

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ИСКАЖЕНИЙ РАДИОСИГНАЛА В СИСТЕМЕ CDMA С КВАДРАТУРНО-АМПЛИТУДНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ

В. Э. Гуревич^а, канд. техн. наук, профессор

С. Г. Егоров^а, соискатель, ассистент

^аСанкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича, Санкт-Петербург, РФ

Постановка проблемы: нелинейные искажения группового сигнала в цифровых радиосистемах абонентского доступа с прямым расширением спектра, кодовым разделением каналов и квадратурно-амплитудной модуляцией приводят к увеличению вероятности цифровых ошибок и ухудшению качества индивидуальных абонентских каналов. **Цель:** установление количественной зависимости вероятности цифровых ошибок в абонентских каналах от степени нелинейных искажений групповых видео- и радиосигналов. Знание этой зависимости необходимо для обоснования требований к амплитудным характеристикам усилителей, входящих в состав многоканальных видео- и радиотрактов. **Методы:** реальный групповой сигнал представлен в виде суммы трех компонентов — неискаженной части сигнала, коррелированной с ним мультипликативной и некоррелированной аддитивной помехи. Построена и применена компьютерная модель передаваемого сигнала, учитывающая, в отличие от традиционных методов анализа, не только статистические, но и комбинаторные свойства сложного группового сигнала с кодовым разделением. Приемлемая погрешность оценки помехоустойчивости достигается путем аппроксимации реального распределения смеси сигнала с помехами при помощи полиномов Эрмита и рядов Грама — Шарлье. **Результаты:** показано, что обычное гауссово представление помех и линеаризация характеристик нелинейных элементов приводят к завышенным оценкам помехоустойчивости. Анализ комбинаторики группового сигнала позволил оценить как раздельное, так и совокупное влияние каждого из параметров нелинейных трактов на реальную помехоустойчивость системы. Законы распределения смеси канальных функций Радемахера — Уолша с шумом в нелинейном тракте, а также конкретные результаты расчета вероятности ошибок представлены в аналитической и графической форме. **Практическая значимость:** результаты исследования и вытекающие из них рекомендации по заданию технических требований к групповым трактам систем с кодовым разделением позволяют повысить помехоустойчивость абонентских каналов доступа и могут быть использованы в процессах теоретических исследований, технической разработки, производства и внедрения новых высокоскоростных цифровых систем передачи.

Ключевые слова — система радиодоступа DS-CDMA, ортогональные функции Радемахера — Уолша, квадратурно-амплитудная модуляция, нелинейные усилители радиосигнала и видеосигнала, комбинаторные свойства группового сигнала, коррелированные и некоррелированные помехи, отношение сигнал/шум, вероятность битовой ошибки.

Введение

Одна из важных проблем разработки и проектирования радиосистем множественного доступа с кодовым разделением каналов, прямым расширением спектра (*Direct Sequence Code Division Multiple Access* — DS-CDMA) и квадратурно-амплитудной модуляцией (QAM) состоит в задании технических требований к линейности групповых трактов. Завышенные требования приводят к значительному усложнению системы, заниженные — к ухудшению качества связи.

Исследованию помехоустойчивости группового видеотракта системы CDMA посвящены работы [1, 2]. Однако нелинейные искажения в радиотракте также могут приводить к возникновению цифровых ошибок, поэтому важно исследовать обе причины ухудшения реальной помехоустойчивости в совокупности.

В настоящей работе помехоустойчивость системы DS-CDMA с QAM анализируется комплексно, с учетом искажений, возникающих как в видео-, так и в радиотракте. На основе проведенного исследования сформулированы требования к от-

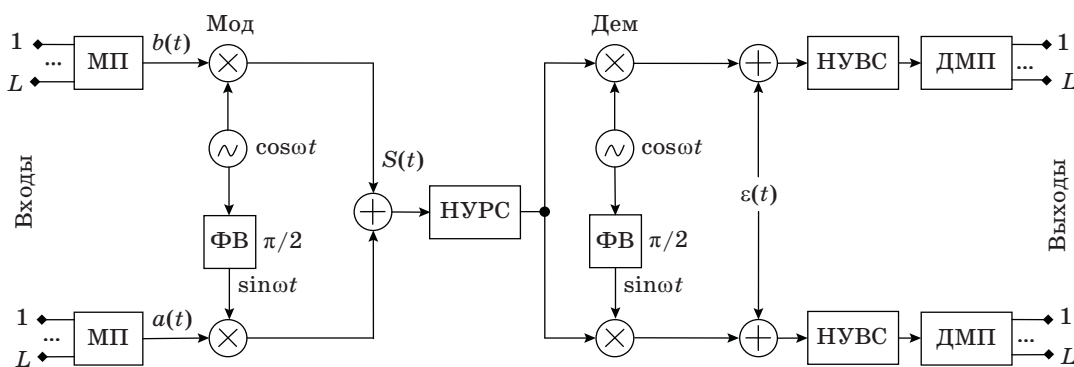
ношению сигнал/аддитивный шум и амплитудным характеристикам (АХ) усилителей многоканального (группового) сигнала.

Модель группового радиосигнала

В системах DS-CDMA с QAM цифровой сигнал каждого абонента модулирует присвоенную ему двойчную кодовую последовательность из ортогонального базиса размерности N , например функцию Радемахера — Уолша. Каждый интервал ортогональности (ИО) состоит из N элементов — чипов. В отдельно взятом ИО случайные значения чипов группового видеосигнала на входах модуляторов независимых друг от друга синфазного I и квадратурного Q компонентных стволов (рис. 1) можно записать как

$$a(t) = \sum_{m=0}^{L-1} D_I^{(m)}(t)w^{(m)}(t);$$

$$b(t) = \sum_{n=0}^{L-1} D_Q^{(n)}(t)w^{(n)}(t),$$



■ **Рис. 1.** Структурная схема системы DS-SSM с QAM: МП — мультиплексоры; Мод — модуляторы; Дем — демодуляторы; ФВ — фазовращатели; НУРС и НУВС — нелинейные усилители радио- и видеосигнала соответственно; ДМП — демультиплексоры

где $L \leq N$ — количество каналов, задействованных в стволе¹; $D_I^{(m)}$ и $D_Q^{(n)}$ — информационные символы (условно говоря, «биты») $+1$ или -1 , поступающие от m -го и n -го абонентов соответствующего ствола; $w^{(m)}(t)$ и $w^{(n)}(t)$ — функции Радемахера — Уолша, закрепленные за этими абонентами и тоже принимающие значения $+1$ или -1 в каждом чипе.

Случайные параметры группового радиосигнала $S(t) = A(t)\cos[\omega t + \varphi(t)]$ в пределах ИО: амплитуда $A(t) = \sqrt{a^2(t) + b^2(t)}$ и начальная фаза $\varphi(t) = \arctg[b(t)/a(t)]$, — постоянные в пределах каждого чипа, но зависящие от номера $r = 1, 2, \dots, N$ чипа в ИО, при $L \geq 2$ практически не коррелированы между собой.

Распределение по множеству величин чипов (рис. 2), принимающих в стволах I и Q нормированные дискретные значения $a_i = 2i - L$ и $b_k = 2k - L$ соответственно, где $i, k = 0, 1, \dots, L$, подчиняется биномиальному закону:

$$P_a(a_i) = C_L^2 q^{\frac{L+a_i}{2}} (1-q)^{\frac{L-a_i}{2}}; \quad (1a)$$

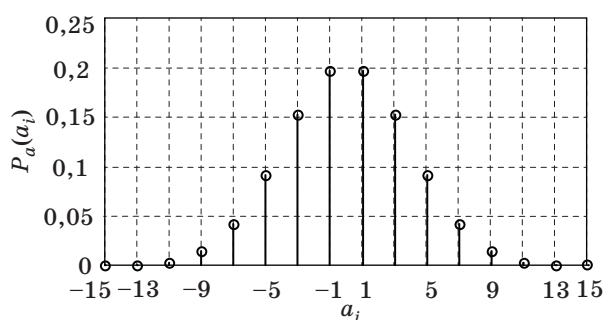
$$P_b(b_k) = C_L^2 q^{\frac{L+b_k}{2}} (1-q)^{\frac{L-b_k}{2}}. \quad (16)$$

Здесь q и $1 - q$ — вероятности передачи символов $+1$ и -1 соответственно. Если $q = 1 - q = 0,5$, то средние значения $m_1(a) = m_1(b) = 0$, дисперсии $\sigma_a^2 = \sigma_b^2 = L$.

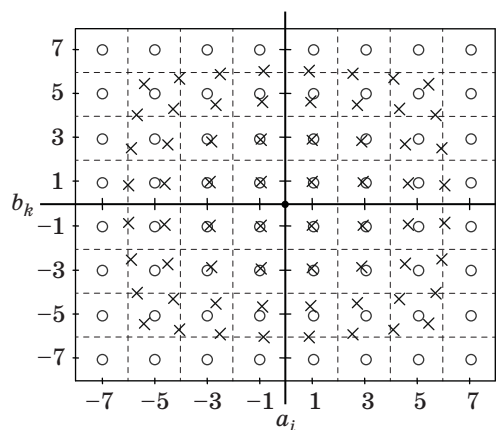
Прохождение группового радиосигнала QAM через нелинейную цепь

Созвездие амплитуд радиосигнала (на примере системы QAM-64 при $L = 7$) показано на рис. 3. Статистические характеристики входных

¹ Обычно $L = N - 1$, так как нулевая (по Уолшу) функция Уолша в качестве переносчика информации не используется.



■ **Рис. 2.** Закон распределения $P_a(a)$ синфазного группового видеосигнала $a(t)$ при $L = 15$, $q = 0,5$



■ **Рис. 3.** Созвездие амплитуд радиосигнала (на примере системы QAM-64). Значения амплитуды чипа: o — на входе НУРС, x — на выходе НУРС

сигналов $a(t)$ и $b(t)$ обоих модуляторов (см. рис. 1) и условия их прохождения через групповой радиотракт идентичны. Поэтому статистические характеристики выходных сигналов обоих демодуляторов, в том числе одномерные плотности распределения, необходимые в дальнейшем для расчета вероятности битовой ошибки, тоже одинаковы. Тогда далее достаточно рассматривать только

один либо два из четырех квадрантов созвездия, например первый, в котором сигналы $a(t)$ и $b(t)$ оба положительны, или первый и второй.

Для дальнейших вычислений применим матричный аппарат. Методика расчета иллюстрируется на примере системы DS-CDMA с QAM-256, построенной на основе ортогонального базиса Радемахера — Уолша размерности $N = 16$, с числом абонентов в каждом стволе $L = 15$. В этом случае сигналы $a(t)$ и $b(t)$ представляют собой дискретные случайные величины a_i и b_k , при-

нимающие в пределах каждого чипа первого квадранта положительные значения из набора 1;3;5;7;9;11;13;15.

Матрица A , показанная ниже, содержит полную совокупность возможных в первом квадранте значений амплитуды $A_{i,k} = \sqrt{a_i^2 + b_k^2}$ радиосигнала на входе нелинейного усилителя радиосигнала НУРС (см. рис. 1). Здесь и далее $i = 0, 1, \dots, 7$ — номер строки, $k = 0, 1, \dots, 7$ — номер столбца матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 1,414 & 3,162 & 5,099 & 7,071 & 9,055 & 11,045 & 13,038 & 15,033 \\ 3,162 & 4,243 & 5,831 & 7,616 & 9,487 & 11,402 & 13,342 & 15,297 \\ 5,099 & 5,831 & 7,071 & 8,602 & 10,296 & 12,083 & 13,928 & 15,811 \\ 7,071 & 7,616 & 8,602 & 9,899 & 11,402 & 13,038 & 14,765 & 16,553 \\ 9,055 & 9,487 & 10,296 & 11,402 & 12,728 & 14,213 & 15,811 & 17,493 \\ 11,045 & 11,402 & 12,083 & 13,038 & 14,213 & 15,556 & 17,029 & 18,601 \\ 13,038 & 13,342 & 13,928 & 14,765 & 15,811 & 17,029 & 18,385 & 19,849 \\ 15,033 & 15,297 & 15,811 & 16,553 & 17,493 & 18,601 & 19,849 & 21,213 \end{pmatrix}.$$

Распределения квадратов чипов a_i^2 и b_k^2 — биномиальные, с количеством возможных значений, равным 8. Так как $a(t)$ и $b(t)$ независимы, распределение амплитуды чипа $A_{i,k}$ тоже биномиальное, но с количеством возможных значений в наборе $8 \times 8 = 64$.

Далее представлена матрица

$$\cos\varphi = \begin{pmatrix} 0,707 & 0,316 & 0,196 & 0,141 & 0,11 & 0,091 & 0,077 & 0,067 \\ 0,949 & 0,707 & 0,514 & 0,394 & 0,316 & 0,263 & 0,225 & 0,196 \\ 0,981 & 0,857 & 0,707 & 0,581 & 0,486 & 0,414 & 0,359 & 0,316 \\ 0,990 & 0,919 & 0,814 & 0,707 & 0,614 & 0,537 & 0,474 & 0,423 \\ 0,994 & 0,949 & 0,874 & 0,789 & 0,707 & 0,633 & 0,569 & 0,514 \\ 0,996 & 0,965 & 0,91 & 0,844 & 0,774 & 0,707 & 0,646 & 0,591 \\ 0,997 & 0,974 & 0,933 & 0,88 & 0,822 & 0,763 & 0,707 & 0,655 \\ 0,998 & 0,981 & 0,949 & 0,906 & 0,857 & 0,806 & 0,756 & 0,707 \end{pmatrix}$$

со значениями $\cos\varphi_{i,k} = a_i/A_{i,k}$ — множителями, необходимыми для выделения сигналов синфазного ствола на приемной стороне. Аналогично определяется набор множителей $\sin\varphi_{i,k} = b_k/A_{i,k}$, образующих матрицу $\sin\varphi = (\cos\varphi)^T$, необходимых для выделения сигналов квадратурного ствола.

Будем считать, что НУРС (обычно это выходной усилитель мощности) является единственным источником нелинейных искажений в радиотракте и что шумом на входе этого усилителя можно пренебречь. Рассмотрим прохождение радиосигнала $S(t)$ через НУРС с нормированной АХ, имеющей вид [1, 3]

$$G(A) = \frac{A}{[1 + (A/s)^{2p}]^{1/(2p)}}, \quad (2)$$

где s — порог ограничения амплитуды радиосигнала; $p \geq 1$ — целочисленный параметр, определяющий степень нелинейности АХ. При $p \geq 10$ АХ (2) становится линейно-ломаной и практически совпадает с АХ идеального [4] ограничителя амплитуды. Если в тракте есть и другие источники нелинейных искажений, например неидеальность модуляционных и (или) демодуляционных характеристик, то они тоже могут быть учтены в выражении типа (2).

Если НУРС — безынерционный, то амплитуды радиосигнала $A_{i,k}$ на входе и искаженные значения $G_{i,k}$ на выходе усилителя имеют одинаковые законы распределения с соответствующими вероятностями

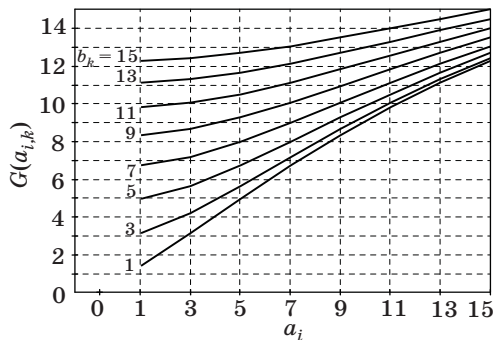
$P_a(a_i) \cdot P_b(b_k)$. Приведенная ниже матрица G содержит совокупность возможных значений $G_{i,k}(A_{i,k})$ при $s = L\sqrt{2}$, $p = 1$:

$$G = \begin{pmatrix} 1,411 & 3,128 & 4,958 & 6,708 & 8,328 & 9,797 & 11,108 & 12,266 \\ 3,128 & 4,16 & 5,622 & 7,168 & 8,66 & 10,043 & 11,294 & 12,408 \\ 4,958 & 5,622 & 6,708 & 7,972 & 9,262 & 10,499 & 11,643 & 12,677 \\ 6,708 & 7,168 & 7,972 & 8,971 & 10,043 & 11,108 & 12,118 & 13,05 \\ 8,328 & 8,66 & 9,262 & 10,043 & 10,914 & 11,808 & 12,677 & 13,496 \\ 9,797 & 10,043 & 10,499 & 11,108 & 11,808 & 12,545 & 13,28 & 13,986 \\ 11,108 & 11,294 & 11,643 & 12,118 & 12,677 & 13,28 & 13,893 & 14,494 \\ 12,266 & 12,408 & 12,677 & 13,05 & 13,496 & 13,986 & 14,494 & 15 \end{pmatrix}.$$

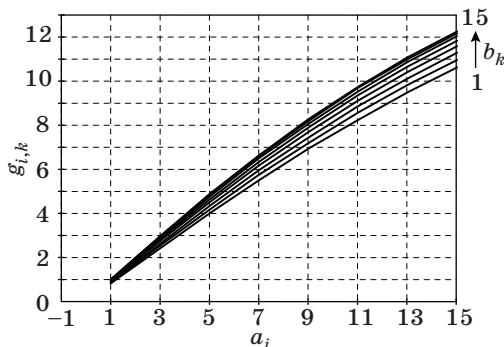
По данным матрицы G построено семейство АХ в первом квадранте $G(a_{i,k}) = G(a_i)$ при $b_k = \text{const}$ (рис. 4).

Матрица g_i , представленная ниже, и матрица $g_k = g_i^T$ суть наборы произведений Адамара $g_{i,k} = G_{i,k} \cos \varphi_{i,k}$ и $g_{k,i} = G_{i,k} \sin \varphi_{i,k}$ элементов соответствующих матриц. Это чипы искаженных квадратурных составляющих группового видеосигнала на двух выходах демодулятора. Законы распределения величин $g_{i,k}$ и $g_{k,i}$ — биномиальные, определяемые выражениями (1а) и (1б):

$$g_i = \begin{pmatrix} 0,998 & 0,989 & 0,972 & 0,949 & 0,92 & 0,887 & 0,852 & 0,816 \\ 2,967 & 2,942 & 2,893 & 2,824 & 2,739 & 2,642 & 2,539 & 2,433 \\ 4,862 & 4,821 & 4,743 & 4,634 & 4,498 & 4,345 & 4,18 & 4,009 \\ 6,641 & 6,588 & 6,487 & 6,343 & 6,166 & 5,964 & 5,745 & 5,519 \\ 8,277 & 8,216 & 8,097 & 7,927 & 7,717 & 7,477 & 7,216 & 6,944 \\ 9,757 & 9,689 & 9,558 & 9,371 & 9,139 & 8,87 & 8,578 & 8,271 \\ 11,075 & 11,004 & 10,867 & 10,67 & 10,423 & 10,138 & 9,824 & 9,492 \\ 12,238 & 12,167 & 12,027 & 11,826 & 11,573 & 11,278 & 10,953 & 10,607 \end{pmatrix}.$$



■ Рис. 4. Семейство АХ НУРС в первом квадранте



■ Рис. 5. Семейство характеристик $g_{i,k} = g(a_i)$ при $b_k = \text{const}$ для синфазной составляющей

По данным матрицы g_i построено семейство графиков $g_{i,k} = g(a_i)$ при $b_k = \text{const}$ для видеосигнала синфазного ствола (рис. 5). Аналогичное семейство кривых $g_{k,i} = g(b_k)$ при $a_i = \text{const}$ для видеосигнала квадратурного ствола можно построить по данным матрицы g_k .

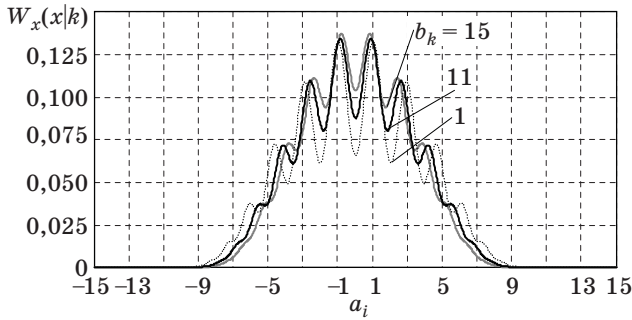
Закон распределения демодулированного сигнала

В приемной части системы (см. рис. 1) на входе нелинейного усилителя видеосигнала НУРС к видеосигналу $g_{i,k}$ добавляется аддитивный гауссовый шум $\varepsilon(t)$ с нулевым средним и дисперсией σ_ε^2 , функция плотности которого

$$W_\varepsilon(\varepsilon) = \frac{1}{\sigma_\varepsilon \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right). \quad (3)$$

Плотность распределения смеси $x_{i,k}(t) = g_{i,k}(t) + \varepsilon(t)$ сигнала с шумом на входе НУРС, средняя по всем значениям видеосигнала a_i синфазного ствола, но условная по k , выражается через свертку функций (1а) и (3):

$$W_x(x|k) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_i P_a(a_i) W_\varepsilon(x - g_{i,k}) d\varepsilon =$$



■ **Рис. 6.** Условная плотность распределения смеси сигнала с шумом на входе НУВС синфазного ствола

$$= \sum_i \frac{C_L^{L+a_i} q^{L+a_i} (1-q)^{L-a_i}}{\sqrt{2\pi}\sigma_\varepsilon} \exp\left\{-\frac{(x-g_{i,k})^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right\}.$$

Семейство функций $W_x(x|k)$ для двух первых квадрантов представлено на рис. 6. Значения $g_{i,k}$ при $b_k = \text{const}$ связаны со значениями a_i , указанными на оси абсцисс, детерминированным образом, через представленные выше матрицы.

Оценка средней мощности помех на выходе НУВС

Амплитудная характеристика безынерционного НУВС может быть выражена формулой (2), но с заменой переменных A и G на x и y соответственно, а параметров НУРС p и s — на аналогичные параметры НУВС p_B и s_B :

$$y(x) = \frac{x}{[1 + (x/s_B)^{2p_B}]^{1/(2p_B)}}. \quad (4)$$

Нелинейное преобразование смеси $x(t)$ сигнала с аддитивным шумом в НУВС представим, следуя работам [4, 5], как добавление к полезному сигналу $g_{i,k}$ помехи, состоящей из двух разделяющихся частей: мультипликативной — коррелированной и аддитивной — не коррелированной с этим сигналом. Тогда выходной процесс в пределах отдельно взятого чипа

$$y(t) = \gamma g_{i,k} + \xi(t), \quad (5)$$

где $\gamma g_{i,k}$ — полезная (информативная) часть выходной смеси; $(1 - \gamma)g_{i,k}$ и $\xi(t)$ — соответственно коррелированная и некоррелированная с $g_{i,k}$ составляющие помехи; $0 \leq \gamma \leq 1$ — числовой коэффициент. При этом

$$\overline{\xi^2(t)} = \overline{y^2(t)} - \gamma^2 \overline{g_{i,k}^2}. \quad (6)$$

Для отыскания коэффициента γ умножим на $g_{i,k}$ и усредним по времени в пределах чипа обе части уравнения (5):

$$\overline{g_{i,k}y(t)} = \gamma \overline{g_{i,k}^2} + \overline{\xi(t)g_{i,k}}.$$

Но по условиям задачи $\overline{g_{i,k}y(t)} = \overline{g_{i,k}} \overline{y(t)}$, а $\overline{\xi(t)g_{i,k}} = \overline{\xi(t)} \overline{g_{i,k}} = 0$; тогда

$$\gamma_{i,k} = \overline{y(t)} / \overline{g_{i,k}}. \quad (7)$$

Общие формулы (5)–(7) справедливы и для индексированных по i и k значений переменных y , ξ , γ :

$$y_{i,k}(t) = y[g_{i,k} + \varepsilon(t)]; \quad \overline{\xi_{i,k}^2(t)} = \overline{y_{i,k}^2(t)} - \gamma_{i,k}^2 \overline{g_{i,k}^2};$$

$$\gamma_{i,k} = \overline{y_{i,k}(t)} / \overline{g_{i,k}}.$$

Полагая, что исследуемые процессы эргодичны, заменим усреднение по времени усреднением по множеству реализаций для каждого i и k в отдельности; тогда коэффициент уменьшения полезного сигнала из-за воздействия коррелированной помехи

$$\gamma_{i,k} = \overline{y_{i,k}} / \overline{g_{i,k}}, \quad (8)$$

а дисперсия некоррелированной помехи

$$\sigma_{i,k}^2 = \overline{\xi_{i,k}^2} = \overline{y_{i,k}^2} - \gamma_{i,k}^2 \overline{g_{i,k}^2}. \quad (9)$$

Функция плотности смеси $y_{i,k}$ на выходе НУВС имеет вид [1]

$$W_y(y_{i,k}) = \frac{\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_{i,k}^2} \left[\frac{y_{i,k}}{2^{p_B} \sqrt{z_{i,k}}} - \overline{g_{i,k}}\right]^2\right\}}{2^{p_B} \sqrt{z_{i,k}} z_{i,k} \sigma_{i,k} \sqrt{2\pi}}, \quad (10)$$

где вспомогательная переменная $z_{i,k} = 1 - (y_{i,k}/s_B)^{2p}$. Согласно (8) и (10):

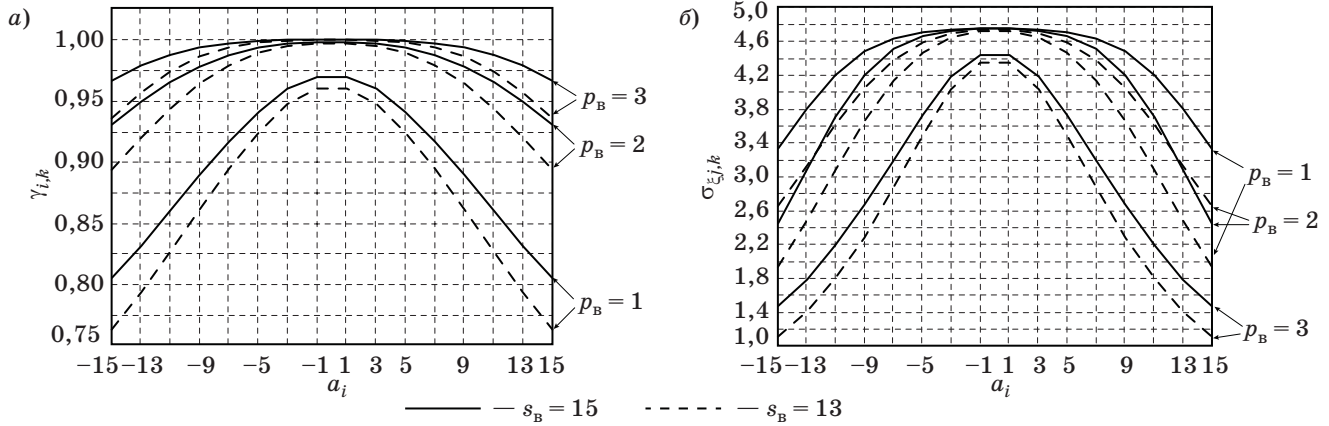
$$\gamma_{i,k} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} y_{i,k} W_y(y_{i,k}) dy_{i,k}}{\overline{g_{i,k}}}. \quad (11)$$

Этот коэффициент зависит не только от i и k , но и от параметров s_B , p_B АХ НУВС, а также, опосредованно, от отношения сигнал/помеха $\rho = 10 \lg(g_{i,k}^2 / \sigma_\varepsilon^2)$ на входе НУВС. Зависимость функции (11) от значений исходного сигнала a_i в первом и втором квадрантах, соответствующих значениям искаженного сигнала $g_{i,k}$ при $k = 15$, $\rho = 10$ дБ, показана на рис. 7, а, а зависимость (9) дисперсии $\overline{\xi_{i,k}^2}$ некоррелированной помехи от a_i — на рис. 7, б.

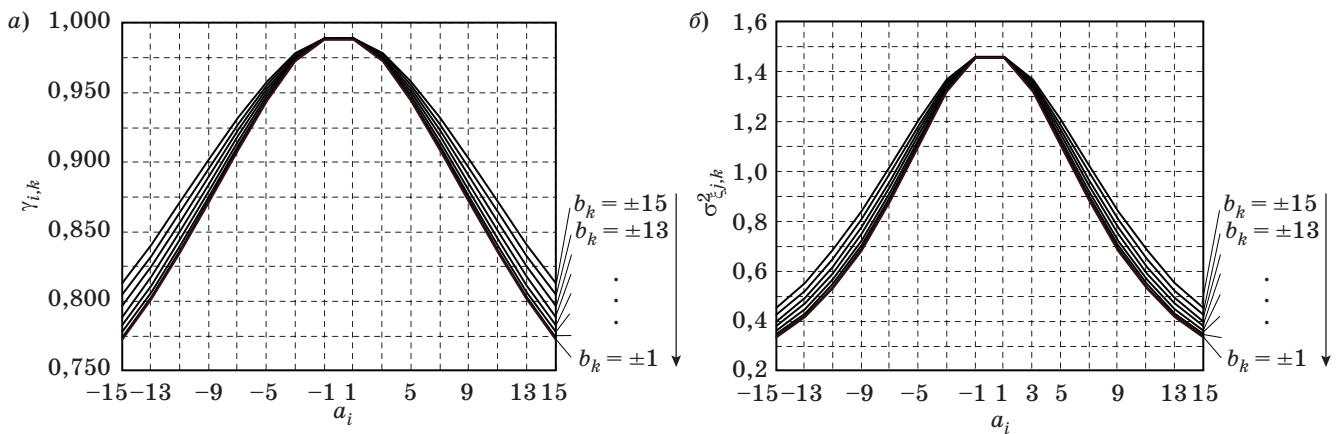
Семейства кривых на рис. 8, а и б иллюстрируют влияние амплитуды b_k чипов квадратурного

стволы на коэффициент $\gamma_{i,k}$ и дисперсию $\overline{\xi_{i,k}^2}$ при $k = \text{var}$. В левой и правой частях обоих графиков это влияние больше, чем в центральной части.

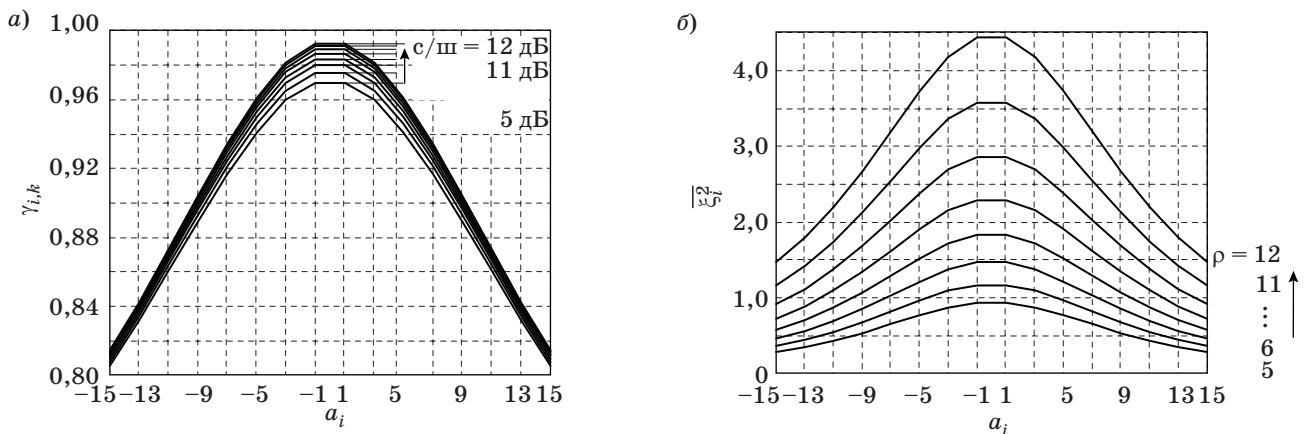
Семейства кривых $\gamma_{i,k}(a_i)$ и $\overline{\xi_{i,k}^2}(a_i)$ при фиксированном $k = 6$ и различных отношениях сигнал/помеха $\rho = 5, 6, \dots, 12$ дБ на входе НУВС показаны



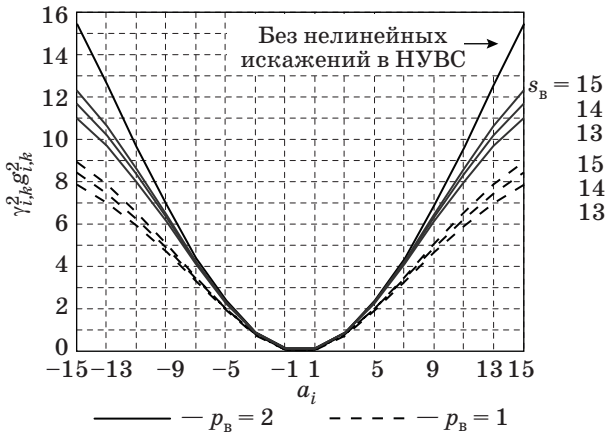
■ Рис. 7. Зависимость коэффициента $\gamma_{i,k}(a)$ и дисперсии $\overline{\xi_{i,k}^2}$ (б) от амплитуды чипа a_i при $k = 15, \rho = 10$ дБ



■ Рис. 8. Влияние индекса k на коэффициент $\gamma_{i,k}(a)$ и дисперсию $\overline{\xi_{i,k}^2}$ (б) при $s = \sqrt{2}L, p = 1, s_B = L, p_B = 1, \rho = 10$ дБ



■ Рис. 9. Влияние отношения сигнал/шум на коэффициент $\gamma_{i,k}(a)$ и дисперсию $\overline{\xi_{i,k}^2}$ (б) при $s = \sqrt{2}L, p = 1, s_B = L, p_B = 1$



■ **Рис. 10.** Зависимость мощности полезного сигнала на выходе НУВС от a_i при различных параметрах АХ

на рис. 9, а и б. Чем амплитуда чипа группового сигнала меньше, тем влияние аддитивной помехи больше.

Зависимость мощности $\gamma_{i,k}^2 g_{i,k}^2$ полезного сигнала на выходе НУВС от амплитуды чипа исходного сигнала a_i при $k = 15$ с учетом и без учета нелинейных искажений, вносимых НУРС, представлена на рис. 10.

Дисперсия выходной смеси НУВС согласно (10), (11):

$$\sigma_{y_{i,k}}^2 = \int_{-s_B}^{s_B} y_{i,k}^2 W_y(y_{i,k}) dy_{i,k} = \int_{-s_B}^{s_B} y_{i,k}^2 \frac{\exp\left\{\frac{-1}{2\sigma_{i,k}^2} \left[\frac{y_{i,k}}{2p_B \sqrt{z_{i,k}}} - g_{i,k}\right]^2\right\}}{2p_B \sqrt{z_{i,k} z_{i,k} \sigma_{i,k}^2} \sqrt{2\pi}} dy_{i,k}. \quad (12)$$

Плотность распределения некоррелированной помехи $\xi_{i,k}$ с нулевым средним найдем, подставляя в (10) $\xi_{i,k}$ вместо $y_{i,k}$. При $-s_B < \xi_{i,k} < s_B$

$$W_{\xi}(\xi_{i,k}) = \frac{1/(\sigma_{i,k} \sqrt{2\pi})}{\left[1 - \left(\frac{\xi_{i,k} + \gamma_{i,k} g_{i,k}}{s_B}\right)^{2p_B}\right]^{1+2p_B}} \times \exp\left\{-\frac{\left[\frac{\xi_{i,k} + \gamma_{i,k} g_{i,k}}{s_B}\right]^{1/(2p_B)} - g_{i,k}}{2\sigma_{i,k}^2}\right\}^2. \quad (13)$$

В общем случае значение дисперсии некоррелированной помехи на выходе НУВС при помощи выражений (12), (13) может быть найдено методами численного интегрирования.

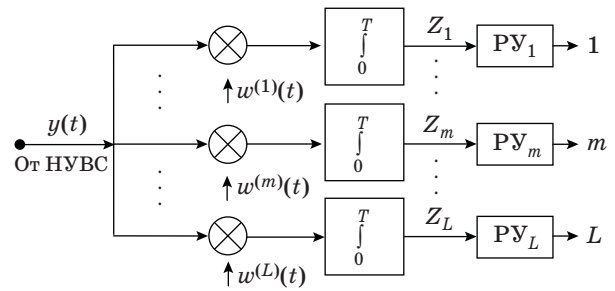
Расчет вероятности битовой ошибки

Демультимплексор каждого ствола (см. рис. 1) содержит L канальных селекторов (рис. 11), осуществляющих в пределах каждого ИО интегрирование с весом $w^{(m)}(t)$ или $w^{(n)}(t)$, и L решающих устройств РУ, принимающих решения о регистрации информационного бита +1 или -1.

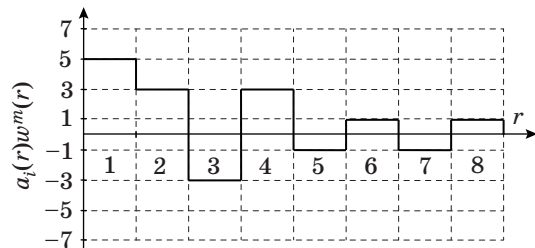
Согласно выражению (5), представим каждый чип процесса $y(t)$ на выходе НУВС в виде суммы полезного группового сигнала $\gamma_{i,k,r} g_{i,k,r}$ и не коррелированной с сигналом помехи $\xi(t)$. Индексы i, k при величинах $\gamma_{i,k,r}$ и $g_{i,k,r}$ связывают эти переменные с теми значениями сигналов a_i и b_k на выходах МП, для которых они рассчитаны выше, а индекс $r = 0, 1, \dots, N - 1$ означает порядковый номер чипа в ИО.

Реакция $Z_m(t)$ пары канальный перемножитель — интегратор в канальном селекторе m -го канала (см. рис. 11) на r -й чип группового сигнала синфазного ствола — это сумма сигнальной составляющей $\int_{rT/N}^T \gamma_{i,k,r} g_{i,k,r} w^{(m)}(t) dt$ и помехи $\int_{rT/N}^T \xi_{i,k,r}(t) w^{(m)}(t) dt$. Сумма сигнальных составляющих по всем чипам ИО

$$B_{m,i,k} = \sum_{r=0}^{N-1} \int_{rT/N}^T \gamma_{i,k,r} g_{i,k,r} w^{(m)}(t) dt. \quad (14)$$



■ **Рис. 11.** Структурная схема ДМП



■ **Рис. 12.** Выходной сигнал канального перемножителя (без учета нелинейных искажений)

Аналогичный вид имеет выражение для квадратурного ствола. Для примера одна из возможных реализаций сигнала на выходе канального перемножителя показана на рис. 12.

В каждом ИО содержится N чипов, сигналы в которых различным образом сочетаются между собой в зависимости от значений i и k , и нахождение суммарных по всем чипам ИО дисперсий полезного сигнала и помех очень затруднительно из-за многовариантности селектированного полезного сигнала. Однако расчеты можно значительно упростить, если исследовать и учесть комбинаторную структуру этого сигнала. В силу нечетной симметрии АХ (4) в выходном сигнале каждого канального перемножителя в пределах ИО часто возникают пары импульсов противоположной полярности, одинаковых по абсолютной величине. В процессе интегрирования они взаимно компенсируются, причем от взаимного расположения чипов в ИО результат интегрирования не зависит.

Все возможные реализации селектированного сигнала можно найти путем перебора. Машинный эксперимент, проведенный авторами по специально разработанной для этого программе, показывает, что количество возможных различных комбинаций неуравновешенных слагаемых полезного сигнала в ИО невелико, при этом в различных ИО и различных каналах ствола эти комбинации повторяются.

Каждому сигналу $g_{i,k}$ соответствует своя некоррелированная помеха $\xi_{i,k}$. Эти помехи взаимно не компенсируются, поэтому в пределах каждого ИО необходимо учитывать все N слагаемых суммарной помехи η как в «уравновешенных», так и в «неуравновешенных» чипах.

Для упрощения выкладок вернемся к системе QAM-64. Составы и количество возможных комбинаций полезного сигнала B и помехи η , возникающих при любых сочетаниях входных «битов» $+1$ и -1 во всех каналах синфазного ствола с $N = 8$, $L = 7$, приведены в таблице. При любом значении $k = \text{const}$ существует всего три возмож-

Вариант	Комбинации полезного сигнала и помех на выходе канального перемножителя при $k = \text{const}$	Количество комбинаций данного состава
1	$B_1(k) = \gamma_{4,k}g_{4,k} + \gamma_{7,k}g_{7,k}$ $\eta_1(k) = 3\xi_{3,k} + 4\xi_{4,k} + \xi_{7,k}$	50
2	$B_2(k) = \gamma_{5,k}g_{5,k} + \gamma_{6,k}g_{6,k}$ $\eta_2(k) = \xi_{2,k} + 2\xi_{3,k} + 2\xi_{4,k} + 2\xi_{5,k} + \xi_{6,k}$	336
3	$B_3(k) = \gamma_{1,k}g_{1,k} + 4\gamma_{4,k}g_{4,k} + 3\gamma_{5,k}g_{5,k}$ $\eta_3(k) = \xi_{1,k} + 4\xi_{4,k} + 3\xi_{5,k}$	56
Итого		442

ных варианта (индексы 1, 2, 3 при переменных B и η) комбинаций неуравновешенных слагаемых.

Вероятности вариантов равны $\Pi_1 = 50/442 = 0,113$; $\Pi_2 = 336/442 = 0,760$; $\Pi_3 = 56/442 = 0,127$.

Поскольку интегратор представляет собой линейную цепь, полезные сигналы, согласно принципу суперпозиции, суммируются по напряжению, а помехи — по мощности. Поэтому сигнал на выходе интегратора (т. е. на входе РУ) в момент времени T выражается одной из трех комбинаций $B_1(k)$, $B_2(k)$ или $B_3(k)$, а помеха — соответствующей комбинацией $\eta_1(k)$, $\eta_2(k)$ или $\eta_3(k)$ с нулевым средним и дисперсией

$$\begin{aligned} \sigma_{\eta_1}^2(k) &= 3\sigma_{\xi_{3,k}}^2 + 4\sigma_{\xi_{4,k}}^2 + \sigma_{\xi_{7,k}}^2; \\ \sigma_{\eta_2}^2(k) &= \sigma_{\xi_{2,k}}^2 + 2(\sigma_{\xi_{3,k}}^2 + \sigma_{\xi_{4,k}}^2 + \sigma_{\xi_{5,k}}^2) + \sigma_{\xi_{6,k}}^2; \\ \sigma_{\eta_3}^2(k) &= \sigma_{\xi_{1,k}}^2 + 4\sigma_{\xi_{4,k}}^2 + 3\sigma_{\xi_{5,k}}^2. \end{aligned}$$

Распределение суммы взаимно независимых случайных величин $\xi_{i,k}$ на входе РУ далее аппроксимируем нормальным законом с помощью ряда Грама — Шарлье типа А [6]. Если ограничиться первыми членами ряда, то условная по k плотность случайной величины $\eta_1(k)$ равна (ниже для сокращения записи громоздких формул аргумент k в правой части опущен)

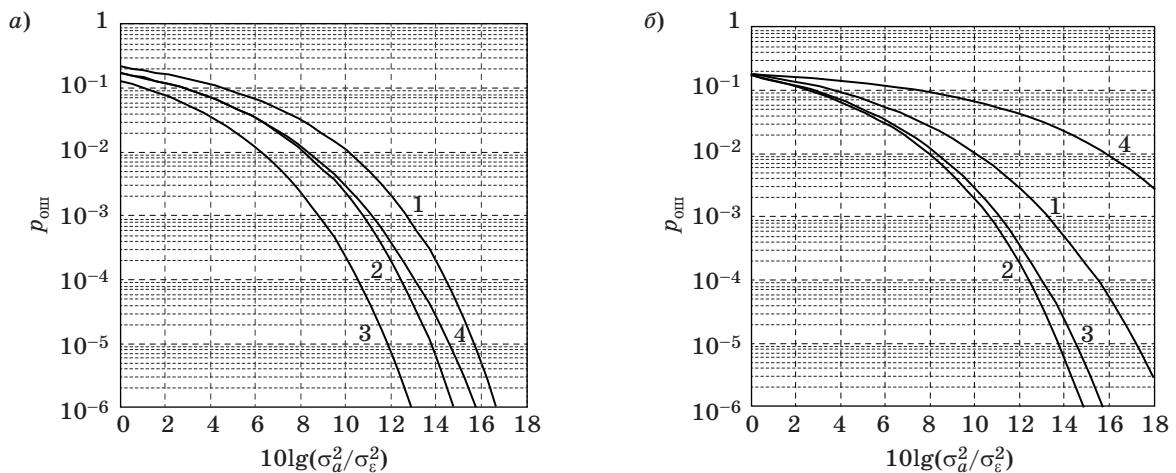
$$\begin{aligned} w_{\eta_1}(\eta_1|k) &= \frac{\exp(-\lambda_1^2/2)}{\sigma_{\eta_1}\sqrt{2\pi}} \times \\ &\times \left[1 + \mu_3\{\eta_1\}(\lambda_1^3 - 3\lambda_1) / (\sigma_{\eta_1}^3 \cdot 3!) + \right. \\ &\left. + \mu_4\{\eta_1\}(\lambda_1^4 - 6\lambda_1^2 + 3) / (\sigma_{\eta_1}^4 \cdot 4!) \right], \end{aligned} \quad (15)$$

где $\lambda_1 = \eta_1(k)/\sigma_{\eta_1}(k)$; μ_3 и μ_4 — третий и четвертый центральные моменты помехи η_1 , определяемые [7] через моменты ее слагаемых:

$$\begin{aligned} \mu_3\{\eta_1\} &= \sum_i \mu_3\{\xi_{i,k}\}; \\ \mu_4\{\eta_1\} &= \sum_i \mu_4\{\xi_{i,k}\} + 6 \sum_{i < r} \sigma_{\xi_{i,k}}^2 \sigma_{\xi_{r,k}}^2, \end{aligned}$$

где $r = 3;3;3;4;4;4;7$. Для функций плотности $W_{\eta_2}(\eta_2|k)$ и $W_{\eta_3}(\eta_3|k)$ формулы аналогичны, но наборы индексов r при вычислении моментов помех другие: $r = 2;3;3;4;4;5;5;6$ для $\mu_4\{\eta_2(k)\}$ и $r = 1;4;4;4;4;5;5;5$ для $\mu_4\{\eta_3(k)\}$. В каждом из трех случаев суммируются только слагаемые с теми индексами i , которые указаны в соответствующей строке таблицы.

Для того чтобы функции плотности, приближенно представляемые в виде (15), не оказались отрицательными, должно выполняться [6] условие $(\mu_3\{\eta\}/\sigma_{\eta}^3) < 0,5$. Проверка показывает, что



■ **Рис. 13.** Вероятность битовой ошибки в абонентском канале системы DS-CDMA с QAM: *a* — условные вероятности ошибки $p_{ош1}, \dots, p_{ош3}$; *б* — средняя $p_{ош}$ при разных методиках расчета

оно выполняется для всех η во всем практически возможном диапазоне параметров p, s, p_B, s_B .

Ошибка в РУ с нулевым порогом решения происходит, если при сигнале $B_1(k) > 0$ в момент решения T помеха $\eta_1(k) < -B_1(k)$ или при сигнале $B_1(k) < 0$ помеха $\eta_1(k) > |B_1(k)|$. Условная по k вероятность ошибки при $q = 1 - q = 0,5$

$$p_{ош1}(k) = 0,5 \int_{-\infty}^{-B_1(k)} W_{\eta_1}(\eta_1|k) d\eta_1 + 0,5 \int_{B_1(k)}^{\infty} W_{\eta_1}(\eta_1|k) d\eta_1.$$

Условные вероятности $p_{ош2}(k)$ и $p_{ош3}(k)$ вычисляются аналогично. Графические зависимости усредненных по всем k с учетом (1а) вероятностей $p_{ош1}, p_{ош2}, p_{ош3}$ от отношения $10\lg(\sigma_a^2/\sigma_e^2)$ при $L = N - 1 = 7, \sigma_a^2 = L, s = L\sqrt{2}, p = 1, s_B = 1, p_B = 1$ представлены на рис. 13, *a* (кривые 1, 2, 3 соответственно). Там же (кривая 4) показан график результирующей вероятности битовой ошибки $p_{ош}$, средней по всем k и по трем комбинаторным вариантам (см. таблицу):

$$p_{ош} = \Pi_1 p_{ош1} + \Pi_2 p_{ош2} + \Pi_3 p_{ош3}.$$

Для сигналов других квадрантов обоих стволов, ввиду их статистической идентичности, промежуточные выкладки и конечные результаты аналогичны.

Для сравнения на рис. 13, *б* представлены графики зависимости вероятности $p_{ош}$ битовой ошибки на выходе канала от отношения $10\lg(\sigma_a^2/\sigma_e^2)$, рассчитанные для системы передачи CDMA с QAM-64 с исходными данными, приведенными выше, при следующих условиях:

— с учетом отрицательно действующего на помехоустойчивость фактора — нелинейных иска-

жений в НУРС и НУВС; без учета влияния положительного фактора — комбинаторных свойств группового сигнала Уолша (кривая 1);

— с учетом нелинейных искажений и комбинаторных свойств группового сигнала Уолша, но с заменой реального распределения помех (13) на входе канального РУ гауссовым распределением (кривая 2); в результате такой замены расчетная помехоустойчивость канала связи завышается по сравнению с реальной;

— с учетом нелинейных искажений и комбинаторных свойств группового сигнала Уолша по предложенной в статье методике, с аппроксимацией (15) распределения помехи (13) на входе канального РУ при помощи модифицированных полиномов Эрмита и рядов Грама — Шарлье (кривая 3). Эта кривая, промежуточная между кривыми 1 и 2 и повторяющая кривую 4 (см. рис. 13, *a*), наиболее близка к реальности.

На рис. 13, *б* представлен также известный (например, [8]) график вероятности ошибки в системе с QAM-64 без CDMA, с отдельной регистрацией каждого чипа (кривая 4). При равновероятности и независимости всех чипов скорость передачи информации в каждом стволе такой системы составляет 3 бита/чип. График 4 завышает реальную помехоустойчивость системы и, в частности, не учитывает, что ошибка при регистрации одного чипа приводит к искажению от 1 до 3 битов входящего цифрового потока.

Заключение

Представленное исследование реальной помехоустойчивости системы DS-CDMA с QAM дает возможность оценить вероятность битовой ошибки в абонентском канале с учетом нелинейности АХ групповых видео- и радиотрактов и задать требуемое отношение сигнал/шум в различных

частях системы передачи. Компьютерный эксперимент по оценке статистических и комбинаторных свойств группового сигнала Уолша, поставленный авторами, существенно уточняет и одновременно упрощает многофакторные расчеты. Методика анализа, изложенная на примерах систем CDMA с базисом ортогональности $N = 8$

(QAM-64) и (частично) базисом $N = 16$ (QAM-256), полностью применима и при других базисах.

Результаты работы могут быть использованы при теоретических исследованиях и в процессах технической разработки, производства, частотно-территориального планирования высокоскоростных линий передачи.

Литература

1. Гуревич В. Э., Егоров С. Г. Нелинейные искажения группового сигнала в радиосистеме абонентского доступа // *Инфокоммуникационные технологии*. 2012. Т. 10. № 3. С. 79–82.
2. Егоров С. Г. Анализ реальной помехоустойчивости группового тракта радиосистемы абонентского доступа // *Инфокоммуникационные технологии*. 2012. Т. 10. № 4. С. 59–62.
3. Rapp C. Effects of HPA-Nonlinearity on a 4-DPSK/OFDM-Signal for a Digital Sound Broadcasting System // *Proc. Second European Conf. on Satellite Com-*

4. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. 1. — М.: Сов. радио, 1984. — 550 с.
5. Харкевич А. А. Борьба с помехами. — М.: Либроком, 2013. — 280 с.
6. Kendall M., Stuart A. *Distribution Theory (Kendall's The Advanced Theory of Statistics, 1)*. 2nd ed. — London, Charles Griffin & Co., 1962. — 676 p.
7. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. — М.: Высш. шк., 1969. — 576 с.
8. Bellamy J. *Digital Telephony*. — N. Y.: Wiley, 2000. — 643 p.

UDC 621.396.49

doi:10.15217/issn1684-8853.2015.5.106

Performance Analysis of Nonlinear Distortions of RF Signal in Wireless CDMA Downlink with Quadrature Amplitude Modulation

Gurevich V. E.^a, PhD, Tech., Professor, gurvic23@mail.ru

Egorov S. G.^a, Researcher, Assistant, sgegorov@gmail.ru

^aThe Bonch-Bruевич Saint-Petersburg State University of Telecommunications, 22-1, Bolshhevikov St., 193232, Saint-Petersburg, Russian Federation

Purpose: In this paper, we consider digital direct-sequence spread-spectrum multiple-access communication systems with CDMA technology and QAM modulation. Non-linear distortion of a grouped signal in these systems lead to a higher probability of digital errors and worse quality of individual subscriber's channels. The aim of this research is to find out how the digital error probability depends on the non-linear distortion of grouped video and radio signals. We need to know this dependence to substantiate the demands on the amplitude characteristics of the amplifiers in multiple-duct video and radio channels. **Methods:** A real grouped signal is represented as a sum of three components: the non-distorted part of the signal, the correlated multiplicative distortion and uncorrelated additive distortion. A computer model of the transmitted signal is built and used, taking into account, unlike the conventional methods, not only statistical but also combinatorial properties of a complex grouped signals with code division. An admissible error of estimated noise immunity is obtained by the approximation of real distribution of the signal and noise mixture, using Hermite polynomials and Gram-Charlier series. **Results:** It is shown that the usual Gaussian representation of the noise and the linearization of non-linear elements characteristics lead to overestimating the noise immunity. Analyzing the combinatorics of the grouped signal has helped to estimate both separate and combined impact of each parameter of nonlinear channels upon the real noise immunity of the system. The laws of distribution of the mixture of Rademacher – Walsh functions with a noise in a nonlinear channel are represented analytically and graphically, along with the calculated error probabilities. **Practical relevance:** Our recommendations about technical demands on grouped channels for systems with code division can improve the noise stability. They can be used in theoretical research, technical development, production and application of new high-speed digital transmission systems.

Keywords — DS-CDMA Wireless Access, Orthogonal Rademacher – Walsh Functions, Quadrature Amplitude Modulation, Nonlinear Amplifiers, Radio Frequency Power Amplifiers, Multiplexed Signal Characteristics, Partial Cross-Correlation, Correlated Distortions, Uncorrelated Distortions, Signal-to-Noise Ratio, Bit Error Rate.

References

1. Gurevich V. E., Egorov S. G. Nonlinear Distortions of Multiplexed Signal in Wireless Local Loop System. *Infokommunikatsionnye tekhnologii*, 2012, vol. 10, no. 3, pp. 79–82 (In Russian).
2. Egorov S. G. Error Rate Analysis of Multiplexed Signal in Imperfect Wireless Local Loop System. *Infokommunikatsionnye tekhnologii*, 2012, vol. 10, no. 4, pp. 59–62 (In Russian).
3. Rapp C. Effects of HPA-Nonlinearity on a 4-DPSK/OFDM-Signal for a Digital Sound Broadcasting System. *Proc. Second European Conf. on Satellite Communications*, Liege, Belgium, October 22–24, 1991, pp. 179–184.

4. Levin B. R. *Teoreticheskie osnovy statisticheskoi radiotekhniki* [Theoretical Foundations of the Statistical Radio Engineering]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1974. 550 p. (In Russian).
5. Kharkevich A. A. *Bor'ba s pomexami* [Noise control]. Moscow, Librokom Publ., 2013. 280 p. (In Russian).
6. Kendall M., Stuart A. *Distribution Theory (Kendall's the Advanced Theory of Statistics, 1)*. 2nd ed., London, Charles Griffin & Co., 1962. 676 p.
7. Venttsel' E. S. *Teoriia veroiatnoستي* [Probability Theory]. Moscow, Vysshiaia shkola Publ., 1969. 576 p. (In Russian).
8. Bellamy J. *Digital Telephony*. New York, Wiley, 2000. 643 p.