходимости измеряется как отношение меры области к величине интервала времени (в условных единицах). Для этого предполагаем, что в пространстве Et для множества $A \subset Et$ определена мера $\mu(A)$ — площадь, объем и пр., ставящая в соответствие множеству неотрицательное вещественное число. Все рассматриваемые далее множества полагаем измеримыми. В иллюстративных примерах для оценки эффективности алгоритмов считаем значение $\mu(P)$ известным, но не используемым самим алгоритмом.

Скорость изменения $Conv(S)$ зависит от нескольких факторов (помимо технических параметров n, r, d , параметров модели мобильности):

- 1) относительной активности объектов $act = M_0 / (M_0 + M_1)$. Здесь M_0 — математическое ожидание случайной величины v ;
- 2) направлений перемещения и скоростей узлов сенсорной сети;
- 3) скорости обновления информации в узлах сети.

Первые два фактора приводят к увеличению скорости на начальном этапе, пока отдельные объекты переходят из пассивного состояния в активное и затем к постепенному (отрицательная экспонента) уменьшению скорости, поскольку увеличивается вероятность того, что вновь обнаруженные объекты находятся внутри уже построенной $Conv(S)$, т. е. не вносят свой вклад в расширение выпуклой оболочки. Скорость поиска области выражается формулой $(1 - \exp(at)) \times \exp(bt - c)$, где $a = -2 \times 10^{-5}$; $b = -5 \times 10^{-6}$; $c = 3$ для случая сети из одного узла, отношения площадей $|P|/|Region| = 0,25$, $d = 2$, $|Obj| = 200$, $act = 0,002$, средней скорости перемещения узла с сенсором, равной 0,5. Скорость поиска достигает максимума при $t = 80\,000$ единиц, а затем монотонно снижается.



■ Рис. 3. Состояния сети и области
■ Fig. 3. Network and area states

Третий фактор определяется старением информации в сети. Хотя при обнаружении сенсором узла какого-либо объекта в базу данных вносится его локация loc и временная метка $TStamp$, абсолютное значение времени несущественно с практической точки зрения. Поэтому, пока сеть связна, возраст информации об объектах области в любом ее узле мы полагаем равным нулю, поскольку данные являются глобально актуальными на момент времени t . Как только в каком-либо узле сети изменяются локальные данные, то благодаря широкополосному протоколу они становятся достоянием всех узлов практически мгновенно (в масштабах времени мобильности).

Возраст информации в узлах сети вычисляется от момента окончания периода связности графа сети, т. е. с началом периода неопределенности (неполноты информации). Возраст задается матрицей $AgeInf(t)$ из элементов $AI_{ij}(t)$. Значение — возраст информации в узле U_i о данных, находящихся в узле U_j . Если эти узлы находятся в разных компонентах, то обновление базы данных в узле U_j за счет получения информации о новых объектах (обнаруженных сенсором узла U_j или узлов, находящихся с ним в одной компоненте) не может привести к обновлению базы данных в узле U_i . Таким образом, элемент матрицы $AI_{ij}(t) = t - t'$, где t' — момент времени, когда узлы U_i и U_j в последний раз находились в одной компоненте связности. В те моменты, когда U_i и U_j находятся в одной компоненте, значение $AI_{ij}(t) = 0$.

В результате выпуклые оболочки, вычисляющиеся в узлах U_i и U_j , будут различны, $Conv_i(S) \neq Conv_j(S)$, и замедлится в среднем построение общей оболочки. Особенно это важно в случае динамических областей поиска.

Движение узлов мобильной сети непрерывно, но изменения в процессе поиска дискретны как по оси времени, так и по другим координатам пространства E^t . Изменения в промежуточных результатах поиска могут происходить при следующих видах событий:

- 1) окончаниях периодов невидимости объектов области;
- 2) касании границы зоны обзора сенсора местоположения объекта;
- 3) увеличении компоненты графа сети за счет объединения компонент.

Поэтому изменение достигнутого результата для каждой конкретной реализации процесса поиска может быть изображено графически как кусочно-постоянная функция времени.

Обозначим $Im_i(S, t)$ образ области расположения объектов множества S , имеющийся в узле U_i мобильной сенсорной сети в момент времени t , и $Im(S, t)$ «общеизвестный» образ области для всех узлов. $Im_i(S, t)$ содержит свое подмножество S_i

координат объектов, известное узлу U_i к моменту t с временными метками, построенную по нему $Conv(S_i, t)$ и свою строку $AgeInf_i(t)$ матрицы возраста информации. $Im(S, t)$ содержит информацию последнего обновления по всем узлам.

В момент $t = 0$ все указанные множества пустые. Если произошло событие вида 1 (как результат изменений в области P) и выполнено условие (2) или событие вида 2 (как результат мобильности сети), то к соответствующему множеству S_i добавляется элемент. Вычисляется новое значение $Conv(S_i, t)$. Если произошло событие вида 3, то обновляются строки матрицы $AgeInf_i(t)$. В частности, при восстановлении связности графа обновляется $Im(S, t)$ и матрица $AgeInf(t)$.

Интенсивность поиска можно оценить соотношением величины $q(t) = \mu(Conv(S, t)) / \mu(Conv(S))$ и времени, затраченного мобильной сетью на достижение этой величины.

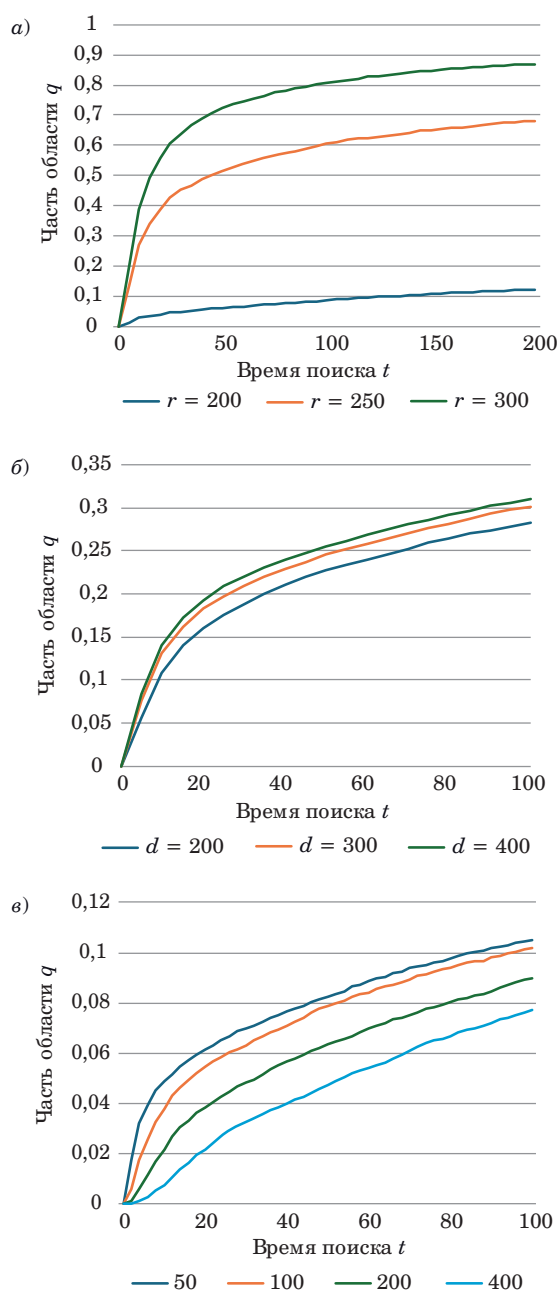
Рассмотрим влияние различных сетевых параметров на интенсивность поиска (рис. 4, а–в).

Здесь и далее в иллюстрациях $Region$ — квадратная область со стороной 10^3 условных единиц длины, область P — прямоугольная 300×200 условных единиц длины, количество узлов $n = 40$, параметры Random Walk: максимальная скорость узлов сети 0,05, максимальное время движения узла по прямой 100 условных единиц времени. Использование условных единиц позволило получить масштабируемые результаты. Приведенные на рисунках зависимости можно интерпретировать для различных реальных условий передвижения узлов поисковой сети — как для больших областей и высокоскоростного движения, так и для относительно малых областей при поиске без использования транспортных средств.

Кривые на рис. 4, а характеризуют сенсорные сети с одинаковыми параметрами ($M_0 = 10$ и $M_1 = 100$, $d = 200$) за исключением величин радиусов r уверенного приема/передачи сигналов. От величин этих радиусов зависят вероятности связности случайных геометрических графов и, следовательно, время, требующееся для обмена данными между узлами. При $r = 200$ вероятность связности довольно мала, что приводит к обнаружению в среднем менее 10 % области на начальном этапе поиска. В то же время при $r = 250$ найденная часть области составляет 50 %.

Такое значительное (в пять раз) соотношение результатов поиска при небольшом изменении одного из главных параметров связности (радиуса r) говорит о том, что устаревание информации вносит очень большой вклад в замедление поиска.

При постоянном $r = 220$ (рис. 4, б) изменение в довольно широких пределах величины d зоны наблюдения сенсора оказывает довольно малое



■ **Рис. 4.** Влияние радиуса r (а), величины d зоны наблюдения (б), периода невидимости (в) на достижение результата поиска

■ **Fig. 4.** The influence of the radius r (а), of the observation zone (б), of the invisibility period (в) on achieving the search result

влияние на величину найденной части области при одинаковых временах поиска, что контрастирует с зависимостями на рис. 4, а.

Для графиков рис. 4, в фиксированы параметры $r = 200$, $d = 400$, $M_0 = 10$, но представлены разные варианты длительностей периодов пассивности ($M_1 = 50, 100, 200, 400$) объектов области P .

Анализ зависимостей рис. 4 показывает, что наибольшим потенциалом повышения эффек-

тивности поиска области в описанной модели является улучшение характеристик связности сети.

Алгоритмы управления топологией сенсорной сети

В неуправляемой сети узлы движутся по независимым траекториям. Поскольку расположение и размеры искомой области P неизвестны, то нет объективных причин выбирать какие-то специальные траектории. Однако ускорить поиск возможно, если уменьшить устаревание информации в узлах, получаемой в процессе поиска. Источником повышения актуальности данных является улучшение характеристик связности графа сети: уменьшение математического ожидания количества связанных компонент, удлинение периодов связности наряду с уменьшением длительности периодов несвязности графа мобильной сети.

Управление топологией сети в задаче пространственного поиска производится в условиях противоречия. С одной стороны, для ускорения поиска необходимо наиболее полное покрытие области *Region* сенсорами узлов мобильной сети, заключающееся в наибольшем распараллеливании работы: зоны обзора должны иметь минимальные пересечения между собой в любой момент времени. Следовательно, узлы должны быть удалены друг от друга. С другой стороны, наибольший «запас связности» сети имеет место, когда геометрический граф — полный, т. е. все узлы близко расположены друг к другу.

Для разрешения этого противоречия могут использоваться различные эвристические методы, включая периодическое вычисление вершинной связности графа, оценку длин ребер геометрического графа и др. На основании этого можно прогнозировать ухудшение показателей связности и вносить корректировки в направление и скорость движения узлов.

Ниже предлагаются децентрализованные алгоритмы управления Gravity и ReverseGravity, реализующие различные варианты сближения компонент.

Основные обозначения в алгоритмах:

C — множество компонент связности, образованных узлами сети. C_i — элемент множества C , компонента связности;

p_i — целевая точка для движения узлов компоненты связности;

$trg(C_i) = p_i$ — функция получения целевой точки компоненты связности;

N_i — множество узлов, составляющих компоненту связности C_i ;

n_{ij} — узел множества N_i , запись состоит из идентификатора узла, получаемого функцией $k(n_p)$, координат в пространстве соответствующей размерности, получаемых функцией $Coord(n_{ij})$, и момента фиксации записи, получаемого функцией $t(n_p)$;

$v(n_{ij})$ — функция, получающая направление движения узла, результат представляется в виде вектора размерности пространства. Присвоение нового значения обозначим как $v_{ij} :=$ вектор размерности пространства;

$M_i = mem(n_{ij})$ — «память» узла n_{ij} о положении других узлов сети, где M_i — множество кортежей вида $m_p = n_p$;

$unique(M_i, f(m_p))$ — функция, возвращающая уникальные элементы множества M_i , по аргументу, выбранному функцией $f(m_p)$, применяемой к каждому элементу множества $m_p \in M_i$;

$C(M_i)$ — функция получения множества компонент связности, образуемых записями M_i (связь между записями m_{p1} и m_{p2} существует, они находятся друг от друга на расстоянии меньше радиуса приема-передачи сигнала).

Описанные алгоритмы отличаются механизмом сближения компонент. При этом они имеют общую структуру:

Листинг 1. Общая структура алгоритмов.

1. **for each** $C_i \in C$ **do**
 1. **Рассчитать целевую точку** p_i компоненты C_i ;
 2. Присвоить компоненте C_i целевую точку;
 3. **for each** $n_{ij} \in N_i$ **do**
 1. Получить целевую точку движения, $p_i := trg(C_i)$;
 2. $rt := p_i - n_{ij}$;
 3. $v_{ij} := v(n_{ij})$, $l := u_{\max} / |rt|$;
 4. $v_{ij} := rt * l$;

Последовательно выполняются следующие шаги.

Листинг 2. Алгоритм расчета целевой точки (для алгоритма Gravity).

1. Объединить все кортежи из памяти узлов $M_m := \cup (\forall n_{ij} \in N_i, mem(n_{ij}))$;
2. Выбрать наименее устаревшие позиции узлов $M_1 := unique(\argmax(M_m, t(m_p)), k(m_p))$, выбор уникальных по идентификатору записей с максимальным значением по параметру времени t ;
3. Удалить записи об узлах из текущей компоненты $M_f := \forall m_p \in M_1 \forall n_{ij} \in N_i (k(m_p) \neq j)$;
4. Рассчитать компоненты связности $C := C(M_f)$;
5. Выбрать компоненту связности с наибольшим количеством вершин (случайную, если таких несколько) $C_k := \forall C_f \in C \max(|C_f|) \geq |C_i|$. Если текущая компонента является компонентой с наибольшим количеством вершин, то для нее целевая точка не возвращается;
6. Вычислить $p_k := \sum Coord(n_{kj}) / |N_k|$;

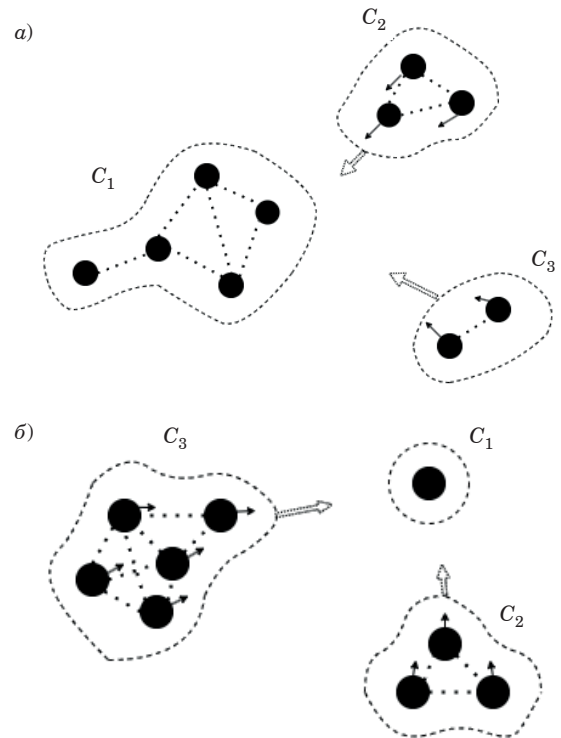
Этот алгоритм иллюстрирует рис. 5, а. Здесь узлы компонент C_2 и C_3 по своим базам данных определили, что компонента C_1 имеет наибольшее количество вершин, и в качестве целевой точки для себя рассчитали ее центр.

Последовательно выполняются следующие шаги.

Листинг 3. Алгоритм расчета целевой точки (ReverseGravity).

1. Объединить все кортежи из памяти узлов $M_m := \cup (\forall n_{ij} \in N_i, mem(n_{ij}))$;
2. Выбрать наименее устаревшие позиции узлов $M_1 := unique(\argmax(M_m, t(m_p)), k(m_p))$, выбор уникальных по идентификатору записей с максимальным значением по параметру времени t ;
3. Удалить записи об узлах из текущей компоненты $M_f := \forall m_p \in M_1 \forall n_{ij} \in N_i (k(m_p) \neq j)$;
4. Рассчитать компоненты связности $C := C(M_f)$;
5. Выбрать компоненту связности с наименьшим количеством вершин (случайную, если таких несколько) $C_k := \forall C_f \in C \min(|C_f|) \leq |C_i|$. Если текущая компонента является компонентой с наибольшим количеством вершин, то для нее целевая точка не возвращается;
6. Вычислить $p_k := \sum Coord(n_{kj}) / |N_k|$;

Этот алгоритм иллюстрирует рис. 5, б. Здесь узлы компонент C_2 и C_3 по своим базам данных



■ **Рис. 5.** Взаимодействие компонент в алгоритме Gravity (а) и ReverseGravity (б)

■ **Fig. 5.** Interaction of components in the Gravity algorithm (а) and ReverseGravity algorithm (б)

определили, что компонента C_1 имеет наименьшее количество вершин, и в качестве целевой точки для себя рассчитали ее центр, который одновременно является центром единственной вершины компоненты.

В алгоритме Gravity целевой точкой является центр масс наибольшей компоненты связности. В таком случае управляющим воздействием подвергается более разреженная часть графа, что ведет к большей плотности расположения узлов и уменьшению вероятности потери связности. В алгоритме ReverseGravity целевой точкой является центр масс меньшей компоненты связности, часто это отдельный узел. В этом случае вся поисковая сеть будет смещаться в сторону отдельных узлов, приводя постепенно к большей области обзора.

Вычислительная сложность алгоритмов определяется следующими этапами.

Первый этап: объединение памяти узлов. Каждый узел формирует свой массив данных, состоящий из информации о $(n - |N_i|)$ узлах, не принадлежащих компоненте. Затем для каждого узла за время $O(|N_i| * (n - |N_i|))$ отыскивается актуальная информация о позиции, в худшем случае сложность $O(n^2)$.

Второй этап: расчет компонент связности для полученных позиций узлов. Этот этап может производиться с помощью существующих алгоритмов, например алгоритмом Дейкстры, сложность $O(n^2)$.

Третий этап: поиск наибольшей или наименьшей компоненты связности по количеству принадлежащих ей вершин. Оценка для этого этапа $O(|C|)$, где C — множество компонент связности, полученных на предыдущем этапе, или $O(n)$.

Четвертый этап: расчет целевой точки; состоит из расчета центральной точки целевой компоненты, сложность $O(|C_i|)$, и расчета нового направления движения для каждого узла, сложность $O(|N_i|)$. В худшем случае сложность этапа $O(n)$. Этап опционален, поскольку текущая компонента связности может оказаться целевой.

Так как алгоритм выполняется на каждом узле параллельно, а этапы последовательны и не вложены друг в друга, общая вычислительная сложность $O(n^2)$. При этом указанная оценка применима к обоим предложенным алгоритмам.

Оценка эффективности алгоритмов

Для оценки эффективности алгоритмов проведено имитационное моделирование с помощью фреймворка [21].

В области $Region = [0; 1000]^2$ располагалось 40 узлов сенсорной сети со случайными координатами, имеющими двумерное равномерное распределение. В каждой группе экспериментов

задавалась область P размера 500×300 в случайном положении, внутри которой генерировалось множество S случайных точек, обозначающих объекты, $|S| = 300$. Вычислялась мера $\mu(Conv(S))$ для контроля предельного значения величин $\mu(Conv(S, t))$ при $t \rightarrow \infty$. Для каждого объекта задавалось независимое поведение видимости и невидимости с параметрами $M_v = 10$, $M_l = 100$. Имитационный запуск включал в себя вычисление движения узлов сети до некоторого момента t_{max} в соответствии с моделью мобильности Random Walk для сети без управления. Для сетей с управлением эта модель динамически корректировалась алгоритмом Gravity или ReverseGravity. Параллельно вычислялось $q(t) = \mu(Conv(S, t)) / \mu(Conv(S))$. По окончании серии экспериментов вычислялась оценка математического ожидания $Mq(t)$.

Одним из косвенных показателей эффективности алгоритмов управления связностью является количество компонент в графе сети. В таблице для различных значений радиусов r устройств радиосвязи узлов приведены средние значения количества компонент в графах сетей.

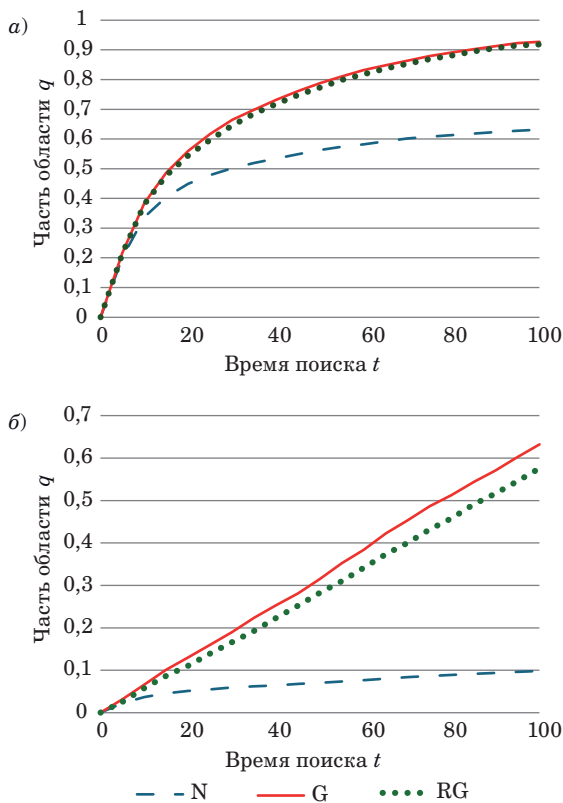
Средние значения взяты за период $0 \leq t \leq 100$. Числа показывают, что в отсутствие управления уже при $r < 220$ граф обычно содержит более двух компонент, в то время как при использовании управления он связан приблизительно в течение половины периода наблюдения. При $r = 170$ различие в числе компонент в три раза.

Показаны (рис. 6, а) зависимости $Mq(t)$ для трех случаев: без управления (кривая N), с использованием алгоритма Gravity (кривая G) и с использованием алгоритма ReverseGravity (кривая RG).

Анализ графиков показывает, что начальные скорости поиска (угол наклона касательных в точке $t = 0$) совпадают, но затем начинают проявляться эффекты управления связностью. К моменту времени $t = 100$ поиск с использованием алгоритма Gravity почти закончен ($q(100) > 0,92$), но без управления он не достиг и 2/3 значения $\mu(Conv(S))$. Замедление прогресса — уменьшение производной $Mq(t)$ с течением времени — связано с повышением вероятности

- Среднее количество компонент в графе сети
- Average value of component number

Режим управления	r					
	170	200	220	250	280	300
Без управления	7,0	3,5	2,4	1,5	1,2	1,10
С алгоритмом Gravity	2,3	2,2	1,6	1,2	1,1	1,03



■ **Рис. 6.** Эффективность поиска алгоритмами Gravity и ReverseGravity: *a* – $r = 250, d = 340$; *б* – $r = 200, d = 440$
 ■ **Fig. 6.** Search efficiency of Gravity and ReverseGravity algorithms: *a* – $r = 250, d = 340$; *б* – $r = 200, d = 440$

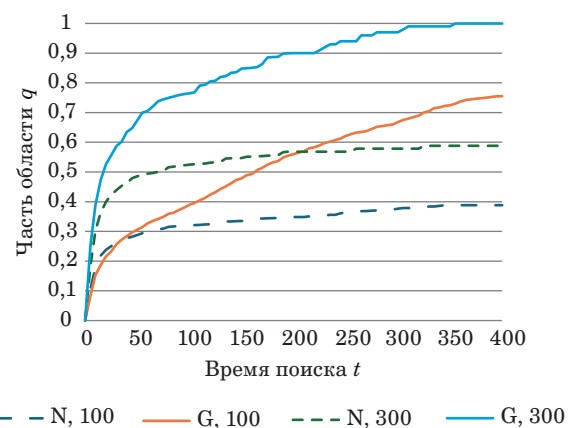
для каждого нового найденного объекта попасть внутрь увеличивающейся оболочки $Conv(S)$.

По графикам рис. 6, б видно, что произойдет, если уменьшить радиус связи между узлами ($r = 200$), увеличив размер зоны обзора узла (440), в близких пропорциях, по сравнению со значениями рис. 6, а.

Здесь эффект использования предложенных алгоритмов еще более значителен. К моменту времени $t = 100$ сеть без управления связностью в среднем находит около 10 % площади области, в то время как с алгоритмом управления связностью Gravity сеть находит 63 % площади области, а с алгоритмом ReverseGravity – около 57 % области.

Небольшое различие в эффективности алгоритмов управления можно объяснить тем, что в случае алгоритма ReverseGravity при отклонении одного из узлов вся сеть движется в его сторону, в отличие от Gravity, где вся сеть остается на месте, а управляющему воздействию подвергается только отклонившийся узел.

В сенсорных сетях большего размера эффективность управления связностью с помощью алгоритма Gravity также очевидна. На рис. 7



■ **Рис. 7.** Эффективность поиска без управления и с алгоритмом Gravity
 ■ **Fig. 7.** Search efficiency without control and with the Gravity algorithm

приведены зависимости $q(t)$ для больших сетей ($n = 100, r = 150, d = 340$) и сетей с очень высокой плотностью узлов ($n = 300, r = 100, d = 340$).

Вариант $n = 300$ интересен тем, что количество узлов сети равно количеству объектов в искомой области. Наличие управления при такой высокой плотности позволяет найти точное значение выпуклой оболочки области P уже к моменту $t = 360$ ($q(360) = 1$), в то время как без управления величина $q(t)$ в пределах графиков не достигает и 60 % площади области.

Заключение

Описана новая математическая модель децентрализованной мобильной сенсорной сети, решающей задачи поиска случайных объектов переменной видимости и описания области их нахождения в заданной части пространства. В модели учитывается проблема отсутствия связности сети в течение некоторых временных промежутков, которая ведет к устареванию информации, используемой узлами сети для построения описания области. Проведена оценка скорости поиска в зависимости от характеристик объектов и параметров связи узлов и обзора сенсоров. Разработаны алгоритмы управления связностью, выполняемые агентами в узлах сети. Они основаны на динамическом уменьшении количества связных компонент графа сети. В результате работы алгоритмов уменьшается возраст информации в сети, а также в несколько раз ускоряется поиск. Эффективность использования предложенных алгоритмов подтверждена имитационными экспериментами.

Литература

1. Cui Y., Liu F., Jing X., Mu J. Integrating sensing and communications for ubiquitous IoT: Applications, trends and challenges. *IEEE Network*, 2021, vol. 35, no. 5, pp. 158–167. doi:10.1109/MNET.010.2100152
2. Mishra B., Garg D., Narang P., Mishra V. Drone-surveillance for search and rescue in natural disaster. *Computer Communication*, 2020, vol. 156, pp. 1–10.
3. Shermin A., Dhongdi S. C. Review of Underwater Mobile Sensor Network for ocean phenomena monitoring. *Journal of Network and Computer Applications*, 2022, vol. 205, Article 103418. doi:10.1016/j.jnca.2022.103418
4. Hentati A. I., Fourati L. C., Rezgui J. Cooperative UAVs framework for Mobile Target Search and tracking. *Computers and Electrical Engineering*, 2022, vol. 101, Article 107992. doi:10.1016/j.compeleceng.2022.107992
5. Yousuf B., Lendek Z., Buşoniu L. Multi-agent exploration-based search for an unknown number of targets. *IFAC-PapersOnLine*, 2023, vol. 56, iss. 2, pp. 5494–5499. doi:10.1016/j.ifacol.2023.10.206
6. Campioni F., Choudhury S., Tariq U., Bashir A. K. Recruitment algorithms for vehicular sensor networks. *Computer Communication*, 2020, vol. 159, pp. 9–14.
7. Sohail M., Latif Z., Javed S., Biswas S., Ajmal S., Iqbal U., Jafri M. R., Khan A. U. Routing protocols in Vehicular Ad hoc Networks (VANETs): A comprehensive survey. *Journal of Internet of Things*, 2023, vol. 23, Article 100837. doi:10.1016/j.iot.2023.100837
8. Phoemphon S., Leelathakul N., So-In C. An enhanced node segmentation and distance estimation scheme with a reduced search space boundary and improved PSO for obstacle-aware wireless sensor network localization. *Journal of Network and Computer Applications*, 2024, vol. 221, Article 103783. doi:10.1016/j.jnca.2023.103783
9. Luo X., Xie J., Xiong L., Liu Y., He Y. Distributed topology control of multiple ISAC-UAVs for mobile search teams in unknown 3-D terrains. *Ad Hoc Networks*, 2025, vol. 169, Article 103753. doi:10.1016/j.adhoc.2025.103753
10. Миков А. И. Информационные процессы и нормативные системы в ИТ: Математические модели. Проблемы проектирования. Новые подходы. М., Либроком, 2020. 256 с.
11. Avena L., GÜltaş H., Hofstad R. van der, Hollander W. T. F. den, Nagy O. Linking the mixing times of random walks on static and dynamic random graphs. *Journal of Stochastic Processes and their Applications*, 2022, vol. 153, pp. 145–182. doi:10.1016/j.spa.2022.07.009
12. Liu F., Yuanhao C., Masouros C., Xu J., Han T. X., Eldar Y., Buzzi S. Integrated sensing and communications: Towards dual-functional wireless networks for 6G and beyond. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2022, vol. 40, no. 6, pp. 1728–1767. doi:10.1109/JSAC.2022.3156632
13. Liu F., Masouros C., Petropulu A., Griffiths H., Hanzo L. Joint radar and communication design: Applications, state-of-the-art, and the road ahead. *IEEE Transactions on Communications*, 2020, vol. 68, no. 6, pp. 3834–3862. doi:10.1109/TCOMM.2020.2973976
14. Azarhava H., Abdollahi M. P., Niya J. M., Tinati M. A. Joint resource allocation and UAV placement in UAV-assisted Wireless Powered Sensor Networks using TDMA and NOMA. *Ad Hoc Networks*, 2024, vol. 157, Article 103459. doi:10.1016/j.adhoc.2024.103459
15. Li Q., Liu N. Monitoring area coverage optimization algorithm based on nodes perceptual mathematical model in wireless sensor networks. *Computer Communication*, 2020, vol. 155, pp. 227–234. doi:10.1016/j.comcom.2019.12.040
16. Миков А. И., Миков А. А. Мультиагентное управление масштабируемыми оппортунистическими сетями. *Информатизация и связь*, 2022, № 1, с. 30–41. doi:10.34219/2078-8320-2022-13-1-30-41
17. Naderi M., Ghanbari M. Adaptively prioritizing candidate forwarding set in opportunistic routing in VANETs. *Ad Hoc Networks*, 2023, vol. 140, Article 103048. doi:10.1016/j.adhoc.2022.103048
18. Sharvari N. P., Das D., Bapat J., Das D. Connectivity and collision constrained opportunistic routing for emergency communication using UAV. *Journal of Computer Networks*, 2023, vol. 220, Article 109468. doi:10.1016/j.comnet.2022.109468
19. Nguyen M. T. Distributed compressive and collaborative sensing data collection in mobile sensor networks. *Internet of Things*, 2020, vol. 9, Article 100156. doi:10.1016/j.iot.2019.100156
20. Habibiyan R., Sabbagh A. G. Connectivity analysis of 2D underwater optical wireless sensor networks using a geometric approach. *Ad Hoc Networks*, 2022, vol. 134, Article 102910. doi:10.1016/j.adhoc.2022.102910
21. Миков А. И., Миков А. А. Анализ мобильных периферийных компьютерных сетей на основе специализированного фреймворка. *Информатизация и связь*, 2023, № 3, с. 7–12. doi:10.34219/2078-8320-2023-14-3-7-12

UDC 519.179.2, 004.722.2

doi:10.31799/1684-8853-2025-3-37-48

EDN: RBIVJOJ

Mathematical model of a search sensor network with connectivity controlA. I. Mikov^a, Dr. Sc., Phys.-Math, Professor, orcid.org/0009-0001-1469-6198, alexander_mikov@mail.ruA. A. Mikov^a, Assistant Professor, orcid.org/0009-0007-1552-237X^aKuban State University, 149, Stavropol St., 350040, Krasnodar, Russian Federation

Introduction: The effectiveness of using mobile sensor networks to solve problems of searching and describing special areas on the Earth's surface containing short-term observable objects of a given type largely depends on the dynamics of the topological properties of the networks. The loss of network connectivity when nodes are moved and its division into components leads to the obsolescence of information in the nodes and, as a result, to a decrease in the accuracy of solving problems. **Purpose:** To develop a mathematical model of a search sensor network and, based on it, algorithms for managing the connectivity of a mobile network that improve search efficiency. **Results:** We develop a mathematical model of a mobile wireless computer network that uses a mobility model in the form of random walks of sensor nodes to search for an unknown area of concentration of objects of a given type. The search speed is estimated by the measure of the convex hull of the subset of objects found by a given time. We demonstrate that the efficiency of the search process is determined by the interaction of two independent alternating random processes: changes in the states of objects "available for observation" / "not available for observation" and changes in the states of the computer network graph "connected" / "disconnected". We find out how the search time depends on the parameters of these processes and formulate the conditions for a successful search for all objects. It has been shown that one of the main problems of speeding up the search is ensuring network connectivity. We develop new algorithms for controlling the topology of sensor networks, the high efficiency of which has been confirmed by the results of stochastic modeling. **Practical relevance:** The results can be applied to create ad hoc search networks for areas such as distribution areas of various animal species, areas of man-made and natural disasters, and concentrations of various types of objects.

Keywords — decentralized search, network node sensor, field of view, alternating random process, period of invisibility, random walk, connectivity probability, component convergence.

For citation: Mikov A. I., Mikov A. A. Mathematical model of a search sensor network with connectivity control. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2025, no. 3, pp. 37–48 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2025-3-37-48, EDN: RBIVJOJ

References

1. Cui Y., Liu F., Jing X., Mu J. Integrating sensing and communications for ubiquitous IoT: Applications, trends and challenges. *IEEE Network*, 2021, vol. 35, no. 5, pp. 158–167. doi:10.1109/MNET.010.2100152
2. Mishra B., Garg D., Narang P., Mishra V. Drone-surveillance for search and rescue in natural disaster. *Computer Communication*, 2020, vol. 156, pp. 1–10.
3. Shermin A., Dhongdi S. C. Review of Underwater Mobile Sensor Network for ocean phenomena monitoring. *Journal of Network and Computer Applications*, 2022, vol. 205, Article 103418. doi:10.1016/j.jnca.2022.103418
4. Hentati A. I., Fourati L. C., Rezgui J. Cooperative UAVs framework for Mobile Target Search and tracking. *Computers and Electrical Engineering*, 2022, vol. 101, Article 107992. doi:10.1016/j.compeleceng.2022.107992
5. Yousuf B., Lendek Z., Buşoni L. Multi-agent exploration-based search for an unknown number of targets. *IFAC-PapersOnLine*, 2023, vol. 56, iss. 2, pp. 5494–5499. doi:10.1016/j.ifacol.2023.10.206
6. Campioni F., Choudhury S., Tariq U., Bashir A. K. Recruitment algorithms for vehicular sensor networks. *Computer Communication*, 2020, vol. 159, pp. 9–14.
7. Sohail M., Latif Z., Javed S., Biswas S., Ajmal S., Iqbal U., Jafri M. R., Khan A. U. Routing protocols in Vehicular Ad hoc Networks (VANETs): A comprehensive survey. *Journal of Internet of Things*, 2023, vol. 23, Article 100837. doi:10.1016/j.iot.2023.100837
8. Phoemphon S., Leelathakul N., So-In C. An enhanced node segmentation and distance estimation scheme with a reduced search space boundary and improved PSO for obstacle-aware wireless sensor network localization. *Journal of Network and Computer Applications*, 2024, vol. 221, Article 103783. doi:10.1016/j.jnca.2023.103783
9. Luo X., Xie J., Xiong L., Liu Y., He Y. Distributed topology control of multiple ISAC-UAVs for mobile search teams in unknown 3-D terrains. *Ad Hoc Networks*, 2025, vol. 169, Article 103753. doi:10.1016/j.adhoc.2025.103753
10. Mikov A. I. *Informatsionnye processy i normativnye sistemy v IT: Matematicheskie modeli. Problemy proektirovaniya. Novye podkhody* [Information processes and normative systems in IT: Mathematical models. Design problems. Novel approaches]. Moscow, Librokom Publ., 2020. 256 p. (In Russian).
11. Avena L., Gültaş H., Hofstad R. van der, Hollander W. T. F. den, Nagy O. Linking the mixing times of random walks on static and dynamic random graphs. *Journal of Stochastic Processes and their Applications*, 2022, vol. 153, pp. 145–182. doi:10.1016/j.spa.2022.07.009
12. Liu F., Yuanhao C., Masouros C., Xu J., Han T. X., Eldar Y., Buzzi S. Integrated sensing and communications: Towards dual-functional wireless networks for 6G and beyond. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2022, vol. 40, no. 6, pp. 1728–1767. doi:10.1109/JSAC.2022.3156632
13. Liu F., Masouros C., Petropulu A., Griffiths H., Hanzo L. Joint radar and communication design: Applications, state-of-the-art, and the road ahead. *IEEE Transactions on Communications*, 2020, vol. 68, no. 6, pp. 3834–3862. doi:10.1109/TCOMM.2020.2973976
14. Azarhava H., Abdollahi M. P., Niya J. M., Tinati M. A. Joint resource allocation and UAV placement in UAV-assisted Wireless Powered Sensor Networks using TDMA and NOMA. *Ad Hoc Networks*, 2024, vol. 157, Article 103459. doi:10.1016/j.adhoc.2024.103459
15. Li Q., Liu N. Monitoring area coverage optimization algorithm based on nodes perceptual mathematical model in wireless sensor networks. *Computer Communication*, 2020, vol. 155, pp. 227–234. doi:10.1016/j.comcom.2019.12.040
16. Mikov A. I., Mikov A. A. Multi-agent management of scalable opportunistic networks. *Informatizatsia i svyaz*, 2022, no. 1, pp. 30–41 (In Russian). doi:10.34219/2078-8320-2022-13-1-30-41
17. Naderi M., Ghanbari M. Adaptively prioritizing candidate forwarding set in opportunistic routing in VANETs. *Ad Hoc Networks*, 2023, vol. 140, Article 103048. doi:10.1016/j.adhoc.2022.103048
18. Sharvari N. P., Das D., Bapat J., Das D. Connectivity and collision constrained opportunistic routing for emergency communication using UAV. *Journal of Computer Networks*, 2023, vol. 220, Article 109468. doi:10.1016/j.comnet.2022.109468
19. Nguyen M. T. Distributed compressive and collaborative sensing data collection in mobile sensor networks. *Internet of Things*, 2020, vol. 9, Article 100156. doi:10.1016/j.iot.2019.100156
20. Habibiyan R., Sabbagh A. G. Connectivity analysis of 2D underwater optical wireless sensor networks using a geometric approach. *Ad Hoc Networks*, 2022, vol. 134, Article 102910. doi:10.1016/j.adhoc.2022.102910
21. Mikov A. I., Mikov A. A. Analysis of mobile edge computer networks based on a specialized framework. *Informatizatsia i svyaz*, 2023, no. 3, c. 7–12 (In Russian). doi:10.34219/2078-8320-2023-14-3-7-12