



Каскадные коды для построения широкополосных сигналов: расширение на двухпередатчиковую противофазную конструкцию

Е. А. Крук^а, доктор техн. наук, профессор, orcid.org/0000-0002-4549-2980, ekrouk@hse.ru

В. А. Давыдов^б, канд. техн. наук, старший научный сотрудник, orcid.org/0000-0003-1316-3346

^аНаучно-исследовательский институт телекоммуникаций Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики», Москва, Таллинская ул., 34, 123458, РФ

^бИнститут проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Профсоюзная ул., 65, Москва, 117997, РФ

Введение: широкополосные шумоподобные сигналы на основе псевдослучайных m -последовательностей широко применяются в системах связи с требованием энергетической скрытности. Ключевой задачей является увеличение пропускной способности без роста суммарной излучаемой мощности. **Цель:** расширение метода каскадного кодирования на случай двух независимых передатчиков, работающих в противофазном режиме с алфавитами $\{0, +1\}$ и $\{0, -1\}$ соответственно, при сохранении энергетической скрытности системы. **Методы:** использован аппарат теории помехоустойчивого кодирования – внешний код Рида – Соломона в каскадной схеме с внутренним кодированием m -последовательностями. Для анализа вероятности неисправимых стираний применена пуассоновская аппроксимация. **Результаты:** при нормировке амплитуды ненулевых символов до $\sqrt{2}$ · A средняя мощность каждого передатчика за период сохраняется равной $L \cdot A^2$, а суммарная мощность пары совпадает с мощностью одного исходного передатчика для стороннего энергетического обнаружителя. Коллизии при совпадении выбранных m -последовательностей обоих передатчиков интерпретируются как стирания и исправляются кодом Рида – Соломона. Среднее число стираний на кодовое слово составляет $\lambda = n_1/2^m \approx 1$. **Практическая значимость:** предложенная конструкция обеспечивает удвоение числа независимых информационных потоков при неизменной мощности каждого передатчика, сохранении скрытности по энергетическому критерию и без изменения параметров корректирующего кода. **Обсуждение:** конструкция допускает обобщение на K пар передатчиков с ортогональными наборами кодов; оптимальный выбор K определяется компромиссом между требуемой пропускной способностью и допустимым уровнем энергетической видимости.

Ключевые слова – широкополосные сигналы, m -последовательности, каскадные коды, код Рида – Соломона, энергетическая скрытность, стирания, противофазная конструкция.

Для цитирования: Крук Е. А., Давыдов В. А. Каскадные коды для построения широкополосных сигналов: расширение на двухпередатчиковую противофазную конструкцию. *Информационно-управляющие системы*, 2026, № 4, с. 52–59. doi:10.31799/1684-8853-2026-4-52-59, EDN: GVMDCL

For citation: Krouk E. A., Davydov V. A. Cascade codes for wideband signal construction: extension to a two-transmitter antiphase design. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2026, no. 4, pp. 52–59 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2026-4-52-59, EDN: GVMDCL

Введение

Широкополосные шумоподобные сигналы, формируемые на основе псевдослучайных m -последовательностей, находят широкое применение в системах связи с требованиями к помехозащищенности и энергетической скрытности [1–6]. Классическим подходом к повышению надежности передачи является использование каскадных кодов: внешний код Рида – Соломона (RS) совместно с внутренним кодированием m -последовательностями обеспечивает существенный выигрыш по отношению сигнал/шум при заданной вероятности ошибки [7–11].

Задача одновременного увеличения пропускной способности и сохранения энергетической скрытности системы является актуальной при проектировании специализированных систем связи [12–26]. В настоящей работе рассматривается

расширение базовой каскадной конструкции с одним передатчиком на случай двух независимых передатчиков, работающих в противофазном режиме. Предложенная конструкция позволяет удвоить число независимых информационных потоков без изменения суммарной мощности для стороннего энергетического приемника и без модификации параметров используемого кода Рида – Соломона [1, 9].

Структурная схема базовой системы включает источники передачи информации, каналы связи и два типа приемников. Приемник Пр1 работает в режиме приема информации: ему известно множество S сигналов, используемых источниками. Приемник Пр2 работает в режиме обнаружения сигнала: множество S ему не известно (или известно не полностью), и он ориентирован на энергетический критерий.

Качество работы системы передачи информации определяется временем наблюдения T_0 , необходимым оптимальному обнаружителю для обнаружения суммарного сигнала источников с заданными вероятностями обнаружения P_D и ложной тревоги P_F , при фиксированных вероятности ошибки P_e и отношении сигнал/шум q^2 . В условиях полной априорной неопределенности оптимальным считается энергетический обнаружитель [27, 28]. Предполагается, что каналы связи в обоих направлениях эквивалентны и что радиотехнические меры повышения качества передачи уже реализованы.

Исходная конструкция: один передатчик с каскадными кодами

Предварительные замечания

Рассматривается передача двоичных сообщений, при которой в передатчике блоки из k символов сопоставляются широкополосным фазоманипулированным сигналам вида

$$s(t) = A \cdot \cos(2\pi f_0 t + \varphi(t)),$$

где A и f_0 — амплитуда и несущая частота, а $\varphi(t)$ — закон изменения фазы:

$$\varphi(t) = \varphi_i \Delta t, \quad \varphi_i \in \{0, \pi\},$$

φ_i полностью определяется значением i -го элемента m -последовательности $\{c_j\}$, где $c_j \in \{+1, -1\}$.

Оптимальным приемником в канале с белым гауссовским шумом является корреляционный приемник [27]. Вероятность ошибочного приема

$$P_e = \Phi(\delta), \quad \delta = 2A\sqrt{(T/N_0)},$$

где δ — параметр обнаружения; $q^2 = A^2 T / N_0$ — отношение сигнал/шум.

Каскадные широкополосные сигналы

m -последовательность представляет собой слово двоичного линейного кода с параметрами $(L, k_0, d_{\min})$, где $L = 2^m - 1$ — длина; k_0 — число информационных символов; $d_{\min}$ — минимальное расстояние [7]. Введение дополнительного внешнего кодирования реализуется по каскадной схеме [10, 29]:

- информационная последовательность разбивается на блоки по k_1 символов, каждый рассматривается как элемент q_1 -ичного алфавита;

- полученная q_1 -ичная последовательность кодируется внешним кодом Рида — Соломона (n_1, k_1, t_1) ;

- каждый q_1 -ичный символ кодируется как m -последовательность (внутренний код).

Декодирование производится в обратном порядке: сначала коррелятор по m -последовательности, затем внешний декодер Рида — Соломона.

Вероятность ошибки на бит (BER) при каскадном кодировании

$$P_b \approx P_e^{RS}(P_i),$$

где P_e^{RS} — вероятность ошибочного декодирования слова внешнего кода Рида — Соломона; P_i — вероятность ошибки внутреннего декодера (коррелятора по m -последовательности).

Вероятность ошибки после внешнего RS-декодера оценивается формулой

$$P_b \lesssim \frac{n_1}{k_1} \cdot \sum_{j=t_1+1}^{n_1} j C(n_1, j) P_i^j (1 - P_i)^{n_1-j}.$$

Выигрыш от каскадного кодирования

Для оценки эффективности системы зафиксируем скорость передачи информации и ширину полосы используемых сигналов и измерим выигрыш по требуемому отношению сигнал/шум q^2 при заданной вероятности ошибки. Результаты расчетов приведены в табл. 1.

Качество передачи и скрытность

При оптимальном энергетическом обнаружении связь между вероятностью обнаружения P_D , вероятностью ложной тревоги P_F , временем наблюдения T_0 и отношением сигнал/шум q^2 определяется формулой

$$T_0 = f^{-1}(P_D, P_F, q^2),$$

где f^{-1} — функция, обратная к стандартной зависимости мощностного детектора [28].

Снижение требуемого q^2 за счет кодирования при фиксированной мощности передатчика эквивалентно увеличению T_0 для стороннего энергетического приемника, т. е. непосредственно улучшает скрытность системы [15]. Вероятность обнаружения с учетом кодирования

$$P_D^{kod} = f(P_F, q^2/\eta),$$

что при том же P_F и фиксированном T_0 означает более низкую вероятность обнаружения системой Пр2.

Расширение на две передающие стороны: противофазная конструкция

Мотивация и принцип

В исходной конструкции каждый m -ичный символ представляется элементом алфавита $\{+1, -1\}$.

■ **Таблица 1.** Выигрыш от каскадного кодирования (исходная конструкция с $\{+1, -1\}$ -сигналами)

■ **Table 1.** Gain from cascade coding (original design with $\{+1, -1\}$ signals)

P_e	Выигрыш η	Параметр m -последовательности	Параметры кода Риды – Соломона (n_1, k_1, t_1)	Вероятность ошибки на кодовое слово $P_{\text{слово}} \times 10^{-3}$
10^{-4}	1,1126	3	7, 5, 1	1,5
	1,2451	4	15, 11, 2	4,4
	1,3308	5	31, 25, 3	1,25
	1,3558	6	63, 53, 5	3,18
10^{-5}	1,1618	3	7, 5, 1	1,5
	1,3489	4	15, 11, 2	4,4
	1,4739	5	31, 25, 3	1,15
	1,5365	6	63, 51, 6	3,06
	1,5508	7	127, 107, 10	7,49
10^{-6}	1,1983	3	7, 5, 1	1,5
	1,4344	4	15, 11, 2	4,4
	1,6087	5	31, 23, 4	1,15
	1,7069	6	63, 51, 6	3,06
	1,7414	7	127, 105, 11	7,35
10^{-7}	1,226	3	7, 5, 1	1,5
	1,5050	4	15, 11, 2	4,4
	1,7336	5	31, 23, 4	1,15
	1,8695	6	63, 49, 7	2,94
	1,9271	7	127, 105, 11	7,35
	1,9324	8	255, 217, 19	1,74

Рассмотрим возможность одновременной работы двух независимых передатчиков на одной m -последовательности с использованием противофазного разнесения символов [4].

Введем два передатчика с алфавитами: передатчик А: символы $\{0, +1\}$; передатчик В: символы $\{0, -1\}$. В любой момент времени один передатчик передает ненулевой символ своего знака, другой — нулевой символ или наоборот. Таким образом, суммарный сигнал принимает значения из множества $\{-1, 0, +1\}$.

Нормировка мощности

В исходной конструкции при амплитуде А все $L = 2^m - 1$ чипов ненулевые, и средняя энергия за период: $E_{orig} = L \cdot A^2$.

В новой конструкции у каждого передатчика половина символов нулевые, половина ненулевые (с амплитудой В): $E_{new} = (L/2) \cdot B^2$.

Требование сохранения средней мощности каждого передатчика за период

$$E_{new} = E_{orig} \Rightarrow B^2 = 2A^2 \Rightarrow B = \sqrt{2}A.$$

Таким образом, мощность ненулевых символов каждого передатчика увеличивается вдвое по сравнению с исходным, но средняя мощность за период остается неизменной.

Суммарная мощность пары для стороннего приемника

При независимой работе передатчиков А и В и равновероятном выборе символов средняя мощность суммарного сигнала пары

$$E[s_{sum}^2(k)] = 0 \cdot (1/2) + B^2 \cdot (1/4) + B^2 \cdot (1/4) = B^2/2 = A^2.$$

Средняя энергия суммы за период L :

$$E_{sum} = L \cdot A^2 = E_{orig}.$$

Следствие: Суммарная мощность пары передатчиков А и В с нормированными амплитудами совпадает с мощностью одного исходного передатчика. Сторонний энергетический приемник Пр2 не отличает работу пары от работы одного передатчика [5, 27].

Информационные потоки и скорость передачи

Каждый из передатчиков пары независимо формирует поток символов кода Риды – Соломона на основе тех же m -последовательностей и использует тот же код Риды – Соломона (n_1, k_1, t_1) , что и передатчик в исходной конструкции. Скорость каждого потока равна скорости передачи в исходной системе: $R_A = R_B = R_{orig}$.

Таким образом, суммарный объем передачи по каналу удваивается при неизменной мощности каждого передатчика и неизменной видимой мощности суммарного сигнала для стороннего приемника.

Коллизии в конструкции из двух передатчиков и их обработка кодом Рида — Соломона

В данном разделе рассматривается влияние коллизий между сигналами двух передатчиков на работу каскадной сигнально-кодовой конструкции и анализируется возможность компенсации этих коллизий с использованием уже применяемого внешнего кода Рида — Соломона [7, 9]. Особое внимание уделяется совместному учету ошибок и стираний на входе декодера Рида — Соломона и влиянию этих факторов на итоговую вероятность ошибки.

Механизм возникновения коллизий и их интерпретация как стираний

В расширенной конструкции по одному и тому же набору m -последовательностей одновременно работают два независимых передатчика, каждый из которых использует тот же внешний код Рида — Соломона с параметрами (n_1, k_1, t_1) . При этом алфавит символов первого передатчика имеет вид $\{0, +1\}$, второго — $\{0, -1\}$. Ненулевые символы обоих передатчиков формируются по одной и той же m -последовательности, а нулевые символы соответствуют отсутствию излучения на данном элементарном интервале.

Рассмотрим ситуацию, когда оба передатчика в одном и том же интервале времени выбирают одну и ту же m -последовательность и передают совпадающие по модулю, но противоположные по знаку ненулевые символы. При этом суммарный сигнал на входе приемника имеет вид $s_{sum}(t) = s_A(t) + s_B(t)$, где $s_A(t) = -s_B(t) \Rightarrow s_{sum}(t) \equiv 0$.

В отсутствие шума такая ситуация неотличима от случая, когда оба передатчика передают нулевые символы. С точки зрения легального приемника соответствующий символ внешнего кода оказывается принципиально неидентифицируемым и трактуется как стирание [9].

Вероятность стирания одного символа внешнего кода

Пусть каждый из двух передатчиков выбирает сообщения независимо и равновероятно из множества из 2^m возможных последовательностей. Вероятность того, что оба передатчика выберут одну и ту же m -последовательность, равна

$$p_e = P\{m_A = m_B\} = \frac{1}{2^m}.$$

Распределение числа стираний на кодовое слово

Случайная величина S — число стираний на кодовое слово — подчиняется биномиальному закону $S \sim \text{Bin}(n_1, p_e)$. При малых значениях p_e и достаточно большом n_1 биномиальное распределение аппроксимируется распределением Пуассона с параметром $\lambda = n_1 \cdot p_e = n_1/2^m$.

В практических вариантах при $n_1 = 255$ и $m = 8$ имеем $\lambda = 255/256 \approx 1$. Таким образом, введение второй передающей стороны приводит к появлению в среднем одного стирания на кодовое слово внешнего кода для каждого передатчика.

Совместная корректировка ошибок и стираний кодом Рида — Соломона

Код Рида — Соломона с параметрами (n_1, k_1, t_1) имеет минимальное расстояние $d_{\min} = n_1 - k_1 + 1$ и способен исправлять комбинации символьных ошибок и стираний, удовлетворяющих условию [7, 9, 30]

$$2E + S \leq d_{\min} - 1 = 2t_1,$$

где E — число неизвестных символьных ошибок; S — число стираний.

Оценка влияния стираний на корректирующую способность

Рассмотрим конкретные параметры внешнего кода. Пусть используется код RS(255, 239), для которого $n_1 = 255$, $k_1 = 239$, $t_1 = 8$. Максимальное число стираний при отсутствии ошибок $2t_1 = 16$. Для кода RS(255, 223) $t_1 = 16$, $2t_1 = 32$.

При использовании модели Пуассона с параметром $\lambda \approx 1$ вероятность превышения корректирующей способности

$$P\{S > 2t_1\} = 1 - \sum_{k=0}^{2t_1} \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}.$$

Для кода RS(255, 239) $t_1 = 8$, $2t_1 = 16$:

$$P\{S > 16\} \leq \frac{e^{-1}}{17!} \approx 10^{-15}.$$

Для кода RS(255, 223) $t_1 = 16$, $2t_1 = 32$: аналогичная оценка дает величину порядка 10^{-30} . Эти значения существенно ниже типичных целевых значений вероятности ошибки (10^{-6} – 10^{-9}), используемых при проектировании реальных систем передачи.

Совместный учет ошибок и стираний и влияние на BER

В расширенной конструкции из двух передатчиков к ошибкам E , обусловленным каналом, добавляются стирания S , связанные с редкими коллизиями. Как показано выше, математическое

ожидание числа стираний на кодовое слово составляет около 1, а вероятность того, что S достигнет значений, сопоставимых с $2t_1$, пренебрежимо мала. При этом характер шумовых ошибок не изменяется: для каждого из двух передатчиков средняя энергия на m -последовательность и соответствующее отношение сигнал/шум на входе корреляционного приемника остаются такими же, как в исходной системе.

Таким образом, условие $2E + S \leq 2t_1$ продолжает выполняться с вероятностью, практически равной той же, что и в исходной системе с одним передатчиком. Итоговая вероятность ошибки на бит P_β для каждого легального приемника остается на уровне, достигавшемся в исходной системе и отраженной в табл. 1, а влияние дополнительных стираний носит характер малой поправки, существенно меньшей целевого уровня вероятности ошибки.

Заключение

Сравнение исходной и предложенной конструкций по ключевым параметрам приведено в табл. 2.

■ **Таблица 2.** Сравнение исходной и предложенной конструкций по ключевым параметрам

■ **Table 2.** Comparison of original and proposed constructions by key parameters

Параметр	Исходная конструкция	Новая конструкция (пара)
Число передатчиков	1	2
Алфавит символов	$\{+1, -1\}$	$\{0, +1\}$ и $\{0, -1\}$
Амплитуда ненулевых символов	A	$\sqrt{2}A$
Средняя мощность одного передатчика	$L \cdot A^2$	$L \cdot A^2$
Видимая мощность для стороннего (Пр2)	$L \cdot A^2$	$L \cdot A^2$
Код Рида — Соломона	(n_1, k_1, t_1)	Тот же (n_1, k_1, t_1) для каждого
Скорость каждого передатчика	R_{orig}	R_{orig}
Суммарный объем передачи	R_{orig}	$2R_{orig}$
BER легального приемника	P_β	$\approx P_\beta$
Дополнительное оборудование	—	Не требуется
Вероятность неисправимых стираний	0	$\lesssim 10^{-15}$ (для $m = 8$)

Предложенная противофазная конструкция из двух передатчиков реализует следующие свойства.

1. Сохранение мощности каждого передатчика. При переходе от алфавита $\{+1, -1\}$ к $\{0, +1\}$ или $\{0, -1\}$ с увеличением амплитуды ненулевых символов в $\sqrt{2}$ раза средняя энергия за период не изменяется.

2. Сохранение скрытности по энергетическому критерию. Суммарная мощность противофазной пары равна мощности одного исходного передатчика. Сторонний энергетический приемник не отличает работу пары от работы одиночного источника.

3. Удвоение объема передачи. Два передатчика с теми же m -последовательностями и теми же кодами Рида — Соломона передают независимые информационные потоки, каждый со скоростью исходной системы.

4. Обработка коллизий средствами уже используемого кода Рида — Соломона. При $m = 8$ и стандартных кодах RS(255, 239) или RS(255, 223) ожидаемое число стираний на кодовое слово составляет около 1, и в результате влияние дополнительных стираний носит характер малой поправки, существенно меньшей целевого уровня вероятности ошибки.

5. Отсутствие дополнительного оборудования. Для обнаружения и коррекции коллизий не требуются специальные приемники на стороне передатчиков и дополнительные протоколы обратной связи.

Основная новизна состоит в том, что предложенная конструкция реализует удвоение числа независимых информационных потоков и суммарного объема передачи при неизменной энергетической «подписи» системы для стороннего наблюдателя, неизменном BER для легальных приемников и без изменения параметров корректирующего кода.

Замечание о масштабировании. Описанная конструкция допускает обобщение на K противофазных пар, использующих K взаимно ортогональных (или квазиортогональных) наборов кодов. В этом случае суммарный объем передачи возрастает в K раз по сравнению с исходной системой, однако суммарная мощность для стороннего энергетического приемника также возрастает в K раз, что снижает энергетическую скрытность системы. Оптимальный выбор K определяется компромиссом между требуемой пропускной способностью и допустимым уровнем энергетической «видимости» [4, 15].

Литература

1. Schmidt J. H., Kochańska I., Schmidt A. M. Performance of the direct sequence spread spectrum underwater acoustic communication system with differential detection in strong multipath propagation conditions. *Archives of Acoustics*, 2024, vol. 49, no. 1, pp. 129–140. doi:10.24425/aoa.2024.148771
2. Nguyen T. P., Le H. T., Nguyen V. D. Performance analysis for DSSS with short period sequences encountering broadband interference. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2024, vol. 73, no. 11, pp. 16697–16707. doi:10.1109/TVT.2024.3414024
3. Ali A., Altaf A., Tauqeer T. Denoising extension sequences CDMA for communication systems. *Applied Science and Innovative Research*, 2025, vol. 9, no. 1, pp. 1–11. doi:10.22158/asir.v9n1p1
4. Gao C., Wu Y., Zhang Y. Secure communication using WFRFT-DSSS based on chaotic cyclic shift. *IEEE/CIC International Conference on Communications in China (ICCC)*, 2023, pp. 1–5. doi:10.1109/ICCC57788.2023.10233501
5. Andreyev Y. Analytical model of energy detector for ultra-wideband chaotic radio pulses. *Electronics*, 2023, vol. 12, no. 4, Article 954. doi:10.3390/electronics12040954
6. Li Z., Huang X., Zhao L., Chen X. Multiple access interference suppression for CDMA systems via l1 minimization. *Fundamental Research*, 2022, vol. 2, no. 5, pp. 799–806. doi:10.1016/j.fmre.2021.11.037
7. Tang Y. J., Zhang X. Fast en/decoding of Reed – Solomon codes for failure recovery. *IEEE Transactions on Computers*, 2022, vol. 71, no. 3, pp. 724–735. doi:10.1109/TC.2021.3060701
8. Ahmed K., Abdelaziz K. Enhancing erasure resilience in Reed – Solomon codes: Theory and applications in data storage systems. *Transactions on Engineering and Computing Sciences*, 2024, vol. 12, no. 5, pp. 1–15. doi:10.61173/2qs7881
9. Hörmann F., Bartz H. Syndrome-based error-erasure decoding of interleaved linearized Reed – Solomon codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2025. doi:10.48550/arXiv.2411.19101
10. Wondimu E., Annamalai P., Gared F. Performance analysis of concatenated Reed – Solomon and next generation polar codes for 6G communication systems. *Scientific Reports*, 2025, vol. 15, Article 31785. doi:10.1038/s41598-025-13672-2
11. Sukmadji A. Y., Kschischang F. R. Performance-complexity-latency trade-offs of concatenated RS-SDBC codes. *IEEE Journal of Lightwave Technology*, 2025. doi:10.1109/JLT.2025.3530858
12. Li Z., Shi J., Si J., Lv L., Guan L., Hao B., Xing C., Quek T. Q. S. Intelligent covert communication: Recent advances and future research trends. *Engineering*, 2025, vol. 44, pp. 109–119. doi:10.1016/j.eng.2024.12.007
13. Yang Y., Ren Y., Liu W., Gong C., Huang N., Xu Z. Spread spectrum for covert communication in ultra-violet communication system. *Optics Express*, 2024, vol. 32, no. 15, pp. 25981–25994. doi:10.1364/OE.527516
14. Ning X., Yang Y., Guo K., Wang Z. Design and performance analysis of LPD communication waveform based on FrFT-FH structure. *Systems Engineering and Electronics*, 2024, vol. 46, no. 8, pp. 2857–2866. doi:10.12305/j.issn.1001-506X.2024.08.33
15. Yan S., Zhou X., Hu J., Guo S. Low probability of detection communication: Opportunities and challenges. *IEEE Wireless Communications*, 2021, vol. 28, no. 4, pp. 144–150. doi:10.1109/MWC.001.2000173
16. Aggarwal R., Kong J. S., Moore T. J., Choi J., Spasojevic P., Dagefu F. T. Covert communications with simultaneous multi-modal transmission. *Proceedings of ACM Workshop on Wireless Security and Machine Learning (WiseML)*, 2024. doi:10.1145/3643833.3656117
17. Lee J., Dinh D. T., Yeom H., Lee S.-H., Ha J. Multiuser cooperation for covert communication under quasi-static fading. *IEEE Transactions on Information Forensics and Security*, 2023, vol. 18, pp. 4625–4639. doi:10.1109/TIFS.2023.3264050
18. Doan T. B., Nguyen T.-H. Enhancing covert communication in NOMA systems with joint security and covert design. *PLOS ONE*, 2025, vol. 20, no. 1, e0317289. doi:10.1371/journal.pone.0317289
19. Si J., Liu Z., Li Z., Hu H., Guan L., Wang C., Al-Dhahir N. A cooperative deception strategy for covert communication in presence of a multi-antenna adversary. *IEEE Transactions on Communications*, 2023, vol. 71, no. 3, pp. 1528–1542. doi:10.1109/TCOMM.2022.3228637
20. Liu C., Wang C., Zhu Q., Li Y. Multi-user covert communications via intelligent spectrum control. arXiv:2601.05281 [cs.IT]. 2026. doi:10.48550/arXiv.2601.05281
21. Chen B., Gao C., Ma R., Xu D. Covert wireless communication in multichannel systems. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2022, vol. 11, no. 9, pp. 1790–1794. doi:10.1109/LWC.2022.3180993
22. Alazab M., Al-Nemrat A., Bhatt P. Gaussian-distributed spread-spectrum for covert communications. *Sensors*, 2023, vol. 23, no. 8, Article 4081. doi:10.3390/s23084081
23. Dagefu F. T., Kong J. S., Moore T. J. Low Probability of Intercept/Detect (LPI/LPD) secure communications using antenna arrays employing rapid sidelobe time modulation. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2024, vol. 72, no. 8, pp. 6448–6463. doi:10.1109/TAP.2024.3416756

24. Wang H., Liu Y., Zhang Y., Gao J. Robust overlapping covert communication against partial-band jamming via dynamic spread spectrum factor. *Scientific Reports*, 2025, vol. 15. doi:10.1038/s41598-025-32907-w

25. Lu X., Noneaker D. L. Physical layer covert communication in B5G wireless networks – its research, applications, and challenges. *Proceedings of the IEEE*, 2024, vol. 112, no. 1, pp. 47–82. doi:10.1109/JPROC.2023.3321768

26. Cheng Y., Lu J., Niyato D., Lyu B., Xu M., Zhu S. Performance analysis and power allocation for covert mobile edge computing with RIS-Aided NOMA. *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 2024, vol. 23, no. 3, pp. 2046–2061. doi:10.1109/TMC.2023.3302413

27. Lorincz J., Ramljak I., Begusic D. A survey on the energy detection of OFDM signals with dynamic threshold adaptation: Open issues and

future challenges. *Sensors*, 2021, vol. 21, no. 16, Article 5579. doi:10.3390/s21165579

28. Zhang Y., Liu P., Liu X., Li X. An energy detection-based spectrum-sensing method for cognitive radio. *Wireless Communications and Mobile Computing*, 2022, vol. 2022, Article 3933336. doi:10.1155/2022/3933336

29. Bac L. H., Kieu-Xuan T., Nguyen T. B. On concatenated coding scheme for high-speed Ethernet. *Proceedings of the International Conference on Advanced Communication Technology (ICACT)*, 2023, pp. 1–6. doi:10.23919/ICACT56868.2023.10023773

30. Luo G., Wan Q., Lin C. Improved error bounds for the distance distribution of Reed – Solomon codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2023, vol. 69, no. 6, pp. 3602–3614. doi:10.1109/TIT.2023.3242612

UDC 621.391.15

doi:10.31799/1684-8853-2026-4-52-59

EDN: GVMDCI

Cascade codes for wideband signal construction: extension to a two-transmitter antiphase design

E. A. Krouk^a, Dr. Sc., Tech., Professor, orcid.org/0000-0002-4549-2980, ekrouk@hse.ru

V. A. Davydov^b, PhD, Tech., Senior Researcher, orcid.org/0000-0003-1316-3346

^aTelecommunications Research Institute HSE, 34, Tallinskaya St., 123458, Moscow, Russian Federation

^bV. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, 65, Profsoyuznaya St., 117997, Moscow, Russian Federation

Introduction: Wideband noise-like signals based on m-sequences are widely used in communication systems requiring energy-domain covertness. A key challenge is to increase throughput without increasing total radiated power. **Purpose:** To extend the cascade coding method to two independent transmitters operating in antiphase mode with alphabets $\{0, +1\}$ and $\{0, -1\}$, preserving energy covertness. **Methods:** The error-correcting coding framework is used: an outer Reed – Solomon code combined with inner coding by m-sequences (concatenated scheme). A Poisson approximation is applied to analyze the probability of uncorrectable erasures. **Results:** Normalizing non-zero symbol amplitude to $\sqrt{2}$ · A keeps each transmitter average power at $L \cdot A^2$ per period, while the pair total power equals that of the original single transmitter for a third-party energy detector. Collisions when both transmitters select the same m-sequence are treated as erasures and corrected by the Reed – Solomon code. Expected erasures per codeword: $\lambda = n_1/2^m \approx 1$. **Practical relevance:** The proposed construction doubles independent information streams while keeping each transmitter power unchanged and preserving energy covertness without modifying code parameters. **Discussion:** The construction can be generalized to K transmitter pairs with orthogonal code sets, with optimal K being a trade-off between required throughput and admissible energy visibility.

Keywords – wideband signals, m-sequences, cascade codes, Reed – Solomon code, energy covertness, erasures, antiphase construction.

For citation: Krouk E. A., Davydov V. A. Cascade codes for wideband signal construction: extension to a two-transmitter antiphase design. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2026, no. 4, pp. 52–59 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2026-4-52-59, EDN: GVMDCI

References

- Schmidt J. H., Koczańska I., Schmidt A. M. Performance of the direct sequence spread spectrum underwater acoustic communication system with differential detection in strong multipath propagation conditions. *Archives of Acoustics*, 2024, vol. 49, no. 1, pp. 129–140. doi:10.24425/aoa.2024.148771
- Nguyen T. P., Le H. T., Nguyen V. D. Performance analysis for DSSS with short period sequences encountering broadband interference. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2024, vol. 73, no. 11, pp. 16697–16707. doi:10.1109/TVT.2024.3414024
- Ali A., Altaf A., Tauqeer T. Denoic extension sequences CDMA for communication systems. *Applied Science and Innovative Research*, 2025, vol. 9, no. 1, pp. 1–11. doi:10.22158/asir.v9n1p1
- Gao C., Wu Y., Zhang Y. Secure communication using WFRFT-DSSS based on chaotic cyclic shift. *IEEE/CIC International Conference on Communications in China (ICCC)*, 2023, pp. 1–5. doi:10.1109/ICCC57788.2023.10233501
- Andreyev Y. Analytical model of energy detector for ultra-wideband chaotic radio pulses. *Electronics*, 2023, vol. 12, no. 4, Article 954. doi:10.3390/electronics12040954
- Li Z., Huang X., Zhao L., Chen X. Multiple access interference suppression for CDMA systems via l1 minimization. *Fundamental Research*, 2022, vol. 2, no. 5, pp. 799–806. doi:10.1016/j.fmre.2021.11.037
- Tang Y. J., Zhang X. Fast en/decoding of Reed – Solomon codes for failure recovery. *IEEE Transactions on Computers*, 2022, vol. 71, no. 3, pp. 724–735. doi:10.1109/TC.2021.3060701
- Ahmed K., Abdelaziz K. Enhancing erasure resilience in Reed – Solomon codes: Theory and applications in data storage systems. *Transactions on Engineering and Computing Sciences*, 2024, vol. 12, no. 5, pp. 1–15. doi:10.61173/2qs7881

9. Hörmann F., Bartz H. Syndrome-based error-erasure decoding of interleaved linearized Reed-Solomon codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2025. doi:10.48550/arXiv.2411.19101
10. Wondimu E., Annamalai P., Gared F. Performance analysis of concatenated Reed – Solomon and next generation polar codes for 6G communication systems. *Scientific Reports*, 2025, vol. 15, Article 31785. doi:10.1038/s41598-025-13672-2
11. Sukmadji A. Y., Kschischang F. R. Performance-complexity-latency trade-offs of concatenated RS-SDBC codes. *IEEE Journal of Lightwave Technology*, 2025. doi:10.1109/JLT.2025.3530858
12. Li Z., Shi J., Si J., Lv L., Guan L., Hao B., Xing C., Quek T. Q. S. Intelligent covert communication: Recent advances and future research trends. *Engineering*, 2025, vol. 44, pp. 109–119. doi:10.1016/j.eng.2024.12.007
13. Yang Y., Ren Y., Liu W., Gong C., Huang N., Xu Z. Spread spectrum for covert communication in ultra-violet communication system. *Optics Express*, 2024, vol. 32, no. 15, pp. 25981–25994. doi:10.1364/OE.527516
14. Ning X., Yang Y., Guo K., Wang Z. Design and performance analysis of LPD communication waveform based on FrFT-FH structure. *Systems Engineering and Electronics*, 2024, vol. 46, no. 8, pp. 2857–2866. doi:10.12305/j.issn.1001-506X.2024.08.33
15. Yan S., Zhou X., Hu J., Guo S. Low probability of detection communication: Opportunities and challenges. *IEEE Wireless Communications*, 2021, vol. 28, no. 4, pp. 144–150. doi:10.1109/MWC.001.2000173
16. Aggarwal R., Kong J. S., Moore T. J., Choi J., Spasojevic P., Dagefu F. T. Covert communications with simultaneous multi-modal transmission. *Proceedings of ACM Workshop on Wireless Security and Machine Learning (WiseML)*, 2024. doi:10.1145/3643833.3656117
17. Lee J., Dinh D. T., Yeom H., Lee S.-H., Ha J. Multiuser cooperation for covert communication under quasi-static fading. *IEEE Transactions on Information Forensics and Security*, 2023, vol. 18, pp. 4625–4639. doi:10.1109/TIFS.2023.3264050
18. Doan T. B., Nguyen T.-H. Enhancing covert communication in NOMA systems with joint security and covert design. *PLOS ONE*, 2025, vol. 20, no. 1, e0317289. doi:10.1371/journal.pone.0317289
19. Si J., Liu Z., Li Z., Hu H., Guan L., Wang C., Al-Dhahir N. A cooperative deception strategy for covert communication in presence of a multi-antenna adversary. *IEEE Transactions on Communications*, 2023, vol. 71, no. 3, pp. 1528–1542. doi:10.1109/TCOMM.2022.3228637
20. Liu C., Wang C., Zhu Q., Li Y. Multi-user covert communications via intelligent spectrum control. arXiv:2601.05281 [cs.IT]. 2026. doi:10.48550/arXiv.2601.05281
21. Chen B., Gao C., Ma R., Xu D. Covert wireless communication in multichannel systems. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2022, vol. 11, no. 9, pp. 1790–1794. doi:10.1109/LWC.2022.3180993
22. Alazab M., Al-Nemrat A., Bhatt P. Gaussian-distributed spread-spectrum for covert communications. *Sensors*, 2023, vol. 23, no. 8, Article 4081. doi:10.3390/s23084081
23. Dagefu F. T., Kong J. S., Moore T. J. Low Probability of Intercept/Detect (LPI/LPD) secure communications using antenna arrays employing rapid sidelobe time modulation. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2024, vol. 72, no. 8, pp. 6448–6463. doi:10.1109/TAP.2024.3416756
24. Wang H., Liu Y., Zhang Y., Gao J. Robust overlapping covert communication against partial-band jamming via dynamic spread spectrum factor. *Scientific Reports*, 2025, vol. 15. doi:10.1038/s41598-025-32907-w
25. Lu X., Noneaker D. L. Physical layer covert communication in B5G wireless networks – its research, applications, and challenges. *Proceedings of the IEEE*, 2024, vol. 112, no. 1, pp. 47–82. doi:10.1109/JPROC.2023.3321768
26. Cheng Y., Lu J., Niyato D., Lyu B., Xu M., Zhu S. Performance analysis and power allocation for covert mobile edge computing with RIS-Aided NOMA. *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 2024, vol. 23, no. 3, pp. 2046–2061. doi:10.1109/TMC.2023.3302413
27. Lorincz J., Ramljak I., Begusic D. A survey on the energy detection of OFDM signals with dynamic threshold adaptation: Open issues and future challenges. *Sensors*, 2021, vol. 21, no. 16, Article 5579. doi:10.3390/s21165579
28. Zhang Y., Liu P., Liu X., Li X. An energy detection-based spectrum-sensing method for cognitive radio. *Wireless Communications and Mobile Computing*, 2022, vol. 2022, Article 3933336. doi:10.1155/2022/3933336
29. Bac L. H., Kieu-Xuan T., Nguyen T. B. On concatenated coding scheme for high-speed Ethernet. *Proceedings of the International Conference on Advanced Communication Technology (ICACT)*, 2023, pp. 1–6. doi:10.23919/ICACT56868.2023.10023773
30. Luo G., Wan Q., Lin C. Improved error bounds for the distance distribution of Reed – Solomon codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2023, vol. 69, no. 6, pp. 3602–3614. doi:10.1109/TIT.2023.3242612