

УДК 519.7

doi:10.15217/issn1684-8853.2017.5.21

# АЛГОРИТМ КОМПЕНСАЦИИ ПОМЕХ ИЗМЕРЕНИЯ И ВОЗМУЩЕНИЙ

И. Б. Фуртат<sup>а, б</sup>, доктор техн. наук, доцент

<sup>а</sup>Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, РФ

<sup>б</sup>Университет ИТМО, Санкт-Петербург, РФ

**Постановка проблемы:** в теории и практике автоматического управления отдельное внимание уделяется задаче компенсации возмущений и помех измерения. Это связано с тем, что большинство технических и технологических процессов подвержены изменению параметров в течение функционирования; отрицательно сказывается влияние внешних воздействий на сам процесс; сигналы измерения содержат погрешности, значения которых зависят от внешней среды и характеристик измерительного устройства (типа устройства, абсолютной и относительной погрешностей и т. п.). В настоящее время отсутствуют работы, посвященные одновременной компенсации возмущений и помех измерения. **Цель исследования:** синтез нового алгоритма управления, позволяющего одновременно компенсировать параметрические и внешние возмущения и помехи измерения. Получение условий расчета параметров алгоритма управления. **Методы:** использованный в исследовании метод основан на принципе компенсации возмущений и поиске закона управления, значение которого противоположно значению возмущений. Такой подход позволяет управлять объектами без значительного увеличения амплитуды управляющего воздействия, что важно при решении прикладных задач. **Результаты:** синтезирован алгоритм стабилизации линейной системы, когда доступен измерению сигнал, равный сумме вектора состояния объекта и вектора помехи. Параметрические и внешние возмущения могут присутствовать в любом уравнении модели объекта. Получены достаточные условия расчета параметров регулятора для обеспечения устойчивости замкнутой системы. Результаты аналитически доказаны. Эффективность алгоритма продемонстрирована в ходе компьютерного моделирования. **Практическая значимость:** в отличие от существующих адаптивных и робастных алгоритмов управления, разработанный алгоритм обеспечивает более высокую точность управления техническими системами в условиях возмущений и помех измерения.

**Ключевые слова** – возмущение, помеха измерения, динамическая компенсация, наблюдатель производных.

## Введение

Задача синтеза систем управления, позволяющих компенсировать параметрические и внешние возмущения в условиях помех измерения, была и остается одной из ключевых проблем теории и практики автоматического регулирования. Это связано с тем, что технические и технологические процессы подвержены изменению параметров, отрицательно сказываются внешние воздействия на сам процесс и сигналы измерения, качество измерений зависит от особенности соответствующих устройств. Примером может служить управление электрическим генератором в общей энергетической сети [1, 2], где изменение сопротивления линий электропередач обусловлено внешними воздействиями (коротким замыканием, суточными изменениями нагрузки, обледенением и т. п.). До сих пор остается открытой проблема [1, 2] качественного управления электрическим генератором при наличии погрешности в измерениях угла поворота ротора относительно синхронной оси вращения, угловой скорости ротора и переходной электродвижущей силы, особенно в аварийных режимах.

В настоящее время разработано немало методов и подходов для решения задачи компенсации возмущений и помех измерения. Так, для компенсации возмущений используются метод ин-

вариантных эллипсоидов [3], методы на базе внутренней модели возмущений [4], методы идентификации параметров синусоидальных возмущений [5], метод вложения систем [6], метод синтеза универсальных регуляторов [7], метод вспомогательного контура [8] и т. д. Для построения алгоритмов управления при наличии помех в канале измерения используются метод  $H_\infty$ -оптимизации [9], метод вспомогательного контура [8], методы анализа влияния помех измерения на качество работы замкнутой системы [10–12] и т. д.

Отметим, что А. М. Цыкуновым [8] получен алгоритм компенсации возмущений и помех для структуры матриц модели объекта при более общих условиях по сравнению с работой [9]. Так, в [8] не требуется, чтобы произведение матрицы перед возмущением на матрицу перед помехой было равно нулю. Также в работе [8] рассматриваются произвольные внешние ограниченные возмущения, а не синусоидальные, как в статье [5]. Однако автором [8] предполагается, что размерность помехи должна быть меньше размерности вектора состояния объекта, параметрические и внешние возмущения могут присутствовать только в определенных уравнениях модели объекта, отсутствуют аналитические условия расчета параметров алгоритма управления. Решению данных проблем и посвящена настоящая статья.

Для синтеза алгоритма компенсации помехи будет развит предложенный [8] подход с использованием нашего результата [13] на случай действия помех, размерность которых равна размерности вектора состояния объекта, а также наличия возмущений в любом уравнении модели объекта. Для компенсации возмущений будет рассмотрен подход [13] с использованием наблюдателя производных. Дополнительно, в отличие от работы [8], будут получены аналитические условия расчета параметров регулятора.

**Постановка задачи стабилизации линейной системы в условиях возмущений и помех измерения**

Пусть модель объекта управления описывается следующими уравнениями:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{B}f(\mathbf{x}, u, t); \tag{1}$$

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{x}(t) + \boldsymbol{\xi}(t), \tag{2}$$

где  $\mathbf{A}$  — известная гурвицева матрица соответствующей размерности;  $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_n(t)]^T$  — вектор состояния;  $\mathbf{B} = [b_1, \dots, b_n]^T, b_i \neq 0; u(t) \in R$  — сигнал управления;  $f(\mathbf{x}, u, t) \in R$  — функция, зависящая от параметрических и внешних возмущений;  $\mathbf{z}(t) \in R^n$  — сигнал, доступный измерению;  $\boldsymbol{\xi}(t) = [\xi_1(t), \dots, \xi_n(t)]^T$  — помеха измерения.

При решении задачи на объект управления (1), (2) наложим следующие предположения.

1. Сигнал возмущения  $f(\mathbf{x}, u, t)$  представлен в виде  $f(\mathbf{x}, u, t) = c_{01}^T \mathbf{x}(t) + c_{02} u(t) + c_{03} \varphi(t)$ , где  $c_{01} \in R^n, c_{02} \in R$  и  $c_{03} \in R$  — неизвестные постоянные вектор и числа, принадлежащие известному компактному множеству  $\Xi$ ;  $\varphi(t)$  — ограниченная функция вместе с ее первой производной.

2. Пара  $(\mathbf{A} + \mathbf{B}c_{01}^T, \mathbf{B} + \mathbf{B}c_{02})$  — управляема для всех  $c_{01}$  и  $c_{02}$  из  $\Xi$ .

3. Доступен измерению только сигнал  $\mathbf{z}(t)$ .

Требуется спроектировать систему управления, которая обеспечит выполнение целевого условия

$$|\mathbf{x}(t)| < \delta \text{ при } t > \tau, \tag{3}$$

где  $\delta > 0$  — точность регулирования;  $\tau > 0$  — время переходного процесса. Здесь и далее  $|\cdot|$  — евклидова норма соответствующего вектора.

**Алгоритм компенсации помех измерения**

Перепишем уравнение (2) в виде

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{x}(t) + \sum_{j=1}^n \mathbf{E}_j \xi_j(t), \tag{4}$$

где  $\mathbf{E}_j = [0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0]^T$  — вектор соответствующей размерности, у которого  $j$ -я компонента равна 1, а остальные нулю.

Обозначим

$$\tilde{\boldsymbol{\xi}}(t) = [\xi_1(t), \dots, \xi_{i-1}(t), \xi_{i+1}(t), \dots, \xi_n(t)]^T;$$

$$\tilde{\mathbf{E}} = [\mathbf{E}_1, \dots, \mathbf{E}_{i-1}, \mathbf{E}_{i+1}, \dots, \mathbf{E}_n].$$

Перепишем (4) как

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{x}(t) + \tilde{\mathbf{E}}\tilde{\boldsymbol{\xi}}(t) + \mathbf{E}_i \xi_i(t). \tag{5}$$

Исключим  $i$ -е уравнение в (5). Для этого умножим (5) слева на  $\tilde{\mathbf{I}}$  — матрицу размерности  $(n - 1) \times n$ , полученную из единичной матрицы порядка  $n$  путем вычеркивания  $i$ -й строки. В результате

$$\tilde{\mathbf{z}}(t) = \tilde{\mathbf{I}}\mathbf{x}(t) + \tilde{\boldsymbol{\xi}}(t), \tag{6}$$

где  $\tilde{\mathbf{z}}(t) = \tilde{\mathbf{I}}\mathbf{z}(t)$ .

Продифференцируем (6) по времени вдоль траекторий системы (1):

$$\dot{\tilde{\mathbf{z}}}(t) = \tilde{\mathbf{I}}\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \tilde{\mathbf{I}}\mathbf{B}u(t) + \tilde{\mathbf{I}}\mathbf{B}f(\mathbf{x}, u, t) + \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}(t). \tag{7}$$

Выразим в (5) переменную  $\mathbf{x}(t)$  и подставим ее в (7):

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{z}}}(t) = & \tilde{\mathbf{I}}\mathbf{A}\mathbf{z}(t) - \tilde{\mathbf{I}}\mathbf{A}\tilde{\mathbf{E}}\tilde{\boldsymbol{\xi}}(t) - \tilde{\mathbf{I}}\mathbf{A}\mathbf{E}_i \xi_i(t) + \\ & + \tilde{\mathbf{I}}\mathbf{B}u(t) + \tilde{\mathbf{I}}\mathbf{B}f(\mathbf{x}, u, t) + \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}(t). \end{aligned} \tag{8}$$

Введем обозначения

$$\tilde{\mathbf{A}} = \tilde{\mathbf{I}}\mathbf{A}\tilde{\mathbf{E}}, \tilde{\mathbf{A}}_1 = \tilde{\mathbf{I}}\mathbf{A}, \tilde{\mathbf{A}}_2 = \tilde{\mathbf{I}}\mathbf{A}\mathbf{E}_i, \tilde{\mathbf{B}} = \tilde{\mathbf{I}}\mathbf{B}$$

и перепишем (8) в виде

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}(t) = & \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\boldsymbol{\xi}}(t) + \dot{\tilde{\mathbf{z}}}(t) - \tilde{\mathbf{A}}_1\mathbf{z}(t) - \tilde{\mathbf{B}}u(t) - \\ & - \tilde{\mathbf{B}}f(\mathbf{x}, u, t) + \tilde{\mathbf{A}}_2 \xi_i(t). \end{aligned} \tag{9}$$

Если бы сигналы  $f$  и  $\xi_i$  были доступны измерению, то решение уравнения (9) позволило бы получить точное значение вектора  $\tilde{\boldsymbol{\xi}}$ . Однако сигналы  $f$  и  $\xi_i$  не доступны измерению по условию задачи. Введем в рассмотрение вектор  $\tilde{\boldsymbol{\xi}}$ , который является оценкой вектора  $\tilde{\boldsymbol{\xi}}$  и определяется выражением

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}(t) = \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\boldsymbol{\xi}}(t) + \dot{\tilde{\mathbf{z}}}(t) - \tilde{\mathbf{A}}_1\mathbf{z}(t). \tag{10}$$

Для реализации алгоритма (10) требуется информация о производной  $\dot{\tilde{\mathbf{z}}}(t)$ , которую можно получить, используя наблюдатель производных. Воспользуемся следующей процедурой

для исключения наблюдателя. Найдем решение дифференциального уравнения (10) в виде

$$\bar{\xi}(t) = \int_0^t [\tilde{A}\bar{\xi}(s) - \tilde{A}_1 z(s)] ds + \bar{z}(t) + \bar{\xi}(0) - \bar{z}(0). \quad \text{Очевидно, что для реализации последнего уравнения требуется информация о начальном условии } \bar{z}(0). \text{ Покажем независимость оценки помехи от знания начального условия } \bar{z}(0). \text{ Сформируем новый алгоритм оценки помехи в виде}$$

где  $\hat{\xi}(t)$  — новый вектор оценки сигнала  $\hat{\xi}(t)$ ;  $\gamma = \hat{\xi}(0) - \hat{z}$ ,  $\hat{z}$  — оценка значения  $\bar{z}(0)$ . Если матрица  $\tilde{A}$  гурвицева, то разность между векторами  $\bar{\xi}(t)$  и  $\hat{\xi}(t)$  экспоненциально стремится к нулю, так как  $\dot{\hat{\xi}}(t) - \dot{\bar{\xi}}(t) = \tilde{A}(\hat{\xi}(t) - \bar{\xi}(t))$  в силу (10) и (11).

Рассмотрим ошибку

$$\hat{\xi}(t) = \int_0^t [\tilde{A}\hat{\xi}(s) - \tilde{A}_1 z(s)] ds + \bar{z}(t) + \gamma, \quad (11)$$

которая характеризует качество оценивания вектора  $\hat{\xi}(t)$  с использованием алгоритма (11). Учитывая (10) и (11), продифференцируем (12) по времени:

$$e(t) = \tilde{\xi}(t) - \hat{\xi}(t), \quad (12)$$

которая характеризует качество оценивания вектора  $\hat{\xi}(t)$  с использованием алгоритма (11). Учитывая (10) и (11), продифференцируем (12) по времени:

$$\dot{e}(t) = \tilde{A}e(t) - \tilde{B}(u(t) + f(x, u, t)) + \tilde{A}_2 \xi_i(t). \quad (13)$$

Из уравнения (13) следует, что на величину ошибки  $e(t)$  влияют значения функций  $u(t)$  и  $f(x, u, t)$ . Очевидно, что соответствующим выбором сигнала управления  $u(t)$  можно уменьшить влияние возмущения  $f(x, u, t)$  на качество оценивания вектора  $\hat{\xi}(t)$ . Решению данной проблемы посвящен следующий раздел.

### Алгоритм компенсации возмущений

Выпишем в системе (1)  $i$ -е уравнение. Для этого умножим слева (1) на матрицу  $E_i$ :

$$\dot{x}_i(t) = E_i^T A x(t) + E_i^T B u(t) + E_i^T B f(x, u, t), \quad (14)$$

где  $x_i(t) = E_i^T x(t)$ . Выразим в (14) возмущение как

$$f(x, u, t) = (E_i^T B)^{-1} \times \left[ \dot{x}_i(t) - E_i^T A x(t) - E_i^T B u(t) \right]. \quad (15)$$

Из (15) следует, что для получения информации о возмущении  $f(x, u, t)$  необходима информация о сигналах  $x(t)$  и  $\dot{x}_i(t)$ . Однако данная ин-

формация напрямую не доступна из постановки задачи. Поэтому дальнейшие действия посвящены получению оценок сигналов  $x(t)$  и  $\dot{x}_i(t)$ , которые позволят сформировать оценку возмущения  $\hat{f}(x, u, t)$ .

В предыдущем разделе был синтезирован алгоритм (11), который позволяет оценить часть сигнала помехи  $\xi(t)$  в (2) в виде функции  $\hat{\xi}(t)$ . Воспользуемся функцией  $\hat{\xi}(t)$  для уточнения значения вектора состояния  $x(t)$ .

Пусть  $\hat{x}(t)$  — оценка вектора  $x(t)$ . Принимая во внимание (5) и (12), запишем выражение для  $\hat{x}(t)$  в виде

$$\hat{x}(t) = z(t) - \tilde{E}\hat{\xi}(t) = x(t) + \tilde{E}e(t) + E_i \xi_i(t). \quad (16)$$

Для оценки сигнала  $\dot{x}_i(t)$  воспользуемся наблюдателем

$$(\mu p + 1)\bar{x}_i(t) = p\hat{x}_i(t), \quad (17)$$

где  $\mu > 0$  — малое число;  $p = d / dt$ . Наблюдатель (17) представляет собой реальное дифференцирующее звено.

В результате выражение для оценки возмущения  $f$  можно записать как

$$\hat{f}(x, u, t) = (E_i^T B)^{-1} \times \left[ \bar{x}_i(t) - E_i^T A \hat{x}(t) - \alpha E_i^T B u(t) \right], \quad (18)$$

где  $\bar{x}_i(t)$  — оценка сигнала  $\dot{x}_i(t)$ ;  $0 < \alpha < 1$ .

Для компенсации возмущения введем закон управления в виде

$$u(t) = -\hat{f}(x, u, t). \quad (19)$$

Выразим из (18) и (19) сигнал управления как

$$u(t) = -\frac{1}{1-\alpha} (E_i^T B)^{-1} \left[ \bar{x}_i(t) - E_i^T A \hat{x}(t) \right]. \quad (20)$$

Перед формулировкой основного результата введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} A_1 &= A + \frac{1-\alpha}{2-\alpha+c_{02}} B c_{01}^T; \\ B_1 &= -B (E_i^T B)^{-1} \frac{1+c_{02}}{2-\alpha+c_{02}}; \\ B_2 &= B (E_i^T B)^{-1} \frac{1+c_{02}}{2-\alpha+c_{02}} E_i^T A \tilde{E}; \\ B_3 &= -B (E_i^T B)^{-1} \frac{1+c_{02}}{2-\alpha+c_{02}} E_i^T A E_i; \\ B_4 &= B \frac{\alpha-1}{2-\alpha+c_{02}} c_{03}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}}_{11} &= \tilde{\mathbf{A}} - \tilde{\mathbf{B}} \frac{1+c_{02}}{2-\alpha+c_{02}} (\mathbf{E}_i^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{E}_i^T \mathbf{A} \tilde{\mathbf{E}}; \\ \tilde{\mathbf{B}}_1 &= -\tilde{\mathbf{B}} \frac{1-\alpha}{2-\alpha+c_{02}} \mathbf{c}_{01}^T; \\ \tilde{\mathbf{B}}_2 &= -\tilde{\mathbf{B}} \frac{1-\alpha}{2-\alpha+c_{02}} c_{03}; \quad \tilde{\mathbf{B}}_3 = \tilde{\mathbf{B}} \frac{1+c_{02}}{2-\alpha+c_{02}} (\mathbf{E}_i^T \mathbf{B})^{-1}; \\ \tilde{\mathbf{B}}_4 &= \tilde{\mathbf{A}}_2 - \tilde{\mathbf{B}} \frac{1+c_{02}}{2-\alpha+c_{02}} (\mathbf{E}_i^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{E}_i^T \mathbf{A} \mathbf{E}_i; \\ \mathbf{A}_{31} &= (1 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_1)^{-1} [\mathbf{E}_i^T \mathbf{A}_1^2 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_2 \tilde{\mathbf{B}}_1]; \\ \mathbf{A}_{32} &= (1 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_1)^{-1} (\mathbf{E}_i^T \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_2 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_2 \tilde{\mathbf{A}}_{11}); \\ \mathbf{A}_{33} &= -\frac{1}{\mu} + (1 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_1)^{-1} \times \\ &\times \left( -\mathbf{E}_i^T \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_1 \frac{1}{\mu} - \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_2 \tilde{\mathbf{B}}_3 \right); \\ D_{31} &= (1 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_1)^{-1} (\mathbf{E}_i^T \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_4 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_2 \tilde{\mathbf{B}}_2); \\ D_{32} &= (1 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_1)^{-1} \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_4; \\ D_{33} &= (1 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_1)^{-1} (\mathbf{E}_i^T \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_3 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_2 \tilde{\mathbf{B}}_4); \\ D_{34} &= (1 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_1)^{-1} (\mathbf{E}_i^T \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_2 \tilde{\mathbf{B}}_3 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_3); \\ \mathbf{D} &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_4 & \mathbf{0} & \mathbf{B}_3 & \mathbf{B}_1 & \mathbf{0} \\ \tilde{\mathbf{B}}_2 & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{B}}_4 & \tilde{\mathbf{B}}_3 & \mathbf{0} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} & 1 \end{bmatrix}; \\ \mathbf{A}_e &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{B}_2 & -\mathbf{B}_1 \\ \tilde{\mathbf{B}}_1 & \tilde{\mathbf{A}}_{11} & -\tilde{\mathbf{B}}_3 \\ \mathbf{A}_{31} & \mathbf{A}_{32} & \mathbf{A}_{33} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (21)$$

**Утверждение.** Пусть выполнены условия предположений 1–3, матрица  $\tilde{\mathbf{A}}$  — гурвицева,  $\xi(t)$  — ограниченная помеха вместе с ее первой производной,  $i$ -я компонента вектора  $\xi(t)$  дважды дифференцируема и ограничена, а также существуют коэффициенты  $\alpha$  и  $\mu$  такие, что матрица  $\mathbf{A}_e$  — гурвицева. Тогда система управления, состоящая из алгоритма оценки помехи (11), закона управления (20) и наблюдателя (17), обеспечивает выполнение целевого условия (3) с точностью

$$\delta = \sqrt{\lambda_{\min}^{-1}(\mathbf{P}) \left( V(0) - \chi^{-1} |\mathbf{d}|^2 \right) e^{-\rho T} + \rho^{-1} \chi^{-1} \bar{d}^2}. \quad (22)$$

Здесь

$$V = \mathbf{x}_e^T(t) \mathbf{P} \mathbf{x}_e(t), \quad (23)$$

$$\mathbf{x}_e(t) = \left[ \mathbf{x}^T(t), \mathbf{e}^T(t), \eta(t) \right]^T;$$

$$\eta(t) = \hat{x}_i(t) - \bar{x}_i(t); \quad (24)$$

$\mathbf{P} = \mathbf{P}^T > \mathbf{0}$  — матрица, при которой выполнено линейное матричное неравенство  $\mathbf{A}_e^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_e < -\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T > \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{R} = \mathbf{Q} - \chi \mathbf{P} \mathbf{D} \mathbf{D}^T \mathbf{P}$ ,  $\chi > 0$  такое, что  $\mathbf{R} > \mathbf{0}$ ,  $\rho = \lambda_{\min}(\mathbf{R}) / \lambda_{\max}(\mathbf{P})$ ,  $\bar{d} = \sup_{t \geq 0} |\mathbf{d}(t)|$ ,  $\mathbf{d}(t) = [\varphi(t), \dot{\varphi}(t), \xi_i(t), \dot{\xi}_i(t), \ddot{\xi}_i(t)]^T$ .

Оценка предельного множества  $|x|$  определяется в виде

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} |x(t)| < \sqrt{\frac{\lambda_{\min}(\mathbf{P}) \bar{d}}{\rho \chi}}. \quad (25)$$

**Замечание.** Из (13) и доказательства утверждения следует, что существенный вклад в точность регулирования  $\delta$  вносит  $i$ -я составляющая помехи  $\xi_i(t)$ . Поэтому для синтеза алгоритма управления можно воспользоваться следующей рекомендацией. Предположим, что в (1) у вектора  $\mathbf{B}$  компоненты  $b_k$  и  $b_l$  не равны нулю; сигналы  $\xi_k(t)$  и  $\xi_l(t)$  ограничены вместе с двумя производными;  $\int_T^t |\xi_k(s)| ds \leq \int_T^t |\xi_l(s)| ds$  при  $t > T$ . Тогда для синтеза алгоритма компенсации возмущений рекомендуется выбирать  $k$ -е уравнение в системе (1).

### Пример исследования работоспособности разработанной схемы управления

Рассмотрим объект управления (1), (2) в виде

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} f(\mathbf{x}, u, t), \quad (26)$$

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{x}(t) + \xi(t).$$

Множество возможных значений  $\Xi$  задано следующими неравенствами:

$$|c_{01}^1| \leq 5, \quad |c_{01}^2| \leq 5, \quad |c_{01}^3| \leq 5, \quad 0,5 \leq c_{02} \leq 2, \quad |c_{03}| \leq 5,$$

где  $\mathbf{c}_{01} = [c_{01}^1, c_{01}^2, c_{01}^3]^T$ . Дополнительно  $|\varphi(t)| \leq 7$ .

Сформируем систему управления. В качестве  $i$ -го уравнения выберем третье уравнение в системе (26). Тогда  $\tilde{\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ . Следовательно:

$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\tilde{\mathbf{A}}_1 = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ . Примем  $\gamma = 0$  и сформируем алгоритм оценки сигнала помехи (11) в виде

$$\hat{\xi}(t) = \int_0^t \left( \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \hat{\xi}(s) - \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{z}(s) \right) ds + \tilde{\mathbf{z}}(t), \quad (27)$$

где  $\tilde{\mathbf{z}}(t) = [z_1(t), z_2(t)]^T$ .

Наблюдатель зададим в виде (17). Так как  $\mathbf{E}_i = [0, 0, 1]^T$ , то  $\mathbf{E}_i^T \mathbf{B} = 3$  и  $\mathbf{E}_i^T \mathbf{A} = [-1, 0, 0]$ . Согласно (20) сигнал управления определится в виде

$$u(t) = -\frac{1}{3(1-\alpha)} (\bar{x}_i(t) - [-1, 0, 0] \hat{x}(t)), \quad (28)$$

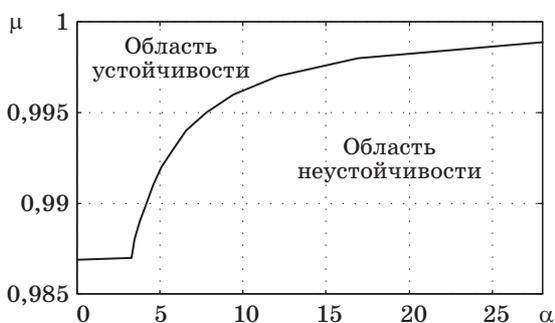
где  $\hat{x}(t) = \mathbf{z}(t) - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T \hat{\xi}(t)$  из (16).

На рис. 1 изображены области устойчивости матрицы  $\mathbf{A}_e$ , заданной в (21), по параметрам  $\alpha$  и  $\mu$  с учетом множества возможных значений  $\Xi$ .

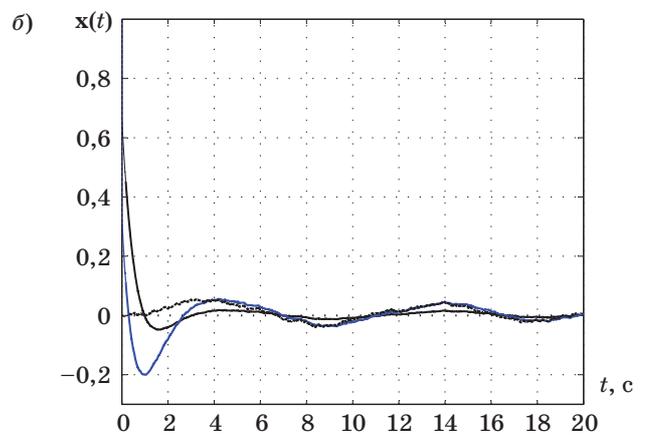
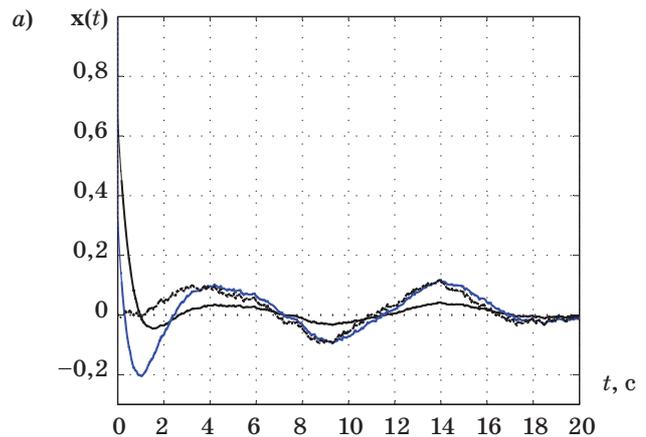
Выберем  $\alpha = 0,998$  и  $\mu = 0,05$  в (17) и (28). Зададим начальные условия в (26) в виде  $\mathbf{x}(0) = [1, 1, 1]^T$ . Пусть

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}, u, t) &= 5x_1(t) + 5x_2(t) + 5x_3(t) + \\ &+ 0,5u(t) + 0,1 + 2\sin 0,7t + d_1(t); \\ \xi_1(t) &= 1 + 10\sin 3t + d_2(t); \\ \xi_2(t) &= -2 + 7\cos 3t + d_3(t); \\ \xi_3(t) &= 0,01\sin 0,8t + d_4(t). \end{aligned} \quad (29)$$

В (29)  $d_1(t)$ ,  $d_2(t)$ ,  $d_3(t)$  и  $d_4(t)$  — случайные кусочно-постоянные функции, подчиненные равномерному закону распределения с нулевыми математическими ожиданиями, нулевыми дисперсиями и длительностями соответственно 0,07, 0,01, 0,03 и 0,1 с. Дополнительно  $|d_1(t)| \leq 5$ ,  $|d_2(t)| \leq 10$ ,



■ **Рис. 1.** Области устойчивости замкнутой системы по параметрам  $\mu$  и  $\alpha$   
 ■ **Fig. 1.** Stability domains of the closed-loop system under parameters  $\mu$  and  $\alpha$



■ **Рис. 2.** Переходный процесс по  $\mathbf{x}(t)$  при возмущении и помехе вида (29) (а) и (30) (б)  
 ■ **Fig. 2.** The transients on  $\mathbf{x}(t)$  under disturbance and measurement noise (29) (a) and (30) (б)

$|d_3(t)| \leq 12$  и  $|d_4(t)| \leq 0,05$ . Результаты переходных процессов по  $\mathbf{x}(t)$  показаны на рис. 2, а.

Пусть

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}, u, t) &= 5x_1(t) - 5x_2(t) + 5x_3(t) + \\ &+ 2u(t) + 0,2 + 2\sin 2t + d_1(t); \\ z_1 &= q_1(x_1); z_2 = q_2(x_2), z_3 = x_3, \end{aligned} \quad (30)$$

где  $q_1$  и  $q_2$  — функции квантования по уровню с интервалом квантования 0,5 и 1,3 соответственно. В работах [10, 11] отмечалось, что сигнал квантования по уровню можно представить в виде аддитивной помехи измерения. Результаты переходных процессов по  $\mathbf{x}(t)$  для недифференцирующих составляющих помехи представлены на рис. 2, б.

Из рис. 2 видно, что система управления обеспечивает компенсацию возмущений и помех измерения после 3 с с точностью 0,1 и 0,05 соответственно. При этом возмущение и помеха содержат сигналы с широким диапазоном частот.

Также, в отличие от расчетов в работе [8], расчет параметров в системе управления (17), (27) и (28), согласно утверждению, можно осуществлять на этапе проектирования (см. рис. 1), а не подбором параметров на этапе моделирования.

### Заключение

Получен алгоритм компенсации возмущений и помех измерения, действующих на линейные динамические объекты с неизвестными параметрами. Рассмотрен алгоритм компенсации помех, размерность которых равна размерности вектора состояния, при этом возмущение может присутствовать в любом уравнении модели объекта, в отличие от работы [8]. Также получены условия, которые позволяют рассчитывать коэффициенты алгоритма управления для обеспечения устойчивости замкнутой системы. Показано, что качество регулирования в установленном режиме существенно зависит от величины компоненты помехи, которая присутствует при синтезе системы компенсации возмущений. Результаты моделирования подтвердили результаты аналитических расчетов и эффективность системы управления.

Алгоритм компенсации помехи измерения получен при поддержке гранта Президента Российской Федерации (договор № 14.W01.16.6325-МД (МД-6325.2016.8)). Алгоритм компенсации возмущений получен при поддержке РФФИ (грант № 14-29-00142) в ИПМаш РАН. Другие результаты получены при финансовой поддержке грантов РФФИ (№ 16-08-00282, 16-08-00686, 17-08-01266), ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01) и поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (проект 14.Z50.31.0031).

### ПРИЛОЖЕНИЕ

#### Доказательство утверждения

Сформируем уравнение замкнутой системы по переменным  $\mathbf{x}(t)$ ,  $\mathbf{e}(t)$  и  $\eta(t)$ . Вначале рассмотрим уравнение ошибки (13), которое характеризует качество оценивания сигнала  $\hat{x}_i(t)$  с использованием наблюдателя (17). Учитывая (24), продифференцируем  $\eta(t)$  по времени:

$$\dot{\eta}(t) = -\frac{1}{\mu}\eta(t) + \ddot{x}_i(t). \quad (\text{П.1})$$

Принимая во внимание (16), перепишем (П.1) как

$$\dot{\eta}(t) = -\frac{1}{\mu}\eta(t) + \ddot{x}_i(t) + \ddot{\xi}_i(t). \quad (\text{П.2})$$

С учетом (16) качество оценки  $\bar{x}_i(t)$  по отношению к  $\dot{x}_i(t)$  можно записать в виде

$$\begin{aligned} \bar{x}_i(t) - \dot{x}_i(t) &= (\bar{x}_i(t) - \hat{x}_i(t)) + (\hat{x}_i(t) - \dot{x}_i(t)) = \\ &= -\eta(t) + \dot{\xi}_i(t). \end{aligned} \quad (\text{П.3})$$

Выразим сигнал управления  $u(t)$  из (18) и (19) в виде

$$\begin{aligned} u(t) &= -(\mathbf{E}_i^T \mathbf{B})^{-1} [\dot{x}_i(t) - \mathbf{E}_i^T \mathbf{A} \mathbf{x}(t) - \mathbf{E}_i^T \mathbf{B} u(t)] - \\ &\quad - (\mathbf{E}_i^T \mathbf{B})^{-1} [\bar{x}_i(t) - \dot{x}_i(t)] + (\mathbf{E}_i^T \mathbf{B})^{-1} \times \\ &\quad \times \mathbf{E}_i \mathbf{A} [\hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t)] + u(t) [\alpha - 1]. \end{aligned} \quad (\text{П.4})$$

Принимая во внимание предположение 1, (П.1) и (П.3), перепишем (П.4) как

$$\begin{aligned} u(t) &= -\mathbf{c}_{01}^T \mathbf{x}(t) - c_{02} u(t) - c_{03} \varphi(t) - \\ &\quad - (\mathbf{E}_i^T \mathbf{B})^{-1} [-\eta(t) + \dot{\xi}_i(t)] + \\ &\quad + (\mathbf{E}_i^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{E}_i \mathbf{A} [\tilde{\mathbf{E}} \mathbf{e}(t) + \mathbf{E}_i \xi_i(t)] + u(t) [\alpha - 1]. \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

Выразим в (П.5) сигнал  $u(t)$  в виде

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{1}{2 - \alpha + c_{02}} \left( -\mathbf{c}_{01}^T \mathbf{x}(t) - c_{03} \varphi(t) - \right. \\ &\quad \left. - (\mathbf{E}_i^T \mathbf{B})^{-1} [-\eta(t) + \dot{\xi}_i(t)] + \right. \\ &\quad \left. + (\mathbf{E}_i^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{E}_i^T \mathbf{A} [\tilde{\mathbf{E}} \mathbf{e}(t) + \mathbf{E}_i \xi_i(t)] \right). \end{aligned} \quad (\text{П.6})$$

Принимая во внимание предположение 1 и (П.6), запишем выражение для  $u(t) + f(\mathbf{x}, u, t)$  в виде

$$\begin{aligned} u(t) + f(\mathbf{x}, u, t) &= \frac{1 - \alpha}{2 - \alpha + c_{02}} \left( \mathbf{c}_{01}^T \mathbf{x}(t) + c_{03} \varphi(t) \right) + \\ &\quad + \frac{1 + c_{02}}{2 - \alpha + c_{02}} \left( -(\mathbf{E}_i^T \mathbf{B})^{-1} [-\eta(t) + \dot{\xi}_i(t)] + \right. \\ &\quad \left. + (\mathbf{E}_i^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{E}_i^T \mathbf{A} [\tilde{\mathbf{E}} \mathbf{e}(t) + \mathbf{E}_i \xi_i(t)] \right). \end{aligned} \quad (\text{П.7})$$

Подставив (П.7) в (13) и принимая во внимание обозначения (21), получим

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}(t) &= \tilde{\mathbf{A}}_{11} \mathbf{e}(t) + \tilde{\mathbf{B}}_1 \mathbf{x}(t) + \tilde{\mathbf{B}}_2 \varphi(t) + \\ &\quad + \tilde{\mathbf{B}}_3 [-\eta(t) + \dot{\xi}_i(t)] + \tilde{\mathbf{B}}_4 \xi_i(t). \end{aligned} \quad (\text{П.8})$$

Теперь определим сигнал  $\ddot{x}_i(t)$  в (П.2). С учетом обозначений (21) подставим (П.7) в (1). В результате получим

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1 (-\eta_2(t) + \dot{\xi}_i(t)) + \\ &\quad + \mathbf{B}_2 \mathbf{e}(t) + \mathbf{B}_3 \xi_i(t) + \mathbf{B}_4 \varphi(t). \end{aligned} \quad (\text{П.9})$$

Выделим  $i$ -ю строку в (П.9), умножив слева (П.9) на матрицу  $\mathbf{E}_i^T$ :

$$\dot{x}_i(t) = \mathbf{E}_i^T \mathbf{A}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_1 (-\eta(t) + \dot{\xi}_i(t)) + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_2 \mathbf{e}(t) + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_3 \xi_i(t) + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_4 \varphi(t). \quad (\text{П.10})$$

Принимая во внимание уравнения (П.2) и (П.8), продифференцируем (П.10):

$$\begin{aligned} \ddot{x}_i(t) = & \mathbf{E}_i^T \mathbf{A}_1 \left[ \mathbf{A}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1 (-\eta(t) + \dot{\xi}_i(t)) + \right. \\ & \left. + \mathbf{B}_2 \mathbf{e}(t) + \mathbf{B}_3 \xi_i(t) + \mathbf{B}_4 \varphi(t) \right] + \\ & + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_1 \left( \frac{1}{\mu} \eta(t) - \ddot{x}_i(t) \right) + \\ & + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_2 (\tilde{\mathbf{A}}_{11} \mathbf{e}(t) + \tilde{\mathbf{B}}_1 \mathbf{x}(t) + \tilde{\mathbf{B}}_2 \varphi(t) + \\ & + \tilde{\mathbf{B}}_3 [-\eta(t) + \dot{\xi}_i(t)] + \tilde{\mathbf{B}}_4 \xi_i(t)) + \\ & + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_3 \dot{\xi}_i(t) + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_4 \dot{\varphi}(t). \end{aligned} \quad (\text{П.11})$$

Разрешим (П.11) относительно  $\ddot{x}_i(t)$  в виде

$$\begin{aligned} \ddot{x}_i(t) = & \left( 1 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_1 \right)^{-1} \left\{ \left( \mathbf{E}_i^T \mathbf{A}_1^2 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_2 \tilde{\mathbf{B}}_1 \right) \mathbf{x}(t) + \right. \\ & + \left( -\mathbf{E}_i^T \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_1 \frac{1}{\mu} - \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_2 \tilde{\mathbf{B}}_3 \right) \eta(t) + \\ & + \left( \mathbf{E}_i^T \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_2 \tilde{\mathbf{B}}_3 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_3 \right) \dot{\xi}_i(t) + \\ & + \left( \mathbf{E}_i^T \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_2 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_2 \tilde{\mathbf{A}}_{11} \right) \mathbf{e}(t) + \\ & + \left( \mathbf{E}_i^T \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_3 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_2 \tilde{\mathbf{B}}_4 \right) \xi_i(t) + \\ & \left. + \left( \mathbf{E}_i^T \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_4 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_2 \tilde{\mathbf{B}}_2 \right) \varphi(t) + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_4 \dot{\varphi}(t) \right\}. \end{aligned} \quad (\text{П.12})$$

Подставим (П.12) в (П.2) и перепишем (П.2) как

$$\begin{aligned} \dot{\eta}(t) = & \left[ -\frac{1}{\mu} + \left( 1 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_1 \right)^{-1} \left( -\mathbf{E}_i^T \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 + \right. \right. \\ & \left. \left. + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_1 \frac{1}{\mu} - \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_2 \tilde{\mathbf{B}}_3 \right) \right] \eta(t) + \dot{\xi}_i(t) + \\ & + \left( 1 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_1 \right)^{-1} \left\{ \left[ \mathbf{E}_i^T \mathbf{A}_1^2 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_2 \tilde{\mathbf{B}}_1 \right] \mathbf{x}(t) + \right. \\ & + \left( \mathbf{E}_i^T \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_2 \tilde{\mathbf{B}}_3 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_3 \right) \dot{\xi}_i(t) + \\ & + \left( \mathbf{E}_i^T \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_2 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_2 \tilde{\mathbf{A}}_{11} \right) \mathbf{e}(t) + \\ & + \left( \mathbf{E}_i^T \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_3 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_2 \tilde{\mathbf{B}}_4 \right) \xi_i(t) + \\ & \left. + \left( \mathbf{E}_i^T \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_4 + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_2 \tilde{\mathbf{B}}_2 \right) \varphi(t) + \mathbf{E}_i^T \mathbf{B}_4 \dot{\varphi}(t) \right\}. \end{aligned} \quad (\text{П.13})$$

Принимая во внимание уравнения (П.8), (П.9) и (П.13), запишем уравнение замкнутой системы в виде

$$\dot{\mathbf{x}}_e(t) = \mathbf{A}_e \mathbf{x}_e(t) + \mathbf{D} \mathbf{d}(t). \quad (\text{П.14})$$

Пусть существуют коэффициенты  $\alpha$  и  $\mu$  такие, что матрица  $\mathbf{A}_e$  — гурвицева. Следовательно, система (П.14) устойчива. Значит, вектор  $\mathbf{x}_e(t) = \left[ \mathbf{x}^T(t), \mathbf{e}^T(t), \eta(t) \right]^T$  предельно ограничен.

Тогда из (П.7) сигнал  $u(t)$  ограничен. Из (4) следует, что  $\mathbf{z}(t)$  ограничен. Из (12) следует, что  $\xi(t)$  ограничен. Сигнал  $\dot{\mathbf{x}}(t)$  ограничен из (16). Тогда из (20) сигнал  $\dot{x}_i(t)$  ограничен. Таким образом, все сигналы в замкнутой системе ограничены.

Найдем производную от (23) вдоль траекторий системы (П.14):

$$\dot{V} < -\mathbf{x}_e^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{x}_e(t) + 2\mathbf{x}_e^T(t) \mathbf{P} \mathbf{D} \mathbf{d}(t). \quad (\text{П.15})$$

Воспользуемся оценкой

$$2\mathbf{x}_e^T(t) \mathbf{P} \mathbf{D} \mathbf{d}(t) \leq \chi \mathbf{x}_e^T(t) \mathbf{P} \mathbf{D} \mathbf{D}^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e(t) + \chi^{-1} \bar{d}^2$$

и перепишем (П.15) в виде

$$\dot{V} < -\mathbf{x}_e^T(t) \mathbf{R} \mathbf{x}_e(t) + \chi^{-1} \bar{d}^2. \quad (\text{П.16})$$

Преобразуем (П.16) к виду

$$\dot{V} < -\rho V + \chi^{-1} \bar{d}^2. \quad (\text{П.17})$$

Разрешив неравенство (П.17) относительно  $V$ , получим

$$V(t) < \left( V(0) - \rho^{-1} \chi^{-1} \bar{d}^2 \right) e^{-\rho t} + \rho^{-1} \chi^{-1} \bar{d}^2. \quad (\text{П.18})$$

Принимая во внимание (23), перепишем (П.18) как

$$\begin{aligned} \lambda_{\min}(\mathbf{P}) |\mathbf{x}(t)|^2 < & \left( V(0) - \chi^{-1} \bar{d}^2 \right) e^{-\rho t} + \\ & + \rho^{-1} \chi^{-1} \bar{d}^2. \end{aligned} \quad (\text{П.19})$$

Из неравенства (П.19) следуют оценки для величины  $\delta$  в виде (22) и (25).

Покажем теперь, что существуют  $\alpha$  и  $\mu$ , при которых матрица  $\mathbf{A}_e$  будет гурвицевой. Рассмотрим  $\alpha \rightarrow 1$ . Тогда  $\frac{1-\alpha}{2-\alpha+c_{02}} \rightarrow 0$  и  $\frac{1+c_{02}}{2-\alpha+c_{02}} \rightarrow 1$ .

Таким образом, матрица  $\mathbf{A}_e$ , заданная в (21), не существенно зависит от  $c_{01}$ ,  $c_{02}$  и  $c_{03}$  при  $\alpha \rightarrow 1$ . Значит, существуют коэффициенты  $\alpha$  и  $\mu$  такие, что матрица  $\mathbf{A}_e$  — гурвицева.

## Литература

1. Guo G., Hill D. J., Wang Y. Nonlinear Output Stabilization Control for Multimachine Power Systems // *IEEE Trans. on Circuits and Systems, Part 1*. 2000. Vol. 47. N 1. P. 46–53.
2. Chen Y., Liu F., Mei S., Ma J. Toward Adaptive Robust State Estimation Based on MCC by using the Generalized Gaussian Density as Kernel Functions // *Electrical Power and Energy Systems*. 2015. Vol. 71. P. 297–304.
3. Поляк Б. Т., Топунов М. В. Подавление ограниченных внешних возмущений: управление по выходу // *Автоматика и Телемеханика*. 2008. № 5. С. 72–90.
4. Никифоров В. О. Нелинейная система управления с компенсацией внешних детерминированных возмущений // *Изв. РАН. Теория и системы управления*. 1997. № 4. С. 69–73.
5. Fedele G., Ferrise A. Biased Sinusoidal Disturbance Compensation with Unknown Frequency // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2013. Vol. 58. N 12. P. 3207–3212.
6. Буков В. Н. Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем. — Калуга: Изд-во научной лит-ры Н. Ф. Бочкаревой, 2006. — 720 с.
7. Проскурников А. В., Якубович В. А. Универсальные регуляторы в задачах оптимального управления с эталонной моделью при неизвестных внешних сигналах // *Изв. РАН. Теория и системы управления*. 2012. № 2. С. 49.
8. Цыгунов А. М. Робастное управление с компенсацией возмущений. — М.: Физматлит, 2012. — 300 с.
9. Методы робастного, нейронечеткого и адаптивного управления/под ред. Н. Д. Егупова. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. — 744 с.
10. Baillieul J. Feedback Coding for Information-Based Control: Operating Near the Data Rate Limit // *Proc. 41st IEEE Conf. Decision Control, Las Vegas, Nevada, USA*. 2002. P. 3229–3236.
11. Delchamps D. F. Extracting State Information from a Quantized Output Record // *System Control Letters*. 1989. Vol. 13. P. 365–372.
12. Furtat I. B., Fradkov A. L., Liberzon D. Compensation of Disturbances for MIMO Systems with Quantized Output // *Automatica*. 2015. Vol. 60. P. 239–244.
13. Фуртат И. Б. Алгоритм робастного управления линейными объектами с векторными входами-выходами в условии насыщения сигнала управления // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2016. Т. 17. № 9. С. 579–587.

UDC 519.7

doi:10.15217/issn1684-8853.2017.5.21

## Algorithm for Compensation of Measurement Noises and Disturbances

Furtat I. B.<sup>a,b</sup>, Dr. Sc., Tech., Associate Professor, cainenash@mail.ru<sup>a</sup>Institute of Problems of Mechanical Engineering of RAS, 61, Bol'shoi Pr. V. O., 199178, Saint-Petersburg, Russian Federation<sup>b</sup>ITMO University, 49, Kronverkskii St., 197101, Saint-Petersburg, Russian Federation

**Introduction:** The theory and practice of automatic control pays special attention to the problem of compensating disturbances and measurement noises. Most technical and technological processes are subject to changes in their parameters during the operation. External influences also can have a negative impact on the process. The measurement signals contain errors whose values depend on the external environment and the characteristics of the measuring device (its type, absolute and relative errors, etc.). Currently, there are no papers discussing simultaneous compensation of disturbances and measurement noises. **Purpose:** We try to synthesize a new control algorithm which would simultaneously compensate the parametric and external disturbances, as well as the measurement noises. The parameters of this algorithm should be calculated according to certain conditions which we also have to specify. **Methods:** The method we use is based on the disturbance compensation principle. It allows you to find a law providing that the control signal value is opposite to the disturbance value. Such an approach allows you to control the plants without significantly increasing the control signal amplitude. **Results:** We have synthesized a linear system stabilization algorithm assuming that a signal equal to the sum of the plant state vector and the noise vector is available for measurement. Parametric and external disturbances can be present in any equation of the plant model. Sufficient conditions for calculating the parameters of the regulator have been obtained to ensure the stability of a closed-loop system. The results are analytically proved. The efficiency of the algorithm is demonstrated by a computer simulation. **Practical relevance:** Compared to the existing adaptive and robust control algorithms, the developed algorithm provides higher accuracy of control over technical systems under disturbances and measurement noises.

**Keywords** — Disturbance, Measurement Noise, Dynamic Compensation, Observer of Derivatives.

## References

1. Guo G., Hill D. J., Wang Y. Nonlinear Output Stabilization Control for Multimachine Power Systems. *IEEE Trans. on Circuits and Systems, part 1*, 2000, vol. 47, no. 1, pp. 46–53.
2. Chen Y., Liu F., Mei S., Ma J. Toward Adaptive Robust State Estimation Based on MCC by using the Generalized Gaussian Density as Kernel Functions. *Electrical Power and Energy Systems*, 2015, vol. 71, pp. 297–304.
3. Polyak B. T., Topunov M. V. Suppression of Limited External Disturbances: Output Control. *Avtomatika i Teleme-*
4. Nikiforov V. O. Nonlinear Control System with Compensation of External Deterministic Disturbances. *Izvestia RAN. Teoriia i sistemy upravleniia* [Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Theory and Control Systems], 1997, no. 4, pp. 69–73 (In Russian).
5. Fedele G., Ferrise A. Biased Sinusoidal Disturbance Compensation with Unknown Frequency. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, vol. 58, no. 12, pp. 3207–3212.

6. Bukov V. N. *Vlozhenie sistem. Analiticheskii podkhod k analizu i sintezu matrichnykh sistem* [Embedding Systems. Analytical Approach to the Analysis and Synthesis of Matrix Systems]. Kaluga, Izdatel'stvo nauchnoi literatury N. F. Bochkarevov Publ., 2006. 720 p. (In Russian).
7. Proskurnikov A. V., Yakubovich V. A. Universal Regulators in Optimal Control Problems with a Reference Model with Unknown External Signals. *Izvestiia RAN. Teoriia i sistemy upravleniia* [Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Theory and Control Systems], 2012, no. 2, pp. 49 (In Russian).
8. Tsykunov A. M. *Robastnoe upravlenie s kompensatsiei voz-mushchenii* [Robust Control with Compensation of Disturbances]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2012. 300 p. (In Russian).
9. *Metody robastnogo, neironechetkogo i adaptivnogo upravleniia* [Methods of Robust, Neuro-Fuzzy and Adaptive Control]. Ed. N. D. Egupova. Moscow, MGTU im. N. E. Bauman Publ., 2002. 744 p. (In Russian).
10. Baillieul J. Feedback Coding for Information-Based Control: Operating Near the Data Rate Limit. *Proc. 41st IEEE Conf. Decision Control*, 2002, Las Vegas, Nevada, USA, pp. 3229–3236.
11. Delchamps D. F. Extracting State Information from a Quantized Output Record. *System Control Letters*, 1989, vol. 13, pp. 365–372.
12. Furtat I. B., Fradkov A. L., Liberzon D. Compensation of Disturbances for MIMO Systems with Quantized Output. *Automatica*, 2015, vol. 60, pp. 239–244.
13. Furtat I. B. Algorithm of Robust Control of Linear Objects with Vector Inputs-Outputs in the Condition of Control Signal Saturation. *Mekhatronika, avtomatizatsiia, upravlenie* [Mechatronics, Automation, Control], 2016, vol. 17, no. 9, pp. 579–587 (In Russian).

**Научный журнал  
«ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ»  
выходит каждые два месяца.**

Стоимость годовой подписки (6 номеров) для подписчиков России — 4800 рублей, для подписчиков стран СНГ — 5400 рублей, включая НДС 18%, таможенные и почтовые расходы.

Подписку на печатную версию журнала можно оформить в любом отделении связи по каталогу:

«Роспечать»: № 48060 — годовой индекс, № 15385 — полугодовой индекс,

а также через посредство подписных агентств:

«Северо-Западное агентство „Прессинформ“»

Санкт-Петербург, тел.: (812) 335-97-51, 337-23-05,

эл. почта: [press@crp.spb.ru](mailto:press@crp.spb.ru), [zajavka@crp.spb.ru](mailto:zajavka@crp.spb.ru),

сайт: <http://www.pinform.spb.ru>

«МК-Периодика» (РФ + 90 стран)

Москва, тел.: (495) 681-91-37, 681-87-47,

эл. почта: [export@periodicals.ru](mailto:export@periodicals.ru), сайт: <http://www.periodicals.ru>

«Деловая пресса»

Москва, тел.: (495) 962-11-11, эл. почта: [podpiska@delpress.ru](mailto:podpiska@delpress.ru),

сайт: <http://delpress.ru/contacts.html>

«Коммерсант-Курьер»

Казань, тел.: (843) 291-09-99, 291-09-47, эл. почта: [kazan@komcur.ru](mailto:kazan@komcur.ru),

сайт: <http://www.komcur.ru/contacts/kazan/>

«Урал-Пресс» (филиалы в 40 городах РФ)

Сайт: <http://www.ural-press.ru>

«Идея» (Украина)

Сайт: <http://idea.com.ua>

«ВТЛ» (Узбекистан)

Сайт: <http://btl.sk.uz/ru/cat17.html> и др.

На электронную версию нашего журнала (все выпуски, годовая подписка, один выпуск, одна статья)

вы можете подписаться на сайтах НЭБ: <http://elibrary.ru>;

РУКОНТ: <http://www.rucont.ru>; ИВИС: <http://www.ivis.ru/>

Полнотекстовые версии журнала за 2002–2016 гг.

в свободном доступе на сайте журнала (<http://www.i-us.ru>),

НЭБ (<http://www.elibrary.ru>)

и Киберленинки (<http://cyberleninka.ru/>

[journal/n/informatsionno-upravlyayuschiesistemy](http://journal/n/informatsionno-upravlyayuschiesistemy)).