

# ИССЛЕДОВАНИЕ И АНАЛИЗ АВТОКОРРЕЛЯЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ КОДОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ, СФОРМИРОВАННЫХ НА ОСНОВЕ МОНОЦИКЛИЧЕСКИХ КВАЗИОРТОГОНАЛЬНЫХ МАТРИЦ

**В. А. Ненашев<sup>а</sup>**, канд. техн. наук, доцент, [orcid.org/0000-0001-5285-2051](https://orcid.org/0000-0001-5285-2051), [nenashev.va@gmail.com](mailto:nenashev.va@gmail.com)

**А. М. Сергеев<sup>а</sup>**, старший преподаватель, [orcid.org/0000-0002-4788-9869](https://orcid.org/0000-0002-4788-9869), [mbse@mail.ru](mailto:mbse@mail.ru)

**Е. А. Капранова<sup>а</sup>**, студент, [katyakatya1998-2010@mail.ru](mailto:katyakatya1998-2010@mail.ru)

<sup>а</sup>Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Б. Морская ул., 67, Санкт-Петербург, 190000, РФ

**Введение:** при решении задачи повышения помехоустойчивости радиолокационных каналов широкое распространение получили коды Баркера, представляющие собой двоичные последовательности (коды) конечных длин 2, 3, 4, 5, 7, 11, 13. Однако кодовые последовательности для  $n > 13$  неизвестны, также не применялись для подобных целей и последовательности, полученные из квазиортогональной матрицы Мерсенна. **Цель:** исследовать применимость к сжатию сложного модулированного сигнала последовательностей Мерсенна, полученных из первых строк моноциклической квазиортогональной матрицы Мерсенна, как альтернативы кодам Баркера. **Результаты:** выявлено, что характеристики автокорреляционных функций для кодов Мерсенна длины 3, 7 и 11 превышают аналогичные характеристики кодов Баркера. Это является основой для обеспечения большей помехоустойчивости зондирующих сигналов в радиолокационных каналах, а также повышения вероятности их правильного обнаружения и доказывает целесообразность и эффективность их применения для амплитудного и фазового модулирования радиосигналов. **Практическая значимость:** использование полученных результатов позволяет повысить характеристики сжатия в радиолокационных системах при решении задачи обнаружения целей на фоне шумов и помех. Широкое применение кодов Баркера длины 3, 7 и 11 в цифровых системах передачи данных обеспечивает особый интерес к аналогичным кодам Мерсенна при реализации помехоустойчивой передачи данных в радиоканалах в условиях сложной электромагнитной обстановки.

**Ключевые слова** — моноциклические квазиортогональные матрицы, матрицы Мерсенна, коды Баркера, коды Мерсенна, сжатие, модулированные сигналы, радиолокационный канал, помехоустойчивость, автокорреляционная функция.

**Цитирование:** Ненашев В. А., Сергеев А. М., Капранова Е. А. Исследование и анализ автокорреляционных функций кодовых последовательностей, сформированных на основе моноциклических квазиортогональных матриц // Информационно-управляющие системы. 2018. № 4. С. 9–14. doi:10.31799/1684-8853-2018-4-9-14

**Citation:** Nenashev V. A., Sergeev A. M., Kapranova E. A. Research and Analysis of Autocorrelation Functions of Code Sequences Formed on the Basis of Monocyclic Quasi-Orthogonal Matrices. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2018, no. 4, pp. 9–14 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2018-4-9-14

## Введение

В настоящее время в интересах повышения помехоустойчивости каналов радиолокационных систем (РЛС) находят широкое применение методы сжатия сложных сигналов, в частности сигналов с фазовой модуляцией (ФМ) [1–4]. Применение ФМ-сигналов позволяет существенно повысить помехоустойчивость радиолокационных каналов.

Наибольшее распространение при решении указанной задачи получили коды Баркера, представляющие собой двоичные последовательности (коды) конечных длин 2, 3, 4, 5, 7, 11, 13.

Коды Баркера являются особыми двоичными кодами с максимальными уровнями боковых лепестков по шкале времени, равными  $-20\log(n)$ , где  $n$  — длина кода. Энергия в области бокового лепестка минимальная и одинаково распределена, за счет чего реализуется равенство амплитуд

всех боковых максимумов автокорреляционных функций (АКФ) при их минимально возможном уровне. Код Баркера является единственным однородным фазовым кодом, достигающим этого уровня. Кодовые последовательности, обладающие такими свойствами, для  $n > 13$  неизвестны.

## Кодовые последовательности Баркера и Мерсенна

До сих пор не в полной мере исследован вопрос, возможно ли получить совершенные кодовые последовательности длины, большей 13. Известно, что не существует решений для нечетных длин со значениями  $n$  между 13 и 101. Кроме того, утверждается, что надежда на существование нескольких решений для нечетных длин, превышающих 101, маловероятна [5].

Очевидно, что один из путей поиска решений может состоять в том, чтобы несколько ослабить требования к АКФ и допустить значения вторичных пиков, превышающих 1. Это было бы приемлемым в том случае, когда центральный пик значительно больше 1. Однако до настоящего времени общая теория этого вопроса остается непроработанной.

В последнее время сформировалась и развивается теория квазиортогональных матриц, к которым относятся специальные матрицы Мерсенна, существующие на порядках  $n = 4t - 1$ , где  $t$  — натуральное число.

Квазиортогональными матрицами Мерсенна порядка  $n(M_n)$  [6] называются матрицы с двумя значениями элементов  $\{1, -b\}$ , где  $|b| < 1$ , удовлетворяющие квадратичному условию связи  $M_n^T M_n = \omega(n)I$ . Здесь  $I$  — единичная матрица;

$$\omega(n) = \frac{(n+1) + (n-1)b^2}{2} \text{ — переменный вес.}$$

Указанные матрицы, являясь ядром матриц Адамара и обобщая их, могут, как и они, иметь различные конструкции, в том числе циклическую симметричную [7–10].

Было замечено, что кодовые последовательности Баркера длины 3, 7 и 11 являются кодовыми последовательностями мерсеннова типа, сформированные на основе моноциклических квазиортогональных матриц. Количество положительных элементов кода отличается от количества отрицательных на единицу (табл. 1).

Однако у кодовых последовательностей Мерсенна, в отличие от последовательностей Баркера, отрицательный элемент равен  $-b$  [6]. Таким образом, при  $n = 3$  значение  $b = 1/2$ , в остальных

$$\text{случаях } b = \frac{s \pm \sqrt{4s}}{s-4}, \text{ где } s = n + 1.$$

На портретах матриц Мерсенна (рис. 1) белое поле соответствует элементу матрицы со значением 1, черное поле — элементу со значением  $-b$ .

Сами же конструкции последовательности Мерсенна могут быть получены для всех простых чисел длины  $p = 4t - 1$  с помощью вычисления последовательности Лежандра [11].

Эти последовательности формируются через вычисления «квадратичных символов» (символов Лежандра), определенных на  $1 \leq a \leq p - 1$  по выражению

$$\left(\frac{a}{p}\right) = \begin{cases} -1, & \text{если } x^2 = a \pmod{p} \\ 1 & \text{в остальных случаях} \end{cases},$$

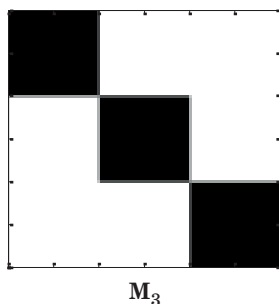
где  $p$  — длина последовательности;  $\left(\frac{a}{p}\right)$  — вычисленные позиции отрицательных и положительных элементов последовательности;  $x$  — номер позиции последовательности от 1 до  $p$ .

Таким образом, можно предположить, что имеется возможность получить кодовые последовательности Мерсенна, аналогичные по своим свойствам кодовым последовательностям Баркера.

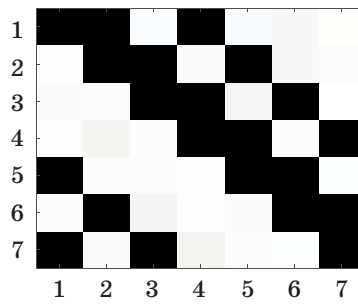
■ Таблица 1. Кодовые последовательности Баркера и Мерсенна

■ Table 1. Barker and Mersenne code sequences

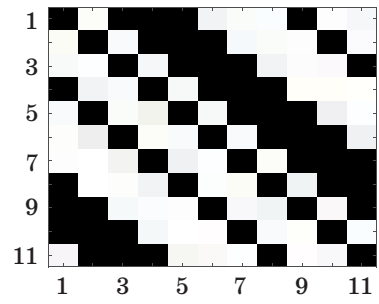
Длина кода, $n$	Коды Баркера	Коды Мерсенна
3	1 1 -1	-b 1 1
7	1 1 1 -1 -1 1 -1	-b -b 1 -b 1 1 1
11	1 1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 1 -1	-b 1 -b -b -b 1 1 1 -b 1 1



$M_3$



$M_7$



$M_{11}$

■ Рис. 1. Портреты моноциклических квазиортогональных матриц Мерсенна порядков 3, 7 и 11

■ Fig. 1. Portraits of monocyclic quasi-orthogonal Mersenne matrices of orders 3, 7 and 11

Однако следует провести сравнительный анализ кодовых последовательностей Мерсенна и Баркера в целях оценки характеристик АКФ.

**Модель огибающей модулированного сигнала**

Математическая модель ФМ-сигнала представляет собой последовательность примыкающих элементарных (простых) импульсов одинаковой формы длительностью  $t_{и}$ , начальные фазы высокочастотного заполнения которых могут принимать заданные дискретные значения. Элементарные импульсы ФМ-сигнала обычно имеют форму, близкую к прямоугольной. При этом амплитуды элементарных импульсов равны, а начальная фаза принимает значения 0 либо  $\pi$ . Тогда последовательность значений начальной фазы высокочастотного заполнения элементарных импульсов  $\{\varphi_i, i = \overline{1, n}\}$  можно определить последовательностью чисел  $\{d_i, i = \overline{1, n}\}$ , принимающих значения 0 и 1 по следующему правилу [12, 13]:

$$d_i = 0, \text{ если } \varphi_i = 0;$$

$$d_i = 1, \text{ если } \varphi_i = \pi.$$

Из этого следует, что свойства ФМ-сигнала определяются свойствами выбранной последовательности. Поэтому синтез ФМ-сигнала обычно сводится к ее выбору. Поскольку огибающая сигнала на выходе согласованного фильтра определяется корреляционной функцией сигнала, на который он настроен, то определяющим при выборе кодирующей последовательности является ее АКФ. Она должна обладать необходимыми свойствами, в частности, заданным уровнем боковых лепестков и шириной главного лепестка [12–14].

Код Баркера длиной 11 и соответствующая ему огибающая ФМ-сигнала представлены на рис. 2, а и б.

**Сравнительный анализ АКФ кодовых последовательностей Баркера и Мерсенна**

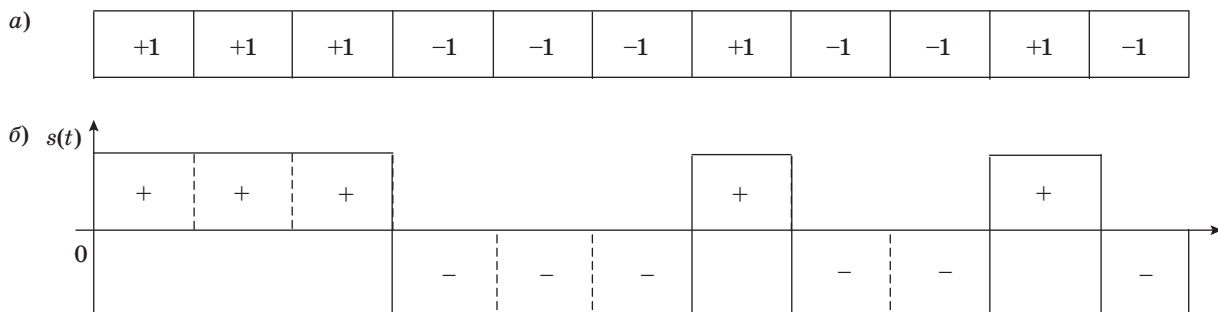
С целью определить характеристики сжатия кодовых последовательностей Баркера и Мерсенна были проведены эксперименты для кодов длины 3, 7 и 11, в которых сравнивались АКФ огибающих (рис. 3, а–в) и оценивалось отношение пика АКФ к максимальному «боковому лепестку» (ОПМБЛ).

Результаты оценки характеристики АКФ для кодовых последовательностей Баркера и Мерсенна (табл. 2) показывают, что оценка ОПМБЛ АКФ для кодовой последовательности Мерсенна при  $n = 7$  равна  $-18,68$  дБ, а для второго максимального по номеру бокового лепестка  $-21,69$  дБ (см. рис. 3, б). Особый интерес представляет результат, приведенный на рис. 3, а, где оценка ОПМБЛ АКФ кода Мерсенна при  $n = 3$  превышает аналогичную оценку для кода Баркера на  $3,52$  дБ.

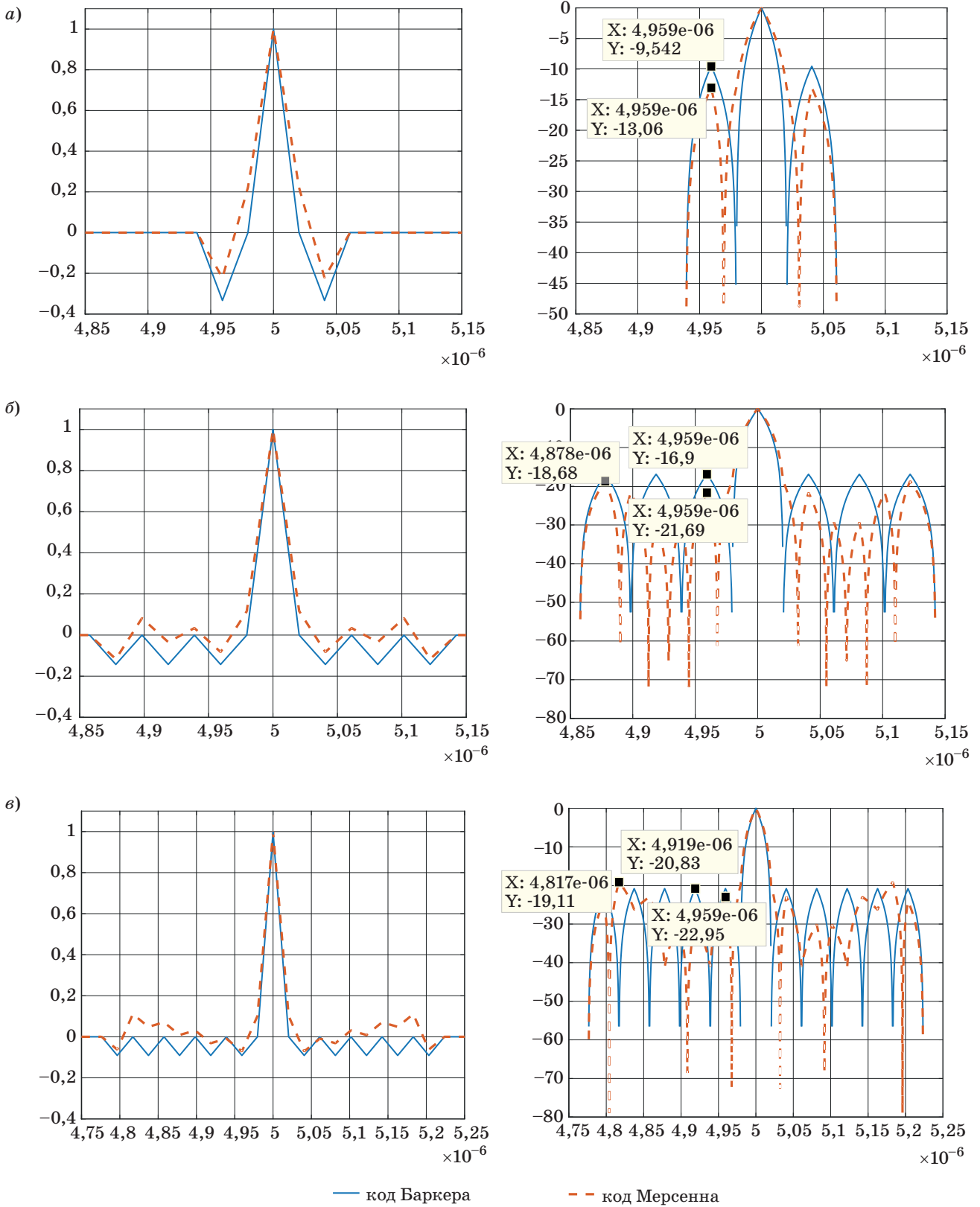
Для кодовой последовательности Мерсенна длины 11 оценка ОПМБЛ АКФ получилась хуже, чем у кода Баркера, на  $1,72$  дБ, однако этот максимальный боковой лепесток находится на достаточном удалении от главного лепестка АКФ. Для второго максимального по номеру бокового лепестка, расположенного по соседству с глав-

■ **Таблица 2.** Оценка характеристик АКФ  
 ■ **Table 2.** Evaluation the performance of ACF

Длина кода, $n$	Оценка ОПМБЛ, дБ, для кода		
		Мерсенна	Баркера
3		-13,06	-9,54
7	max	-18,68	-16,90
	second max	-21,69	
11	max	-19,11	-20,83
	second max	-22,95	



■ **Рис. 2.** Код Баркера  $n = 11$  (а) и огибающая ФМ-сигнала этим кодом (б)  
 ■ **Fig. 2.** Barker code  $n = 11$  (а); FM signal envelope with this code (б)



■ Рис. 3. АКФ огибающей для кодов Баркера и Мерсенна при  $n = 3$  (а);  $n = 7$  (б) и  $n = 11$  (в): слева — АКФ, нормированная к единице; справа — АКФ в децибелах

■ Fig. 3. The envelope of the ACF at  $n = 3$  (a);  $n = 7$  (б) and  $n = 11$  (в) for the Barker code and Mersenne code: on the left — ACF normalized to unity; right — ACF in decibels

ным боковым лепестком, аналогичная оценка превышает уровень боковых лепестков кода Баркера на 2,12 дБ (см. рис. 3, в).

## Заключение

Полученные в работе характеристики АКФ для кодовых последовательностей Баркера и Мерсенна длины 3, 7 и 11 позволяют сделать вывод о перспективности использования кодов Мерсенна как альтернативы кодам Баркера.

Нерешенным пока остается вопрос несимметричности элементов кодовой последовательности Мерсенна. Однако, как нам видится, решение возможно с использованием как специального аппарата синтеза сигналов, модулированных ко-

дами Мерсенна, так и новых подходов к сжатию этих сигналов.

В целом результаты моделирования, впервые приведенные в данной работе, имеют теоретическое и практическое значения при исследованиях, связанных с:

— помехоустойчивостью зондирующего сигнала в радиолокационных каналах,

— выбором характеристик сигналов радиолокационных систем в условиях сложной электромагнитной обстановки,

— помехоустойчивостью систем передачи данных.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ при проведении научно-исследовательской работы в рамках проектной части государственного задания в сфере научной деятельности по заданию № 2.2200.2017/4.6.

## Литература

1. Трухачев А. А. Радиолокационные сигналы и их применения. — М.: Воениздат, 2005. — 320 с.
2. Радиолокационные системы многофункциональных самолетов. Т. 1: РЛС — информационная основа боевых действий многофункциональных самолетов. Системы и алгоритмы первичной обработки радиолокационных сигналов / под ред. А. И. Канащенкова и В. И. Меркулова. — М.: Радиотехника, 2006. — 656 с.
3. Mahafza B. R. Radar Systems Analysis and Design using MATLAB. — Chapman&Hall, 2000. — 532 p.
4. Шепета А. П., Ненашев В. А. Система сжатия ФМ импульса в задачах высокоточного картографирования // Хроники объединенного фонда электронных ресурсов. Наука и образование. 2014. № 10 (65). С. 14. <http://ofernio.ru/portal/newspaper.php> (дата обращения: 09.10.2014).
5. Современная радиолокация. Анализ, расчет и проектирование / под ред. Ю. В. Кобзарева. — М.: Сов. радио, 1969. — 704 с.
6. Сергеев А. М. Обобщенные матрицы Мерсенна и гипотеза Балонины // Автоматика и вычислительная техника. 2014. № 4. С. 35–43.
7. Балонин Н. А., Сергеев М. Б. Матрицы Мерсенна и Адамара // Информационно-управляющие системы. 2016. № 1. С. 2–15. doi:10.15217/issn1684-8853.2016.1.2
8. Балонин Ю. Н., Востриков А. А., Сергеев А. М., Егорова И. С. О взаимосвязях квазиортогональных матриц, построенных на известных последовательностях чисел // Тр. СПИИРАН. 2017. № 1 (50). С. 209–223.
9. Сергеев А. М., Блаунштейн Н. Ш. Ортогональные матрицы симметричных структур для задач цифровой обработки изображений // Информационно-управляющие системы. 2017. № 6. С. 2–8. doi:10.15217/issn1684-8853.2017.6.2
10. Balonin Yu. N., Sergeev A. M. Two-Circulant Hadamard Matrices, Weighing Matrices, and Ryser's Conjecture // Информационно-управляющие системы. 2018. № 3. С. 2–9. doi:10.15217/issn1684-8853.2018.3.2
11. Балонин Н. А., Сергеев М. Б. Матрицы локального максимума детерминанта // Информационно-управляющие системы. 2014. № 1. С. 2–15.
12. Св-во гос. рег. прогн. для ЭВМ 2016618938, Российская Федерация. Моделирование алгоритма сжатия ФМ-сигнала при влиянии активной помехи для решения задач помехоустойчивости / Шепета А. П., Каплин А. Ю., Ненашев В. А., Юдин И. А.; правообладатель Санкт-Петербургский гос. аэрокосм. ун-т. — № 2016618938; дата поступл. 14.06.2016; дата регистр. 10.08.2016.
13. Ненашев В. А., Сеницын В. А., Страхов С. А. Исследование влияния промышленных помех на характеристики сжатия фазоманипулированных сигналов в первичных РЛС // Инновационные технологии и технические средства специального назначения: тр. IX общерос. науч.-практ. конф.: в 2 т. Сер. «Библиотека журнала «Военмех. Вестник БГТУ»» / Министерство образования и науки Российской Федерации; Балтийский государственный технический университет «Военмех» им. Д. Ф. Устинова. 2017. С. 351–355.
14. Дудник П. И., Ильчук А. Р., Татарский Б. Г. Многофункциональные радиолокационные системы. — М.: Дрофа, 2007. — 283 с.

UDC 621.391.82

doi:10.31799/1684-8853-2018-4-9-14

**Research and Analysis of Autocorrelation Functions of Code Sequences Formed on the Basis of Monocyclic Quasi-Orthogonal Matrices**

Nenashev V. A.<sup>a</sup>, PhD, Tech., Associate Professor, orcid.org/0000-0001-5285-2051, nenashev.va@gmail.com

Sergeev A. M.<sup>a</sup>, Senior Lecturer, orcid.org/0000-0002-4788-9869, mbse@mail.ru

Kapranova E. A.<sup>a</sup>, Student, katykatya1998-2010@mail.ru

<sup>a</sup>Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 67, B. Morskaya St., 190000, Saint-Petersburg, Russian Federation

**Introduction:** Barker codes representing binary sequences (codes) of finite lengths 2, 3, 4, 5, 7, 11 and 13 are widely used in solving the problem of increasing the noise immunity of radar channels. However, the code sequences for  $n > 13$  are unknown. Sequences derived from quasi-orthogonal Mersenne matrices also have not been used for these purposes. **Purpose:** Studying the ways to compress a complex modulated signal by Mersenne sequences obtained from the first rows of a monocyclic quasi-orthogonal Mersenne matrix, as an alternative to Barker codes. **Results:** It has been found out that the characteristics of autocorrelation functions for Mersenne codes 3, 7 and 11 exceed those for Barker codes. This is a basis for ensuring greater noise immunity of probing signals in radar channels, as well as for increasing the probability of their correct detection, proving the expediency of their application for amplitude and phase modulation of radio signals. **Practical relevance:** The obtained results allow you to increase the compression characteristics in radar systems when solving the problem of detecting targets under noise and interference. The wide application of Barker codes of length 3, 7 and 11 in digital data transmission systems provides a special interest in similar Mersenne codes when implementing noise-resistant data transmission in radio channels in a complex electromagnetic environment. **Discussion:** An unresolved problem is the non-symmetry of elements in a coding Mersenne sequence. This problem can be solved either by special synthesis of a phase-modulated signal or by finding new approaches to their compression.

**Keywords** — Monocyclic Quasi-Orthogonal Matrices, Mersenne Matrices, Barker Codes, Mersenne Codes, Compression, Modulated Signals, Radar Channel, Noise Immunity, Autocorrelation Function.

**Citation:** Nenashev V. A., Sergeev A. M., Kapranova E. A. Research and Analysis of Autocorrelation Functions of Code Sequences Formed on the Basis of Monocyclic Quasi-Orthogonal Matrices. *Informatsionno-upravliayushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2018, no. 4, pp. 9–14 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2018-4-9-14

**References**

1. Trukhachev A. A. *Radiolokatsionnye signaly i ih primeneniya* [Radar Signals and their Applications]. Moscow, Voenizdat Publ., 2005. 320 p. (In Russian).
2. *Radiolokatsionnye sistemy mnogofunktsional'nykh samoletov. T. 1: RLS — informatsionnaya osnova boevykh deystviy mnogofunktsional'nykh samoletov. Sistemy i algoritmy pervichnoy obrabotki radiolokatsionnykh signalov* [Radar-Tracking Systems of Multipurpose Planes. Vol. 1. Radar Station — Information basis of Fighting of Multipurpose Planes. Systems and Algorithms of Preprocessing of Radar Signals]. Eds. A. I. Kanashchenkova and V. I. Merkulova. Moscow, Radiotekhnika Publ., 2006. 656 p. (In Russian).
3. Mahafza B. R. *Radar Systems Analysis and Design using MATLAB*. Chapman and Hall, 2000. 532 p.
4. Shepeta A. P., Nenashev V. A. The System of Compression of FM of an Impulse in Problems of High-Precision Mapping. *Khroniki ob'edinennogo fonda elektronnykh resursov. Nauka i obrazovanie* [Chronicles of the Joint Fund of Electronic Resources. Science and Education], 2014, no. 10 (65), p. 14. Available at: <http://ofernio.ru/portal/newspaper.php> (accessed 9 October 2014) (In Russian).
5. *Sovremennaya radiolokatsiya. Analiz, raschet i proektirovanie* [Modern radar-location. Analysis, Calculation and Design.] Ed. Yu. V. Kobzareva. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1969. 704 p. (In Russian).
6. Sergeev A. M. The Generalized Mersenne's Matrixes and Balonin's Hypothesis. *Avtomatika i vychislitel'naya tekhnika* [Automatic Control and Computer Sciences], 2014, no. 4, pp. 35–43 (In Russian).
7. Balonin N. A., Sergeev M. B. Mersenne and Hadamard Matrices. *Informatsionno-upravliayushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2016, no. 1, pp. 2–15 (In Russian). doi:10.15217/issn1684-8853.2016.1.2
8. Balonin Yu. N., Vostrikov A. A., Sergeev A. M., Egorova I. S. About Interrelations of the Quasiorthogonal Matrixes Constructed on the Known Sequences of Numbers. *Trudy SPIIRAN* [SPIIRAS Proceedings], 2017, no. 1 (50), pp. 209–223 (In Russian).
9. Sergeev A. M., Blaunstein N. Sh. Orthogonal Matrices with Symmetrical Structures for Image Processing. *Informatsionno-upravliayushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2017, no. 6, pp. 2–8 (In Russian). doi:10.15217/issn1684-8853.2017.6.2
10. Balonin Yu. N., Sergeev A. M. Two-Circulant Hadamard Matrices, Weighing Matrices, and Ryser's Conjecture. *Informatsionno-upravliayushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2018, no. 3, pp. 2–9. doi:10.15217/issn1684-8853.2018.3.2
11. Balonin N. A., Sergeev M. B. Local Maximum Determinant Matrices. *Informatsionno-upravliayushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2014, no. 1, pp. 2–15 (In Russian).
12. Shepeta A. P., et al. *Modelirovanie algoritma szhatiya FM-signalov pri vliyaniy aktivnoy pomekhi dlya resheniya zadach pomekhoustojchivosti* [Modeling of the Compression Algorithm of the FM Signal under the Influence of an Active Interference for Solving the Problem of Noise-Immunity]. Certificate of state registration no. 2016618938, 2016.
13. Nenashev V. A., Sinitsyn V. A., Strakhov S. A. Research of Influence of Industrial Radio Noises on Characteristics Compression of Phase-Shifted Signals in Primary Radar Stations. *Trudy IX obscherossijskoj nauchno-tehnicheskoy konferentsii "Innovatsionnye tekhnologii i tekhnicheskije sredstva spetsial'nogo naznacheniya"* [Proc. of the IX all-Russian Scientific and Practical Conf. "Innovative Technologies and Technical Means of a Special Purpose"], 2017, pp. 351–355 (In Russian).
14. Dudnik P. I., Ilchuk A. R., Tatarsky B. G. *Mnogofunktsional'nye radiolokatsionnye sistemy* [Multipurpose Radar-Tracking Systems]. Moscow, Drofa Publ., 2007. 283 p. (In Russian).