

## Вложенные кодовые конструкции Баркера — Мерсенна — Рагхаварао

М. Б. Сергеев<sup>а</sup>, доктор техн. наук, профессор, [orcid.org/0000-0002-3845-9277](https://orcid.org/0000-0002-3845-9277), [mbse@mail.ru](mailto:mbse@mail.ru)

В. А. Ненашев<sup>а</sup>, канд. техн. наук, доцент, [orcid.org/0000-0001-5285-2051](https://orcid.org/0000-0001-5285-2051)

А. М. Сергеев<sup>а</sup>, старший преподаватель, [orcid.org/0000-0002-4788-9869](https://orcid.org/0000-0002-4788-9869)

<sup>а</sup>Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Б. Морская ул., 67, Санкт-Петербург, 190000, РФ

**Введение:** помехоустойчивое кодирование информации в открытом радиоканале имеет большое значение при передаче данных. Изложенные в работе результаты ориентированы на стимулирование научного интереса к новым квазиортогональным базисам как основе пересмотра алгоритмов кодирования сигналов. **Цель:** поиск новых кодовых последовательностей как комбинаций кодов, сформированных из строк квазиортогональных матриц Мерсенна и Рагхаварао, а также сложных и более эффективных кодов Баркера — Мерсенна — Рагхаварао. **Результаты:** исследованы конструкции вложенных кодовых последовательностей, сформированных из строк квазиортогональных циклических матриц Мерсенна, Рагхаварао и Адамара. Приведены оценки характеристик автокорреляционной функции вложенных кодов Баркера, Мерсенна, Рагхаварао и их комбинаций, а именно отношения главного пика к максимальному положительному и отрицательному боковым лепесткам. Синтезированы и проанализированы новые коды, в том числе вложенные, обладающие лучшими характеристиками, чем известные коды Баркера и их вложенные конструкции. Значимость результатов обеспечивается перспективностью исследования, влияющего на становление и развитие методов выделения, обнаружения и обработки полезной информации. Результаты работы имеют длительное последствие, поскольку с появлением оригинальных методов синтеза новых кодов возникает потребность их исследования, модификации, обобщения и расширения области применения. **Практическая значимость:** применение результатов исследования на практике гарантирует повышение точности в системах определения координат, обнаружение полезного сигнала в условиях сложной помеховой обстановки, в частности, в радиолокационных системах с высокой разрешающей способностью по координате дальности при обнаружении физических объектов, в том числе скрытых.

**Ключевые слова** — моноциклические квазиортогональные матрицы, коды Мерсенна, коды Баркера, коды Рагхаварао, кодовая модуляция, кодирование сигналов, помехоустойчивость, автокорреляционная функция, вложенные кодовые последовательности, отношение главного пика к боковому лепестку, боковой лепесток.

**Для цитирования:** Сергеев М. Б., Ненашев В. А., Сергеев А. М. Вложенные кодовые конструкции Баркера — Мерсенна — Рагхаварао. *Информационно-управляющие системы*, 2019, № 3, с. 71–81. doi:10.31799/1684-8853-2019-3-71-81

**For citation:** Sergeev M. B., Nenashev V. A., Sergeev A. M. Nested code sequences of Barker — Mersenne — Raghavarao. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2019, no. 3, pp. 71–81 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2019-3-71-81

### Введение

Модуляция сигналов — широко известный способ передачи данных. Важными задачами при приеме модулированных сигналов являются:

- их обнаружение в коммуникационном канале на фоне естественных и искусственных помех;

- необходимость разрешения в радиолокационных системах сигналов, отраженных от близко расположенных объектов или элементов подстилающей поверхности по координате дальности.

Для решения этих задач, как правило, применяется корреляционный прием модулированных сигналов. Эффективность такого приема зависит от способа и сложности кодирования сигналов и особенностей кодов.

Наиболее известными помехоустойчивыми кодами являются коды Баркера, у которых отношение пика автокорреляционной функции (АКФ) к максимальному боковому лепестку — наибольшее. Код Баркера длины 11 использу-

ется в протоколах семейства стандартов связи 802.11 [1], коды длины 11 и 13 используются в современных радиолокационных системах [2], последовательности вложенных кодов используют в космической связи [3] и при модуляции широкополосных сигналов для инфокоммуникационных сетей [4] и др.

В настоящей работе рассматриваются и анализируются кодовые последовательности Мерсенна и Рагхаварао [5] как альтернатива кодам Баркера. Отдельно рассматриваются характеристики вложенных кодов [6], являющихся комбинацией кодов Баркера, Мерсенна и Рагхаварао.

### Современное состояние в области поиска новых кодов

Сегодня известно множество кодов и синтезированных по ним сложных широкополосных сигналов, модулированных по амплитуде, частоте и фазе или одновременно по нескольким пара-

метрам сигнала. Основными применяемыми на практике сложными сигналами являются сигналы с частотной или фазовой модуляцией.

При фазовой модуляции используют  $m$ -последовательности, псевдослучайные последовательности, коды Франка, Баркера, коды Льюиса и Кречмера (P1, P2, P3, P4), полифазные коды  $P(n, k)$ , коды Волынской, комплементарные коды, коды Ипатова и т. д.

Однако не все сложные сигналы одинаково эффективны для решения конкретной задачи обнаружения или передачи данных. Наилучшими являются сигналы, модулированные кодовой последовательностью, у которых:

- отношение пика АКФ к максимальному по модулю боковому лепестку наибольшее;
- ширина главного лепестка АКФ по уровню  $-3$ дБ наименьшая;
- потери в отношении сигнал/шум минимальны.

Первые результаты исследований [5] показали, что двухфазным кодам Баркера, имеющим наибольшее отношение главного пика к максимальному боковому лепестку (ОПМБЛ), могут быть противопоставлены коды, полученные из квазиортогональных матриц Мерсенна, и коды Рагхаварао [7]. Они превосходят эту характеристику кодов Баркера в случаях  $n$ , равных 3 и 7, 5 и 13 соответственно. Кроме того, коды существуют на больших длинах и, возможно, превышают ОПМБЛ  $m$ -последовательностей и псевдослучайных последовательностей.

Развитие математического базиса и методов синтеза кодов для помехоустойчивого и скрытого использования в радиоканалах в условиях сложной помеховой обстановки сегодня предполагает отход от сложившихся правил. В частности, можно незначительно ослабить требования к АКФ и допустить существование значения вторичных пиков, превышающих 1. Это является приемлемым в том случае, если центральный пик значительно больше 1. При этом построение кодов на основе матриц Мерсенна и Рагхаварао позволит значительно дополнить и развить теорию кодирования при решении следующих научных задач:

- выявлении критериев и характеристик оценки для предлагаемых кодов, определении их особенностей и границ применимости;
- формировании базиса квазиортогональных матриц различных структур (как источника новых кодов) на основе математических описаний и компьютерных вычислений специальными методами;
- разработке новых специальных кодов, основанных на использовании теории квазиортогональных матриц и разнообразии их структурных особенностей;

— разработке новых вложенных кодовых последовательностей;

— синтезировании сигналов по найденным кодам, а также вложенным кодовым последовательностям.

### Альтернативные коды Мерсенна и Рагхаварао

В качестве основы для построения кодов используются строками квазиортогональных матриц Мерсенна [8] и Рагхаварао.

Матрицы Адамара и Мерсенна существуют на соседних порядках  $4t$  и  $4t - 1$  соответственно, где  $t$  — натуральное число. Особенностью матриц Мерсенна является тот факт, что они имеют два значения элементов: 1 и  $-b$ . Количество отрицательных элементов отличается от количества положительных на единицу. Указанные матрицы могут быть однозначно структурно связаны с матрицами Адамара по схеме [9]

матрица Мерсенна порядка  $4t - 1 \rightarrow$

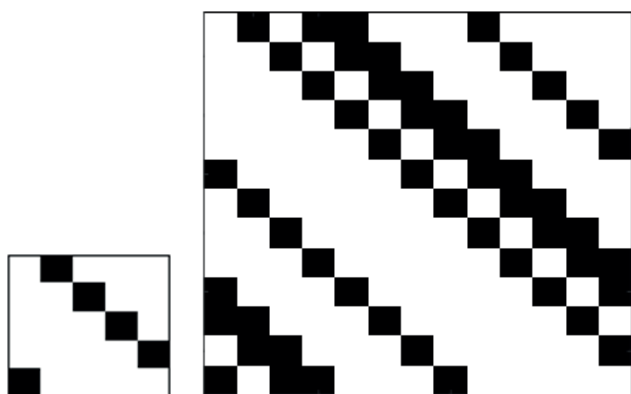
матрица Адамара порядка  $4t$

за счет простой операции окаймления и замены (элементы  $-b$  заменяются на  $-1$ ) или не иметь такой связи.

Кроме того, вариант структуры подобных матриц в виде «циркулянта» может быть получен, если в качестве первой строки использовать последовательность, сформированную на основе квадратичных вычетов [5].

Циклические квазиортогональные матрицы Рагхаварао отличаются от циклических матриц Мерсенна тем, что количество положительных и отрицательных элементов в них отличается на величину  $n(t) = t^2 + (t + 1)^2$ , где  $t$  — натуральное число. Например, для  $n = 5$  получаем  $1_{\text{отр}}^2 + 2_{\text{полож}}^2 = 5$  и для  $n = 13$   $2_{\text{отр}}^2 + 3_{\text{полож}}^2 = 13$ , что отражено в кодах, приведенных в табл. 1. Таким образом, последовательности длин 5 и 13 не являются последовательностями мерсеннова типа, а формируются из первых строк моноциклических квазиортогональных матриц типа Рагхаварао порядков 5 и 13, портреты которых приведены на рис. 1. Белое поле портрета матрицы соответствует элементу матрицы со значением 1 (в общем случае со значением  $a$ ), а черное поле — элементу со значением  $-b$ .

Таким образом, порядки выбранного базиса матриц позволяют создать на основе их строк коды, альтернативные кодам Баркера и, кроме того, отличающиеся от классических кодов с симметричными значениями в представлении  $\{1, -1\}$ . Для примера в табл. 1 приведены коды Баркера и альтернативные коды на их порядках.



■ **Рис. 1.** Портреты моноциклических квазиортогональных матриц Рагхаварао порядков 5 и 13  
 ■ **Fig. 1.** Portraits of monocyclic quasi-orthogonal Raghavarao matrices of orders 5 and 13

■ **Таблица 1.** Коды Баркера, Мерсенна, Рагхаварао  
 ■ **Table 1.** Barker, Mersenne and Raghavarao code sequences

Длина кода $n$	Коды Баркера	Коды Мерсенна и Рагхаварао
2	1 -1 1 1	-
3	1 1 -1	-b 1 1
4	1 -1 1 1 1 -1 -1 -1	-
5	1 1 1 -1 1	1 -b 1 1 1
7	1 1 1 -1 -1 1 -1	-b -b 1 -b 1 1 1
11	1 1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 1 -1	-b 1 -b -b -b 1 1 1 -b 1 1
13	1 1 1 1 1 -1 -1 1 1 -1 1 -1 1	1 -b 1 -b -b 1 1 1 -b 1 1 1 1

Результаты оценки характеристик АКФ кодовых последовательностей Баркера и Мерсенна показали, что ОПМБЛ АКФ для кодовой последовательности Мерсенна при  $n = 7$  составляет -18,68 дБ, что на 1,78 дБ ниже уровня боковых лепестков, чем у аналогичного кода Баркера. При  $n = 3$  ОПМБЛ АКФ кода Мерсенна превышает аналогичную оценку кода Баркера на 3,52 дБ. Для кода Мерсенна длины 11 оценка ОПМБЛ АКФ получилась хуже, чем у кода Баркера, на 1,72 дБ [5].

Для кода Рагхаварао аналогичные оценки показали, что при  $n = 5$  ОПМБЛ составляет -15,92 дБ и превышает аналогичную оценку кода Баркера на 1,94 дБ, а при  $n = 13$  превышение составляет 1,49 дБ [7].

Рассмотренные выше кодовые последовательности, сформированные на основе моноцикли-

ческих квазиортогональных матриц Мерсенна и Рагхаварао порядков 3, 5, 7, 11 и 13, очевидно, являются альтернативными кодам Баркера.

Коды, превосходящие коды Баркера по характеристикам, для длин 2 и 4 найдены не были. Указанные длины кодов в теории квазиортогональных матриц соответствуют их порядкам 2 и 4 и являются исключениями. Единственная известная моноциклическая матрица Адамара, согласно гипотезе Райзера [10], имеет порядок 4. Ее элементы всегда строго симметричны относительно главной и побочной диагоналей. Порядку  $n = 2$  соответствует моноциклическая матрица Белевича. Однако для этих матриц отход от существующего представления кодов в паре  $\{1, -1\}$  и использование для кодирования предлагаемых в работе несимметричных пар  $\{1, -b\}$  или  $\{a, -b\}$  невозможен.

Таким образом, из приведенных выше результатов следует, что наилучшей характеристикой обладает код Рагхаварао 13 с ОПМБЛ АКФ, равной -23,77 дБ.

Однако даже приведенные коды Мерсенна и Рагхаварао не всегда достаточны для эффективного решения задач обнаружения и обеспечения помехоустойчивости в открытых радиоканалах. Поэтому для получения улучшенных по ОПМБЛ АКФ кодов можно использовать комбинации из последовательно вложенных кодов Баркера, Мерсенна и Рагхаварао.

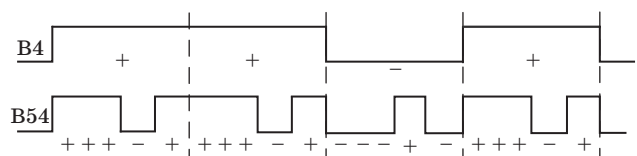
### Вложенные кодовые последовательности

Под комбинацией и вложенностью будем понимать либо комбинации разных по длине кодов Баркера, Мерсенна и Рагхаварао, либо их взаимные комбинации.

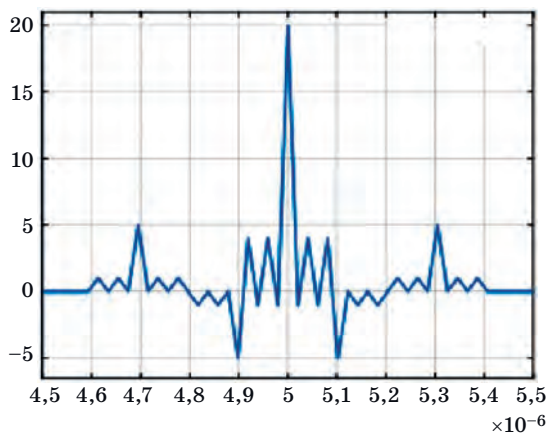
На рис. 2 представлена огибающая вложенного кода Баркера  $5 \times 4$  [3].

На рис. 3 представлены АКФ для вложенного кода Баркера комбинации  $5 \times 4$  для двух видов кода Баркера длины 4:  $1 -1 1 1$  и  $1 -1 -1 -1$ .

Поскольку оценка ОПМБЛ АКФ новых найденных кодов превышает аналогичную оценку для кода Баркера, то они могут быть применены для формирования новых вложенных кодовых конструкций с улучшенными характеристиками.

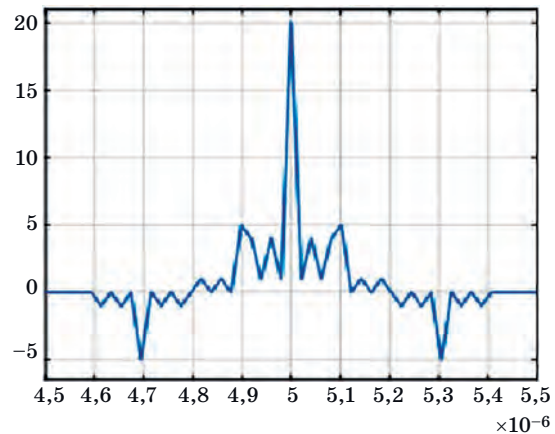


■ **Рис. 2.** Код Баркера  $5 \times 4$  (снизу) и огибающая сигнала кодом длины 4 (сверху)  
 ■ **Fig. 2.** Barker code  $5 \times 4$  (bottom) and signal envelope code length 4 (top)



$$B_{54} = [B_5 \ -B_5 \ B_5 \ B_5]$$

$$B_5 = [1 \ 1 \ 1 \ -1 \ 1]$$



$$B_{54} = [B_5 \ -B_5 \ -B_5 \ -B_5]$$

$$B_5 = [1 \ 1 \ 1 \ -1 \ 1]$$

■ *Рис. 3.* АКФ вложенного кода Баркера длины  $5 \times 4$

■ *Fig. 3.* ACF nested code Barker length  $5 \times 4$

В табл. 2 приведены нумерации конструкций вложенных кодов Баркера, Мерсенна и Рагхаварао и соответствующие им отношения главного пика АКФ к максимальным положительному и отрицательному лепесткам, условно обозначенным в таблице как «+» и «-» соответственно.

Кодовые последовательности, сформированные из строк квазиортогональных циклических матриц Мерсенна и Рагхаварао, обозначены как новый матричный код (НМК).

Поскольку обнаружение сжатого сигнала часто производится во временной области, то на ха-

■ *Таблица 2.* Оценка АКФ вложенных кодовых конструкций типа Баркер — НМК

■ *Table 2.* ACF evaluation of nested Barker — NMK

$n \times m$	Оценка отношения главного пика АКФ к максимальному положительному («+») и отрицательному («-») боковому лепестку, дБ, вложенной кодовой конструкции типа							
	Баркер — Баркер		Баркер — НМК		НМК — Баркер		НМК — НМК	
	«+»	«-»	«+»	«-»	«+»	«-»	«+»	«-»
3×3	-19,084850	-9,5424252	-22,606676	-9,5424252	-13,064250	-9,5424252	-13,064250	-13,064250
3×5	-13,979400	-9,5424252	-15,917601	-9,5424252	-13,064250	-13,064250	-13,064250	-13,064250
3×7	-26,444386	-9,5424252	-21,685902	-9,5424252	-13,064250	-13,064250	-13,064250	-13,064250
3×11	-30,370279	-9,5424252	-26,127947	-9,5424252	-13,064250	-13,064250	-13,064250	-13,064250
3×13	-22,278868	-9,5424252	-23,767757	-9,5424252	-13,064250	-13,064250	-13,064250	-13,064250
5×3	-13,979400	-9,5424252	-13,979400	-13,064250	-15,917601	-9,5424252	-15,917601	-11,775090
5×5	-13,979400	-	-13,979400	-15,917601	-13,979400	-15,917601	-14,628441	-14,628441
5×7	-13,979400	-16,901960	-13,979400	-18,675602	-15,917601	-15,917601	-15,917601	-15,917601
5×11	-13,979400	-20,827854	-13,979400	-17,715715	-15,917601	-15,917601	-15,917601	-15,917601
5×13	-13,979400	-	-13,979400	-23,767757	-15,917601	-15,917601	-15,917601	-15,917601
7×3	-26,444386	-9,5424252	-29,966211	-13,064250	-18,675602	-9,5424252	-18,675602	-14,139840
7×5	-13,979400	-16,901960	-15,917601	-15,917601	-13,979400	-18,675602	-16,993189	-16,993189
7×7	-33,803921	-16,901960	-21,685902	-16,901960	-18,675602	-16,901960	-18,675602	-18,675602
7×11	-37,729813	-16,901960	-26,127947	-16,901960	-18,675602	-18,675602	-18,675602	-18,108547

- Окончание табл. 2
- Table 2 (completed)

n×m	Оценка отношения главного пика АКФ к максимальному положительному («+») и отрицательному («-») боковому лепестку, дБ, вложенной кодовой конструкции типа							
	Баркер — Баркер		Баркер — НМК		НМК — Баркер		НМК — НМК	
	«+»	«-»	«+»	«-»	«+»	«-»	«+»	«-»
7×13	-22,278868	-16,901960	-23,767757	-16,901960	-18,675602	-18,675602	-18,675602	-18,675602
11×3	-30,370279	-9,5424252	-33,892105	-13,064250	-26,127947	-9,5424252	-26,127947	-13,106423
11×5	-13,979400	-20,827854	-15,917601	-15,917601	-13,979400	-17,715715	-15,959773	-15,959773
11×7	-37,729813	-16,901960	-21,685902	-18,675602	-26,127947	-16,901960	-21,728075	-17,715715
11×11	-41,655708	-20,827854	-26,127947	-17,715715	-26,127947	-17,715715	-26,127947	-17,715715
11×13	-22,278868	-20,827854	-23,767757	-20,827854	-22,278868	-17,715715	-23,809931	-17,715715
13×3	-22,278868	-9,5424252	-22,278868	-13,064250	-23,767757	-9,5424252	-23,767757	-12,518845
13×5	-13,979400	-	-15,917601	-15,917601	-13,979400	-23,767757	-15,372194	-15,372194
13×7	-22,278868	-16,901960	-21,685902	-18,675602	-23,767757	-16,901960	-21,140495	-18,130196
13×11	-22,278868	-20,827854	-22,278868	-17,715715	-23,767757	-20,827854	-23,767757	-17,504599
13×13	-22,278868	-	-22,278868	-23,767757	-22,278868	-23,767757	-23,222351	-23,222351

рактические характеристики обнаружителей влияет в большей степени максимальный положительный боковой лепесток АКФ.

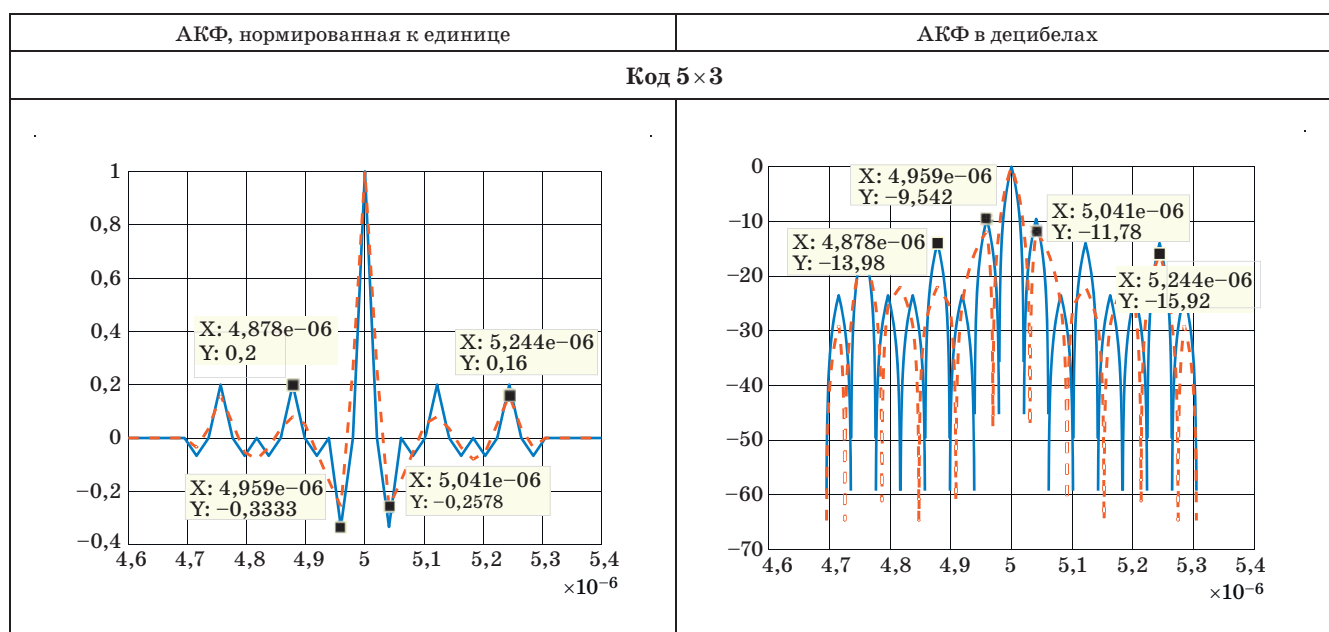
Приведем АКФ вложенных кодовых конструкций типа НМК — НМК, у которых и по-

ложительный, и отрицательный максимальный боковой лепесток превышают аналогичные для конструкции типа Баркер — Баркер (табл. 3).

Как следует из результатов, приведенных в табл. 2 и 3, вложенные кодовые конструкции

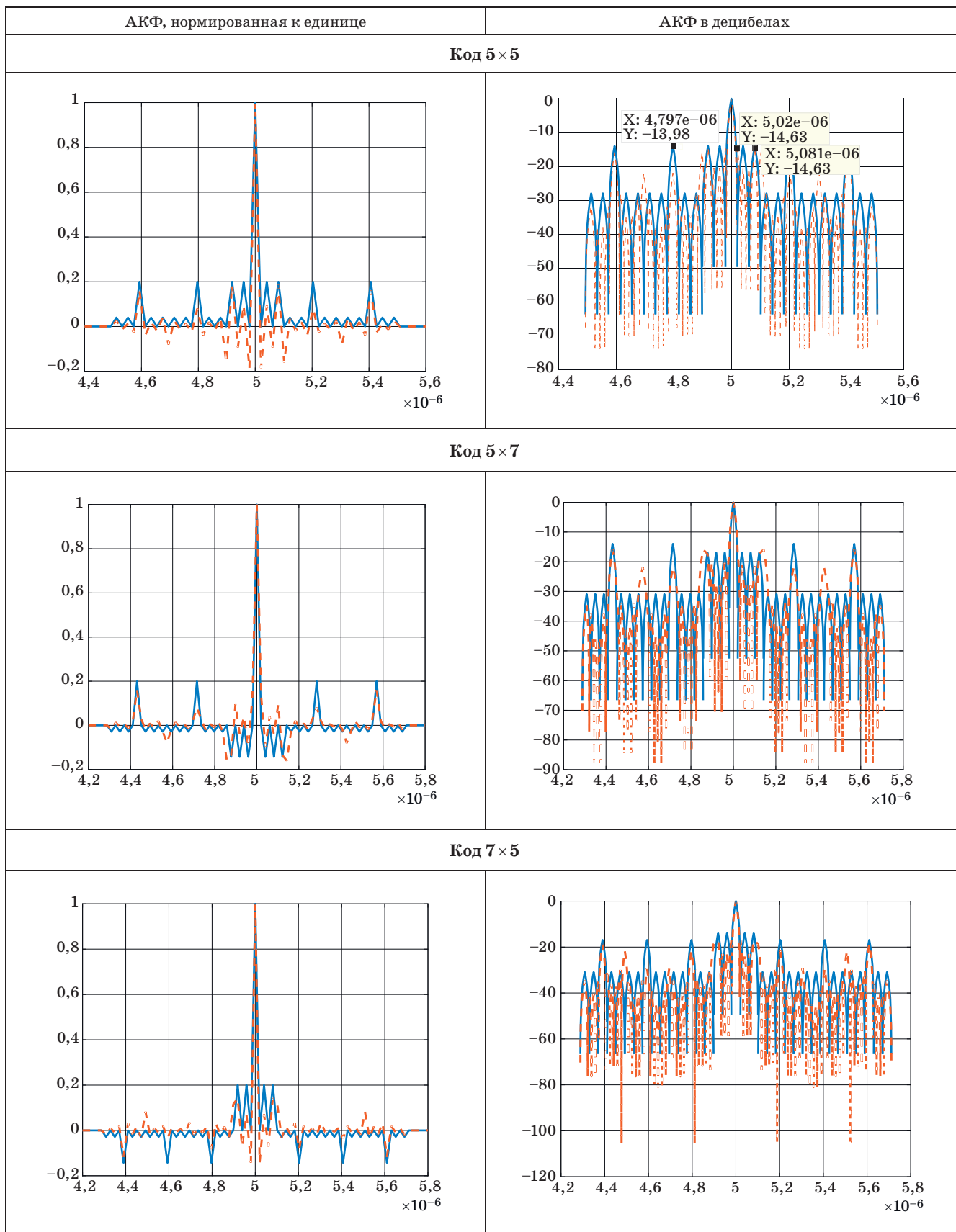
■ Таблица 3. АКФ двухуровневых вложенных кодов (Баркера — Баркера и НМК — НМК)

■ Table 3. ACF two-level nested codes (Barker — Barker and NMC — NMC)

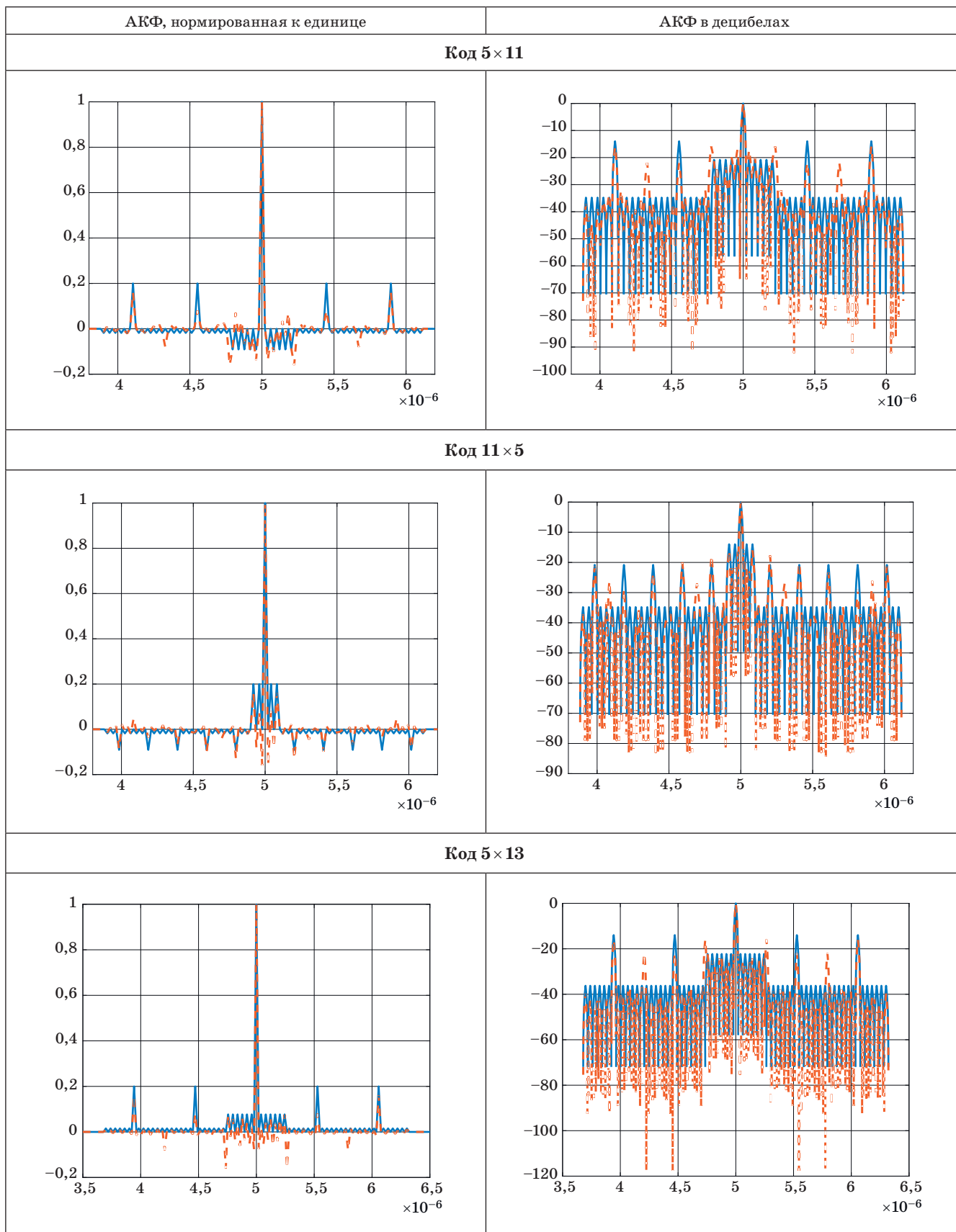


Примечание: — вложенный код Баркера - - - вложенный НМК

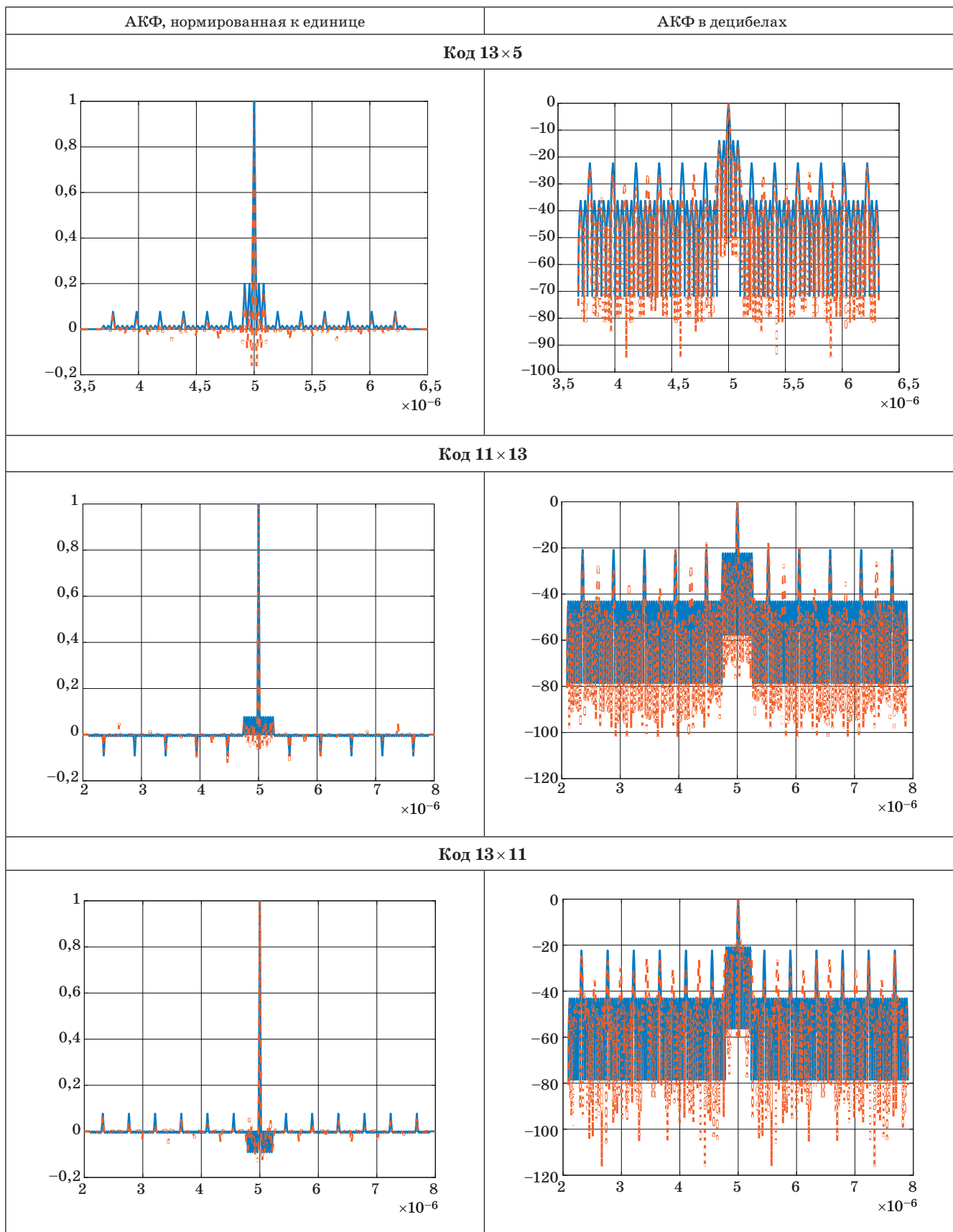
- Продолжение табл. 3
- Table 3 (continued)



- Продолжение табл. 3
- Table 3 (continued)

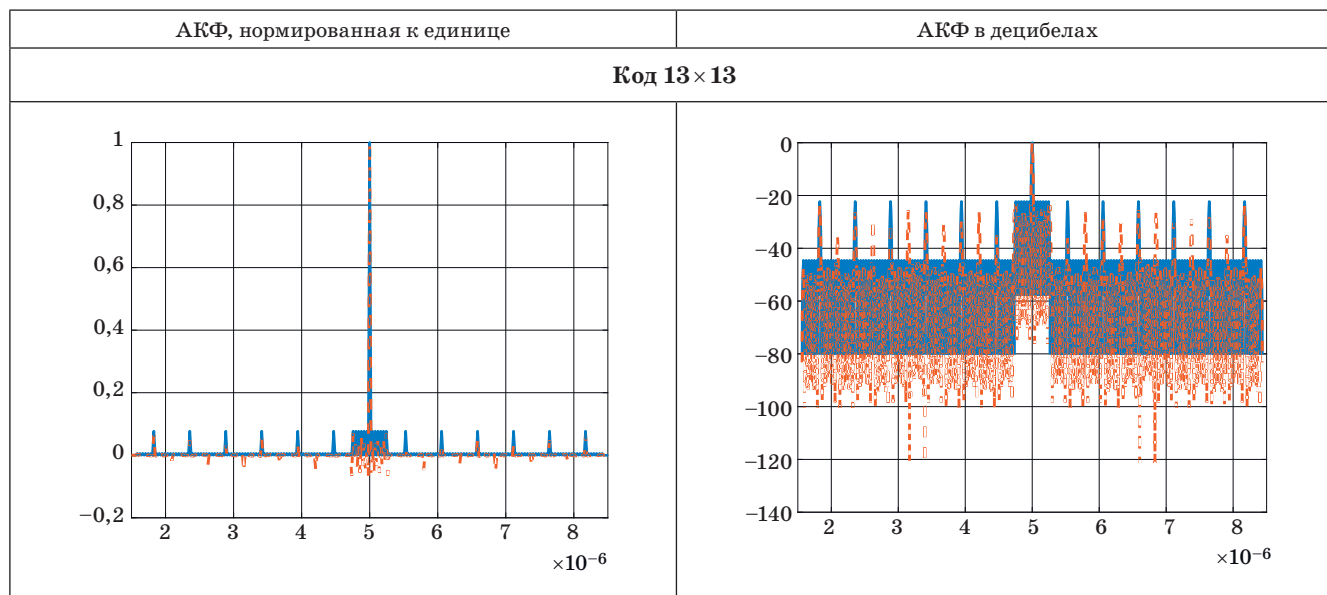


- Продолжение табл. 3
- Table 3 (continued)





- Окончание табл. 3
- Table 3 (completed)



типа НМК — НМК превышают по своим характеристикам аналогичные конструкции типа Баркер — Баркер для следующих комбинаций:  $5 \times 3$ ,  $5 \times 5$ ,  $5 \times 7$ ,  $5 \times 11$ ,  $5 \times 13$ ,  $7 \times 5$ ,  $11 \times 5$ ,  $13 \times 3$ ,  $13 \times 5$ ,  $13 \times 13$ , — что позволяет сделать вывод о целесообразности и перспективности их использования в современных системах обнаружения.

## Заключение

Основным результатом проведенного исследования, дающим мотивацию к развитию теории кодирования в части разработки основ построения новых помехоустойчивых кодов и вложенных кодовых комбинаций, является предложенный отход от существующего представления кодов в паре  $\{1, -1\}$  и использование для кодирования пар  $\{1, -b\}$  и  $\{a, -b\}$ .

Полученные в работе новые коды обладают лучшими характеристиками, чем известные коды Баркера, и являются результатами, дополняющими существующую теорию кодирования и цифровой обработки сигналов.

Практическая значимость предложенного решения заключается в развитии методов и алгоритмов обработки сложных кодомодулированных сигналов в радиолокационных и телекоммуникационных системах, работающих в условиях сложной помеховой обстановки.

Предложенные в работе решения позволяют улучшить характеристики измерителей радиолокационных систем, надежность передачи цифровой информации в телекоммуникационных радиоканалах, а также повысить эффективность применения новых кодовых конструкций в оптических, акустических, сверхширокополосных и других системах при решении задачи обнаружения сигнала на фоне помех [2, 11–16].

## Финансовая поддержка

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ при проведении научно-исследовательской работы в рамках проектной части государственного задания в сфере научной деятельности по заданию № 2.2200.2017/4.6.

## Литература

1. Шахнович И. В. *Современные технологии беспроводной связи*. М., Техносфера, 2006. 288 с.
2. Richard Klemm (ed.). *Novel Radar Techniques and Applications*. Vol 1. *Real Aperture Array Radar, Imaging Radar, and Passive and Multistatic Radar*. London, Scitech Publishing, 2017. 951 p.
3. Moser G., Zerubia J. (eds.). *Mathematical Models for Remote Sensing Image Processing: Models and Methods for the Analysis of 2D Satellite and Aerial Images*. Springer, 2018. 446 p.
4. Шостко И. С., Таха А., Соседка Ю. Э. Анализ моделей сверхширокополосных сигналов для инфокоммуникационных сетей. *Проблемы телекоммуникаций*, 2012, № 4, с. 45–62. <http://pt.journal.kh>.

- ua/2012/4/1/124\_shostko\_uwb.pdf (дата обращения: 29.04.2019).
5. **Ненасhev В. А., Сергеев А. М., Капранова Е. А.** Исследование и анализ автокорреляционных функций кодовых последовательностей, сформированных на основе моноциклических квазиортогональных матриц. *Информационно-управляющие системы*, 2018, № 4, с. 9–14. <https://doi.org/10.31799/1684-8853-2018-4-9-14>
  6. **Рожнев А. Ю., Калинин П. М., Волынская А. В.** Исследование надежности комбинированных сигналов Баркера. Актуальные вопросы развития систем железнодорожной автоматики и телемеханики: сб. науч. трудов / под ред. Вл. В. Сапожникова. СПб., Петербургский гос. ун-т путей сообщения, 2013. С. 87–92.
  7. Поиск и классификация симметричных квазиортогональных матриц и их применение в задачах обработки и передачи информации в открытых радиоканалах: отчет о НИР (промежуточный, 2 этап) / Санкт-Петербургский гос. ун-т аэрокосмического приборостроения (ГУАП); руководитель М. Б. Сергеев; № ГР АААА-А17-117042710042-9; СПб., ГУАП, 2019. 111 с.
  8. **Балонин Н. А., Сергеев М. Б.** Матрицы Мерсенна и Адамара. *Информационно-управляющие системы*, 2016, № 1, с. 2–15. doi:10.15217/issn1684-8853.2016.1.2
  9. **Сергеев А. М.** О взаимосвязи одного вида квазиортогональных матриц, построенных на порядках последовательностей  $4k$  и  $4k - 1$ . *Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ»*, 2017, № 7, с. 12–17.
  10. **Балонин Н. А., Сергеев М. Б.** Расширение гипотезы Райзера на двучиклические структуры и разрешимость матриц Адамара орнаментом в виде бицикла с двойной каймой. *Информационно-управляющие системы*, 2017, № 1, с. 2–10. doi: 10.15217/issn1684-8853.2017.1.2
  11. **Трухачев А. А.** *Радиолокационные сигналы и их применения*. М., Воениздат, 2005. 320 с.
  12. **Shepeta A. P., Makhlin A. M., Nenashev V. A. and Kryachko A. F.** Performance of UWB signal detecting circuits. *XXI International Conference “Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems” (WECONF)*, Saint-Petersburg, 2018, pp. 1–4. doi:10.1109/WECONF.2018.8604440
  13. **Merrill I. Skolnik.** *Radar handbook*. 3rd edition. 2008. 1352 p.
  14. **Блаунштейн Н. Ш., Сергеев М. Б., Шепета А. П.** *Прикладные аспекты электродинамики*. СПб., Аграф+, 2016. 272 с.
  15. **Blaunstein N., Christodoulou C., Sergeev M.** *Introduction to Radio Engineering*. CRC Press, 2016. 286 p.
  16. **Rawat B. S., Trivedi A., Manhas S., Karwal V. (eds.)** *Advances in Signal Processing and Communication*. Singapore, Springer, 2019. 618 p.

UDC 621.391.82

doi:10.31799/1684-8853-2019-3-71-81

**Nested code sequences of Barker — Mersenne — Raghavarao**M. B. Sergeev<sup>a</sup>, Dr. Sc., Tech., Professor, orcid.org/0000-0002-3845-9277, mbse@mail.ruV. A. Nenashev<sup>a</sup>, PhD, Tech., Associate Professor, orcid.org/0000-0001-5285-2051A. M. Sergeev<sup>a</sup>, Senior Lecturer, orcid.org/0000-0002-4788-9869<sup>a</sup>Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 67, B. Morskaya St., 190000, Saint-Petersburg, Russian Federation

**Introduction:** The problem of noise-free encoding for an open radio channel is of great importance for data transfer. The results presented in this paper are aimed at stimulating scientific interest in new codes and bases derived from quasi-orthogonal matrices, as a basis for the revision of signal processing algorithms. **Purpose:** Search for new code sequences as combinations of codes formed from the rows of Mersenne and Raghavarao quasi-orthogonal matrices, as well as complex and more efficient Barker — Mersenne — Raghavarao codes. **Results:** We studied nested code sequences derived from the rows of quasi-orthogonal cyclic matrices of Mersenne, Raghavarao and Hadamard, providing estimates for the characteristics of the autocorrelation function of nested Barker, Mersenne and Raghavarao codes, and their combinations: in particular, the ratio between the main peak and the maximum positive and negative “side lobes”. We have synthesized new codes, including nested ones, formed on the basis of quasi-orthogonal matrices with better characteristics than the known Barker codes and their nested constructions. The results are significant, as this research influences the establishment and development of methods for isolation, detection and processing of useful information. The results of the work have a long aftermath because new original code synthesis methods need to be studied, modified, generalized and expanded for new application fields. **Practical relevance:** The practical application of the obtained results guarantees an increase in accuracy of location systems, and detection of a useful signal in noisy background. In particular, these results can be used in radar systems with high distance resolution, when detecting physical objects, including hidden ones.

**Keywords** — monocyclic quasi-orthogonal matrices, Mersenne codes, Barker codes, Raghavarao codes, code modulation, signal coding, noise immunity, autocorrelation function, nested code sequences, main peak to side lobe ratio, side lobe.

**For citation:** Sergeev M. B., Nenashev V. A., Sergeev A. M. Nested code sequences of Barker — Mersenne — Raghavarao. *Informatsionno-upravlyaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2019, no. 3, pp. 71–81 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2019-3-71-81

## References

1. Shakhnovich I. V. *Sovremennye tekhnologii besprovodnoj svyazi* [Modern wireless communication technologies]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2006. 288 p.
2. Richard Klemm (ed.). *Novel Radar Techniques and Applications*. Vol 1. *Real Aperture Array Radar, Imaging Radar, and Passive and Multistatic Radar*. London, Scitech Publishing, 2017. 951 p.
3. Moser G., Zerubia J. (eds.) *Mathematical Models for Remote Sensing Image Processing: Models and Methods for the Analysis of 2D Satellite and Aerial Images*. Springer, 2018. 446 p.
4. Shostko I. S., Takha A., and Neighbor Yu. E. Analysis of ultra wideband signal models for infocommunication networks. *Problemy telekommunikacij*, 2012, no. 4 (9), pp. 45–62. Available at: [http://pt.journal.kh.ua/2012/4/1/124\\_shostko\\_uwb.pdf](http://pt.journal.kh.ua/2012/4/1/124_shostko_uwb.pdf) (accessed 5 August 2013) (In Russian).
5. Nenashev V. A., Sergeev A. M., Kapranova E. A. Research and analysis of autocorrelation functions of code sequences formed on the basis of monocyclic quasi-orthogonal matrices. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2018, no. 4, pp. 9–14 (In Russian). <https://doi.org/10.31799/1684-8853-2018-4-9-14>
6. Rozhnev A. Yu., Kalinin P. M., Volynskaya A. V. *Issledovanie nadezhnosti kombinirovannykh signalov Barkera* [Investigation of the reliability of the combined Barker signals. In: Collection of scientific works “Actual problems of the development of railway automation and remote control systems”]. Ed. Vl. V. Sapozhnikova. Saint-Petersburg, Peterburgskij gosudarstvennyj universitet putej soobshcheniya Publ., 2013. Pp. 87–92.
7. Sergeev M. B., et al. *Poisk i klassifikaciya simmetrichnykh kvaziortogonal'nykh matric i ih primenenie v zadachah obrabotki i peredachi informacii v otkrytykh radiokanalakh* [Search and classification of symmetric quasi-orthogonal matrices and their application in the problems of processing and transmitting information in open radio channels]. Research Report. State reg. No. AAAA-A17-117042710042. Saint-Petersburg, GUAP Publ., 2019. 111 p.
8. Balonin N. A., Sergeev M. B. Mersenne and Hadamard matrices. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2016, no. 1, pp. 2–15 (In Russian). doi:10.15217/is sn1684-8853.2016.1.2
9. Sergeev A. M. On the interrelation of one type of quasiorthogonal matrices constructed on the orders of the  $4k$  and  $4k - 1$  sequences. *Izvestiya SPbGETU “LETI”*, 2017, no. 7, pp. 12–17 (In Russian).
10. Balonin N. A., Sergeev M. B. Ryser’s conjecture expansion for bicirculant strictures and Hadamard matrix resolvability by double-border bicycle ornament. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2017, no. 1, pp. 2–10. doi: 10.15217/issnl684-8853.2017.1.2
11. Trukhachev A. A. *Radiolokacionnye signaly i ih primeneniya* [Radar Signals and their Applications]. Moscow, Voenizdat Publ., 2005. 320 p. (In Russian).
12. Shepeta A. P., Makhlin A. M., Nenashev V. A., and Kryachko A. F. Performance of UWB signal detecting circuits. *XXI International Conference “Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems” (WECONF)*, Saint-Petersburg, Russia, 2018, pp. 1–4. doi:10.1109/WECONF.2018.8604440
13. Merrill I. Skolnik. *Radar handbook*. 3rd edition. 2008. 1352 p.
14. Blaunstein N. S., Sergeev M. B., Shepeta A. P. *Prikladnye aspekty elektrodinamiki* [Applied Aspects of Electrodynamics]. Saint-Petersburg, Agraf+ Publ., 2016. 272 p.
15. Blaunstein N., Christodoulou C., Sergeev M. *Introduction to Radio Engineering*. CRC Press, 2016. 286 p.
16. Rawat B. S., Trivedi A., Manhas S., Karwal V. (eds.) *Advances in Signal Processing and Communication*. Springer, Singapore, 2019. 618 p.

## ПАМЯТКА ДЛЯ АВТОРОВ

*Поступающие в редакцию статьи проходят обязательное рецензирование.*

При наличии положительной рецензии статья рассматривается редакционной коллегией. Принятая в печать статья направляется автору для согласования редакторских правок. После согласования автор представляет в редакцию окончательный вариант текста статьи.

Процедуры согласования текста статьи могут осуществляться как непосредственно в редакции, так и по e-mail ([ius.spb@gmail.com](mailto:ius.spb@gmail.com)).

При отклонении статьи редакция представляет автору мотивированное заключение и рецензию, при необходимости доработать статью — рецензию.

*Редакция журнала напоминает, что ответственность за достоверность и точность рекламных материалов несут рекламодатели.*