



Параметрическая идентификация подсистем радиотелескопов при влиянии внешнего воздействия

А. Ю. Кучмин^а, доктор техн. наук, ведущий научный сотрудник, orcid.org/0000-0003-0699-6112, radiotelescope@yandex.ru

С. С. Расова^а, канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник, orcid.org/0000-0002-1272-1839

^аИнститут проблем машиноведения Российской академии наук, Большой пр. В. О., 61, Санкт-Петербург, 191718, РФ

Введение: радиотелескопы являются сложными нестационарными динамическими объектами, подверженными влиянию различного рода внешних воздействий, таких как гравитация, ветер и температура. Все это существенным образом снижает точность управления элементами зеркальной системы радиотелескопов и, как следствие, снижает их эффективность. Для повышения точности систем управления радиотелескопами необходимо создавать модели воздействия на них внешних факторов на основе результатов идентификации. **Цель:** разработать методы идентификации подсистем радиотелескопов на основе интеллектуальных электромеханических систем при наличии внешних воздействий различной природы. **Результаты:** получены модификации статистических МНК-идентификаторов, позволяющие решать задачу оценивания параметров динамических квазистационарных систем при медленно меняющихся внешних воздействиях. Предложен простой и эффективный метод синтеза подобного рода идентификаторов для внешних воздействий векторного и скалярного вида с учетом ограничений. Для случая скалярного внешнего воздействия разработан новый двухкаскадный наблюдатель, позволяющий получать оценки разных видов внешнего воздействия, что показано на примере типовых воздействий, таких как постоянное, с постоянной скоростью, с постоянным ускорением, синусоидальное и случайное. Создан метод построения программных движений для динамических систем при влиянии внешнего воздействия на основе наблюдателя полного порядка. **Практическая значимость:** учет внешнего воздействия является основным фактором повышения точности систем управления радиотелескопами. Методы совместного оценивания параметров и внешнего воздействия позволяют строить более высокоточные системы управления радиотелескопами.

Ключевые слова — радиотелескоп, адаптивная зеркальная система, МНК-идентификатор, идентификация, интеллектуальные электромеханические системы, внешнее воздействие.

Для цитирования: Кучмин А. Ю., Расова С. С. Параметрическая идентификация подсистем радиотелескопов при влиянии внешнего воздействия. *Информационно-управляющие системы*, 2025, № 5, с. 50–63. doi:10.31799/1684-8853-2025-5-50-63, EDN: KPWVZO

For citation: Kuchmin A. Yu., Rasova S. S. Parametric identification of subsystems of radio-telescopes under the external loading. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2025, no. 5, pp. 50–63 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2025-5-50-63, EDN: KPWVZO

Введение

Радиотелескопы — это астрономические инструменты для исследования космоса в радиочастотном диапазоне [1–5]. Основным элементом радиотелескопа является антенная система, составленная из зеркал. Основной задачей управления в радиотелескопе является наведение элементов зеркальной системы на источник космического излучения с требуемой точностью [6–9]. Зеркальные системы подвержены влиянию различных факторов, основными из которых являются ветровая, гравитационная нагрузка и температура [10–16]. Таким образом, для обеспечения требуемого качества управления необходимо с помощью исполнительных механизмов компенсировать ошибки позиционирования отражающих поверхностей и их деформации.

Развитие кибернетического подхода позволило использовать для управления зеркальными

системами современные исполнительные механизмы параллельной структуры, получившие название интеллектуальные электромеханические системы (ИЭМС) [17–19]. Высокая эффективность использования ИЭМС для наведения зеркальных систем обеспечена наличием параллельной кинематической схемы, малой металлоемкостью, высокой точностью и адаптивностью. Однако ИЭМС представляют собой сложные электромеханические системы, параметры которых меняются в ходе их перемещений. Идентификация параметров ИЭМС при управлении в условиях действия внешних воздействий и различного рода ограничений является актуальной задачей [20–23].

Современные радиотелескопы строятся на основе методов адаптивной оптики [7]. В данной статье мы будем рассматривать полноповоротные радиотелескопы с адаптивными отражающими поверхностями. Главное зеркало подобных радиотелескопов выполняется из отдель-

ных щитов, положение которых и деформации корректируются с помощью исполнительных механизмов на основе ИЭМС, представляющих собой n -поды — параллельные кинематические машины, состоящие из двух платформ, одна из которых относительно другой (как правило, верхняя) перемещается с помощью электромеханических домкратов (актуаторов) [17–19, 22, 23]. Каждый актуатор состоит из электродвигателя, редуктора и линейного механического двигателя (чаще всего шариковинтовой пары). К платформам актуатор крепится с помощью шарниров, обеспечивающих его угловое перемещение. Есть варианты конструкций, где шарниры отсутствуют. В качестве исполнительных механизмов в новейших радиотелескопах используются гексаподы, имеющие шесть актуаторов. Аналогичную конструкцию имеют и контррефлекторы. Их адаптивная поверхность также выполняется из отдельных щитов, перемещаемых n -подами.

Основным элементом исполнительных механизмов адаптивных зеркальных систем являются линейные приводы, параметры которых меняются при наведении радиотелескопа, в частности жесткость и моменты инерции. В связи с этим приходится решать задачу идентификации параметров моделей этих приводов, что осложняется наличием внешних воздействий, таких как гравитационная и ветровая нагрузки и температурные деформации, вносящих значительную ошибку в оценки параметров приводов. Поэтому необходимо разработать метод совместного оценивания параметров привода и внешних воздействий, что позволит компенсировать влияние внешнего воздействия.

Модели элементов исполнительных механизмов ИЭМС

Рассматриваются два основных вида приводов исполнительных механизмов, широко используемых в ИЭМС для зеркальных систем радиотелескопов: привод углового перемещения элементов зеркальной системы [24] и линейный привод [23].

Математическая модель привода угловых перемещений

Привод угловых перемещений (УП) состоит из электродвигателя, редуктора, подвижной платформы, соединенной с редуктором с помощью коренной шестерни. Используются приводы по углу азимута и по углу места. В подобных приводах в зависимости от их типа могут быть использованы электродвигатели постоянного

тока и асинхронные электродвигатели переменного тока. Мы ограничимся вариантом асинхронных электродвигателей переменного тока при частотном управлении. Схема замещения привода для построения модели представляет собой линеаризованную модель электродвигателя, модель упругого редуктора в виде жесткости и соединенной с редуктором платформы, которая моделируется абсолютно твердым телом, характеризуемым моментом инерции. На привод действует момент внешнего воздействия. Динамика привода может быть описана с помощью модели, представленной в работе [24] и модифицированной с учетом влияния внешнего воздействия.

Линеаризованные уравнения асинхронного электродвигателя при частотном управлении будут иметь вид

$$I_{\text{дв}} = \frac{M_{\text{дв}}}{C_m}; \dot{M}_{\text{дв}} = -\frac{1}{T_e} M_{\text{дв}} - \frac{B_t}{T_e} \omega_{\text{дв}} + \frac{B_t}{K_\omega T_e} \omega_u; \\ J_{\text{дв}} \dot{\omega}_{\text{дв}} = M_{\text{дв}} - \mu_{\text{дв}} \omega_{\text{дв}} - M_H,$$

где $I_{\text{дв}}$ — ток электродвигателя; $M_{\text{дв}}$ — момент электродвигателя; C_m — моментная постоянная электродвигателя; T_e — электрическая постоянная времени электродвигателя; B_t — коэффициент жесткости механической характеристики электродвигателя; $\omega_{\text{дв}}$ — угловая скорость электродвигателя; K_ω — коэффициент частоты; ω_u — частота питающего напряжения электродвигателя; $J_{\text{дв}}$ — момент инерции ротора электродвигателя; $\mu_{\text{дв}}$ — коэффициент вязкого трения в подшипниках электродвигателя; M_H — момент нагрузки электродвигателя.

Параметры модели электродвигателя привода УП:

- электрическая постоянная времени электродвигателя — 0,1 с;
- коэффициент частоты — 1,4 с²/рад;
- моментная постоянная электродвигателя — 0,133 Н·м/А;
- коэффициент жесткости механической характеристики электродвигателя — 0,3 Н·м·с/рад;
- момент инерции ротора электродвигателя — 0,03 кг·м²;
- коэффициент вязкого трения в подшипниках электродвигателя — 0,0138 Н·м·с/рад.

Параметры замещения механической части привода УП:

- коэффициент жесткости — 0,54 · 10¹⁰ Н·м/рад;
- коэффициент демпфирования — 0,54 × 10⁹ Н·м·с/рад;
- передаточное число редуктора — 10⁵;
- момент инерции платформы — 5,84 · 10⁷ кг·м².

Запишем уравнения модели привода УП в пространстве состояний:

$$\dot{\mathbf{X}}_{\text{УП}} = \mathbf{A}_{\text{УП}} \mathbf{X}_{\text{УП}} + \mathbf{B}_{\text{УП}} u_{\text{УП}} + \mathbf{F}_{\text{УП}} \xi_{\text{УП}}, \quad \mathbf{X}_{\text{УП}} = [I_{\text{дв}} \quad \omega_{\text{дв}} \quad \omega_{\text{пл}} \quad \varphi \quad \alpha]^T,$$

$$\mathbf{A}_{\text{УП}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_e} & -\frac{B_t}{T_e C_m} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{C_m}{J_{\text{дв}}} & -\frac{D_{\text{УП}}}{J_{\text{дв}} I_{\text{ред}}^2} - \frac{\mu_{\text{дв}}}{J_{\text{дв}}} & \frac{D_{\text{УП}}}{J_{\text{дв}} I_{\text{ред}}} & \frac{C_{\text{УП}}}{J_{\text{дв}} I_{\text{ред}}} & 0 \\ 0 & \frac{D_{\text{УП}}}{J_{\text{пл}} I_{\text{ред}}} & -\frac{D_{\text{УП}}}{J_{\text{пл}}} & -\frac{C_{\text{УП}}}{J_{\text{пл}}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{I_{\text{ред}}} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{\text{УП}} = \begin{bmatrix} \frac{B_t}{T_e C_m K_{\omega}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_{\text{УП}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{J_{\text{пл}}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где $\mathbf{X}_{\text{УП}}$ — вектор состояния УП; $\omega_{\text{пл}}$ — угловая скорость платформы УП; φ — угловая деформация УП; α — угол поворота платформы УП; $\mathbf{A}_{\text{УП}}$, $\mathbf{B}_{\text{УП}}$, $\mathbf{F}_{\text{УП}}$ — матрицы параметров модели УП в пространстве состояний; $D_{\text{УП}}$ — коэффициент демпфирования УП; $C_{\text{УП}}$ — коэффициент жесткости УП; $J_{\text{пл}}$ — момент инерции платформы УП; $I_{\text{ред}}$ — передаточное число редуктора; $u_{\text{УП}}$ — управляющее воздействие, $u_{\text{УП}} = \omega_u$; $\xi_{\text{УП}}$ — внешнее воздействие.

Параметры модели (1) имеют разный диапазон, что приводит к плохой обусловленности при вычислениях. Приводы в радиотелескопах имеют высокую точность, и диапазоны изменения величин, характеризующих положение платформы, измеряются в угловых секундах. По этой причине целесообразным является переход от радиан к угловым секундам в компонентах вектора состояния, описывающих положение платформы, в модели (1), чтобы избежать плохой вычислительной обусловленности.

Введем матрицу линейного преобразования от радиан к угловым секундам $\mathbf{K}_{\text{rad2sec}} = \text{diag}(1, 1, 180 \cdot 3600/\pi, 180 \cdot 3600/\pi, 180 \cdot 3600/\pi)$. Вектор состояния в (1) может быть выражен через новый вектор состояния $\mathbf{X}_{\text{УП}}^*$ как $\mathbf{X}_{\text{УП}} = \mathbf{K}_{\text{rad2sec}}^{-1} \mathbf{X}_{\text{УП}}^*$. Тогда, используя это линейное преобразование, получим

$$\dot{\mathbf{X}}_{\text{УП}}^* = \mathbf{A}_{\text{УП}}^* \mathbf{X}_{\text{УП}}^* + \mathbf{B}_{\text{УП}}^* u_{\text{УП}} + \mathbf{F}_{\text{УП}}^* \xi_{\text{УП}},$$

$$\mathbf{A}_{\text{УП}}^* = \mathbf{K}_{\text{rad2sec}} \mathbf{A}_{\text{УП}} \mathbf{K}_{\text{rad2sec}}^{-1}, \quad \mathbf{B}_{\text{УП}}^* = \mathbf{K}_{\text{rad2sec}} \mathbf{B}_{\text{УП}}, \quad \mathbf{F}_{\text{УП}}^* = \mathbf{K}_{\text{rad2sec}} \mathbf{F}_{\text{УП}}. \quad (2)$$

Были рассчитаны матрицы параметров УП из (2):

$$\mathbf{A}_{\text{УП}} = \begin{bmatrix} -10,00 & -22,56 & 0 & 0 & 0 \\ 4,43 & -2,26 & 0,87 & 8,73 & 0 \\ 0 & 19,07 & -9,25 & -92,47 & 0 \\ 0 & -2,06 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{\text{УП}} = \begin{bmatrix} 16,11 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_{\text{УП}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -3,5 \cdot 10^{-3} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Далее мы будем использовать систему (2) и индекс * будем опускать для упрощения записи. Если будут использоваться матрицы из (1), это будет отмечаться.

Математическая модель привода линейных перемещений

Поскольку для перемещения элементов зеркальной системы используются исполнительные механизмы параллельной структуры, основными элементами которых являются линейные приводы [23], то мы рассмотрим модель подобного устройства. Линейный привод (ЛП) состоит из электродвигателя постоянного тока, редуктора, линейного движителя (чаще всего шариковинтовой пары) и платформы. Схема замещения линейного привода состоит из линеаризованной модели электродвигателя постоянного тока, редуктора, описываемого упругим элементом, линейного движителя, который описывается передаточным числом, и платформы, которая представляет собой абсолютно твердое тело, характеризующееся массой. На привод действует сила внешнего воздействия. Динамика привода может быть описана с помощью модели, представленной в работах [23, 24] и модифицированной с учетом влияния внешнего воздействия.

Рассматривается ЛП со следующими характеристиками.

Параметры электродвигателя:

- постоянная времени обмотки якоря – 0,01 с;
- активное сопротивление обмотки якоря – 2,86 Ом;
- моментная постоянная электродвигателя – 0,036 Н·м/А;
- коэффициент противоЭДС – 0,076 В·с/рад;
- момент инерции якоря электродвигателя – 0,0004 кг·м²;
- коэффициент вязкого трения в подшипниках – 10⁻⁵ Н·м·с/рад;
- напряжение питания – ±24 В.

Параметры системы планетарный редуктор – шариковинтовая передача:

- коэффициент демпфирования – 3,0·10⁵ Н·с/м;
- передаточное число – 1,6·10⁵ рад/м;
- коэффициент жесткости – 6,0·10⁷ Н/м;
- масса перемещаемого груза – 600 кг.

Дифференциальные уравнения упрощенной модели ЛП в пространстве состояния имеют вид

$$\dot{\mathbf{X}}_{\text{ЛП}} = \mathbf{A}_{\text{ЛП}} \mathbf{X}_{\text{ЛП}} + \mathbf{B}_{\text{ЛП}} u_{\text{ЛП}} + \mathbf{F}_{\text{ЛП}} \xi_{\text{ЛП}}, \quad \mathbf{X}_{\text{ЛП}} = [I_{\text{дв}} \quad \omega_{\text{дв}} \quad v_{\text{пл}} \quad d \quad L]^T,$$

$$\mathbf{A}_{\text{ЛП}} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_{\text{дв}}} & -\frac{C_e}{T_{\text{дв}} R_{\text{дв}}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{C_m}{J_{\text{дв}}} & -\frac{D_{\text{ЛП}}}{J_{\text{дв}} I_{\text{ЛП}}^2} - \frac{\mu_{\text{дв}}}{J_{\text{дв}}} & \frac{D_{\text{ЛП}}}{J_{\text{дв}} I_{\text{ЛП}}} & \frac{C_{\text{ЛП}}}{J_{\text{дв}} I_{\text{ЛП}}} & 0 \\ 0 & \frac{D_{\text{ЛП}}}{m_{\text{пл}} I_{\text{ЛП}}} & -\frac{D_{\text{ЛП}}}{m_{\text{пл}}} & -\frac{C_{\text{ЛП}}}{m_{\text{пл}}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{I_{\text{ЛП}}} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{\text{ЛП}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{\text{дв}} R_{\text{дв}}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_{\text{ЛП}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где $\mathbf{X}_{\text{ЛП}}$ – вектор состояния ЛП; $v_{\text{пл}}$ – скорость удлинения штока ЛП; d – деформация ЛП; L – удлинение штока ЛП; $\mathbf{A}_{\text{ЛП}}$, $\mathbf{B}_{\text{ЛП}}$, $\mathbf{F}_{\text{ЛП}}$ – матрицы параметров модели ЛП; $T_{\text{дв}}$ – постоянная времени обмотки якоря электродвигателя; C_e – коэффициент противоЭДС электродвигателя; $R_{\text{дв}}$ – сопротивление обмотки якоря электродвигателя; $D_{\text{ЛП}}$ – коэффициент демпфирования ЛП; $I_{\text{ЛП}}$ – передаточное число ЛП; $C_{\text{ЛП}}$ – коэффициент жесткости ЛП; $m_{\text{пл}}$ – масса платформы и перемещаемого груза; $u_{\text{ЛП}}$ – управляющее воздействие ЛП; $\xi_{\text{ЛП}}$ – внешнее воздействие ЛП.

Введем матрицу линейного преобразования от метров к миллиметрам $\mathbf{K}_{m2mm} = \text{diag}(1, 1, 1000, 1000, 1000)$. Вектор состояния в (3) выразим через новый вектор состояния $\mathbf{X}_{\text{ЛП}}^*$ как $\mathbf{X}_{\text{ЛП}} = \mathbf{K}_{m2mm}^{-1} \mathbf{X}_{\text{ЛП}}^*$. Тогда получим

$$\dot{\mathbf{X}}_{\text{ЛП}}^* = \mathbf{A}_{\text{ЛП}}^* \mathbf{X}_{\text{ЛП}}^* + \mathbf{B}_{\text{ЛП}}^* u_{\text{ЛП}} + \mathbf{F}_{\text{ЛП}}^* \xi_{\text{ЛП}},$$

$$\mathbf{A}_{\text{ЛП}}^* = \mathbf{K}_{m2mm} \mathbf{A}_{\text{ЛП}} \mathbf{K}_{m2mm}^{-1}, \quad \mathbf{B}_{\text{ЛП}}^* = \mathbf{K}_{m2mm} \mathbf{B}_{\text{ЛП}}, \quad \mathbf{F}_{\text{ЛП}}^* = \mathbf{K}_{m2mm} \mathbf{F}_{\text{ЛП}}. \quad (4)$$

Были рассчитаны матрицы параметров ЛП из (4):

$$\mathbf{A}_{\text{ЛП}}^* = \begin{bmatrix} -100,00 & -2,66 & 0 & 0 & 0 \\ 90,00 & -5,43 \cdot 10^{-2} & 4,69 & 937,50 & 0 \\ 0 & 3,13 & -500,00 & -10^5 & 0 \\ 0 & -6,25 \cdot 10^{-3} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{\text{ЛП}}^* = \begin{bmatrix} 34,97 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_{\text{ЛП}}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1,67 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Далее мы будем использовать систему (4) и индекс * будем опускать для упрощения записи. Если будут использоваться матрицы из (3), это будет отмечаться.

Постановка задачи оценивания параметров моделей приводов при наличии внешнего воздействия

Идентификация параметров динамических систем при наличии внешнего воздействия — это сложная задача [22], так как внешнее воздействие вносит существенную погрешность при оценке параметров, поэтому необходимо решать совместную задачу: посредством одного идентификатора оценивать и параметры, и внешнее воздействие. Для этого будем применять модифицированные МНК-идентификаторы, основанные на методе наименьших квадратов [22]. Для увеличения стабильности работы данных идентификаторов целесообразно использовать априорные знания о диапазоне изменения параметров модели приводов, которые могут быть получены на стадии проектирования. Для формирования системы ограничений для внешнего воздействия могут быть использованы результаты косвенных измерений: в случае термодформаций — это температура, в случае ветровой нагрузки — скорость ветра и его направление. Данные ограничения позволяют избежать ситуаций, когда параметры и внешнее воздействие превышают допустимые значения этих величин, получаемые исходя из физической реализуемости.

Были разработаны модифицированные МНК-идентификаторы, позволяющие оценивать системы со скалярным выходом и векторным входом по управляющим и внешним воздействиям [22, 23]. Для рассматриваемых приводов внешняя нагрузка имеет вход по одним обобщающим координатам, а управляющее воздействие — по другим. Поэтому необходимо разработать МНК-идентификатор, который позволял бы оценивать параметры модели, когда она задана в пространстве состояний. В общем случае совместное оценивание параметров привода и внешних воздействий возможно, если весь вектор состояний измеряется. Тогда разработанные [22, 23] МНК-идентификаторы могут быть обобщены для моделей, заданных в пространстве состояний. Следует отметить, что внешнее воздействие в такой постановке определяется как суммарное приведенное внешнее воздействие, определяемое с точностью до весового коэффициента. Данный коэффициент может быть рассчитан на стадии проектирования, если же это сделать невозможно, то он выбирается таким образом, чтобы получить хорошую вычислительную обусловленность при реализации алгоритмов. Статистические методы, такие как модифицированные МНК-идентификаторы, обладают хорошей устойчивостью, но при совместной оценке параметров и внешнего воздействия показали

высокую эффективность в случае квазистационарных систем, когда и параметры, и внешнее воздействие медленно меняются. Для обеспечения высокого качества оценки параметров на временном отрезке оценивания внешнее воздействие аппроксимируется полиномом. Выбор порядка аппроксимирующего полинома — нетривиальная задача, напрямую связанная со скоростью изменения внешнего воздействия и размером выборки, на которой решается задача идентификации. При небольших выборках и медленно меняющемся внешнем воздействии хорошие результаты показывает линейная аппроксимация. Здесь можно выделить два основных подхода: аппроксимация выполняется либо одной линейной функцией в рамках всей выборки, либо несколькими линейными функциями при разбиении исходной выборки на подгруппы.

Математическая постановка задачи синтеза МНК-идентификатора для моделей, заданных в пространстве состояний, при медленно меняющемся внешнем воздействии

Модель системы в общем виде в пространстве состояний задается следующим образом:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}^* \mathbf{X} + \mathbf{B}^* \mathbf{U} + \xi, \quad (5)$$

где $\mathbf{X}$ — вектор состояния системы; $\mathbf{A}^*$, $\mathbf{B}^*$ — матрицы параметров модели системы; $\mathbf{U}$ — управляющие воздействия; ξ — приведенный вектор внешних воздействий.

Модифицированные МНК-идентификаторы [22, 23] оперируют дискретными данными, полученными с датчиков измерительной системы, поэтому от модели непрерывного времени необходимо перейти к дискретной модели. Исходную систему в пространстве состояний (5), заданную в непрерывном времени, требуется перевести в дискретный вид в отсчетах. Это может быть выполнено дискретным преобразованием, тогда уравнения будут иметь вид

$$\mathbf{X}[k] = \mathbf{A}\mathbf{X}[k-1] + \mathbf{B}\mathbf{U}[k-1] + \xi[k-1], \quad (6)$$

где $\mathbf{X}[k]$, $\mathbf{X}[k-1]$ — значения векторов состояния дискретной системы в соответствующие моменты времени; k — текущий номер момента времени; $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ — матрицы параметров дискретной модели системы; $\mathbf{U}[k-1]$ — значения вектора управляющих воздействий дискретной модели системы в соответствующие моменты времени; $\xi[k-1]$ — значения приведенного вектора внешних воздействий дискретной модели системы в соответствующие моменты времени. Следует

отметить, что вектор $\xi[k-1]$ образуется дискретным преобразованием в модели (5) и отличен от приведенного вектора внешних воздействий ξ .

При условии, что весь вектор состояния доступен для измерения, возможно построить процедуру совместного оценивания параметров модели и внешнего воздействия. Модель в дискретном времени (6) представим в виде отдельных уравнений:

$$\begin{aligned} x_1[k] &= \sum_{i=1}^n a_{1,i} x_i[k-1] + \sum_{j=1}^m b_{1,j} u_j[k-1] + \xi_1[k-1], \\ &\vdots \\ x_n[k] &= \sum_{i=1}^n a_{n,i} x_i[k-1] + \sum_{j=1}^m b_{n,j} u_j[k-1] + \xi_n[k-1], \end{aligned} \quad (7)$$

где $x_1, \dots, x_n$ — компоненты вектора состояния; $a_{1,1}, \dots, a_{n,n}, b_{1,1}, \dots, b_{n,m}$ — коэффициенты дискретной модели; $u_1, \dots, u_m$ — управляющие воздействия; $\xi_1, \dots, \xi_n$ — приведенные внешние воздействия; n — порядок системы и число компонент приведенного вектора внешних воздействий; m — число управляющих воздействий; i, j — порядковые индексы.

Зададим модель внешнего воздействия в виде полиномиальной аппроксимации:

$$\xi_i[k] = \sum_{j=1}^p \eta_{i,j} k^{j-1} T_0^{j-1}, \quad (8)$$

где p — количество слагаемых полинома; $\eta_{i,j}$ — коэффициенты аппроксимации; T_0 — период дискретизации по времени. Количество коэффициентов полинома определяется исходя из размера анализируемой выборки данных N . Так, число p должно удовлетворять неравенству $p \leq N - n - m$.

Модель внешнего воздействия может быть задана кусочно-полиномиальным образом, тогда аппроксимация (8) выбирается для небольших участков решетчатой функции ξ_i . Поэтому количество коэффициентов полинома на каждом участке решетчатой функции ξ_i должно удовлетворять неравенству $N \geq n + m + ps$, где s — число сегментов кусочно-полиномиальной аппроксимации.

Для каждого уравнения будем использовать модифицированный МНК-идентификатор, входными данными в который являются измеренные выборки компонент вектора состояния и управляющих воздействий с начального значения момента времени с номером k^* . Производится синтез МНК-идентификатора для каждого уравнения в отдельности. Рассмотрим синтез на примере i -го уравнения из (7) при модели внешнего воздействия (8). Запишем уравнения для невязки следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_i &= \mathbf{D}_i - \mathbf{F}_i \mathbf{p}_i, \quad \mathbf{D}_i = \mathbf{x}_i[k^* + 1], \\ \mathbf{F}_i &= [\mathbf{x}_1[k^*], \dots, \mathbf{x}_n[k^*], \mathbf{u}_1[k^*], \dots, \\ &\mathbf{u}_m[k^*], \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_p], \quad \mathbf{p}_1 = [1, 1, 1, \dots, 1]_N^T, \\ \mathbf{p}_2 &= [0, T_0, 2T_0, \dots, (N-1)T_0]^T, \\ \mathbf{p}_p &= [0, T_0^{p-1}, 2^{p-1}T_0^{p-1}, \dots, (N-1)^{p-1}T_0^{p-1}]^T, \\ \mathbf{p}_i &= [a_{i,1}, \dots, a_{i,n}, b_{i,1}, \dots, b_{i,m}, \eta_{i,1}, \dots, \eta_{i,p}]^T, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\mathbf{e}_i$ — вектор невязок для i -го уравнения; $\mathbf{D}_i$, $\mathbf{F}_i$ — матрицы уравнения для невязки; $\mathbf{x}_i[k^*]$ — вектор отсчетов i -й переменной состояния, сформированный из решетчатой функции $x_i[k]$ с момента времени с номером k^* по момент времени с номером $k^* + N - 1$; N — размер выборки, анализируемой в идентификаторе; $\mathbf{x}_i[k^* + 1]$ — вектор отсчетов i -й переменной состояния, сформированный из решетчатой функции $x_i[k]$ с момента времени с номером $k^* + 1$ по момент времени с номером $k^* + N$; $\mathbf{u}_i[k^*]$ — вектор отсчетов i -й переменной управления, сформированный из решетчатой функции $u_i[k]$ с момента времени с номером k^* по момент времени с номером $k^* + N - 1$; $\mathbf{p}_i$ — векторы коэффициентов модели внешнего воздействия размерностью N ; $\mathbf{p}_i$ — вектор искоемых параметров модели.

Для случая кусочно-полиномиальной аппроксимации исходные уравнения (9) будут модифицироваться следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_i &= \mathbf{D}_i - \mathbf{F}_i \mathbf{p}_i, \quad \mathbf{D}_i = \mathbf{x}_i[k^* + 1], \\ \mathbf{F}_i &= [\mathbf{x}_1[k^*], \dots, \mathbf{x}_n[k^*], \mathbf{u}_1[k^*], \dots, \mathbf{u}_m[k^*], \\ &\mathbf{p}_{1,1}, \dots, \mathbf{p}_{1,p}, \dots, \mathbf{p}_{s,1}, \dots, \mathbf{p}_{s,p}], \\ \boldsymbol{\sigma}_1 &= [1, 1, 1, \dots, 1]_l^T, \quad \boldsymbol{\sigma}_2 = [0, T_0, 2T_0, \dots, (l-1)T_0]^T, \\ \boldsymbol{\sigma}_p &= [0, T_0^{p-1}, 2^{p-1}T_0^{p-1}, \dots, (l-1)^{p-1}T_0^{p-1}]^T, \\ \mathbf{p}_{j,1} &= [\mathbf{0}_{1 \times (j-1)l}, \boldsymbol{\sigma}_1^T, \mathbf{0}_{1 \times (N-jl)}]_N^T, \\ \mathbf{p}_{j,2} &= [\mathbf{0}_{1 \times (j-1)l}, \boldsymbol{\sigma}_2^T, \mathbf{0}_{1 \times (N-jl)}]_N^T, \\ \mathbf{p}_{j,p} &= [\mathbf{0}_{1 \times (j-1)l}, \boldsymbol{\sigma}_p^T, \mathbf{0}_{1 \times (N-jl)}]_N^T, \\ \mathbf{p}_i &= [a_{i,1}, \dots, a_{i,n}, b_{i,1}, \dots, b_{i,m}, \eta_{i,1,1}, \dots, \\ &\eta_{i,1,p}, \dots, \eta_{i,s,1}, \dots, \eta_{i,s,p}]^T, \end{aligned} \quad (10)$$

где $\mathbf{p}_{i,j}$ — векторы коэффициентов кусочно-полиномиальной аппроксимации размерности N ;

$\mathbf{0}_{1 \times i}$ — вектор из нулей размерности $1 \times i$; σ_i — векторы коэффициентов кусочно-полиномиальной аппроксимации размерности l ; $\eta_{i,1,1}, \dots, \eta_{i,s,p}$ — параметры кусочно-полиномиальных аппроксимаций, где первый индекс обозначает номер уравнения, второй — номер кусочно-полиномиальной аппроксимации, третий — номер параметра модели кусочно-полиномиальной аппроксимации.

Целевая функция МНК-идентификатора для i -го уравнения записывается в следующем виде исходя из моделей (9) и (10):

$$\Phi_i = 0,5 \mathbf{e}_i^T \mathbf{e}_i = 0,5 \mathbf{p}_i^T \mathbf{F}_i^T \mathbf{F}_i \mathbf{p}_i - \mathbf{D}_i^T \mathbf{F}_i \mathbf{p}_i + 0,5 \mathbf{D}_i^T \mathbf{D}_i. \quad (11)$$

Из (11) параметры модели могут быть найдены как минимизация целевой функции Φ_i по $\mathbf{p}_i$, для этого найдем градиент от Φ_i по $\mathbf{p}_i$ и приравняем его нулю, получим линейное уравнение, решив которое найдем $\mathbf{p}_i$:

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{p}_i} \Phi_i &= \mathbf{F}_i^T \mathbf{F}_i \mathbf{p}_i - \mathbf{D}_i^T \mathbf{F}_i = 0, \\ \mathbf{p}_i &= (\mathbf{F}_i^T \mathbf{F}_i)^{-1} \mathbf{D}_i^T \mathbf{F}_i. \end{aligned} \quad (12)$$

Простое решение (12) может быть нестабильно, для преодоления этой проблемы целесообразно вводить дополнительные ограничения, которые формируются из интервальных ограничений на диапазоны параметров модели (7), а также на диапазоны изменений внешних воздействий (8) и дополнительных ограничений, связанных с физической адекватностью параметров $\mathbf{p}_i$. Тогда задача нахождения параметров $\mathbf{p}_i$ формулируется как задача условной оптимизации:

$$J_i = \min_{\mathbf{p}_i} \{ \Phi_i \}, \quad \Theta_i \mathbf{p}_i \geq \Xi_i, \quad (13)$$

где J_i — функционал; Θ_i — матрица коэффициентов ограничений; Ξ_i — вектор коэффициентов ограничений.

Решается задача идентификации для каждого уравнения из (7) в отдельности. После этого составляется модель системы в дискретном виде и формируются матрицы параметров. Затем осуществляется переход от дискретной системы к непрерывной, по которой уточняются величины исходной системы, и анализируется их физическая адекватность. Скорректированная система подвергается переходу от непрерывного вида к виду дискретному, и выполняется расчет внешнего воздействия по следующим формулам:

$$\xi_i[k-1] = x_i[k] - \sum_{j=1}^n a_{i,j} x_j[k-1] - \sum_{j=1}^m b_{i,j} u_j[k-1], \quad (14)$$

где $\xi_i[k-1]$ — рассчитанное внешнее воздействие для i -го уравнения.

Из уравнений (14) могут быть вычислены компоненты приведенного вектора внешних воздействий дискретной модели системы для момента времени, предшествующего текущему $\xi[k-1]$. После нахождения внешнего воздействия $\xi[k-1]$ оно прогнозируется на текущий момент времени методом линейной экстраполяции по следующей формуле:

$$\xi[k] = 2\xi[k-1] - \xi[k-2].$$

В дальнейшем восстановленное внешнее воздействие для текущего момента времени может быть использовано для построения желаемого состояния объекта управления как решение задачи оценивания вектора состояния с помощью наблюдателя при заданной желаемой траектории движений объекта управления.

Алгоритм синтеза модифицированного МНК-идентификатора и результаты его моделирования

В данном разделе описывается алгоритм синтеза модифицированного МНК-идентификатора моделей приводов, заданных в пространстве состояния при наличии внешнего воздействия.

1. Начало.

2. На основании характеристик приводов ИЭМС формируется непрерывная модель в пространстве состояния, по которой будет оцениваться физическая адекватность характеристик, полученных в ходе идентификации. Рассчитываются диапазоны изменения параметров данной модели исходя из интервалов соответствующих величин.

3. Формируется система интервальных ограничений для параметров дискретной модели привода, которые будут получены в ходе идентификации.

4. Выбирается полиномиальная модель внешнего воздействия. Формируется система ограничений для параметров модели внешнего воздействия.

5. Производится ввод данных с измерительной системы о компонентах вектора состояния.

6. Синтезируется модифицированный МНК-идентификатор для каждого уравнения дискретной модели привода. Находятся параметры уравнения и параметры модели внешнего воздействия.

7. Осуществляется переход от дискретной модели, полученной в ходе идентификации, к непрерывной модели привода.

8. Находятся характеристики непрерывной модели привода. Проверяется их соответствие интервальным значениям. Производится коррекция непрерывной модели привода.

9. Выполняется переход от непрерывной модели привода к дискретной.

10. Выполняется расчет внешнего воздействия исходя из дискретной модели привода.

11. Выполняется учет рассчитанного внешнего воздействия в дискретной модели привода.

12. Выполняется расчет ошибки модели привода. Если величина ошибки больше порогового значения, то выбирается другая модель аппроксимации внешнего воздействия при синтезе модифицированного МНК-идентификатора и осуществляется переход в п. 6. Иначе переход в п. 13.

13. Рассчитываются параметры дискретной модели привода и характеристики непрерывной модели привода. Находятся значения внешнего воздействия и прогнозируются на будущий момент времени.

14. Конец.

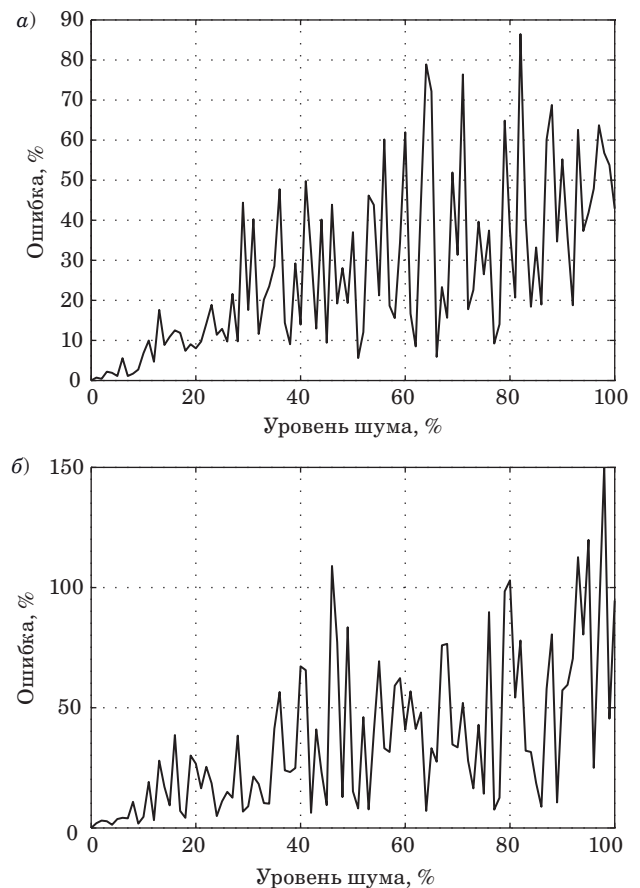
Приведем результаты моделирования модифицированного МНК-идентификатора двух видов приводов ИЭМС при различных внешних воздействиях.

Для углового и линейного приводов в качестве внешних воздействий использовались типовые виды тестовых сигналов и рассчитывалась погрешность оценивания их параметров.

Таким образом, для УП при постоянном внешнем воздействии 10^6 Н·м, при сигнале постоянной скорости, задаваемом законом $f_1 = 2 \cdot 10^5 t$ Н·м, и сигнале постоянного ускорения вида $f_2 = 4 \cdot 10^4 t^2$ Н·м ошибка оценивания параметров с помощью предлагаемого идентификатора не превышала 1 %.

Для ЛП при постоянном внешнем воздействии $6 \cdot 10^3$ Н, при сигнале постоянной скорости, задаваемом законом $f_3 = 1,2 \cdot 10^3 t$ Н, и сигнале постоянного ускорения вида $f_4 = 240 t^2$ Н ошибка оценивания параметров с помощью предлагаемого идентификатора не превышала 1 %.

Выполнены исследования чувствительности предлагаемого идентификатора к наличию во внешнем воздействии случайной составляющей. В качестве внешнего воздействия использовалась сумма постоянной и случайной составляющей, амплитуда которой менялась в диапазоне от нуля до значения постоянной величины. Погрешность оценивания параметров для приводов показана на рис. 1, а и б, где по оси абсцисс отложен уровень шума в процентах от величины постоянной составляющей внешнего воздействия, по оси ординат — ошибка оценивания параметров приводов. Исследования показывают, что случайная составляющая значительным об-



■ **Рис. 1.** Ошибка идентификации параметров УП при постоянном внешнем воздействии 10^6 Н·м и шумовой составляющей (а) и ЛП при постоянном внешнем воздействии $6 \cdot 10^3$ Н и шумовой составляющей (б)

■ **Fig. 1.** Error of estimating the parameters of the angular drive with a constant external loading 10^6 N·m and a noise component (a) and linear drive with a constant external loading $6 \cdot 10^3$ N and a noise component (b)

разом влияет на погрешность оценивания параметров, поэтому необходимо выбирать такие режимы работы системы, когда эта составляющая минимальна.

Синтез наблюдателя для оценки скалярного внешнего воздействия для дискретных моделей приводов

Предложенная выше методика оценивания векторного внешнего воздействия является общей и эффективна в переходных режимах объекта управления, когда внешнее воздействие слабо меняется, и дает высокую погрешность при случайном и быстро меняющемся внешнем воздействии. В рассматриваемых приводах ИЭМС для управления элементами зеркальной системы радиотелескопа предполагается, что внешнее воздействие имеет скалярный вид, и это хоро-

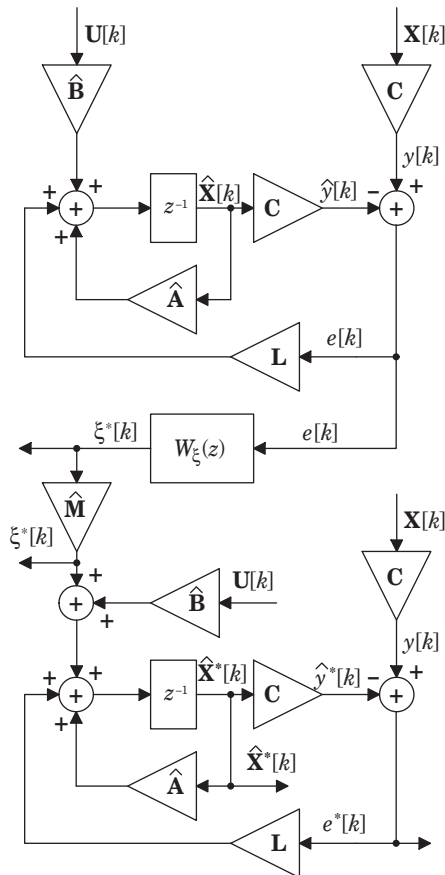
шо согласуется с реальными системами. В этом случае, когда с помощью предложенного выше алгоритма найдены параметры модели привода, внешнее воздействие и неизмеряемые компоненты вектора состояния могут быть оценены с помощью наблюдающего устройства, схема которого представлена на рис. 2.

В данном наблюдателе ошибка оценивания выходной координаты y содержит в себе информацию как о влиянии внешнего воздействия, так и об отклонениях параметров модели привода от реальных. Это легко показать на примере следующих формул. Пусть в общем виде дискретная модель привода задается выражением

$$\begin{aligned} \mathbf{X}[k] &= \mathbf{A}\mathbf{X}[k-1] + \mathbf{B}\mathbf{U}[k-1] + \boldsymbol{\xi}[k-1], \\ y[k] &= \mathbf{C}\mathbf{X}[k], \end{aligned} \quad (15)$$

где $\mathbf{C}$ – матрица параметров модели; y – выходная координата системы.

Наблюдающее устройство состоит из трех основных частей: двух наблюдающих устройств полного порядка и подсистемы оценивания внешнего воздействия. Первый каскад представ-



■ **Рис. 2.** Схема наблюдателя для дискретной системы со скалярным внешним воздействием

■ **Fig. 2.** Estimator scheme for a discrete system with scalar external loading

ляет собой классическое наблюдающее устройство полного порядка, с помощью которого оценивается вектор состояния модели привода без учета внешнего воздействия. Уравнение данного наблюдающего устройства описывается выражением

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}[k] &= \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{X}}[k-1] + \hat{\mathbf{B}}\mathbf{U}[k-1] + \mathbf{L}(y[k] - \hat{y}[k]), \\ \hat{y}[k] &= \mathbf{C}\hat{\mathbf{X}}[k], \end{aligned} \quad (16)$$

где $\hat{\mathbf{X}}$ – оценка вектора состояния; $\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{B}}$ – оценки матриц параметров системы (15); $\mathbf{L}$ – коэффициенты обратных связей наблюдателя; $\hat{y}$ – оценка выходной координаты системы.

Предположим, что параметры реального привода отличаются от параметров наблюдателя (16), что запишем в следующем виде:

$$\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + \boldsymbol{\sigma}_\mathbf{A}, \quad \hat{\mathbf{B}} = \mathbf{B} + \boldsymbol{\sigma}_\mathbf{B},$$

где $\boldsymbol{\sigma}_\mathbf{A}, \boldsymbol{\sigma}_\mathbf{B}$ – отклонения значений соответствующих матриц.

Найдем выражение для ошибки оценивания компонент вектора состояния для наблюдателя (16):

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[k] &= \mathbf{X}[k] - \hat{\mathbf{X}}[k] = \\ &= \mathbf{A}\mathbf{X}[k-1] + \mathbf{B}\mathbf{U}[k-1] + \boldsymbol{\xi}[k-1] - \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{X}}[k-1] - \\ &\quad - \hat{\mathbf{B}}\mathbf{U}[k-1] - \mathbf{L}(y[k] - \hat{y}[k]), \quad \boldsymbol{\xi}[k] = \mathbf{M}\boldsymbol{\xi}[k], \\ \mathbf{E}[k] &= (\hat{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\mathbf{C})\mathbf{E}[k-1] + \\ &\quad + \mathbf{M}\boldsymbol{\xi}[k-1] - \boldsymbol{\sigma}_\mathbf{A}\mathbf{X}[k-1] - \boldsymbol{\sigma}_\mathbf{B}\mathbf{U}[k-1], \end{aligned} \quad (17)$$

где $\mathbf{E}$ – ошибка оценивания вектора состояния; $\mathbf{M}$ – матрица внешнего воздействия; $\boldsymbol{\xi}[k]$ – скалярное внешнее воздействие.

Из выражений (17) видно, что ошибка наблюдателя зависит как от внешнего воздействия, так и от неточности определения параметров привода. Предположим, что в результате идентификации параметров привода мы сводим ошибку определения параметров привода к допустимым минимальным значениям. Тогда из уравнения для ошибки наблюдателя (17) мы можем построить передаточную функцию между внешним воздействием и ошибкой наблюдателя. Для этого воспользуемся z -преобразованием:

$$\begin{aligned} z\mathbf{E}(z) &= (\hat{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\mathbf{C})\mathbf{E}(z) + \mathbf{M}\boldsymbol{\xi}(z), \\ e(z) &= \mathbf{C}(\mathbf{1}_{n \times n}z - \hat{\mathbf{A}} + \mathbf{L}\mathbf{C})^{-1}\mathbf{M}\boldsymbol{\xi}(z), \end{aligned} \quad (18)$$

где e – скалярная ошибка наблюдателя по выходной координате; z – комплексная переменная; $\mathbf{1}_{n \times n}$ – единичная матрица размерности $n \times n$.

Полученное выражение устанавливает связь между внешним воздействием и ошибкой наблюдателя. Это позволяет для случая скалярного внешнего воздействия построить модель оценивания внешнего воздействия по ошибке наблюдателя в первом каскаде. Модель мы сконструируем через обратную передаточную функцию для выражения (18), учитывая физическую реализуемость, путем добавления аperiodических звеньев в знаменатель передаточной функции таким образом, чтобы порядок знаменателя был больше или равен порядку числителя:

$$\xi^*(z) = \left(\mathbf{C}(\mathbf{I}_{n \times n} z - \hat{\mathbf{A}} + \mathbf{LC})^{-1} \hat{\mathbf{M}} \right)^{-1} \frac{\theta}{\prod_i (z - \lambda_i)} e(z);$$

$$W_\xi(z) = \left(\mathbf{C}(\mathbf{I}_{n \times n} z - \hat{\mathbf{A}} + \mathbf{LC})^{-1} \hat{\mathbf{M}} \right)^{-1} \frac{\theta}{\prod_i (z - \lambda_i)},$$

где $\xi^*(z)$ — z -изображение оценки скалярного внешнего воздействия; $\hat{\mathbf{M}}$ — оценка матрицы внешнего воздействия; θ — коэффициент передачи аperiodических звеньев; λ_i — корни аperiodических звеньев; W_ξ — передаточная функция.

Второй каскад наблюдающего устройства представляет собой наблюдатель полного порядка привода, который для оценивания вектора состояния объекта управления $\hat{\mathbf{X}}^*$ использует оценки внешнего воздействия, получаемые с выхода подсистемы оценивания внешнего воздействия. Таким образом, ошибка e^* на выходе второго каскада наблюдающего устройства между оценкой измеряемой координаты $\hat{y}^*$ и самой измеряемой координатой (см. рис. 2) содержит информацию об отклонениях параметров привода и может быть использована для коррекции этого отклонения. В частности, если ошибка второго каскада выше заданной величины, то это является сигналом для проведения идентификации параметров модели привода.

Было проведено моделирование разработанного наблюдателя для углового и линейного приводов при различных законах внешнего воздействия, которое показало высокую эффективность. Для ЛПП использовались следующие виды внешних воздействий:

- постоянное — $6 \cdot 10^3$ Н;
- сигнал постоянной скорости $f_3 = 1,2 \cdot 10^3 t$ Н;
- сигнал постоянного ускорения $f_4 = 240 t^2$ Н;
- синусоидальный сигнал $f_5 = 6 \cdot 10^3 \sin(t)$ Н;
- случайный сигнал с нормальным распределением с амплитудой $6 \cdot 10^3$ Н;
- удар $f_6 = 6 \cdot 10^3 \cdot 1(t - t_0)$ Н;
- локализованный сигнал $f_7 = 6 \cdot 10^3 \exp(-b(t - t_0)^2)$ Н.

Для УП использовались схожие виды внешних воздействий со следующими параметрами:

- постоянное — 10^6 Н·м;
- сигнал постоянной скорости $f_1 = 2 \cdot 10^5 t$ Н·м;
- сигнал постоянного ускорения $f_2 = 4 \times 10^4 t^2$ Н·м;
- синусоидальный сигнал $f_8 = 10^6 \sin(t)$ Н·м;
- случайный сигнал с нормальным распределением с амплитудой 10^6 Н·м;
- удар $f_9 = 10^6 \cdot 1(t - t_0)$ Н·м;
- локализованный сигнал $f_{10} = 10^6 \exp(-b(t - t_0)^2)$ Н·м.

Моделирование показало, что погрешность оценивания внешнего воздействия составила менее 1 % для всех рассмотренных внешних воздействий, что подтверждает высокую эффективность разработанного наблюдателя.

Оценивание внешнего воздействия является важным фактором построения желаемых состояний для различного рода динамических объектов. Желаемое состояние синтезируется таким образом, чтобы учесть влияние внешних воздействий. Разработаны методы построения желаемого состояния на основе дифференцирования компонент траектории желаемого движения динамических объектов и внешнего воздействия. В частности, если объект управления описывается моделью порядка n , то необходимо рассчитать $n - 1$ производных желаемого закона движения динамического объекта и $n - 2$ производных от внешнего воздействия, что на практике проблематично. Поэтому предлагается расчет желаемого состояния выполнять с помощью наблюдающих устройств следующего вида:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}_g[k+1] &= \hat{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{X}}_g[k] + \hat{\mathbf{B}} \mathbf{U}[k] + \\ &+ \mathbf{L}(y_g[k] - \hat{y}_g[k]) + \xi^*[k], \quad \hat{y}_g[k] = \mathbf{C} \hat{\mathbf{X}}_g[k], \\ \xi^*[k] &= \hat{\mathbf{M}} \xi^*[k], \end{aligned}$$

где $\hat{\mathbf{X}}_g$ — желаемое состояние; y_g — желаемый закон движения динамической системы по выходной координате; $\hat{y}_g$ — оценка выходной координаты желаемого закона движения динамической системы; $\xi^*[k]$ — оценка приведенного вектора внешнего воздействия; $\xi^*[k]$ — оценка скалярного внешнего воздействия.

Данная технология является более эффективной, избавляет от необходимости расчета производных и обладает в значительной степени помехоустойчивостью.

Заключение

В статье рассмотрены задачи совместной идентификации параметров и внешнего воздействия

в динамических квазистационарных системах на основе статистического подхода. В качестве примера приведены приводы двух основных типов — линейные и угловые, используемые при управлении зеркальными системами высокоточных радиотелескопов. Предложен метод синтеза модифицированного МНК-идентификатора для квазистационарных динамических систем, подверженных влиянию внешнего воздействия, при наличии ограничений. Методы синтеза классического МНК-идентификатора отличаются от предложенного метода тем, что они не учитывают внешние воздействия и ограничения, что существенно влияет на точность определения параметров динамических систем. Существуют методы учета внешних воздействий на динамические подсистемы радиотелескопов на основе громоздких и сложных в реализации моделей, которые невозможно использовать в реальном времени при идентификации параметров подсистем радиотелескопов, а разработанный метод позволяет это сделать. Показано, что при медленно меняющемся внешнем воздействии (постоянном, с постоянной скоростью и с постоянным ускорением) возможно решать задачу эффективного оценивания как параметров приводов, так и самого внешнего воздействия, и погрешность оценивания не превышает одного процента. Также установлено, что наличие шума в законе изменения внешнего воздействия существенным образом влияет на точность оценивания параметров приводов.

Разработан новый тип двухкаскадного наблюдателя, позволяющий получать оценки как внешнего воздействия, так и неизмеряемых координат вектора состояния при произвольных за-

конах изменения внешнего воздействия, что продемонстрировано на примерах типовых законов изменения внешнего воздействия (постоянном, с постоянной скоростью, с постоянным ускорением, синусоидальном и случайном). Проведенное моделирование данного наблюдателя показывает погрешность оценивания внешнего воздействия менее одного процента. Разработанный наблюдатель в отличие от используемых наблюдателей на основе расширенной системы позволяет с высокой эффективностью оценивать внешнее воздействие различного вида, а не только исходя из модели внешнего воздействия, заложенной в наблюдатель. Он прост в реализации средствами вычислительной техники.

Предложен метод построения программных движений для динамических систем при наличии внешнего воздействия с использованием наблюдателя полного порядка. Разработанный метод отличается от известных подходов тем, что не требует вычисления производных от желаемой траектории движения динамической системы и внешнего воздействия, что сложно при численной реализации.

Финансовая поддержка

Данная работа выполнена в рамках государственного контракта Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 124041500008-1 от 01.01.2024 в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Института проблем машиноведения Российской академии наук (ИПМаш РАН).

Литература

1. Sobirin F. F., Nugraha S., Haz F., Sitompul P. Study of Cassegrain-type antenna for radio telescope. *Journal of Physics: Conference Series*, 2022, vol. 2214, no. 1. doi:10.1088/1742-6596/2214/1/012028. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/2214/1/012028> (дата обращения: 14.03.2025).
2. Yan L.-D., Zheng F., Rui X. New design of large fully-steerable radio telescope reflector based on homogenized mesh structure. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2021, vol. 21, no. 10. doi:10.1088/1674-4527/21/10/244. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1674-4527/21/10/244> (дата обращения: 05.03.2025).
3. Wang D., Zhang L., Yang F., Yang J., Wu Y., Cao P. Dynamic response and optimal design of radio telescope structure under wind load excitation. *Buildings*, 2023, vol. 13, no. 11. <https://doi.org/10.3390/buildings13112764>. <https://www.mdpi.com/2075-5309/13/11/2764> (дата обращения: 01.11.2024).
4. Gao G., Zhang K., Sun S. Optimization of 110 m aperture fully steerable radio telescope prestressed back frame structure based on a Genetic Algorithm. *Advances in Civil Engineering*, 2021, vol. 2021, no. 1. <https://doi.org/10.1155/2021/3323434>. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1155/2021/3323434> (дата обращения: 06.09.2024).
5. Hao L., Wang M., Xu Y. The 120 m Jingdong Radio Telescope (JRT). *Pulsar Astronomy*, 2025, Chapter 16, pp. 315–334. doi:10.1142/9789819800643_0016
6. Li J., Wang N., Liu Z., Song Y., Li N., Xu L., Wang J. Trends in architecture and middleware of radio telescope control system. *Advances in Astronomy*, 2021, vol. 2021, no. 1. <https://doi.org/10.1155/2021/2655250>. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1155/2021/2655250> (дата обращения: 29.06.2024).
7. Zhang Y., Li G., Zhou G., Lu Q., Zuo H., Wang Y., Zhang H., Li A., Zhang C., Li Y., Wu X., Li H., Hu T., Xiang B., Wang N. Real-time closed-loop active surface technology of a large radio telescope. *Publica-*

- tions of the Astronomical Society of the Pacific, 2022, vol. 134, no. 1031. doi:10.1088/1538-3873/ac32af. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1538-3873/ac32af> (дата обращения: 11.01.2025).
8. **Pei X., Li J., Duan X.-F.** Multi-function digital signal processing system for a 110-meter radio telescope. *2023 XXXVth General Assembly and Scientific Symposium of the International Union of Radio Science (URSI GASS)*, Sapporo, Japan, 2023, pp. 1–4. doi:10.23919/URSIGASS57860.2023.10265668
 9. **Li N., Xu Q., Wang N., Liu Z.** Re-Optimized Design for the ADR-based dual-loop controller of 100 m class aperture radio telescope. *Machines*, 2024, vol. 12, no. 7. <https://doi.org/10.3390/machines12070448>. https://www.researchgate.net/publication/381904537_Re-Optimized_Design_for_the_ADR-Based_Dual-Loop_Controller_of_100_m_Class_Aperture_Radio_Telescope (дата обращения: 17.01.2025).
 10. **Wu R., Cao Z., Wang F., Rao R., Huang Y., Hu R.** Scientific preparation for JRT: Wind pressure prediction model for large radio telescope based on real data from multi-sensors. *Heliyon*, 2024, vol. 10, no. 18. doi:10.1016/j.heliyon.2024.e37892. [https://www.cell.com/heliyon/fulltext/S2405-8440\(24\)13923-0?returnURL=https%3A%2F%2Flinkinghub.elsevier.com%2Fretrieve%2Fpii%2FS2405844024139230%3Fshowall%3Dtrue](https://www.cell.com/heliyon/fulltext/S2405-8440(24)13923-0?returnURL=https%3A%2F%2Flinkinghub.elsevier.com%2Fretrieve%2Fpii%2FS2405844024139230%3Fshowall%3Dtrue) (дата обращения: 20.02.2025).
 11. **Yang L., Wang N., Liu Z., Li N.** Tracking and disturbance suppression of the radio telescope servo system based on the equivalent-input-disturbance approach. *Advances in Astronomy*, 2024, vol. 2024, no. 1. <https://doi.org/10.1155/2024/5786292>. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1155/2024/5786292> (дата обращения: 10.01.2025).
 12. **Wang W.-J., Han B.-Q., Wang L.-Y., Luan T., Yan Y.-F., Zhao W.-L., Kong D.-Q., Wu Y., Wang C.-S.** Multimodality-based wind speed forecasting method for the wind resistance control of large radio telescope. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2023, vol. 23, no. 9. doi:10.1088/1674-4527/acdfa6. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1674-4527/acdfa6> (дата обращения: 19.12.2024).
 13. **Wei S.-X., Kong D.-Q., Wang Q.-M.** Effect of the alidade thermal behavior on the pointing accuracy of a large radio telescope. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2021, vol. 21, no. 6. doi:10.1088/1674-4527/21/6/137. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1674-4527/21/6/137> (дата обращения: 11.09.2024).
 14. **White E., Ghigo F. D., Prestage R. M., Frayer D. T., Maddalena R. J., Wallace P. T., Brandt J. J., Egan D., Nelson J. D., Ray J.** Green Bank Telescope: Overview and analysis of metrology systems and pointing performance. *A&A*, 2022, vol. 659. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202141936>. https://www.aanda.org/articles/aa/full_html/2022/03/aa41936-21/aa41936-21.html (дата обращения: 15.01.2025).
 15. **He F., Xu Q., Wang N.** Research on wind flow control by windbreak fence for a large radio telescope site based on numerical simulations. *Advances in Astronomy*, 2023, vol. 2023, no. 1. <https://doi.org/10.1155/2023/5257749>. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1155/2023/5257749> (дата обращения: 16.03.2025).
 16. **Wei S.-X., Kong D.-Q., Wang Q.-M.** Non-uniform temperature distribution of the main reflector of a large radio telescope under solar radiation. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2021, vol. 21, no. 11. doi:10.1088/1674-4527/21/11/293. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1674-4527/21/11/293> (дата обращения: 07.02.2025).
 17. **Gorodetskiy A. E., Tarasova I. L.** *Smart Electromechanical Systems: Behavioral Decision Making*. Springer Cham, 2021. 240 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-68172-2>
 18. **Gorodetskiy A. E., Tarasova I. L.** *Introduction to the Theory of Smart Electromechanical Systems*. Springer Cham, 2023. 343 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-36052-7>
 19. **Gorodetskiy A. E., Tarasova I. L.** *Smart Electromechanical Systems: Recognition, Identification, Modeling, Measurement Systems, Sensors*. Springer Cham, 2022. 275 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-97004-8>
 20. **Chen X., Yin R., Yang Z., Lan H., Xu Q.** A study on the mechanical characteristics and wheel–rail contact simulation of a welded joint for a large radio telescope azimuth track. *Buildings*, 2024, vol. 14, no. 5. <https://doi.org/10.3390/buildings14051300>. <https://www.mdpi.com/2075-5309/14/5/1300> (дата обращения: 13.01.2025).
 21. **Wei S., Kong D., Wang B., Fu L., Xiao W., Yin Z., Li Y., Xiao Z.** Estimation of pointing errors of large radio telescopes under solar radiation based on digital twin. *Symmetry*, 2024, vol. 16, no. 6. <https://doi.org/10.3390/sym16060668>. <https://www.mdpi.com/2073-8994/16/6/668> (дата обращения: 18.03.2025).
 22. **Kuchmin A. Yu.** *Creation of Databases and Formalization of Knowledge Using Identification of SEMS, Working Under Various Constrains*. Smart Electromechanical Systems. Studies in Systems, Decision and Control. Eds. I. L. Tarasova, B. A. Kulik. Springer, Cham, 2024, vol. 544, pp. 43–58. https://doi.org/10.1007/978-3-031-64277-7_5
 23. **Kuchmin A. Yu.** *Identification of the SEMS Module Using the Example of a Model of a Linear Electric Drive of a Counter-Reflector Actuator Taking into Account Constrains*. Smart Electromechanical Systems. Studies in Systems, Decision and Control. Eds. I. L. Tarasova, B. A. Kulik. Springer, Cham, 2024, vol. 544, pp. 155–169. https://doi.org/10.1007/978-3-031-64277-7_12
 24. **Кучмин А. Ю.** Идентификация и синтез систем управления динамическими объектами с ограничениями: дис. д-ра техн. наук. СПб., ИПМаш РАН, 2022. 323 с.

UDC 681.5

doi:10.31799/1684-8853-2025-5-50-63

EDN: KPWVZO

Parametric identification of subsystems of radio-telescopes under the external loadingA. Yu. Kuchmin^a, Dr. Sc., Tech., Leading Researcher, orcid.org/0000-0003-0699-6112, radiotelescope@yandex.ruS. S. Rasova^a, PhD, Phys.-Math., Senior Researcher, orcid.org/0000-0002-1272-1839^aInstitute for Problems in Mechanical Engineering of the Russian Academy of Science, 61, Bol'shoi Pr. V. O., 199178, Saint-Petersburg, Russian Federation

Introduction: Radio-telescopes are complex non-stationary dynamic objects. They are subject to the influence of various external loadings, such as gravity, wind and temperature. All this significantly reduces the control accuracy of the elements of radio-telescope dish systems. To improve the accuracy of radio-telescope control systems, it is necessary to create the models with the impact of external factors on them using the results of identification. **Purpose:** To develop methods for identifying radio-telescope subsystems based on intelligent electromechanical systems under the influence of external loadings of various natures. **Results:** Modifications of statistical MSE-identifier s have been obtained, which allows solving the problem of estimation of parameters of dynamic quasi-stationary systems under slowly changing external influences. We propose a simple and effective method for synthesizing such identifiers for the case of vector and scalar types of external influences, with certain restrictions taken into account. For the case of scalar external loadings, we develop a new two-cascade observer, that makes it possible to obtain estimates of different types of external influences, which is shown by the example of typical influences, such as the constant influence, the influence with a constant speed, the influence with a constant acceleration, the sinusoidal influence and the random one. We create a method for constructing program movements for dynamic systems under the influence of external loadings based on a full-order observer. **Practical relevance:** Taking into account external influences is the main factor in increasing the accuracy of radio-telescope control systems. The methods of estimation of parameters and external influences will allow building radio-telescope control systems with high accuracy.

Keywords — radio-telescope, adaptive dish system, MSE-identifier, identification, intellectual electromechanical systems, external loadings.

For citation: Kuchmin A. Yu., Rasova S. S. Parametric identification of subsystems of radio-telescopes under the external loading. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2025, no. 5, pp. 50–63 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2025-5-50-63, EDN: KPWVZO

Financial support

The work was carried out within the framework of the state assignment of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation for the Institute for Problems in Mechanical Engineering of the Russian Academy of Science (No. 124041500008-1).

References

1. Sobirin F. F., Nugraha S., Haz F., Sitompul P. Study of Cassegrain-type antenna for radio telescope. *Journal of Physics: Conference Series*, 2022, vol. 2214, no. 1. doi:10.1088/1742-6596/2214/1/012028. Available at: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/2214/1/012028> (accessed 14 March 2025).
2. Yan L.-D., Zheng F., Rui X. New design of large fully-steerable radio telescope reflector based on homogenized mesh structure. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2021, vol. 21, no. 10. doi:10.1088/1674-4527/21/10/244. Available at: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1674-4527/21/10/244> (accessed 05 March 2025).
3. Wang D., Zhang L., Yang F., Yang J., Wu Y., Cao P. Dynamic response and optimal design of radio telescope structure under wind load excitation. *Buildings*, 2023, vol. 13, no. 11. <https://doi.org/10.3390/buildings13112764>. Available at: <https://www.mdpi.com/2075-5309/13/11/2764> (accessed 01 November 2024).
4. Gao G., Zhang K., Sun S. Optimization of 110 m aperture fully steerable radio telescope prestressed back frame structure based on a Genetic Algorithm. *Advances in Civil Engineering*, 2021, vol. 2021, no. 1. <https://doi.org/10.1155/2021/3323434>. Available at: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1155/2021/3323434> (accessed 06 September 2024).
5. Hao L., Wang M., Xu Y. The 120 m Jingdong Radio Telescope (JRT). *Pulsar Astronomy*, 2025, Chapter 16, pp. 315–334. doi:10.1142/9789819800643_0016
6. Li J., Wang N., Liu Z., Song Y., Li N., Xu L., Wang J. Trends in architecture and middleware of radio telescope control system. *Advances in Astronomy*, 2021, vol. 2021, no. 1. <https://doi.org/10.1155/2021/2655250>. Available at: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1155/2021/2655250> (accessed 29 June 2024).
7. Zhang Y., Li G., Zhou G., Lu Q., Zuo H., Wang Y., Zhang H., Li A., Zhang C., Li Y., Wu X., Li H., Hu T., Xiang B., Wang N. Real-time closed-loop active surface technology of a large radio telescope. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 2022, vol. 134, no. 1031. doi:10.1088/1538-3873/ac32af. Available at: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1538-3873/ac32af> (accessed 11 January 2025).
8. Pei X., Li J., Duan X.-F. Multi-function digital signal processing system for a 110-meter radio telescope. *2023 XXXVth General Assembly and Scientific Symposium of the International Union of Radio Science (URSI GASS)*, Sapporo, Japan, 2023, pp. 1–4. doi:10.23919/URSIGASS57860.2023.10265668
9. Li N., Xu Q., Wang N., Liu Z. Re-optimized design for the ADR-based dual-loop controller of 100 m class aperture radio telescope. *Machines*, 2024, vol. 12, no. 7. <https://doi.org/10.3390/machines12070448>. Available at: https://www.researchgate.net/publication/381904537_Re-Optimized_Design_for_the_ADR-Based_Dual-Loop_Controller_of_100_m_Class_Aperture_Radio_Telescope (accessed 17 January 2025).
10. Wu R., Cao Z., Wang F., Rao R., Huang Y., Hu R. Scientific preparation for JRT: Wind pressure prediction model for large radio telescope based on real data from multi-sensors. *Heliyon*, 2024, vol. 10, no. 18. doi:10.1016/j.heliyon.2024.e37892. Available at: [https://www.cell.com/heliyon/fulltext/S2405-8440\(24\)13923-0?returnURL=https%3A%2F%2Flinkinghub.elsevier.com%2Fretrieve%2Fpii%2FS2405844024139230%3Fshowall%3Dtrue](https://www.cell.com/heliyon/fulltext/S2405-8440(24)13923-0?returnURL=https%3A%2F%2Flinkinghub.elsevier.com%2Fretrieve%2Fpii%2FS2405844024139230%3Fshowall%3Dtrue) (accessed 20 February 2025).
11. Yang L., Wang N., Liu Z., Li N. Tracking and disturbance suppression of the radio telescope servo system based on the equivalent-input-disturbance approach. *Advances in Astronomy*, 2024, vol. 2024, no. 1. <https://doi.org/10.1155/2024/5786292>. Available at: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1155/2024/5786292> (accessed 10 January 2025).
12. Wang W.-J., Han B.-Q., Wang L.-Y., Luan T., Yan Y.-F., Zhao W.-L., Kong D.-Q., Wu Y., Wang C.-S. Multimodality-based wind speed forecasting method for the wind resistance control of large radio telescope. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2023, vol. 23, no. 9. doi:10.1088/1674-4527/acdfa6. Available at: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1674-4527/acdfa6> (accessed 19 December 2024).
13. Wei S.-X., Kong D.-Q., Wang Q.-M. Effect of the alidade thermal behavior on the pointing accuracy of a large radio telescope. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2021, vol. 21, no. 6. doi:10.1088/1674-4527/21/6/137. Available at:

- <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1674-4527/21/6/137> (accessed 11 September 2024).
14. White E., Ghigo F. D., Prestage R. M., Frayer D. T., Maddalena R. J., Wallace P. T., Brandt J. J., Egan D., Nelson J. D., Ray J. Green Bank Telescope: Overview and analysis of metrology systems and pointing performance. *A&A*, 2022, vol. 659. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202141936>. Available at: https://www.aanda.org/articles/aa/full_html/2022/03/aa41936-21/aa41936-21.html (accessed 15 January 2025).
 15. He F., Xu Q., Wang N. Research on wind flow control by windbreak fence for a large radio telescope site based on numerical simulations. *Advances in Astronomy*, 2023, vol. 2023, no. 1. <https://doi.org/10.1155/2023/5257749>. Available at: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1155/2023/5257749> (accessed 16 March 2025).
 16. Wei S.-X., Kong D.-Q., Wang Q.-M. Non-uniform temperature distribution of the main reflector of a large radio telescope under solar radiation. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2021, vol. 21, no. 11. doi:10.1088/1674-4527/21/11/293. Available at: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1674-4527/21/11/293> (accessed 07 February 2025).
 17. Gorodetskiy A. E., Tarasova I. L. *Smart Electromechanical Systems: Behavioral Decision Making*. Springer Cham, 2021. 240 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-68172-2>
 18. Gorodetskiy A. E., Tarasova I. L. *Introduction to the Theory of Smart Electromechanical Systems*. Springer Cham, 2023. 343 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-36052-7>
 19. Gorodetskiy A. E., Tarasova I. L. *Smart Electromechanical Systems: Recognition, Identification, Modeling, Measurement Systems, Sensors*. Springer Cham, 2022. 275 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-97004-8>
 20. Chen X., Yin R., Yang Z., Lan H., Xu Q. A study on the mechanical characteristics and wheel-rail contact simulation of a welded joint for a large radio telescope azimuth track. *Buildings*, 2024, vol. 14, no. 5. <https://doi.org/10.3390/buildings14051300>. Available at: <https://www.mdpi.com/2075-5309/14/5/1300> (accessed 13 January 2025).
 21. Wei S., Kong D., Wang B., Fu L., Xiao W., Yin Z., Li Y., Xiao Z. Estimation of pointing errors of large radio telescopes under solar radiation based on digital twin. *Symmetry*, 2024, vol. 16, no. 6. <https://doi.org/10.3390/sym16060668>. Available at: <https://www.mdpi.com/2073-8994/16/6/668> (accessed 18 March 2025).
 22. Kuchmin A. Yu. *Creation of Databases and Formalization of Knowledge Using Identification of SEMS, Working Under Various Constrains*. In: *Smart Electromechanical Systems. Studies in Systems, Decision and Control*. Eds. I. L. Tarasova, B. A. Kulik. Springer, Cham, 2024, vol. 544, pp. 43–58. https://doi.org/10.1007/978-3-031-64277-7_5
 23. Kuchmin A. Yu. *Identification of the SEMS Module Using the Example of a Model of a Linear Electric Drive of a Counter-Reflector Actuator Taking into Account Constrains*. In: *Smart Electromechanical Systems. Studies in Systems, Decision and Control*. Eds. I. L. Tarasova, B. A. Kulik. Springer, Cham, 2024, vol. 544, pp. 155–169. https://doi.org/10.1007/978-3-031-64277-7_12
 24. Kuchmin A. Yu. *Identifikaciya i sintez sistem upravleniya dinamicheskimi ob"ektami s ogranicheniyami*. Dis. dokt. tech. nauk [Identification and synthesis of control systems for dynamic objects with constraints. Dr. tech. sci. diss.]. Saint-Petersburg, IPMash RAN, 2022. 323 p. (In Russian).

УВАЖАЕМЫЕ АВТОРЫ!

Научная электронная библиотека (НЭБ) продолжает работу по реализации проекта SCIENCE INDEX. После того как Вы зарегистрируетесь на сайте НЭБ (<http://elibrary.ru/defaultx.asp>), будет создана Ваша личная страничка, содержание которой составят не только Ваши персональные данные, но и перечень всех Ваших печатных трудов, имеющих в базе данных НЭБ, включая диссертации, патенты и тезисы к конференциям, а также сравнительные индексы цитирования: РИНЦ (Российский индекс научного цитирования), h (индекс Хирша) от Web of Science и h от Scopus. После создания базового варианта Вашей персональной страницы Вы получите код доступа, который позволит Вам редактировать информацию, помогая создавать максимально объективную картину Вашей научной активности и цитирования Ваших трудов.