УДК 681.52

doi:10.15217/issn1684-8853.2015.1.43

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ПОИСКА ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ В ЗАДАЧЕ СОКРАЩЕНИЯ ТРУДОЕМКОСТИ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В. Ю. Емельянов[a], *канд. техн. наук, профессор*
А. Н. Докучаева[a], *ассистент*
[a]*Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д. Ф. Устинова, Санкт-Петербург, РФ*

Цель: *на основе результатов анализа известных методов сокращения трудоемкости статистического моделирования продемонстрирована актуальность решения задачи поиска эффективных методов построения упрощенной модели исследуемой системы. Необходимо разработать подход к поиску приближенного решения системы, позволяющего расширить применимость методов сокращения трудоемкости статистического моделирования.* ***Результаты:*** *обоснована актуальность проведения исследований в области поиска методов построения упрощенных систем, разработан подход к упрощенному моделированию. Для нахождения упрощенного решения системы предлагается использовать построение «карты высот», позволяющей снизить трудоемкость моделирования. Такой подход обладает высокой эффективностью и не требует предварительных исчерпывающих знаний о статистических свойствах моделируемой системы. Продемонстрирована высокая эффективность метода для систем, которые сложно описывать полиномиальными моделями.* ***Практическая значимость:*** *результаты исследований могут быть использованы в задачах сокращения трудоемкости статистического моделирования для повышения их эффективности в условиях неизвестности статистических характеристик моделируемых систем.*

Ключевые слова *— статистическое моделирование, методы сокращения трудоемкости моделирования, построение упрощенных систем, поиск приближенного решения.*

Введение

Для исследования характеристик сложных систем со случайными и неопределенными параметрами часто прибегают к методу статистического имитационного моделирования. Основным его недостатком является избыточное число экспериментов, требуемых для соблюдения точности оценок параметров [1, с. 13–14]. Эффективное решение проблемы трудоемкости может быть построено на адаптивном принципе организации эксперимента на основе методов «выделения главной части» и «комбинированного метода В. Н. Пугачева» [2].

Оба названных метода предусматривают использование в процессе эксперимента, помимо основной исследуемой модели, рассматриваемой как «черный ящик», ее упрощенного аналога, называемого главной частью в рамках первого метода или упрощенной моделью в рамках второго. В общем случае для их выбора требуется проведение предварительного исследования основной модели. Адаптивный принцип [3] предусматривает построение такой упрощенной модели в некоторой универсальной форме (с заданной структурой) и подбор ее параметров (настройку модели) непосредственно в процессе эксперимента.

В работе [3] авторами предлагается в качестве упрощенной использовать модель в форме полинома, аппроксимирующего функцию отклика основной модели на случайные факторы. В данной статье будет продемонстрировано существование моделей, при исследовании которых подобная форма не обеспечивает достаточного эффекта снижения трудоемкости, и предложен альтернативный способ построения упрощенных моделей.

Для статистического имитационного моделирования характерна жесткая зависимость точности результата от количества проведенных опытов. На практике для определения количества требуемых опытов используют соотношение [4]

$$n^*_{\text{òðåá}} = \frac{\alpha^2_{\text{äîâ}} D^*_X}{\varepsilon^2_{\text{äîï}}}, \qquad (1)$$

где $\alpha_{\text{дов}}$ — доверительный интервал, заданный для оценки искомой характеристики системы (чаще всего $\alpha_{\text{дов}} = 3\sigma$); D^*_X — оценочная дисперсия усредняемых результатов моделирования, высчитанная предварительно (по начальной проведенной серии опытов); $\varepsilon_{\text{доп}}$ — допустимая погрешность оценки.

Отсюда следует, что для сокращения трудоемкости статистического эксперимента при заданных значениях $\varepsilon_{\text{доп}}$ и $\alpha_{\text{дов}}$ необходимо искать пути снижения оценочной дисперсии D^*_X [5, с. 114], на что и направлены рассматриваемые методы.

Пусть модель исследуемой системы задана в форме системы дифференциальных уравнений

$\dot{X}_i(t) = \varphi_i(\mathbf{X}(t), t, \mathbf{V})$, $i = 1, 2,..., n$, где $\mathbf{X}(t) = (X_1(t), X_2(t), ..., X_n(t))$ — вектор переменных состояния системы; $\mathbf{V} = (V_1, V_2, ..., V_n)$ — вектор случайных параметров. Для характеристики качества системы используется значение переменной состояния X_1 в некоторый конечный момент времени. Поэтому вся задача сводится к оценке математического ожидания $m_X = M[X_1(t, \mathbf{V})]$ [4, с. 142].

В рамках стандартной схемы [4, с. 142] статистического моделирования математическое ожидание системы независимых случайных величин по результатам n опытов с моделью оценивается как [5, с. 75; 6, с. 117]

$$m_X^* = \bar{X}_n = \frac{X_1 + \ldots + X_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i. \qquad (2)$$

В соответствии с методом выделения главной части [5, 7] точное решение системы $X_1(t, \mathbf{V})$ заменяют приближенным $Y(t, \mathbf{V})$ — «главной частью», для которой искомые статистические характеристики могут быть найдены аналитически, и на основе подстановки $X_1(t, \mathbf{V}) = Z(t, \mathbf{V}) + Y(t, \mathbf{V})$ выполняют в модели системы замену переменной $X_1(t, \mathbf{V})$ на $Z(t, \mathbf{V})$. По результатам статистического эксперимента с модифицированной моделью оценивают m_Z^*. Искомый результат получают как $m_X^* = m_Y + m_Z^*$. Теперь количество необходимых опытов определяется оценкой дисперсии D_Z^* случайной величины $Z(t, \mathbf{V})$:

$$n_{\text{òðåá}} = \frac{\alpha_{\text{äîâ}}^2 D_Z^*}{\varepsilon_{\text{äîï}}^2}. \qquad (3)$$

При удачном выборе $Y(t, \mathbf{V})$ D_Z^* может оказаться значительно меньше, чем D_X^*, и количество требуемых для обеспечения заданной точности опытов существенно сократится. Однако вопрос оптимального выбора приближенного по критерию сокращения трудоемкости решения автор метода оставляет открытым.

Более эффективным можно считать комбинированный метод, разработанный В. Н. Пугачевым [2]. Он также предусматривает построение упрощенной модели, в том числе исследуемой аналитически, которая будет обеспечивать менее трудоемкий статистический эксперимент в сравнении со стандартной схемой. При этом обязательно должна быть определенная аналогия между упрощенной и исходной моделями, оценивающаяся по корреляционной связи реакций систем на одинаковые реализации случайных входных сигналов.

Здесь требуемое количество опытов для получения оценки с погрешностью не выше $\varepsilon_{\text{доп}}$ определяется как

$$n_{\text{òðåá}} = \frac{\alpha_{\text{äîâ}}^2 D_R^*}{\varepsilon_{\text{äîï}}^2}\left(1 - r_{RS}^{*2}\right), \qquad (4)$$

где D_R^* — оценочная дисперсия переменных состояния исходной системы и r_{RS}^{*2} — коэффициент корреляционной связи выходной величины исходной и упрощенной моделей. При удачном выборе упрощенной модели (r_{RS}^{*2} близок к 1) количество требуемых опытов также существенно сокращается.

Из рассмотренных выше методов сокращения трудоемкости моделирования систем следует, что эффективность их применения определяется успешным решением задачи поиска такой упрощенной модели, которая была бы близка к исходной по своим статистическим характеристикам. Особенно актуален этот вопрос в условиях невозможности нахождения аналитических решений систем.

Построение упрощенной модели в виде полинома второй степени

В работе [3] применен способ поиска приближенного решения системы $Y(t, \mathbf{V})$ для метода поиска главной части в виде полинома второй степени, где количество членов находится в прямой зависимости от размерности вектора случайных параметров $\mathbf{V}$, например:

1) $m = 1: Y(\mathbf{V}) = C_0 V_1^{*2} + C_1 V_1^*$;

2) $m = 2: Y(\mathbf{V}) = C_0 V_1^{*2} + C_1 V_2^{*2} + {}$
$+ C_2 V_1^* V_2^* + C_3 V_1^* + C_2 V_2^*$;

3) $m = 3: Y(\mathbf{V}) = \sum_{i=0}^{2} C_i V_{i+1}^{*2} + C_3 V_1^* V_2^* + {}$
$+ C_4 V_2^* V_3^* + C_5 V_3^* V_1^* + \sum_{i=1}^{3} C_{i+5} V_i^*$.

При этом величина дисперсии D_Z^* вводимой переменной состояния $Z(t, \mathbf{V})$ является функцией нескольких независимых переменных C_j. Для достижения наименьшей трудоемкости (минимизации дисперсии D_Z^*) коэффициенты полинома оптимизируются методом последовательного спуска. Авторы отмечают, что решающую роль в этом вопросе играет выбор начальных приближений вектора $\mathbf{C}$, поскольку не исключена ситуация, когда небольшое изменение произвольного коэффициента приводит к существенному изменению минимизируемой величины. Предлагается нормировать элементы V_i^* вектора $\mathbf{V}$ на интервал области определения C_j [–1; 1], что позволит в качестве начальной точки для спуска выбрать начало координат.

Нормирование на указанный интервал производится следующим образом: $V_i^* = (V_i + \Delta_i)/\rho_i$, где $\Delta_i = (V_{i\,\min} + V_{i\,\max})/2$ и $\rho_i = (V_{i\,\min} - V_{i\,\max})/2$, причем $V_{i\,\min}$ и $V_{i\,\max}$ — минимальное и максимальное значения i-й компоненты случайного вектора $\mathbf{V}$.

Как отмечалось ранее, имеется требование близости приближенного решения системы $Y(t, \mathbf{V})$ по статистическим характеристикам к точному решению $X_1(t, \mathbf{V})$. Возникает вопрос, насколько поиск решения в виде полинома второй степени удовлетворяет поставленному условию. Необходимо также отметить, что в начале моделирования систем с заранее неизвестной структурой сложно предсказать, полиномы какой степени необходимо использовать для поиска наиболее удачного приближенного решения (избыточная степень полинома, очевидно, станет причиной чрезмерного расходования вычислительных ресурсов, прежде всего, на реализацию процедуры оптимизации, а недостаточная степень может снизить достигаемый эффект).

Для пояснения озвученного тезиса необходимо привести несколько примеров моделируемых систем. Рассмотрим предложенный метод построения главной части в виде полинома второй степени при моделировании системы, имеющей точное решение вида $X_1(t, \mathbf{V}) = e^{-V_1 t} + e^{-V_2 t}$, где $t = 1$, а случайные параметры $V_1, V_2 \in [0;\ 10]$ распределены по равномерному закону. Допустимую погрешность результата $\varepsilon_{\text{доп}}$ примем равной 0,01. Для краткости будем именовать этот объект моделирования системой «А». В качестве другого примера (система «Б») возьмем такую систему, что $X_1(t, \mathbf{V}) = \sin(V_1 t) + \sin(V_2 t)$, $t = 1$ и $V_1, V_2 \in [0;\ 4\pi]$ распределены по равномерному закону. Внешний вид функции точного решения для обеих систем представлен на рис. 1, *а* и *б*.

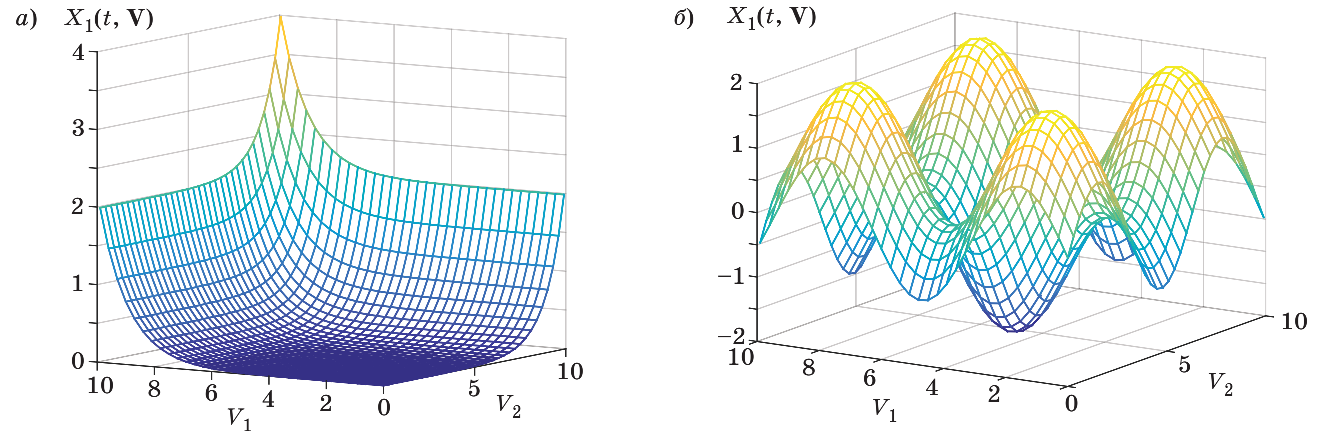
Согласно предложенному подходу, для поиска оптимальной по трудоемкости главной части должен использоваться полином следующего вида:

$$Y(t, \mathbf{V}) = C_1 V_1 + C_2 V_2 + C_3 V_1^2 + \\ + C_4 V_1 V_2 + C_5 V_2^2. \qquad (5)$$

Для исследования влияния различных членов оптимального полинома на эффективность решения задачи сокращения трудоемкости общее количество слагаемых S_Σ будем увеличивать от 1 ($Y(t, \mathbf{V}) = C_1 V_1$) до 5 (5). Полученные в процессе моделирования оценки трудоемкости и их соотношение W, характеризующее эффективность применения метода, представлены в табл. 1 и 2.

В целом для системы «А» поиск приближенного решения системы $Y(t, \mathbf{V})$ в виде полинома второй степени оказывается достаточно эффективным.

Для системы «Б» поиск упрощенной модели в форме (5) демонстрирует существенно меньшую эффективность. Кроме того, по имеющимся результатам можно судить, что для данной системы трудоемкость моделирования максимально снижается уже при $S_\Sigma = 3$ и дальнейшее усложнение формы искомого полинома можно было бы



■ ***Рис. 1.*** Точные решения $X_1(t, \mathbf{V})$ системы «А» (*а*) и системы «Б» (*б*)

■ ***Таблица 1.*** Моделирование системы «А» с применением стандартной схемы (метод 1) и метода выделения главной части (метод 2)

S_Σ	Оптимальный полином	Оценка требуемого числа опытов		W
		Метод 1	Метод 2	
1	$-0{,}243V_1$	8540	6793	1,26
2	$-0{,}250V_1 - 0{,}253V_2$	8756	4965	1,76
3	$-0{,}221V_1 - 0{,}241V_2 + 0{,}430V_1^2$	8510	3289	2,59
4	$-0{,}259V_1 - 0{,}247V_2 + 0{,}408V_1^2 + 0{,}027V_1V_2$	8680	3383	2,26
5	$-0{,}240V_1 - 0{,}228V_2 + 0{,}380\ V_1^2 + 0{,}004V_1V_2 + 0{,}379V_2^2$	7136	1887	3,78

■ *Таблица 2.* Моделирование системы «Б» с применением стандартной схемы (метод 1) и метода выделения главной части (метод 2)

S_Σ	Оптимальный полином	Оценка требуемого числа опытов		W
		Метод 1	Метод 2	
1	$-0{,}486V_1$	89 890	83 045	1,08
2	$-0{,}481V_1 - 0{,}393V_2$	89 740	78 212	1,15
3	$-0{,}409V_1 - 0{,}451V_2 - 0{,}103V_1^2$	90 146	76 645	1,18
4	$-0{,}449V_1 - 0{,}499V_2 + 0{,}005\,V_1^2 + 0{,}024V_1V_2$	92 075	78 599	1,17
5	$-0{,}479V_1 - 0{,}544V_2 - 0{,}001V_1^2 - 0{,}071V_1V_2 + 0{,}030V_2^2$	89 572	76 241	1,17

не осуществлять. Тем не менее определить достаточное число слагаемых и их порядок до проведения эксперимента не представляется возможным.

Построение упрощенной модели в виде карты высот

Термин «карта высот» получил широкое распространение в разделах информатики, посвященных компьютерной графике и трехмерному моделированию [8, 9], а также в геодезии. В общем случае карта высот представляет собой поверхность $P(x_1, x_2, ..., x_{n-1}) = h(x_1, x_2, ..., x_{n-1})$, где $h(x_1, x_2, ..., x_{n-1})$ — функция точки n-мерного евклидова пространства, характеризующая форму поверхности, определенной на $(n-1)$-мерной координатной сетке.

Предлагается строить упрощенную модель системы путем аппроксимации карты высот функции отклика основной модели.

В стандартной схеме статистического моделирования, так же как и в упрощенных схемах, выделяют два этапа: инициализационную часть эксперимента — накопление начальной выборки, первичная оценка трудоемкости эксперимента и итеративную часть — последовательное уточнение трудоемкости и проведение недостающей части эксперимента. Для пояснения принципа формирования упрощенной модели системы в виде карты высот необходимо разделить всю выборку реализаций вектора случайных параметров **V** на две части, соответствующие стандартной схеме: базовая выборка для формирования карты (основывается на инициализационной части эксперимента); выборка для приближенного расчета точек карты (соответствует итеративной части эксперимента).

Рассмотрим процедуру построения карты высот. На инициализационном этапе проводится небольшое количество экспериментов с исходной моделью $X_1(t, \mathbf{V})$, формирующих базовую выборку, причем $X_1(V_1, V_2, ..., V_m) = h(V_1, V_2, ..., V_m)$ характеризует $(m+1)$-мерное евклидово пространство, где значение функции h есть характеристика «возвышения» точного решения $X_1(t, \mathbf{V})$ над m-мерным пространством реализаций вектора случайных параметров **V** — своего рода координатной сеткой карты. Карта высот $H = h(V_1, V_2, ..., V_m) = X_1(t, \mathbf{V})$, построенная на основе базовой выборки, используется при построении упрощенной модели для выборки, формируемой в результате итеративной части эксперимента. H является конечным множеством значений моделируемой статистической характеристики исходной системы (значений «высот» в данной терминологии) с мощностью, равной размерности базовой выборки.

На итеративном этапе моделирования подразумевается, что карта высот H уже сформирована. Значение приближенного решения системы для каждого элемента выборки, не входящего в начальную и являющегося реализацией вектора случайных параметров **V**, вычисляется как усреднение высот двух (ближайших к рассматриваемой) точек, пропорциональное удалению от них. Поскольку рассматриваемое пространство является евклидовым, под близостью точек $A(t, \mathbf{V})$ и $B(t, \mathbf{V})$ с координатами $(V_1^A, V_2^A, ..., V_m^A)$ и $(V_1^B, V_2^B, ..., V_m^B)$ подразумевается соблюдение минимума расстояния между точками [10, с. 20]

$$R^{AB} = \sqrt{\begin{matrix}\left(V_1^B - V_1^A\right)^2 + \left(V_2^B - V_2^A\right)^2 + \ldots \\ \ldots + \left(V_m^B - V_m^A\right)^2\end{matrix}}. \qquad (6)$$

Предположим, что необходимо найти значение приближенного решения упрощенной модели в точке $C(t, \mathbf{V})$ с координатами $(V_1^C, V_2^C, ..., V_m^C)$. Допустим, что ближайшими точками к $C(t, \mathbf{V})$ в базовой выборке являются некоторые точки $A(t, \mathbf{V})$ и $B(t, \mathbf{V})$, причем полученные при помощи (6) расстояния соотносятся следующим образом: $R^{AC} < R^{BC}$. Тогда в точке $C(t, \mathbf{V})$ упрощенная модель будет иметь значение [10, с. 13]

$$H^C = h(V_1^C, \ldots, V_m^C) = \frac{h(V_1^A, \ldots, V_m^A)}{1 + R^{AC}/R^{BC}} + \frac{R^{AC}/R^{BC} \cdot h(V_1^B, \ldots, V_m^B)}{1 + R^{AC}/R^{BC}}. \qquad (7)$$

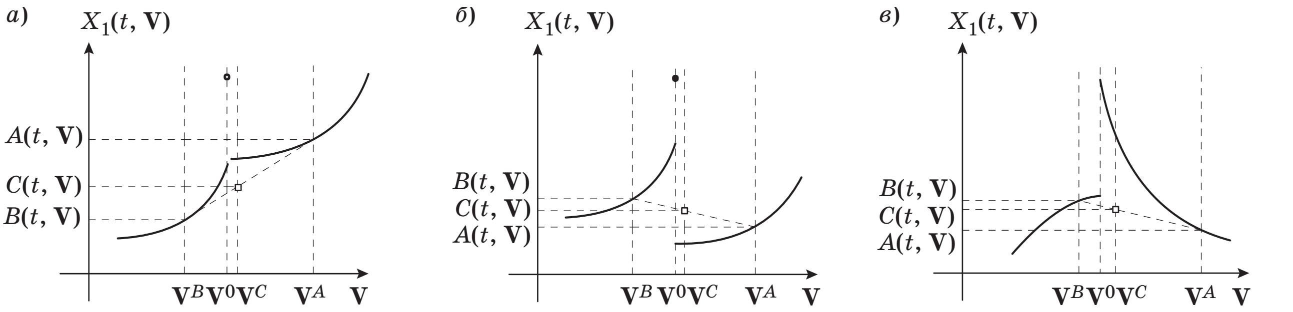
Поясним смысл выражения (7) на примере 2-мерного евклидова пространства, где вектор случайных параметров $\mathbf{V}$ — одномерный. Для наглядности допустим, что точные решения $X_1(t, \mathbf{V})$ имеют разрывы первого и второго рода в точке V^0 (рис. 2, *а–в*).

Очевидно, предложенный способ построения упрощенной модели применим как для метода снижения трудоемкости статистического моделирования В. Н. Пугачева, так и для выделения главной части [2, 11]. Кроме того, необходимо отметить, что имеется определенное влияние размерности базовой выборки на инициализационном этапе моделирования на вычисление приближенных значений посредством карты высот. Одним из направлений развития предлагаемого подхода может являться расширение классической схемы проведения эксперимента путем добавления промежуточного этапа: инициализационный этап, накопление достаточного объема выборки для построения карты высот, итеративный этап.

Как отмечалось ранее, метод выделения главной части подразумевает минимизацию дисперсии D_Z, где $Z(t, \mathbf{V}) = X_1(t, \mathbf{V}) - Y(t, \mathbf{V})$. Очевидно, что абсолютный минимум дисперсии будет достигаться при $X_1(t, \mathbf{V}) = Y(t, \mathbf{V})$. Тогда приближенное решение для метода выделения главной части предлагается искать в виде $Y(x_1, x_2) = X(x_1, x_2) + h$, причем вместо точного значения $X_1(x_1, x_2)$ будет использоваться приближенная карта высот $X(x_1, x_2)$, построенная на основе начальной выборки.

Проведем сравнительный анализ построения упрощенной модели для метода выделения главной части и комбинированного метода В. Н. Пугачева в виде полинома второй степени и в виде карты высот для модифицированной системы «Б» (система «В»): $X_1(t, \mathbf{V}) = \sum_{i=1}^{5} \sin(tV_i)$, где $t = 1$ и $\forall i \in [1; 5]$: $V_i \in [0; 4\pi]$ распределены по равномерному закону.

Результаты сравнения эффективности снижения трудоемкости при помощи полинома (метод 1) и карты высот (метод 2), реализованных в составе метода выделения главной части и комбинированного метода, представлены в табл. 3 и 4 соответственно. В таблицах обозначены: $X_{\max}$ — максимальное значение $X_1(t, \mathbf{V})$, зафиксированное в базовой выборке; W_1 — выигрыш метода 1 перед стандартной схемой; W_2 — выигрыш метода 2 перед стандартной схемой.



■ ***Рис. 2.*** Вычисление координат точки $C(t, \mathbf{V})$ упрощенной модели на основе карты высот (точки $A(t, \mathbf{V})$ и $B(t, \mathbf{V})$) при наличии разрывов первого рода в виде устранимого разрыва (*а*) и конечного скачка (*б*), а также при разрыве второго рода (*в*)

■ ***Таблица 3.*** Эффективность снижения трудоемкости моделирования системы «В» в рамках метода выделения главной части

h	Базовая выборка	Стандартная схема	Метод 1	Метод 2	W_1	W_2
0,99 $X_{\max}$	1000	233 339	195 746	120 359	1,19	1,94
1,99 $X_{\max}$	1000	232 409	193 513	120 748	1,20	1,92
3,99 $X_{\max}$	1000	233 835	193 079	121 379	1,21	1,93
3,99 $X_{\max}$	1500	224 083	195 273	108 561	1,15	2,06
3,99 $X_{\max}$	2000	225 638	193 309	95 244	1,17	2,37
3,99 $X_{\max}$	2500	236 519	198 711	85 781	1,19	2,76
3,99 $X_{\max}$	3000	224 807	191 694	80 023	1,17	2,81
3,99 $X_{\max}$	5000	228 094	191 439	61 384	1,19	3,71

■ *Таблица 4.* Эффективность снижения трудоемкости моделирования системы «В» в рамках комбинированного метода В. Н. Пугачева

h	Базовая выборка	Стандартная схема	Метод 1	Метод 2	W_1	W_2
0,99 X_{max}	1000	233 339	194 291	114 514	1,20	2,04
1,99 X_{max}	1000	232 409	192 934	114 651	1,20	2,03
3,99 X_{max}	1000	233 835	192 319	114 720	1,22	2,04
3,99 X_{max}	1500	224 083	194 891	104 613	1,15	2,14
3,99 X_{max}	2000	225 638	193 146	92 363	1,17	2,44
3,99 X_{max}	2500	236 519	198 742	82 525	1,19	2,87
3,99 X_{max}	3000	224 807	191 657	78 268	1,17	2,87
3,99 X_{max}	5000	228 094	191 291	60 102	1,19	3,80

По результатам сравнения эффективности можно утверждать, что поиск приближенного решения $Y(t, \mathbf{V})$ в виде карты высот позволяет избежать поиска наиболее удачной формы функции. По количеству параметров для оптимизации подход также выигрывает у полиномиальной модели. Для карты высот такими параметрами являются коэффициент h и размер базовой выборки. Необходимо отдельно отметить чувствительность подхода, предложенного в работе [3], к выбору начальной точки и метода поиска глобального минимума D_Z при подборе коэффициентов полинома.

При увеличении объема базовой выборки, на основе которой строится карта высот, возрастает степень корреляционной связи приближенного и точного решения, которая учитывается в комбинированном методе. Убедиться в этом можно, сопоставив сокращение разницы в значениях W_2 в табл. 3 и 4.

Заключение

Представленные результаты позволяют сделать вывод о перспективности способа построения приближенного решения моделируемых систем в виде карты высот для методов сокращения трудоемкости статистического моделирования, что определяется следующими его преимуществами:

1) в рассмотренных примерах достигнуто существенное повышение эффективности представленных методов;

2) данный способ обеспечивает значительное сокращение трудоемкости процедуры оптимизации упрощенной модели, необходимой при реализации адаптивного подхода.

Литература

1. **Борисов Ю. П., Цветнов В. В.** Математическое моделирование радиотехнических систем и устройств. — М.: Радио и связь, 1985. — 176 с.
2. **Пугачев В. Н.** Комбинированные методы определения вероятностных характеристик. — М.: Сов. радио, 1973. — 256 с.
3. **Емельянов В. Ю., Лихолет Н. О.** Адаптивный алгоритм статистического моделирования // Изв. Российской академии ракетных и артиллерийских наук. 2008. № 4(58). С. 54 —57.
4. **Емельянов В. Ю.** Методы моделирования стохастических систем управления/ БГТУ. — СПб., 2004. — 167 с.
5. **Ермаков С. М., Михайлов Г. А.** Статистическое моделирование. — М.: Наука, 1982. — 296 с.
6. **Шалыгин А. С., Палагин Ю. И.** Прикладные методы статистического моделирования. — Л.: Машиностроение, 1986. — 320 с.
7. **Астапов Ю. М., Медведев В. С.** Статистическая теория систем автоматического регулирования и управления. — М.: Наука, 1982. — 304 с.
8. **Юсов Е. А., Турлапов В. Е.** Эффективное кодирование адаптивной триангуляции рельефа в контексте иерархического вейвлет-сжатия сетки высот // Вестник Нижегородского ун-та им. Н. И. Лобачевского. 2010. № 5(1). С. 209–219.
9. **Lobao A. S., Evangelista B. P., Grootjans R.** Beginning XNA 3.0 Game Programming: From Novice to Professional. — Apress Berkely, CA, 2009. — 437 p.
10. **Гусак А. А.** Высшая математика: в 2 т. Т. 1. Учебник для студентов вузов. — Минск: ТетраСистемс, 2004. — 544 с.
11. **Емельянов В. Ю., Лихолет Н. О., Шаров С. Н.** Возможности сокращения трудоемкости статистического моделирования корреляционно-экстремальных систем // Информационно-управляющие системы. 2009. № 3. С. 13–20.

UDC 681.52
doi:10.15217/issn1684-8853.2015.1.43

Searching for Approximate Solutions in Statistical Modeling Complexity Reduction

Emeljanov V. Yu.[a], PhD, Tech., Professor, v.emelyanov@bk.ru
Dokuchaeva A. N.[a], Assistant Professor, a.n.dokuchaeva@gmail.com
[a]Baltic State Technical University «VOENMEH» named after D. F. Ustinov, 1, Krasnoarmeiskaia 1st St., 190005, Saint-Petersburg, Russian Federation

Purpose: Analysis of the available methods of statistical modeling complexity reduction shows how important it is to efficiently buiild a simplified model of the system in question. The goal of the paper is developing an approach to find an approximate solution of the system which would allow us to expand the applicability of statistical modeling complexity reduction methods. **Results:** The importance of searching for new methods of building simplified systems has been grounded. An approach to simplified modeling has been developed. To find a simplified solution of the system, it is proposed to use a heightmap which reduces the modeling laboriousness. This approach is highly efficient, with no need of prior exhaustive knowledge about the statistic properties of the system. The method has been shown to be highly efficient for systems which are difficult to describe by polynomial models. **Practical relevance:** The obtained results can be used for optimizing the efficiency of statistical modeling complexity reduction when the statistical characteristics of the modelled systems are unknown.

Keywords — Statistical Modeling, Modeling Complexity Reduction, Building Simplified Models, Approximate Solution.

References

1. Borisov U. P., Tsvetnov V. V. *Matematicheskoe modelirovanie radiotekhnicheskikh sistem i ustroistv* [Mathematical Modeling of the Radio Technical Systems and Devices]. Moscow, Radio i sviaz' Publ., 1985. 176 p. (In Russian).
2. Pugachev V. N. *Kombinirovannye metody opredeleniia veroiatnostnykh kharakteristik* [Combined Approaches of the Stochastic Parameters Detection]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1973. 256 p. (In Russian).
3. Emeljanov V. Yu., Likholet N. O. Adaptive Statistical Modeling Algorithm // *Izvestiia Rossiiskoi akademii raketnykh i artilleriiskikh nauk*, 2008, no. 4(58), pp. 54 —57 (In Russian).
4. Emeljanov V. Yu. *Metody modelirovaniia stokhasticheskikh sistem upravleniia* [Modeling Methods for the Stochastic Management Systems]. Saint-Petersburg, BSTU Publ., 2004. 167 p. (In Russian).
5. Ermakov S. M., Mihailov G. A. *Statisticheskoe modelirovanie* [Statistical Modeling]. Moscow, Nauka Publ., 1982. 296 p. (In Russian).
6. Shaligin A. S., Palagin U. I. *Prikladnye metody statisticheskogo modelirovaniia* [Applied Approaches of the Statistical Modeling]. Saint-Petersburg, Mashinostroenie Publ., 1986. 320 p. (In Russian).
7. Astapov U. M. Medvedev V. S. *Statisticheskaia teoriia sistem avtomaticheskogo regulirovaniia i upravleniia* [Statistical Theory of the Automated Management Systems]. Moscow, Nauka Publ., 1982. 304 p. (In Russian).
8. Yisov E. A., Turlapov V. E. Encoding Adaptive Terrain Triangulation in the Context of Hierarchical Wavelet-Based Elevation Map Compression. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta imeni N. I. Lobachevskogo*, 2010, no. 5(1), pp. 209–219 (In Russian).
9. Lobao A. S., Evangelista B. P., Grootjans R. *Beginning XNA 3.0 Game Programming: From Novice to Professional*. Apress Berkely, CA, 2009. 437 p.
10. Gusak A. A. *Vysshaia matematika* [Advanced Mathematics]. Minsk, TetraSystems Publ., 2004. Vol. 1. 544 p. (In Russian).
11. Emeljanov V. Yu., Likholet N. O., Sharov S. N. On Possibilities of Computation of Cost Saving for Statistic Simulation of Correlation-Extremal Positioning Systems. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy*, 2009, no. 3(40), pp. 13–20 (In Russian).