

УДК 621.396.96

doi:10.15217/issn1684-8853.2015.2.15

# ПРИНЦИП СТОХАСТИЧЕСКОГО ОБЕЛЕНИЯ ПАССИВНЫХ КОРРЕЛИРОВАННЫХ ПОМЕХ В ЗАДАЧЕ ОПТИМИЗАЦИИ СИСТЕМ СЕЛЕКЦИИ ДВИЖУЩИХСЯ ЦЕЛЕЙ

Ю. Н. Горбунов<sup>а, б</sup>, доктор техн. наук, ведущий научный сотрудник, профессор

<sup>а</sup>Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, Фрязино, РФ

<sup>б</sup>Московский институт радиотехники, электроники и автоматики, Москва, РФ

**Постановка проблемы:** при обработке радиолокационных сигналов для подавления пассивных коррелированных помех в радиолокационных станциях варьируется порядок режекторного фильтра от максимального значения до нуля (отключения фильтра), что приводит к необходимости выравнять в реальном времени уровень выходного шума и вносимых (фазовых и групповых) задержек, а также минимизировать потери полезного сигнала, вызванные несогласованной фильтрацией. Целью работы является определение условий видимости целей в системе, построенной на основе канонической структуры со случайными параметрами. **Результаты:** обоснован и сформулирован принцип «стохастического обеления»; предложена каноническая структура стохастического фильтра с постоянным порядком: стохастического компенсатора — для зоны помех, энергетически прозрачного стохастического фильтра — для зоны шума. По характеристикам эффективности — пороговым характеристикам детектирования слабых сигналов — доказана эквивалентность детерминированных и стохастических систем. **Практическая значимость:** полученный результат позволяет достичь постоянного уровня выходного шума и ложных тревог, снизить требования к разрядности системы цифровой обработки сигналов, а при пространственно-частотной трактовке процесса модуляции параметров управляемого покрытия — снизить заметность летательных аппаратов.

**Ключевые слова** — селекция движущихся целей, пассивные коррелированные помехи, несогласованная фильтрация, стохастическое обеление, коэффициент улучшения.

## Введение

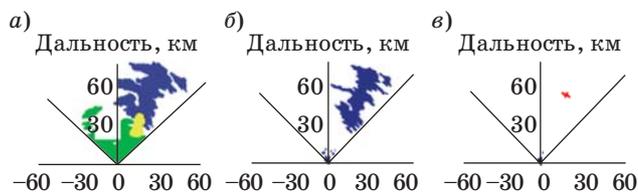
Важной частью современного радара является система селекции движущихся целей (СДЦ) [1], предназначенная для режекции пассивных коррелированных помех (ПП) от неподвижных либо медленно движущихся (дипольных отражателей — ДО) объектов и выделения сигналов, отраженных от движущихся целей (например, самолетов, ракет).

Рисунки индикатора иллюстрируют работу системы СДЦ (рис. 1). На рис. 1, а имеем первичную картину отражений, в которой зона помех от «местных предметов» (МП) сливается с зоной отражений от организованных ПП ДО. На выходе системы СДЦ имеем картину радиолокационных отражений (рис. 1, б) такую, что помехи от МП подавались полностью, а помехи от ДО лишь частично, так как ДО имеют доплеровское смещение частоты, обусловленное их

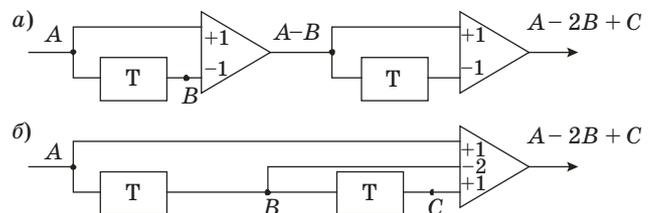
движением под действием ветра. Адаптивная компенсация доплеровского смещения частоты ДО, вызванного движением под действием ветра, показана на рис. 1, в.

Очевидно, что для неподвижных МП фаза сигнала, наблюдаемого в двух соседних зондированиях, не изменяется, поэтому МП обычно компенсируются методом череспериодной компенсации (ЧПК).

Более сложное устройство представляет собой последовательное соединение двух схем однократной ЧПК [2, 3]. Его можно назвать трехимпульсным, поскольку в нем одновременно обрабатывается три зондирования: А — текущее, В — задержанное на один период и С — задержанное на два периода. Схемы устройства СДЦ, изображенные на рис. 2, а и б, практически идентичны.



■ **Рис. 1.** Воздействие пассивных помех на радар для различных режимов его работы: а — помехи МП-ДО; б — помехи ДО; в — цель



■ **Рис. 2.** Простейшие устройства СДЦ: а — схема с каскадным соединением схем ЧПК; б — схема с выделенными весовыми коэффициентами +1, -2, +1

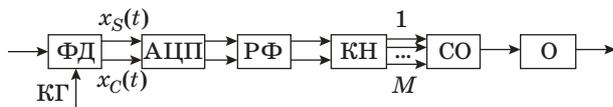


Рис. 3. Структурная схема цифровой системы СДЦ; КГ — когерентный гетеродин; ФД — фазовый детектор; РФ — режекторный фильтр  $r$ -го порядка; КН —  $M$ -канальный когерентный накопитель; СО — схема объединения каналов; О — обнаружитель

Более сложная схема системы СДЦ строится по квадратурной схеме (рис. 3).

Флуктуации коррелированных ПП ограничивают коэффициент подавления, так как на выходе однократного ( $r = 1$ ) и двукратного ( $r = 2$ ) ЧПК

$$y_{nI} = x_n - x_{n-1}; \quad (1)$$

$$y_{nII} = x_n - 2x_{n-1} + x_{n-2}, \quad (2)$$

где  $x_n$  — незадержанный, а  $x_{n-1}$ ,  $x_{n-2}$  — задержанные на 1 и 2 периода  $T$  входные сигналы.

Из формул (1), (2) и работ [2, 3] следует, что в схеме однократного ЧПК мощность шума возрастает в 2 раза, а в схеме двукратного ЧПК — в 6 раз, поскольку каскадное соединение  $i$ -кратных ЧПК образует в нерекурсивной структуре РФ знакопеременные биномиальные весовые коэффициенты (ВК)  $a_i = (-1)^i C_r^i$ , где  $C_r^i$  — число сочетаний из  $r$  по  $i$ .

В 2 раза (с  $T$  до  $2T$ ) увеличивается максимальная задержка. При использовании в качестве  $M$ -канального когерентного накопителя  $M$ -точечного алгоритма дискретного преобразования Фурье максимальное запаздывание увеличивается до  $(M+1)T$ .

Применительно к данной задаче из общей теории потенциальной помехоустойчивости В. А. Котельникова известно, что для реализации оптимальной обработки в общем случае требуется каскадное включение двух фильтров, один из которых — обесцеливающий РФ, который компенсирует коррелированную ПП с неравномерным спектром, а другой — фильтр КН  $S^*(e^{j\omega T})e^{-j\omega(M-1)T}$ , который обеспечивает обычную оптимальную (комплексно-сопряженную) фильтрацию сигнала на фоне шума ( $e^{-j\omega(M-1)T}$  — множитель запаздывания).

### Оптимизация системы: анализ коэффициента улучшения

Известно [2, 3], что коэффициент улучшения выражается через нормированный коэффициент передачи цели  $K_{S_H}$ , на который не влияют помеховые характеристики, и нормированный коэффициент подавления помехи  $K_{п.н}$ , который не зависит от доплеровской частоты  $\omega_d$ . Нормированный коэффициент подавления  $K_{п.н}$  называют средним

улучшением, поскольку средний коэффициент (по всем доплеровским частотам)

$$\bar{K}_y = \bar{K}_{S_H} K_{п.н} = M_1 \times \left[ \frac{\sum_{i=0}^r a_i^2 + 2 \sum_{i < j}^r a_i a_j \cos(\omega_d i T + \varphi_0) \cos(\omega_d j T + \varphi_0)}{\sum_{i=0}^r a_i^2} \right] \times K_{п.н} = K_{п.н}, \quad (3)$$

так как двойная сумма в (3) после воздействия на выражение в фигурных скобках оператором  $M_1$  равна нулю.

Среднее улучшение, как это видно из формулы (3), зависит от амплитудных ВК  $\langle a_i \rangle$  и флуктуаций ПП (функции корреляции  $\rho_C(\tau)$ ).

Критерии, используемые для определения оптимального набора значений ВК фильтра, могут быть различными. Довольно часто используют критерии максимума среднего улучшения. Максимизация среднего улучшения (3) достигается сведением до минимума знаменателя относительно  $\langle a_i \rangle$  при условии, что числитель  $\sum_{i=0}^r a_i^2$

постоянный (он определяет передачу шума).

Оптимизация ВК  $\langle a_i \rangle$  при применении матрицы «помеха + шум»  $R_{CN}$  приводит к тому, что ВК по сравнению со схемой  $r$ -кратного ЧПК отличаются от биномиальных, а нули частотной характеристики становятся комплексно-сопряженными [3]. Однако если помеха сильно коррелирована и отношение мощности помехи к мощности шума большое, знакопеременные биномиальные ВК  $\langle a_i \rangle$ , соответствующие  $r$ -кратному ЧПК, удовлетворяют условию оптимальности: с увеличением  $r$  РФ возрастает подавление ПП (их спектры сосредоточены в точках  $i2\pi/T$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots$ ), но изменяются шумы и задержки.

С учетом некоторых особенностей сказанное справедливо и для оптимизации пространственных фильтров. Согласно теории статистических решений, наилучшим критерием оптимальности является критерий максимума апостериорной вероятности, однако при отсутствии априорных сведений можно воспользоваться критерием максимума отношения правдоподобия. Установлено также, что этот критерий при гауссовых помехах полностью эквивалентен критерию максимума отношения сигнал/помеха (3). Это отношение, нормированное к входному, в матричной форме записывается как

$$K_y = \frac{A^{*T} M_S A}{A^{*T} M_C A}, \quad (4)$$

где  $M_S$  — корреляционная матрица сигнала;  $M_C$  — корреляционная матрица помехи;  $A = (a_0, a_1, \dots, a_{N-1})$  — вектор ВК; \* — комплексное сопряжение.

В формуле (4) числитель — мощность сигнала, а знаменатель — мощность помехи на выходе. Цель оптимизации пространственных РФ — определение оптимального весового вектора  $\mathbf{A}$  для синтеза СДЦ.

Наряду с критерием оптимальности на основе максимума сигнал/помеха Уидроу разработал алгоритм по минимуму среднего квадрата ошибки [4]. В настоящее время установлено, что эти алгоритмы являются эквивалентными, сводятся к оптимальному винеровскому решению на основе введения собственных значений корреляционной матрицы помехи. Оптимальные коэффициенты цифрового фильтра (ЦФ) являются решением уравнения Винера:

$$\mathbf{M}_C \mathbf{A} = \mu \mathbf{S}^*, \quad (5)$$

где  $\mu$  — произвольная константа;  $\mathbf{S} = (s_1, s_2, \dots, s_N)^T$  — вектор-столбец отсчетов сигнала цели.

Решением уравнения (5) является вектор

$$\mathbf{A} = \mu \mathbf{M}_C^{-1} \mathbf{S}^*. \quad (6)$$

Обратная матрица  $\mathbf{M}^{-1}$  помехи реализует операцию «обеления» (РФ). Эта операция на плоскостях пространственных частот (направляющих косинусов) формирует провалы в диаграмме направленности антенны в направлении ПП и является реализацией принципа обеления Уидроу — Урковица — Котельникова [4].

### Анализ корреляции выходного процесса

Управление параметрами РФ при сохранении его структуры может в выходной шум внести корреляцию, которая может быть полезной или вредной, приводящей к потерям накопления сигнала. Коэффициент корреляции  $\rho_{\text{вых}}(\beta T)$  процесса на выходе РФ, если помеха имеет нулевое среднее и корреляционную матрицу  $\mathbf{R} = [\rho_{ij}]$ :

$$\rho_{\text{вых}}(\beta T) = \frac{M\{y_n y_{n-\beta}\}}{M^{1/2}\{y_n^2\} M^{1/2}\{y_{n-\beta}^2\}} = \frac{\sum_{i=0}^r \sum_{j=0}^r a_i a_j \rho_{i,j+\beta}}{\left(\sum_{i=0}^r \sum_{j=0}^r a_i a_j \rho_{ij}\right)^{1/2} \left(\sum_{i=0}^r \sum_{j=0}^r a_i a_j \rho_{i+\beta,j+\beta}\right)^{1/2}}, \quad (7)$$

где  $M\{\bullet\}$  — операция математического ожидания от  $\{\bullet\}$ .

Из соотношения (7) следует, что обеление коррелированной помехи (для нее  $\rho_{ij} = 1$ ) может быть достигнуто, если ВК знакопеременны, причем

$$\sum_{i=0}^r a_i = 0.$$

При произвольных  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{R}$  коэффициент  $\rho_{\text{вых}}(\beta T) = 0$ , в частности, в зонах шума имеем приобретенную остаточную корреляцию [3]

$$\rho_{\text{вых}}(\beta T) = \frac{\sum_{i=0}^r a_i a_{i+\beta}}{\sum_{i=0}^r a_i^2}. \quad (8)$$

Из формулы (8) следует, что для РФ типа ЧПК корреляция шума на выходе становится отрицательной, в частности  $\rho_{\text{вых}}(T) = -1/2$  для однократного и  $\rho_{\text{вых}}(T) = -2/3$  для двукратного ЧПК.

Для РФ, эквивалентного схеме  $r$ -кратного ЧПК:

$$\rho_{\text{вых}}(\beta T) = (-1)^\beta \frac{(r!)^2}{(r-\beta)!(r+\beta)!}, \quad (9)$$

при этом мощность шума на выходе увеличивается

$$\text{в } K_{\text{ш}} = B = \sum_{i=0}^r a_i^2 = C_{2r}^r \text{ раз.}$$

Перевод схем ЧПК в зонах отсутствия помех в режим суммирования приводит не к устранению нежелательной корреляции, а наоборот, к появлению в выходном шуме положительной корреляции и, соответственно, к потерям сигналов целей на бывших «оптимальных» скоростях.

В близких по постановкам задачам фильтрации сигналов полезных целей, наблюдаемых в условиях произвольных ПП, иногда применяют рандомизированные алгоритмы [5–10]. В указанных работах разрабатываются алгоритмы рандомизации при принятии решений [5], адаптивного оценивания параметров сигналов [6, 7], неминимаксной фильтрации [8], выявления линейной регрессии нестационарного шума [9], использования пробных возмущений [5, 10], робастных статистик в условиях использования частотной неопределенности [11]. В работе [12] рассматриваются усредняющие свойства алгоритма пространственного стохастического аналого-цифрового преобразования. В настоящей статье не ставится цель отыскать оптимальные рандомизированные алгоритмы управления, а на эвристической основе высказывается гипотеза о возможности снятия ограничения детерминированности ВК РФ в подклассе задач лагранжевской оптимизации со случайными ВК, что дает новые знания. Решение задачи проводится аналитически и подтверждается моделированием.

### Стохастические обеляющие фильтры: новая трактовка метода приведения небелого шума к белому

Исследуем возможный подход к построению системы СДЦ на основе РФ со случайными ВК. Изложим основные положения принципа стохастического обеления. Указанный принцип рас-

сма­три­ва­ет­ся как обоб­ще­ние извест­но­го ме­то­да при­ве­де­ния не­бе­ло­го шума к бе­ло­му В. А. Ко­тель­ни­ко­ва. По­сколь­ку ма­ксимум от­но­ше­ния сиг­нал/(по­ме­ха+шум) эк­ви­ва­лентен ма­ксимуму сред­не­го улу­чше­ния — нор­ми­ро­ван­но­му к шуму ко­эф­фи­ци­енту по­дав­ле­ния  $K_{п.н} = P_{вх} K_{ш}/P_{вых}$ , где  $P_{вх} = M\{x_n^2\}$  и  $P_{вых} = M\{y_n^2\}$  — мощ­но­сти сум­мы ПП + шум на вхо­де и вы­хо­де ЦФ, то, ис­поль­зуя извест­ную связь  $y_n$  с  $x_n$ , по­лу­чим

$$K_{п.н} = \frac{\sum_{i=0}^r a_i^2}{\sum_{i=0}^r \sum_{j=0}^r a_i a_j \rho_{ij}} = \frac{\mathbf{A}^T \mathbf{A}}{\mathbf{A}^T \mathbf{R} \mathbf{A}}, \quad (10)$$

где  $\mathbf{A}^T$  — транс­по­ни­ро­ван­ная ма­три­ца ВК.

Вы­ра­же­ние (10) яв­ля­ет­ся ис­ход­ным для оп­ти­ми­за­ции де­тер­ми­ни­ро­ван­ных си­сте­м, что обе­с­пе­чи­ва­ет­ся све­де­ни­ем к ми­ниму­му зна­ме­на­те­ля от­но­си­тель­но  $a_i$ .

Для си­сте­мы со слу­чай­ны­ми ВК вы­ра­же­ние, ана­ло­гич­ное (10), име­ет вид

$$K_{п.н} = \frac{\sum_{i=0}^r M\{a_i^2\}}{\sum_{i=0}^r \sum_{j=0}^r M\{a_i a_j\} \rho_{ij}}, \quad (11)$$

где  $M\{a_i a_j\} = M\{a_i\} M\{a_j\} + v_{ij} \sigma_i \sigma_j$ ;  $M\{a_i^2\} = M\{a_i\} + \sigma_i^2$ ;  $M\{a_i\}$ ,  $M\{a_j\}$ ,  $\sigma_i$ ,  $\sigma_j$ ,  $v_{ij}$  — сред­ние, сред­не­ква­д­ра­ти­че­ские зна­че­ния и ко­эф­фи­ци­ент кор­ре­ля­ции ВК  $a_i$  и  $a_j$ .

Из ана­ли­за вы­ра­же­ния (11) сле­ду­ет, что при  $M\{a_i\} = M\{a_j\} = 0$  роль ВК в сто­хас­ти­че­ском РФ вы­пол­ня­ют  $\sigma_i$ ,  $v_{ij}$ . В это­м слу­чае

$$\rho_{вых}(\beta T) = \left( \sum_{i=0}^r \sum_{j=0}^r v_{ij} \sigma_i \sigma_j \rho_{i,j+\beta} \right) B^{-1}. \quad (12)$$

Из (12) сле­ду­ет, что при про­из­воль­ных  $\sigma_i$  и  $\mathbf{R}$  на вы­хо­де ЦФ так­же на­блю­да­ет­ся ос­та­точ­ная кор­ре­ля­ция, ко­то­рая в слу­чае не­об­хо­ди­мо­сти при не­кор­ре­ли­ро­ван­ных ВК мо­жет быть раз­ру­ше­на, так как при  $v_{ij} = 0$  име­ем  $\rho_{вых}(\beta T) = 0$ .

Ис­поль­зуя prin­цип сто­хас­ти­че­ско­го обе­ле­ния, пред­ставим (11) в фор­ме яв­ной за­ви­си­мо­сти от ВК  $a_i$ . В ре­зуль­та­те по­лу­чим

$$K_{п.н} = \frac{\sum_{i=0}^r \sigma_i^2}{\sum_{i=0}^r \sum_{j=0}^r v_{ij} \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}} = \frac{\sum_{i=0}^r \sigma_i^2}{\sum_{i=0}^r \sigma_i^2 + \sum_{i=0}^r \sum_{j=0, j \neq i}^r v_{ij} \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}}, \quad (13)$$

Для обе­с­пе­че­ния ма­ксимум (13) ко­эф­фи­ци­ен­ты кор­ре­ля­ции  $v_{ij}$  из­ме­ня­ют­ся от  $\pm 1$  в зо­нах кор­ре­ли­ро­ван­ных ПП до 0 в зо­нах ши­ро­ко­полос­ных по­ме­х и в зо­нах шума: РФ ста­но­вит­ся эн­ер­ге­ти­че­ски «про­зрач­ным», име­я рав­но­мер­ную час­тот­ную ха­рак­те­ри­сти­ку и  $K_{п.н} = 1$ . Кро­ме то­го, рас­сма­три­ва­е­мый РФ с пе­ре­страи­ва­е­мы­ми слу­чай­ны­ми ВК обе­с­пе­чи­ва­ет по­сто­ян­ный уро­вень вы­ход­но­го шума, за­дер­жки (фа­зо­вые и груп­по­вые), по­сколь­ку струк­ту­ра филь­тра оста­ет­ся не­из­мен­ной, а его па­ра­мет­ры вы­браны из усло­вия по­сто­ян­ства ко­эф­фи­ци­ента уси­ле­ния шума. Ис­поль­зо­ва­ние в (11) опе­ра­то­ра ма­те­ма­ти­че­ско­го ожи­да­ния  $M\{\bullet\}$  в яв­ном ви­де не на­кла­ды­ва­ет огра­ни­че­ний на раз­ряд­ность ана­ло­го-циф­ро­во­го пре­об­разователя и ВК.

### Сто­хас­ти­че­ские си­сте­мы СДЦ

Сто­хас­ти­че­ская си­сте­ма СДЦ — это си­сте­ма, в ко­то­рой ис­поль­зу­ют­ся сто­хас­ти­че­ские сиг­на­лы или при­ме­ня­ют­ся ran­домизированные процедуры обработки. При­ме­ры сто­хас­ти­че­ских си­сте­м извест­ны [1–3]. Так, с по­мо­щью из­ме­не­ния (во­бу­ля­ции) час­то­ты по­вто­ре­ния зон­ди­ру­ю­щих им­пуль­сов ра­дио­ло­ка­ци­он­ной стан­ции мо­жно умень­шить эф­фект «сле­пых» скоростей. «Сле­пы­м» скоростям со­от­вет­ст­вуют до­плеровские частоты  $f_{dk} = kF$ , где  $F = 1/T$  — частота по­вто­ре­ния зон­ди­ру­ю­щих им­пуль­сов.

Для умень­ше­ния влия­ния эф­фекта «сле­пых» скоростей при­ме­ня­ют во­бу­ля­цию частоты по­вто­ре­ния, за­к­лю­ча­ю­щую­ся в из­ме­не­нии пе­ри­ода по­вто­ре­ния  $T$  от зон­ди­ро­ва­ния к зон­ди­ро­ва­нию. Ос­нов­ная идея со­сто­ит в из­ме­не­нии усло­вий воз­ник­но­ве­ния «сле­пых» скоростей. За вре­мя пачки  $N$  им­пуль­сов формируется  $N$  «мг­но­вен­ных» скоростных ха­рак­те­ри­стик, со­от­вет­ст­вующих различным значе­ни­ям пе­ри­ода по­вто­ре­ния. Ре­зуль­ти­ру­ю­щая скоростная ха­рак­те­ри­стика опре­де­ля­ет­ся усреднением отдельных скоростных ха­рак­те­ри­стик. В ре­зуль­та­те не­рав­но­мер­ность скоростных ха­рак­те­ри­стик (про­валы в точках «сле­пых» скоростей) умень­ша­ет­ся.

Если пе­ри­од по­вто­ре­ния  $T$  яв­ля­ет­ся слу­чай­ным, то ре­зуль­ти­ру­ю­щая частотная ха­рак­те­ри­стика

$$H_P(\omega) = M_1 \left\{ \sum_{i=0}^r \sum_{j=0}^r a_i a_j \cos \omega [(i-j)T + \Delta T_i - \Delta T_j] \right\} = \sum_{i=0}^r \sum_{j=0}^r a_i a_j \int_{L_i} \int_{L_j} \cos \omega [(i-j)T + \Delta T_i - \Delta T_j] \times W(\Delta T_i, \Delta T_j) d(\Delta T_i) d(\Delta T_j), \quad (14)$$

где  $W(\Delta T_i, \Delta T_j)$  — со­в­мест­ный закон рас­пре­де­ле­ния, а  $L_i, L_j$  — об­ла­сти су­ще­ст­во­ва­ния  $\Delta T_i$  и  $\Delta T_j$ .

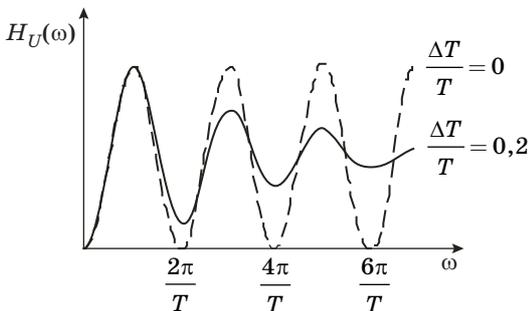
Если  $\Delta T_i$  и  $\Delta T_j$  независимы и равномерно распределены на интервале  $\Delta T$ , то

$$H_P(\omega) = \sum_{i=0}^r \sum_{j=0}^r a_i a_j \int_{-\frac{\Delta T}{2}}^{\frac{\Delta T}{2}} \int \cos \omega[(i-j)T + \Delta T_i - \Delta T_j] \times \\ \times W(\Delta T_i \Delta T_j) d(\Delta T_i) d(\Delta T_j) = \\ = \sum_{i=0}^r a_i^2 + 2 \frac{\sin^2 \frac{\omega \Delta T}{2}}{\left(\frac{\omega \Delta T}{2}\right)^2} \sum_{i < j} a_i a_j \cos \omega(i-j)T. \quad (15)$$

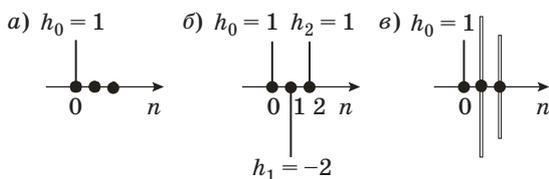
На рис. 4 представлена частотная характеристика  $H_U(\omega) = \sqrt{H_P(\omega)}$  системы СДЦ при  $r = 2$ .

Анализ показывает, что корреляцию выходного шума в зонах без ПП можно разрушить уже известным способом. Это же можно увидеть, рассмотрев импульсную характеристику ЦФ. На рис. 5, а приведена импульсная характеристика идеального широкополосного ЦФ, которая характеризуется отсутствием последействия, а следовательно, отсутствием корреляции шума на выходе. Импульсная характеристика двукратного ЧПК (рис. 5, б) показывает, что корреляция выходного шума вызвана отличием от нуля значений импульсной характеристики и ВК.

При изменении знаков коэффициентов  $a_1$  и  $a_2$  по случайному закону наблюдается эффект взаимной компенсации составляющих  $h_1$  и  $h_2$ , в результате чего разрушается корреляция выходного шума, при этом  $\rho_{\text{вых} N} \rightarrow 0$ .



■ Рис. 4. Частотная характеристика стохастической системы СДЦ 2-го порядка



■ Рис. 5. Импульсные характеристики СПП РФ (а), двукратного ЧПК (б) и ЦФ с разрушением корреляции (в)

### Анализ эффективности стохастической системы со случайными параметрами

Если в системе СДЦ случайны  $T$  и ВК  $\langle a_i \rangle$ , то

$$H_P(\omega) = \sum_{i=0}^r (a_i^2 + \sigma_{a_i}^2) + 2 \frac{\sin^2 \frac{\omega \Delta T}{2}}{\left(\frac{\omega \Delta T}{2}\right)^2} \times \\ \times \sum_{i < j} (v_{ij} \sigma_{a_i} \sigma_{a_j} + \bar{a}_i \bar{a}_j) \cos \omega(i-j)T. \quad (16)$$

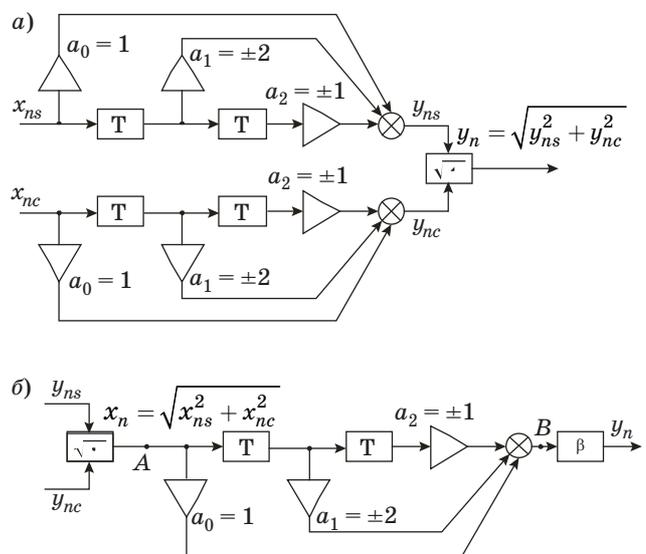
В зоне шума частотная характеристика не должна зависеть от частоты, поэтому необходимо:

- а)  $v_{ij} = 0$  ( $i < j$ ;  $i = 0, 1, 2, \dots, r$ ;  $j = 0, 1, 2, \dots, r$ );
- б)  $\bar{a}_i = 0$  для всех  $i$ , кроме одного.

Проанализируем эффективность стохастической системы СДЦ и сравним ее с эффективностью обычной (детерминированной) системы. Для определенности возьмем  $r = 2$ , для которой в зоне помех  $a_0 = a_2 = 1$ ,  $a_1 = -2$ , а в зоне этого шума  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = \pm 2$ ;  $a_2 = \pm 1$ .

Структурные схемы стохастической и эквивалентной ей (для зоны шума) детерминированной системы показаны на рис. 6, а и б соответственно, где  $\beta$  — нормирующий усилитель.

Сравнение систем проведем по пороговым характеристикам детектирования для случая слабых сигналов  $q^2 = S^2/2\sigma^2 \ll 1$ . Мощность  $P_A$  смеси «сигнал+шум» в точке А через параметры распределения Релея — Райса представим как сумму дисперсий  $D_A$  и квадрата математического ожидания  $M_{1A}^2$ .



■ Рис. 6. Структурная схема стохастической (а) и детерминированной (б) системы

Известно [13], что

$$M_{1A} = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[ \left( 1 + \frac{S^2}{2\sigma^2} \right) J_0 \left( \frac{S^2}{4\sigma^2} \right) + \frac{S^2}{4\sigma^2} e^{-\frac{S^2}{4\sigma^2}} \right] = M_{1A}(S);$$

$$M_{2A} = 2\sigma^2 + S^2,$$

поэтому  $D_A = M_{2A} - M_{1A}^2 = 2\sigma^2 + S^2 - M_{1A}^2(S)$ .

Используя теоремы о дисперсии и математическом ожидании, в точке  $B$  имеем  $D_B = 6D_A$ ;  $M_{1B} = 4M_{1A}$ , а на выходе  $D_{\text{вых}} = \beta D_B$ ;  $M_{1\text{вых}} = \beta M_{1B}$ .

С учетом этого мощность смеси «сигнал/шум» на выходе системы

$$P_{\text{вых}} = \beta^2 \left[ 12\sigma^2 + 6S^2 - 6M_{1A}(S) + 16M_{1A}^2(S) \right] = \beta^2 \left[ 12\sigma^2 + 6S^2 + 10M_{1A}^2(S) \right].$$

Поскольку  $M_{1A}(S)|_{S=0} = \sigma\sqrt{\pi/2}$ , то  $\beta$  можно найти из условия одинакового уровня выходного шума, т. е.  $\beta^2 \left( 12\sigma^2 + 10\sigma^2 \frac{\pi}{2} \right) = 12\sigma^2$ , откуда  $\beta = \sqrt{\frac{12}{12+5\pi}}$ .

Мощность полезного сигнала  $P_{S \text{ вых}}$  на выходе определим как приращение суммарной мощности  $P_{\text{вых}}$  над выходной мощностью шума  $P_{N \text{ вых}} = 12\sigma^2$ :

$$P_{S \text{ вых}} = P_{\text{вых}} - P_{N \text{ вых}} = \frac{12}{12+5\pi} \left[ 12\sigma^2 + 6S^2 + 10M_{1A}^2(S) \right] - 12\sigma^2.$$

Для слабых сигналов  $q^2 \ll 1$ , поэтому

$$M_{1A}^2(S) \cong \sigma^2 \frac{\pi}{2} \left( 1 + \frac{S^2}{4\sigma^2} \right)^2. \quad (17)$$

С учетом (17) соотношение для нормированной к шуму выходной мощности полезного сигнала

$$\frac{P_{S \text{ вых}}}{\sigma^2} = 6q^2. \quad (18)$$

Для стохастической системы (см. рис. 6, а) второе слагаемое в выражении (16) равно нулю, поэтому  $\frac{P_{S \text{ вых}}}{\sigma^2} = q^2 \sum_{i=0}^r (\bar{a}_i^2 + \sigma_{a_i}^2)$ . Поскольку в этой системе  $\bar{a}_0 = 1$ ,  $\sigma_{a_0}^2 = 0$ ,  $\bar{a}_1 = 0$ ,  $\sigma_{a_1}^2 = 4$ ,  $\bar{a}_2 = 0$ ,  $\sigma_{a_2}^2 = 1$ , то

$$\frac{P_{S \text{ вых}}}{\sigma^2} = 6q^2. \quad (19)$$

Сравнивая (19) и (18), видим, что эффективность стохастической и детерминированной си-

стем для случая слабых сигналов одинакова. В то же время стохастическая система имеет преимущество перед детерминированной системой, заключающееся в постоянстве структуры как в зоне шума, так и в зоне помех (изменяются только ВК). Кроме того, при таком построении системы сохраняются постоянными систематическое смещение (задержка) и уровень шума на выходе.

### Результаты моделирования

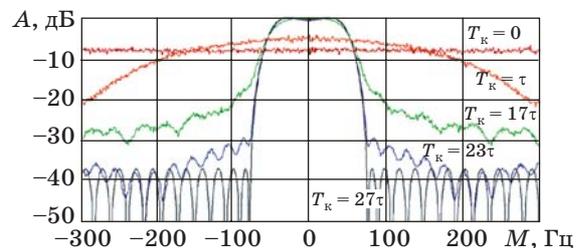
Реализация принципа стохастического обеления проверялась моделированием. В ходе моделирования применялся джиттер ВК стохастического РФ.

Результаты моделирования стохастического ЦФ 27-го порядка (рис. 7) относятся к случаю, в котором модули ВК получены вследствие синтеза ЦФ низких частот с детерминированными ВК.

Управление полосой режекции в этих ЦФ осуществляется ВК корреляции  $v_i$ , в частности изменением модулей  $|v_i|$  и знаков ВК. «Глубина» корреляции варьировалась от  $|v_i| = 0$ , когда амплитудно-частотная характеристика ЦФ становилась равномерной (случай «энергетически прозрачного» фильтра), до  $|v_{ij}| = 1$  с интервалом корреляции ВК  $T_k = (j-i)\tau = 27\tau$ , когда ЦФ выполнял свои основные функции фильтра нижних частот с «равновеликими пульсациями» в зоне режекции,  $\tau$  — интервал временного квантования, равный 1,66 нс. Параметр  $T_k$  варьировался от 0 до  $27\tau$ . Основные ВК ЦФ имели средние значения  $M_1\{a_i\}$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, 27$ , равные 0, т. е. являлись равномерно знакопеременными. Крайний случай  $T_k = 27\tau$  соответствовал синхронной смене знака всех 28 ВК по равновероятностному закону:  $P_- = P_+ = 1/2$ .

**Другие применения.** Открывается неожиданная взаимосвязь анализируемого метода с проблемой снижения заметности летательных аппаратов с управляемыми покрытиями и антенными системами в бортовых радарях.

Отраженный от совокупности  $N$  элементарных отражателей участка адаптивного покрытия



■ Рис. 7. Амплитудно-частотная характеристика стохастического ЦФ фильтра нижних частот при адаптации его полосы прозрачности путем управления корреляцией его ВК

сигнал  $\dot{e} = \sum_{i=1}^N \dot{a}_i \dot{x}_i$  является суперпозицией  $N$  отсчетов (случайного поля)  $\dot{x}_i, i = 1, \dots, N$ , взвешенных ВК отражений  $\dot{a}_i$ .

Мощность отраженного сигнала, определяющая величину эффективной поверхности рассеяния:

$$P_e = M_1 \{ \dot{e} \dot{e}^* \} = M_1 \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \dot{a}_i \dot{a}_j^* \dot{x}_i \dot{x}_j^* \right\}. \quad (20)$$

При фиксированной ориентации объекта (без параметрической накачки ВК)  $a_i$  можно считать постоянными, поэтому

$$P_e = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \dot{a}_i \dot{a}_j^* M_1 \{ \dot{x}_i \dot{x}_j^* \} = S_0 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \dot{a}_i \dot{a}_j^* \rho_{ij}, \quad (21)$$

где  $\rho_{ij}$  — корреляционные элементы;  $S_0$  — мощность входного сигнала;

$$M_1 \{ \dot{a}_i \dot{a}_j^* \} = M_1 \{ \dot{a}_i \} M_1 \{ \dot{a}_j^* \} + v_{ij} \sigma_i \sigma_j;$$

$$M_1 \{ a_i^2 \} = M_1^2 \{ a_i \} + \sigma_i^2.$$

При определенных фазовых соотношениях весовые коэффициенты  $a_i$  увеличивают либо уменьшают величину  $P_e$ , формируя изрезанность диаграммы обратного рассеяния защищаемого объекта. Ситуация, когда мощность  $P_e$  уменьшается, наиболее интересна, так как в этом случае снижается заметность летательного аппарата.

Противоположные знаки коэффициентов  $\dot{a}_i, \dot{a}_j$  нарушают условия когерентного суммирования слагаемых, в результате чего мощность обратного отражения  $P_e$  уменьшается. При детерминированных ВК увеличение или уменьшение эффективной поверхности рассеяния определяется только пространственной ориентацией объекта. При случайных ВК  $\dot{a}_i$  открываются дополнительные возможности, так как

$$P_e = S_0 K_P, \quad (22)$$

где

$$K_P = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N v_{ij} \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}}{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2}.$$

Сравнивая (22) с (21), можно сказать, что роль модулей ВК  $\dot{a}_i$  играют среднеквадратические значения  $\sigma_i$ , а роль произведения знаков коэффициентов  $\dot{a}_i \dot{a}_j^*$  — коэффициенты взаимной корреляции  $v_{ij}$ .

Особенностью полученного результата является то, что уровень отраженной мощности  $P_e$  в этом случае уже не зависит от ВК  $a_i$  (угловой

ориентации), а определяется исключительно стохастическими свойствами генератора рандомизирующей накачки параметров ВК.

В частности, при независимых ВК, ввиду того, что  $v_{ij} = 0$  для всех  $i \neq j$ , имеем  $P_e = S_0, K_P = 1$ , т. е. пространственный ЦФ становится энергетически «прозрачным», имея равномерную диаграмму обратного рассеяния. Коэффициент  $K_P$  для пространственного ЦФ с неуправляемыми ВК при  $a_i = a_j = 1$  равен  $\sqrt{N} \gg 1$ . Условный выигрыш в уменьшении  $P_e$  составляет  $\Delta S = 10 \lg N$  [дБ].

### Заключение

Полученные в настоящей статье результаты доказывают принципиальную возможность построения управляемых систем СДЦ на основе соблюдения принципа «стохастического обеления», обобщающего известный метод приведения небелого шума к белому для случая согласованной фильтрации на фоне коррелированных помех. Сформулирован принцип построения стохастических обеляющих фильтров со случайными весовыми коэффициентами  $a_i$ , в которых в целях сохранения структурно-канонической инвариантности и нормализации задержек по дальности, скорости и угловым координатам, стабилизации уровня шума введена корреляция весовых коэффициентов  $a_i$  при  $M_1 \{ a_i \} = 0$ .

Для пространственно-частотного аналога стохастического ЦФ отмечена неожиданная взаимосвязь с заметностью летательных аппаратов с управляемыми покрытиями и поверхностно распределенными антеннами, что важно для бортовых радаров. Обоснован принцип «стохастического обеления», расширяющий принцип обеления Уидроу — Урковица — Котельникова.

### Литература

1. **Справочник по радиолокации:** пер. с англ. В 4 т. / под общей ред. К. Н. Трофимова. Т. 3: Радиолокационные устройства и системы / под ред. А. С. Вилицкого. — М.: Сов. радио, 1978. — 528 с.
2. **Бакулев П. А., Степин В. М.** Методы и устройства селекции движущихся целей. — М.: Радио и связь, 1986. — 286 с.
3. **Горбунов Ю. Н.** Цифровые системы СДЦ и их оптимизация: монография. — М.: МГТУ МИРЭА, 2008. — 132 с.
4. **Монзинго Р. А., Миллер Т. У.** Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию: пер. с англ. — М.: Радио и связь, 1986. — 448 с.
5. **Граничин О. Н.** Рандомизированные алгоритмы в задачах обработки данных и принятии решений // Системное программирование. 2012. Вып. 6. С. 142–162.

6. **Граничин О. Н., Поляк Б. Т.** Рандомизированные алгоритмы оценивания и оптимизации при почти произвольных помехах. — М.: Наука, 2003. — 293 с.
7. **Амелин К. С.** Возможности рандомизации в алгоритме предсказания отклонения от курса беспилотного летательного аппарата при произвольных внешних помехах при наблюдении // *Стохастическая оптимизация в информатике*. 2011. Т. 7. С. 93–116.
8. **Граничин О. Н.** Неминимаксная фильтрация при ограниченных помехах в наблюдениях // *Автоматика и Телемеханика*. 2002. № 9. С. 125–133.
9. **Granichin O. N.** Linear Regression and Filtering under Nonstandart Assumptions (Arbitrary noise) // *IEEE Trans. on Automat. Contr.* 2004. Vol. 49. P. 1830–1835.
10. **Vakhitov A., Granichin O., Vlasov V.** Adaptive Control of SISO Plant with Time-Varyng Coefficients Based on Random Test Perturbation // *Prog. of the 2010 American Control Conf.*, 2010, June 30–July 02, Baltimore, MD, USA. P. 4004–4009.
11. **Candes E., Romberg J., Tao T.** Robust Uncertainty Principles: Exact Signal Reconstruction from Highly Incomplete Frequency Information // *IEEE Trans. Inform. Theory*. 2006. Vol. 52. N 2. P. 459–509.
12. **Тихонов Э. П.** Стохастический, пространственный аналого-цифровой преобразователь и его связь с нейронными структурами // *Информационно-управляющие системы*. 2007. № 1. С. 8–16.
13. **Пестряков В. Б.** Фазовые радиотехнические системы. — М.: Сов. радио, 1968. — 468 с.

UDC 621.396.96

doi:10.15217/issn1684-8853.2015.2.15

### Stochastic Whitewash of Passive Correlated Interference for the Optimization of Moving Target Selection Systems

Yu. N. Gorbunov<sup>a, b</sup>, Dr. Sc., Tech., Professor, Leading Researcher, gorbunov@ms.ire.rssi.ru<sup>a</sup>Fryazino Branch of Kotel'nikov Institute of Radio Engineering and Electronics of RAS, 1, Vvedensky Sq., 141190, Fryazino, Russian Federation<sup>b</sup>Moscow Institute of Radio Engineering, Electronics and Automation, 78, Vernadsky St., 119454, Moscow, Russian Federation

**Purpose:** When processing radar signals for suppressing passive correlated interference, the notch filter order can vary from the maximum value down to zero (filter off), resulting in the need for real-time alignment of the output noise level and the added phase and group delays. Another need is the minimization of the loss of a useful signal caused by mismatched filtering. The aim of the work is determining the conditions for target visibility in the system built on the basis of the canonical structure with random parameters. **Results:** The "stochastic whitewash" principle was grounded and formulated. A canonical structure was proposed for a stochastic filter with a permanent order, namely: a stochastic compensator for the interference zone and an energy-transparent stochastic filter for the noise zone. According to the efficiency characteristics (threshold characteristics of weak signal detection), the deterministic and stochastic systems were proven to be equivalent. **Practical relevance:** The obtained result will help to achieve a constant level of the output noise and false alarms, reducing the demands for the digit capacity of the signal processing system. With the space-frequency interpretation of the controlled coverage parameters modulation process, it will also help to reduce the aircraft visibility.

**Keywords** — Moving Target Selection, Passive Correlated Interference, Mismatched Filtering, Stochastic Whitewash, Improvement Factor.

#### References

1. *Radar Handbook*. Ed. by M. Skolnik. New York, McGraw-Hill, 1970. Vol. 3.
2. Bakoulev P. A., Stepin V. M. *Metody i ustroystva selektsii dvizhushchikhsia tselei* [Methods and Devices Moving Target]. Moscow, Radio i sviaz' Publ., 1986. 286 p. (In Russian).
3. Gorbunov Yu. N. *Tsifrovyye sistemy SDTs i ikh optimizatsiia* [Digital MTI System and Optimization]. Moscow, Moscow State Institute of Radio Engineering, Electronics and Automation Publ., 2008. 132 p. (In Russian).
4. Monzingo R. A., Miller T. W. *Introduction to Adaptive Arrays*. SciTechPubl., Inc., 2004. 544 p.
5. Granichin O. N. Randomized Algorithms in Problems of Data Processing and Decision Making. *Sistemnoe programirovaniye*, 2012, vol. 6, pp. 142–162 (In Russian).
6. Granichin O. N., Polyak B. T. *Randomizirovannyye algoritmy otsenivaniia i optimizatsii pri pochti proizvol'nykh pomekakh* [Randomized Algorithms for Estimation and Optimization for Almost Arbitrary Noise]. Moscow, Nauka Publ., 2003. 293 p. (In Russian).
7. Amelin K. S. Randomization Algorithm Predicting the Course Deviation Unmanned Aerial Vehicle for Arbitrary External Interference by Observing. *Stokhasticheskaiia optimizatsiia v informatike*, 2011, vol. 7, pp. 93–116 (In Russian).
8. Granichin O. N. Nonminimax Filtering with Limited Interference in the Observations. *Avtomatika i Telemekhanika*, 2002, no. 9, pp. 125–133 (In Russian).
9. Granichin O. N. Linear Regression and Filtering under Nonstandart Assumptions (Arbitrary noise). *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, 2004, vol. 49, pp. 1830–1835.
10. Vakhitov A., Granichin O., Vlasov V. Adaptive Control of SISO Plant with Time-Varyng Coefficients Based on Random Test Perturbation. *Prog. of the 2010 American Control Conf.*, 2010, June 30–July 02, Baltimore, MD, USA, pp. 4004–4009.
11. Candes E., Romberg J., Tao T. Robust Uncertainty Principles: Exact Signal Reconstruction from Highly Incomplete Frequency Information. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 2006, vol. 52, no. 2, pp. 459–509.
12. Tikhonov E. P. A Stochastic Spatial Analog-to-Digital Converter and its Relation with Neural Structures. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2007, no. 1, pp. 8–16 (In Russian).
13. Pestryakov V. B. *Fazovyye radiotekhnicheskie sistemy* [Phase Radio Systems]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1968. 468 p. (In Russian).