УДК 681.326.74.06
doi:10.15217/issn1684-8853.2017.1.31

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ КВАЗИОПТИМАЛЬНОЙ ГИБКОЙ ПРОГРАММЫ АНАЛИЗА ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ОБЪЕКТА

Е. В. Копкин[a]***,*** *доктор техн. наук, профессор*
Д. Н. Бородько[a]***,*** *канд. техн. наук, старший преподаватель*
К. Е. Пастухова[a]***,*** *курсант*
[a]*Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург, РФ*

Постановка проблемы: *оптимизация процессов анализа технического состояния сложных объектов на основе использования метода динамического программирования требует значительных вычислительных затрат, особенно при большой размерности таблицы состояний таких объектов.* ***Цель:*** *разработка алгоритма построения гибкой программы анализа технического состояния объекта, позволяющего получать близкий к оптимальному результат с меньшими вычислительными затратами по сравнению с методом динамического программирования.* ***Методы:*** *метод ветвей и границ, модифицированный авторами применительно к процессу анализа технического состояния объекта, с использованием в качестве показателя оптимизации предложенной академиком А. А. Харкевичем меры семантической полезности информации, получаемой при выполнении проверок диагностических признаков, представленных в виде интервалов на вещественной числовой оси, имеющих равномерный закон распределения.* ***Результаты:*** *при построении квазиоптимального алгоритма на каждом шаге функционирования программы необходимо выбирать для проверки такой диагностический признак, которому соответствует максимальное значение верхней границы семантической полезности получаемой информации. Для вычисления верхней границы оптимизируемого показателя использовалось известное свойство меры Харкевича, заключающееся в том, что значение этой меры будет наибольшим при максимальном различии вероятностей исходов проверок диагностических признаков. Разработанный алгоритм представлен в виде последовательных шагов, позволяющих определить минимальную совокупность диагностических признаков, проверки которых обеспечивают распознавание каждого из заданных технических состояний объекта с максимальной в среднем семантической полезностью получаемой диагностической информации. Представлен пример реализации разработанного алгоритма, иллюстрирующий сущность предлагаемого подхода.* ***Практическая значимость:*** *разработанный алгоритм может быть использован при создании специального математического обеспечения автоматизированных комплексов анализа технического состояния сложных объектов.*

Ключевые слова *— техническое состояние объекта, гибкая программа анализа, метод ветвей и границ, семантическая полезность информации.*

Введение

Задачи, возникающие при анализе технического состояния (ТС) объектов, в основном заключаются в том, чтобы достичь цели (распознать конкретное состояние объекта) наилучшим в смысле выбранного показателя качества образом.

Анализируемый объект может случайным образом оказаться в одном из множества искомых состояний. Существует ряд путей достижения цели, исходящих из начального состояния процесса анализа. При разных методах построения формируются разные варианты диагностических процедур для одного и того же объекта. Для выбора наилучшего из этих вариантов используются различные критерии.

Метод динамического программирования обеспечивает получение строго оптимальной в смысле выбранного критерия гибкой программы анализа ТС объекта. Однако при этом требуется выполнять значительный объем вычислений, который стремительно возрастает по мере увеличения числа распознаваемых ТС объекта и числа проверок в нем.

Таким образом, не всегда целесообразно, а иногда и просто невозможно получить строго оптимальную программу анализа, поскольку затраты на оптимизацию превосходят достигаемый при этом выигрыш. В этих условиях оказывается более выгодным построение достаточно «хороших» в определенном смысле программ анализа, в которых близкое к оптимальному решение получается при сравнительно меньших вычислительных затратах. Снижение затрат на синтез таких программ достигается в основном использованием более простых и более экономичных в вычислительном отношении критериев и методов оптимизации. Хотя при этом, возможно, и не достигается строгий оптимум, но в целом синтезированная программа оказывается «почти оптимальной» и обеспечивает заданное качество анализа. Такие программы, базирующиеся на использовании метода ветвей и границ, называются квазиоптимальными.

К настоящему времени на основе метода ветвей и границ разработан ряд алгоритмов построения квазиоптимальных гибких программ анализа (ГПА) ТС объектов [1–4], у которых в качестве целевой функции используются средние затраты и средняя информативность, а диагностические признаки имеют дискретную и непрерывную форму представления. Между тем использование для построения ГПА предложенного академиком А. А. Харкевичем показателя полезности (ценности) информации позволяет существенно сократить ее семантическую избыточность, под которой понимается не избыток смыслового содержания получаемых сообщений, а бесполезность некоторых из них для раскрытия этого содержания. Однако алгоритм построения ГПА по данному показателю разработан только в рамках метода динамического программирования [5]. Поэтому разработка алгоритма построения квазиоптимальной ГПА по критерию максимума семантической полезности информации на основе использования метода ветвей и границ представляется актуальной и практически значимой задачей.

Математическая постановка задачи

Для решения задачи воспользуемся диагностической моделью [6] для важного и актуального случая использования при контроле непрерывных диагностических признаков. Эта модель представляется в виде двух упорядоченных множеств

$$M_{\text{о}} = \left\langle S, \Pi, L, \Phi \right\rangle;$$
$$M_{\text{п}} = \left\langle S, \Omega, P, \hat{\Pi} \right\rangle, \quad (1)$$

первое из которых является моделью объекта анализа, а второе — моделью процесса определения технического состояния объекта, т. е. процесса анализа.

Модель (1) содержит следующие элементы: $S = \left\{ S_i \mid i = \overline{1,m} \right\}$ — множество ТС, в одном из которых может находиться проверяемый объект; $\hat{\Pi} = \left\{ \hat{\pi}_j \mid j = \overline{1,n} \right\}$ — множество проверок, взаимно однозначно соответствующее множеству $\Pi = \left\{ \pi_j \mid j = \overline{1,n} \right\}$ диагностических признаков, на котором все ТС $S_i \in S$ попарно различимы, т. е. $\hat{\pi}_j \in \hat{\Pi}$ есть проверка соответствующего признака $\pi_j \in \Pi$; $L = \left\{ l_{ij} \mid i = \overline{1,m};\ j = \overline{1,n} \right\}$ — множество равномерно распределенных на вещественной числовой оси интервалов l_{ij}, каждый из которых характеризует возможный разброс значений j-го признака в i-м ТС; Φ: $S \times \Pi \to L$ — отображение, устанавливающее связь между элементами множеств L, S и Π, согласно которому $l_{ij} = \Phi(S_i,\ \pi_j)$, $S_i \in S$, $\pi_j \in \Pi$; $\Omega = \{R \mid R \subseteq S\}$ — алгебра событий, заданных на множестве S, в которой элементы R играют роль информационных состояний (ИС) моделируемого процесса анализа; $P = \{P(R) \mid R \in \Omega\}$ — вероятностная мера, заданная на множестве Ω. Физически каждое ИС $R \in \Omega$ означает подмножество «подозреваемых» ТС, в одном из которых находится объект. Различают начальное ИС $R = S$, промежуточные $R \subset S$ и конечные состояния $R = S_i \left(i = \overline{1,m} \right)$. Каждое из конечных ИС содержит единственное «подозреваемое» состояние S_i, которое воспринимается как опознанное i-е ТС объекта. В дальнейшем конечные ИС будем обозначать $R_i = S_i \left(i = \overline{1,m} \right)$, а все остальные (неконечные) — $R_k \subseteq S$ ($k = m+1,\ m+2,\ \ldots$).

Функционирование гибкой диагностической процедуры заключается в получении и анализе информации о состоянии наблюдаемого (проверяемого) объекта. При этом процесс анализа последовательно переходит из одного ИС $R_k \in \Omega$ в другое, содержащее меньшее число элементов S_i. Процесс переходов завершается при достижении одного из конечных состояний $R_i \left(i = \overline{1,m} \right)$, содержащих единственное состояние S_i, воспринимаемое как опознанное. Описанным процессом можно управлять, целенаправленно выбирая в каждом неконечном состоянии $R_k \subseteq S$ проверку $\hat{\pi}_j$, которая должна принадлежать множеству $\hat{\Pi}_k$ допустимых в данном состоянии R_k проверок, определяемому из условия

$$\hat{\pi}_j \in \hat{\Pi}_k, \text{если } \left(\exists\, S_i, S_f \in R_k \right) : \left(l_{ij} \cap l_{fj} = \varnothing \right). \quad (2)$$

Переход от одного состояния R_k к другому осуществляется с помощью отображения

$$\hat{\pi}_j :\ R_k \to R_{kj}^{v} \left(v = \overline{1, \omega_{kj}} \right), \quad (3)$$

где ω_{kj} — число исходов проверки $\hat{\pi}_j$, выполненной в ИС R_k; v — порядковый номер исхода;

$$R_{kj}^{v} = \left\{ S_i \middle| S_i \in R_k, y_j \in \Delta_{kj}^{v} \right\}; \Delta_{kj}^{v} = \bigcap_{\left\{ i:\, S_i \in R_{kj}^{v} \right\}} l_{ij}.$$

Результатом выполнения отображения (3), т. е. исходом проверки $\hat{\pi}_j$, выполняемой в состоянии R_k, является событие, заключающееся в попадании измеренного значения y_j признака π_j в подынтервал Δ_{kj}^{v} с вероятностью $P\left(y_j \in \Delta_{kj}^{v} \right)$, которую можно определить по формуле

$$P\left(y_j \in \Delta_{kj}^{v} \right) = P_k\left(\hat{\pi}_j^{v} \right) = \frac{\left| \Delta_{kj}^{v} \right|}{\left| \nabla_{kj} \right|}, \quad (4)$$

где $\left| \Delta_{kj}^{v} \right|$ и $\left| \nabla_{kj} \right| = \left| \bigcup_{\left\{ i:\, S_i \in R_k \right\}} l_{ij} \right|$ — длины соответствующих подынтервалов.

Составляемую программу будем представлять в виде ориентированного графа G, имеющего одну антитупиковую (начальную) вершину и m тупиковых (конечных) вершин, обозначающих распознаваемые состояния объекта. Промежуточными вершинами графа являются ИС процесса анализа, а дугами — возможные исходы проверок признаков в этих состояниях. Граф G состоит из ветвей $G_r \in U$ (r — порядковый номер ветви, U — множество всех ветвей), каждая из которых приводит к распознаванию конкретного ТС $S_i\left(i=\overline{1,m}\right)$.

Задача синтеза квазиоптимальной ГПА заключается в отыскании упорядоченных подмножеств $\Pi_r \in \Pi$ диагностических признаков, каждое из которых обеспечивает распознавание i-го ТС объекта. При этом на каждом шаге функционирования ГПА выбирается такая проверка из числа допустимых в рассматриваемом состоянии $R_k \subseteq S$, чтобы в совокупности выбранное конечное число проверок обеспечивало достижение каждого конечного состояния $R_i \in \Omega_i$ (i: $S_i \in R_k$) наилучшим в смысле выбранного критерия образом.

Алгоритм построения ГПА

В основу предлагаемого алгоритма положен принцип выбора наилучшего из возможных направлений поиска ТС, в котором находится объект, на основе метода ветвей и границ. В качестве критерия для выбора наилучшей проверки на каждом шаге ветвления используется максимум верхней границы полезности (ВГП) информации для любой части составляемой программы.

Сущность метода ветвей и границ при синтезе ГПА заключается в том, что в начальном ИС $R_k=S$ и в каждом из последующих состояний $R_k \subset S$ выбирается для проверки такой признак $\pi_j \in \Pi$, которому соответствует максимальное значение ВГП получаемой информации.

Верхнюю границу полезности, соответствующую выбираемому в ИС $R_k \subset S$ признаку π_j, обозначим через $J_k^{\text{в}}\left(\pi_j\right)$ и будем вычислять ее значение по формуле

$$J_k^{\text{в}}\left(\pi_j\right)=\sum_{v=1}^{\omega_{kj}} P_k\left(\hat{\pi}_j^v\right)\times$$
$$\times\left[\omega_{kj}\log_2 P_k\left(\hat{\pi}_j^v\right)-\log_2\prod_{v=1}^{\omega_{kj}} P_k\left(\hat{\pi}_j^v\right)+\tilde{J}_{kj}^v\right], \quad (5)$$

где $\tilde{J}_{kj}^v$ — оценка ВГП информации, связанная с реализацией R_{kj}^v-подпрограммы, под которой понимается часть G_{kj}^v графа G, получаемая выделением в нем любой вершины $R_{kj}^v \subset S$ вместе с выходящими из нее путями и множеством вершин, достижимых из состояния R_{kj}^v, в том числе и конечных вершин $R_i, i: S_i \in R_{kj}^v$. Вершина R_{kj}^v будет соответствовать начальному ИС, а выходящие из нее пути — ветвям R_{kj}^v-подпрограммы.

Следует отметить, что для конечных ИС $R_i=S_i\left(i=\overline{1,m}\right)$ значение $\tilde{J}_{kj}^v=0$.

Формулу (5) можно представить и в другом виде, более удобном для расчетов, а именно:

$$J_k^{\text{в}}\left(\pi_j\right)=\sum_{v=1}^{\omega_{kj}}\log_2 P_k\left(\hat{\pi}_j^v\right)\left[\omega_{kj}P_k\left(\hat{\pi}_j^v\right)-1\right]+$$
$$+\sum_{v=1}^{\omega_{kj}} P_k\left(\hat{\pi}_j^v\right)\tilde{J}_{kj}^v. \quad (6)$$

Условие для получения искомых подмножеств Π_r можно записать в следующем виде:

$$\pi_j \in \Pi_r, \text{ если } J_k^{\text{в}}\left(\pi_j\right)=\max_{\pi_s\in\Pi_k}\left\{J_k^{\text{в}}\left(\pi_s\right)\right\}. \quad (7)$$

Построение ГПА заключается в выполнении ряда последовательных шагов.

Шаг 1. Выполним первую проверку $\hat{\pi}_j \in \hat{\Pi}_k$ в начальном ИС $R_k=S$ и согласно отображению (3) получим ее исходы $R_{kj}^v, v=\overline{1,\omega_{kj}}$ (в начальном ИС все проверки являются допустимыми). По формуле (4) определим вероятности $P_k\left(\hat{\pi}_j^v\right)$ этих исходов.

Шаг 2. Для каждого исхода $R_{kj}^v\left(v=\overline{1,\omega_{kj}}\right)$ определим оценку $\tilde{J}_{kj}^v$ ВГП информации, получаемой при выполнении дальнейших проверок.

2.1. Если ИС R_{kj}^v является конечным, т. е. $R_{kj}^v=R_i=S_i\left(i=\overline{1,m}\right)$, то $\tilde{J}_{kj}^v=0$.

2.2. Если ИС R_{kj}^v состоит только из двух элементов, т. е. $R_{kj}^v=\left\{S_i, S_f \middle| i,f=\overline{1,m}; i\neq f\right\}$, то сформируем для него из условия (2) подмножество $\hat{\Pi}_{kj}^v$ допустимых проверок и значение $\tilde{J}_{kj}^v$ определим по формуле

$$\tilde{J}_{kj}^v=\max_{\hat{\pi}_s\in\hat{\Pi}_{kj}^v}\left\{\left[P_{kj}^v\left(\hat{\pi}_s^1\right)-P_{kj}^v\left(\hat{\pi}_s^2\right)\right]\log_2\frac{P_{kj}^v\left(\hat{\pi}_s^1\right)}{P_{kj}^v\left(\hat{\pi}_s^2\right)}\right\}, \quad (8)$$

где $P_{kj}^v\left(\hat{\pi}_s^1\right)$ и $P_{kj}^v\left(\hat{\pi}_s^2\right)$ — вероятности исходов проверки $\hat{\pi}_s \in \hat{\Pi}_{kj}^v$, выполненной в ИС R_{kj}^v, вычисляемые по формуле, аналогичной (4), а именно:

$$P_{kj}^v\left(\hat{\pi}_s^u\right)=\frac{\left|\left(\Delta_{kj}^v\right)_s^u\right|}{\left|\left(\nabla_{kj}^v\right)_s\right|}, \quad (9)$$

где $\left|\left(\Delta_{kj}^v\right)_s^u\right|=\left|\bigcap_{\left\{i:S_i\in\left(R_{kj}^v\right)_s^u\right\}} l_{is}\right|$; $\left|\left(\nabla_{kj}^v\right)_s\right|=\left|\bigcup_{\left\{i:S_i\in R_{kj}^v\right\}} l_{is}\right|$.

2.3. Если ИС R_{kj}^v состоит из трех и более элементов, тогда:

2.3.1) определим для ИС R_{kj}^v по условию (2) множество допустимых проверок $\hat{\Pi}_{kj}^v \subset \hat{\Pi}$;

2.3.2) выполним проверки $\hat{\pi}_s \in \hat{\Pi}_{kj}^v$ в ИС R_{kj}^v и получим их исходы $\left(R_{kj}^v\right)_s^u$ в соответствии с отображением (3), т. е. $\hat{\pi}_s : R_{kj}^v \to \left(R_{kj}^v\right)_s^u, u=\overline{1, \omega_{kjs}}$;

2.3.3) по формуле (9) вычислим вероятности $P_{kj}^v\left(\hat{\pi}_s^u\right)$ исходов проверок $\hat{\pi}_s$, выполненных в ИС R_{kj}^v;

2.3.4) основываясь на известном свойстве меры Харкевича, заключающемся в том, что ее значение будет тем больше, чем сильнее отличаются между собой вероятности исходов проверки, введем в рассмотрение вспомогательную переменную γ_s, значение которой будем определять по формуле

$$\gamma_s = \sum_{u=1}^{\omega_{kjs}} \left(P_{kj}^v\left(\hat{\pi}_s^u\right) - \frac{1}{\omega_{kjs}} \right)^2. \qquad (10)$$

Выберем проверку $\hat{\pi}_w$, для которой выполняется условие

$$\hat{\pi}_w = \arg \max_{s:\hat{\pi}_s \in \hat{\Pi}_{kj}^v} \left\{\gamma_s\right\}; \qquad (11)$$

2.3.5) для проверки $\hat{\pi}_w \in \hat{\Pi}_{kj}^v$, выбранной по условию (11), определим приближенные вероятности $P_{kj}^v\left(S_i\right)$ технических состояний $S_i \in R_{kj}^v$, являющихся конечными элементами R_{kj}^v-подпрограммы, по формуле

$$P_{kj}^v\left(S_i\right) = \sum_{u=1}^{\omega_{kjw}} \frac{1}{\tau_w^u} P_{kj}^v\left(\hat{\pi}_w^u\right), i : S_i \in \left(R_{kj}^v\right)_w^u, \qquad (12)$$

где $\tau_w^u = \mathrm{card}\left(R_{kj}^v\right)_w^u$ — мощность множества $\left(R_{kj}^v\right)_w^u$, т. е. число входящих в его состав ТС S_i;

2.3.6) определим оценку ВГП информации для R_{kj}^v-подпрограммы, получающейся при выполнении в ИС R_{kj}^v проверки $\hat{\pi}_w \in \hat{\Pi}_{kj}^v$, используя формулу

$$\tilde{J}_{kj}^v = \sum_{i:S_i \in R_{kj}^v} \log_2 P_{kj}^v\left(S_i\right)\left[\tau_{kj}^v P_{kj}^v\left(S_i\right) - 1\right], \qquad (13)$$

где $\tau_{kj}^v = \mathrm{card}\, R_{kj}^v$.

Шаг 3. Выполним операции, описанные на шаге 2, для оставшихся нерассмотренными неконечных исходов R_{kj}^v и для каждого из них определим оценку ВГП $\tilde{J}_{kj}^v$.

Шаг 4. По формуле (6) определим ВГП $J_k^{\text{в}}\left(\pi_j\right)$ проверки $\hat{\pi}_j$, выполненной в начальном ИС $R_k = S$.

Шаг 5. Выполним шаги 2, 3 и 4 для оставшихся нерассмотренными проверок $\hat{\pi}_j$ и определим для них значения ВГП $J_k^{\text{в}}\left(\pi_j\right)$.

Шаг 6. По условию (7) выберем оптимальную проверку.

Шаг 7. Применим выбранную оптимальную проверку $\hat{\pi}_j$ к начальному ИС $R_k = S$ и получим ее исходы $R_{kj}^v \left(v = \overline{1, \omega_{kj}}\right)$.

Шаг 8. Для каждого из неконечных ИС R_{kj}^v выполним шаги 1–6 и определим оптимальные проверки в этих состояниях.

Выполнение алгоритма продолжается до получения всех конечных состояний. После этого можно построить ГПА ТС объекта в виде ориентированного графа G.

Чтобы рассчитать среднюю полезность синтезированной программы, воспользуемся формулой [5]

$$\bar{J}(G) = \sum_{R_k \in \Omega_k} P\left(R_k\right) \sum_{v=1}^{\omega_{kj}} P_k\left(\hat{\pi}_j^v\right) \times$$
$$\times \left[\omega_{kj} \log_2 P_k\left(\hat{\pi}_j^v\right) - \log_2 \prod_{v=1}^{\omega_{kj}} P_k\left(\hat{\pi}_j^v\right) \right], \qquad (14)$$

где $P(R_k)$ — вероятности ИС R_k, входящих в состав ГПА.

Для определения вероятностей $P(R_k)$, фигурирующих в формуле (14), обозначим через G_r^k ветвь, переводящую процесс анализа из начального состояния в некоторое промежуточное ИС R_k, а через Π_r^k — упорядоченное по очередности их проверки подмножество признаков, проверяемых при реализации этой ветви. Тогда вероятность $P\left(G_r^k\right)$ реализации этой ветви можно вычислить по формуле

$$P\left(G_r^k\right) = \prod_{\pi_j \in \Pi_r^k} P_k\left(\hat{\pi}_j^v\right), v = \overline{1, \omega_{kj}}, \qquad (15)$$

а значения вероятностей $P(R_k)$ — по формуле

$$P\left(R_k\right) = \sum_r P\left(G_r^k\right). \qquad (16)$$

Вычислительные затраты на реализацию предложенного алгоритма получаются значительно меньше, чем у алгоритма, описанного в работе [5], который составлен на основе метода динамического программирования.

Пример реализации алгоритма

Пусть в виде табл. 1 заданы множества $S = \left\{S_i \mid i = \overline{1,5}\right\}$, $\Pi = \left\{\pi_j \mid j = \overline{1,5}\right\}$ и $L = \left\{l_{ij} \mid i = \overline{1,5}; j = \overline{1,5}\right\}$ (табл. 1). По этим исходным данным методом ветвей и границ составим квазиоптимальную по критерию максимума семантической полезности получаемой информации ГПА.

Решение: Определим верхнюю границу полезности для каждой из проверок, выполняемых в начальном состоянии $R_{1-5} = S$, и выберем из них

■ ***Таблица 1.*** Таблица состояний объекта анализа

ТС S_i	Диагностические признаки π_j				
	π_1	π_2	π_3	π_4	π_5
S_1	(–1,5; 0,5)	(–0,5; 0,2)	(–0,6; –0,2)	(0,0; 5,0)	(3,0; 4,0)
S_2	(–0,5; 1,5)	(0,0; 0,3)	(–0,2; 0,8)	(2,0; 6,0)	(2,0; 2,8)
S_3	(1,0; 2,5)	(–0,7; –0,3)	(0,4; 1,2)	(4,0; 6,0)	(3,2; 3,6)
S_4	(1,5; 3,5)	(–0,5; 0,0)	(0,0; 0,8)	(7,0; 10,0)	(2,6; 3,0)

оптимальную. В начальном ИС допустимы все проверки $\hat{\pi}_1, \ldots, \hat{\pi}_5$. Например, проверка $\hat{\pi}_5$, согласно отображению (3), дает следующие исходы:

$$\hat{\pi}_5 : R_{1-5} \to \begin{cases} R_{1-5;5}^1 = \{S_2\} = R_2, \\ \text{если } y_5 \in (2{,}0;\, 2{,}6) = \Delta_{1-5;5}^1; \\ R_{1-5;5}^2 = \{S_2, S_4, S_5\} = R_{2,4,5}, \\ \text{если } y_5 \in (2{,}6;\, 2{,}8) = \Delta_{1-5;5}^2; \\ R_{1-5;5}^3 = \{S_4, S_5\} = R_{4,5}, \\ \text{если } y_5 \in (2{,}8;\, 3{,}0) = \Delta_{1-5;5}^3; \\ R_{1-5;5}^4 = \{S_1, S_5\} = R_{1,5}, \\ \text{если } y_5 \in (3{,}0;\, 3{,}2) = \Delta_{1-5;5}^4; \\ R_{1-5;5}^5 = \{S_1, S_3, S_5\} = R_{1,3,5}, \\ \text{если } y_5 \in (3{,}2;\, 3{,}4) = \Delta_{1-5;5}^5; \\ R_{1-5;5}^6 = \{S_1, S_3\} = R_{1,3}, \\ \text{если } y_5 \in (3{,}4;\, 3{,}6) = \Delta_{1-5;5}^6; \\ R_{1-5;5}^7 = \{S_1\} = R_1, \\ \text{если } y_5 \in (3{,}6;\, 4{,}0) = \Delta_{1-5;5}^7. \end{cases}$$

По формуле (4) определим вероятности этих исходов:

$$\left|\nabla_{1-5;5}\right| = \left|\bigcup_{v=1}^{7} \Delta_{1-5;5}^v\right| = 2;$$

$$P_{1-5}(\hat{\pi}_5^v) = \frac{\left|\Delta_{1-5;5}^v\right|}{\left|\nabla_{1-5;5}\right|} = \begin{cases} \dfrac{0{,}6}{2} = 0{,}3\,(v=1); \\ \dfrac{0{,}2}{2} = 0{,}1\,\left(v = \overline{2{,}6}\right); \\ \dfrac{0{,}4}{2} = 0{,}2\,(v=7). \end{cases}$$

Для каждого неконечного исхода $R_{1-5;5}^v \left(v = \overline{2{,}6}\right)$ определим оценку $\tilde{J}_{1-5;5}^v$ ВГП информации, получаемой при реализации $R_{1-5;5}^v$-подпрограмм. Поскольку ИС $R_{1-5;5}^1$ и $R_{1-5;5}^7$ являются конечными, то $\tilde{J}_{1-5;5}^1 = \tilde{J}_{1-5;5}^7 = 0$.

Состояния $R_{1-5;5}^v$ $(v = 3,\ 4,\ 6)$ содержат по два элемента, поэтому для вычисления значений $\tilde{J}_{1-5;5}^v$ $(v = 3,\ 4,\ 6)$ будем использовать формулу (8).

Например, в ИС $R_{1-5;5}^6 = \{S_1,\, S_3\}$ допустимые проверки составляют множество $\hat{\Pi}_{1-5;5}^6 = \{\hat{\pi}_1,\, \hat{\pi}_3\}$. Определим исходы этих проверок и их вероятности.

Проверка $\hat{\pi}_1$ имеет следующие исходы:

$$\hat{\pi}_1 : R_{1-5;5}^6 \to \begin{cases} \left(R_{1-5;5}^6\right)_1^1 = \{S_1\}, \\ \text{если } y_1 \in (-1{,}5;\, 0{,}5) = \left(\Delta_{1-5;5}^6\right)_1^1; \\ \left(R_{1-5;5}^6\right)_1^2 = \{S_3\}, \\ \text{если } y_1 \in (1{,}0;\, 2{,}5) = \left(\Delta_{1-5;5}^6\right)_1^2. \end{cases}$$

Используя формулу (9), определим

$$\left|\left(\nabla_{1-5;5}^6\right)_1\right| = \left|\left(\Delta_{1-5;5}^6\right)_1^1 \bigcup \left(\Delta_{1-5;5}^6\right)_1^2\right| = 3{,}5;$$

$$P_{1-5;5}^6\left(\hat{\pi}_1^1\right) = \frac{\left|\left(\Delta_{1-5;5}^6\right)_1^1\right|}{\left|\left(\nabla_{1-5;5}^6\right)_1\right|} = \frac{2{,}0}{3{,}5} = 0{,}571;$$

$$P_{1-5;5}^6\left(\hat{\pi}_1^2\right) = \frac{\left|\left(\Delta_{1-5;5}^6\right)_1^2\right|}{\left|\left(\nabla_{1-5;5}^6\right)_1\right|} = \frac{1{,}5}{3{,}5} = 0{,}429.$$

Выполним аналогичные расчеты для проверки $\hat{\pi}_3$:

$$P_{1-5;5}^6\left(\hat{\pi}_3^1\right) = 0{,}333;\quad P_{1-5;5}^6\left(\hat{\pi}_3^2\right) = 0{,}667.$$

Подставим полученные значения в формулу (8) и вычислим

$$\tilde{J}_{1-5;5}^6 = \max_{\hat{\pi}_s \in \hat{\Pi}_{1-5;5}^6 = \{\hat{\pi}_1,\, \hat{\pi}_3\}} \left\{\left[P_{1-5;5}^6\left(\hat{\pi}_s^1\right) - P_{1-5;5}^6\left(\hat{\pi}_s^2\right)\right] \times \right.$$

$$\left. \times \log_2 \frac{P_{1-5;5}^6\left(\hat{\pi}_s^1\right)}{P_{1-5;5}^6\left(\hat{\pi}_s^2\right)}\right\} = \max\begin{Bmatrix} 0{,}059 \\ 0{,}333 \end{Bmatrix} = 0{,}333.$$

Аналогичным образом определим, что $\tilde{J}_{1-5;5}^3 = 0{,}333$; $\tilde{J}_{1-5;5}^4 = 0{,}567$.

Рассмотрим теперь ИС $R_{1-5;5}^2$ и $R_{1-5;5}^5$, состоящие из трех элементов, и определим для них величины $\tilde{J}_{1-5;5}^2$ и $\tilde{J}_{1-5;5}^5$.

Для ИС $R_{1-5;5}^2 = \{S_2,\, S_4,\, S_5\}$ допустимые проверки составляют подмножество $\hat{\Pi}_{1-5;5}^2 = \{\hat{\pi}_1,$

$\hat{\pi}_2,\ \hat{\pi}_3,\ \hat{\pi}_4\}$. Выполним проверку $\hat{\pi}_2$ и определим ее исходы и их вероятности:

$$\hat{\pi}_2 : R^2_{1-5;5} \to \begin{cases} \left(R^2_{1-5;5}\right)^1_2 = \{S_4\}, \\ \text{если } y_2 \in (-0,5;-0,1) = \left(\Delta^2_{1-5;5}\right)^1_2; \\ \left(R^2_{1-5;5}\right)^2_2 = \{S_4, S_5\}, \\ \text{если } y_2 \in (-0,1;0,0) = \left(\Delta^2_{1-5;5}\right)^2_2; \\ \left(R^2_{1-5;5}\right)^3_2 = \{S_2, S_5\}, \\ \text{если } y_2 \in (0,0;0,1) = \left(\Delta^2_{1-5;5}\right)^3_2; \\ \left(R^2_{1-5;5}\right)^4_2 = \{S_2\}, \\ \text{если } y_2 \in (0,1;0,3) = \left(\Delta^2_{1-5;5}\right)^4_2; \end{cases}$$

$$P^2_{1-5;5}\left(\hat{\pi}^1_2\right) = 0,5;\ \ P^2_{1-5;5}\left(\hat{\pi}^2_2\right) = 0,125;$$

$$P^2_{1-5;5}\left(\hat{\pi}^3_2\right) = 0,125;\ \ P^2_{1-5;5}\left(\hat{\pi}^4_2\right) = 0,25.$$

По формуле (10) вычислим вспомогательную переменную γ_2, характеризующую разброс этих вероятностей от среднего значения:

$$\gamma_2 = \sum_{u=1}^{4}\left(P^2_{1-5;5}\left(\hat{\pi}^u_2\right) - \frac{1}{4}\right)^2 = 0,094.$$

Выполнив аналогичные вычисления для проверок $\hat{\pi}_1, \hat{\pi}_3$ и $\hat{\pi}_4$, рассчитаем значения соответствующих вспомогательных переменных: $\gamma_1 = 0,042$; $\gamma_3 = 0,073$; $\gamma_4 = 0,028$.

В соответствии с условием (11) выберем проверку $\hat{\pi}_2$. По формуле (12) вычислим приближенные вероятности ТС S_i ($i = 2,\ 4,\ 5$), являющихся конечными элементами $R^2_{1-5;5}$-подпрограммы, начинающейся с проверки $\hat{\pi}_2$:

$$P^2_{1-5;5}(S_2) = P^2_{1-5;5}\left(\hat{\pi}^4_2\right) + \frac{1}{2}P^2_{1-5;5}\left(\hat{\pi}^3_2\right) = 0,3125;$$

$$P^2_{1-5;5}(S_4) = P^2_{1-5;5}\left(\hat{\pi}^1_2\right) + \frac{1}{2}P^2_{1-5;5}\left(\hat{\pi}^2_2\right) = 0,5625;$$

$$P^2_{1-5;5}(S_5) = \frac{1}{2}P^2_{1-5;5}\left(\hat{\pi}^2_2\right) + \frac{1}{2}P^2_{1-5;5}\left(\hat{\pi}^3_2\right) = 0,125.$$

Теперь вычислим оценку ВГП информации, получаемой при реализации $R^2_{1-5;5}$-подпрограммы, начинающейся с проверки $\hat{\pi}_2$, используя формулу (13):

$$\tilde{J}^2_{1-5;5} = \sum_{i=2,4,5} \log_2 P^2_{1-5;5}(S_i)\left[3P^2_{1-5;5}(S_i) - 1\right] = 1,409.$$

Аналогичным образом рассчитаем значение оценки ВГП информации для $R^5_{1-5;5}$-подпрограммы: $\tilde{J}^5_{1-5;5} = 1,806$.

Подставим полученные значения $\tilde{J}^v_{1-5;5}\left(v = \overline{1,7}\right)$ в формулу (6) и рассчитаем ВГП информации, получаемой при выполнении в начальном состоянии R_{1-5} проверки $\hat{\pi}_5$:

$$J^{\text{в}}_{1-5}(\pi_5) = \sum_{v=1}^{7} \log_2 P_{1-5}\left(\hat{\pi}^v_5\right)\left[7P_{1-5}\left(\hat{\pi}^v_5\right) - 1\right] + \\ + \sum_{v=1}^{7} P_{1-5}\left(\hat{\pi}^v_5\right)\tilde{J}^v_{1-5;5} = 2,588.$$

Выполнив аналогичные вычисления для проверок $\hat{\pi}_j\left(j = \overline{1,4}\right)$, определим соответствующие значения $J^{\text{в}}_{1-5}\left(\pi_j\right)$:

$$J^{\text{в}}_{1-5}(\pi_1) = 1,51;\ \ J^{\text{в}}_{1-5}(\pi_2) = 1,835;$$

$$J^{\text{в}}_{1-5}(\pi_3) = 1,061;\ \ J^{\text{в}}_{1-5}(\pi_4) = 1,981.$$

По условию (7) для проверки в начальном ИС R_{1-5} выберем признак π_5.

Для каждого из неконечных исходов проверки $\hat{\pi}_5$, выполненной в ИС R_{1-5}, определим наиболее полезные диагностические признаки, действуя аналогичным образом.

Процесс построения ГПА завершим после достижения всех конечных состояний. Основываясь на полученных результатах, построим ГПА в виде ориентированного графа (рисунок).

Упорядоченные по очередности проверки подмножества $\Pi_r\ \left(r = \overline{1,16}\right)$, каждое из которых обеспечивает распознавание i-го ТС объекта, приведены в табл. 2.

Рассчитаем среднюю полезность построенной ГПА, используя формулу (14). Сначала определим вероятности неконечных ИС R_k, являющихся элементами данной программы, используя формулы (15) и (16):

$$P(R_{1-5}) = 1,0;\ \ P\left(R_{2,4,5}\right) = P_{1-5}\left(\hat{\pi}^2_5\right) = 0,1;$$

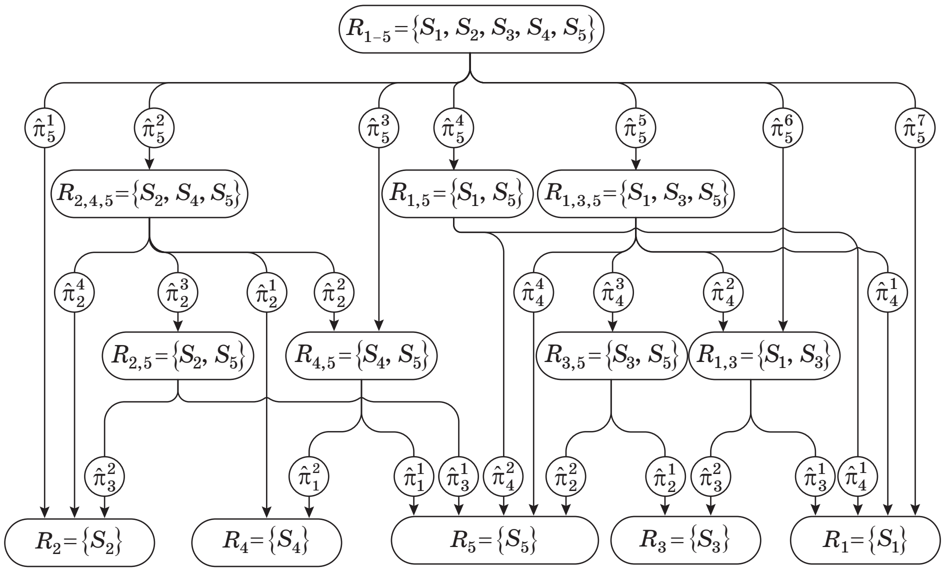
$$P\left(R_{4,5}\right) = P_{1-5}\left(\hat{\pi}^3_5\right) + P_{1-5}\left(\hat{\pi}^2_5\right)\cdot P_{2,4,5}\left(\hat{\pi}^2_2\right) = 0,1125;$$

$$P\left(R_{1,5}\right) = P_{1-5}\left(\hat{\pi}^4_5\right) = 0,1;\ \ P\left(R_{1,3,5}\right) = P_{1-5}\left(\hat{\pi}^5_5\right) = 0,1;$$

$$P\left(R_{2,5}\right) = P_{1-5}\left(\hat{\pi}^2_5\right)\cdot P_{2,4,5}\left(\hat{\pi}^3_2\right) = 0,0125;$$

$$P\left(R_{3,5}\right) = P_{1-5}\left(\hat{\pi}^5_5\right)\cdot P_{1,3,5}\left(\hat{\pi}^3_4\right) = 0,0143;$$

$$P\left(R_{1,3}\right) = P_{1-5}\left(\hat{\pi}^6_5\right) + P_{1-5}\left(\hat{\pi}^5_5\right)\cdot P_{1,3,5}\left(\hat{\pi}^2_4\right) = 0,1143.$$



■ Квазиоптимальная по критерию максимума полезности получаемой информации ГПА ТС объекта

■ ***Таблица 2.*** Наборы признаков, необходимых для распознавания ТС объекта

Π_r для ТС				
S_2	S_4	S_5	S_3	S_1
$\Pi_1=\{\pi_5\}$	$\Pi_4=\{\pi_5, \pi_2\}$	$\Pi_6=\{\pi_5, \pi_2, \pi_1\}$	$\Pi_{11}=\{\pi_5, \pi_4, \pi_2\}$	$\Pi_{13}=\{\pi_5, \pi_4, \pi_3\}$
$\Pi_2=\{\pi_5, \pi_2\}$	$\Pi_5=\{\pi_5, \pi_1\}$	$\Pi_7=\{\pi_5, \pi_2, \pi_3\}$	$\Pi_{12}=\{\pi_5, \pi_4, \pi_3\}$	$\Pi_{14}=\{\pi_5, \pi_4\}$
$\Pi_3=\{\pi_5, \pi_2, \pi_3\}$		$\Pi_8=\{\pi_5, \pi_4\}$		$\Pi_{15}=\{\pi_5, \pi_4\}$
		$\Pi_9=\{\pi_5, \pi_4\}$		$\Pi_{16}=\{\pi_5\}$
		$\Pi_{10}=\{\pi_5, \pi_4, \pi_2\}$		

Теперь подставим полученные значения в формулу (14) и вычислим

$$\bar J(G)=1{,}0\sum_{v=1}^{7}P_{1-5}\left(\hat\pi_5^v\right)\left[7\log_2 P_{1-5}\left(\hat\pi_5^v\right)-\log_2\prod_{v=1}^{7}P_{1-5}\left(\hat\pi_5^v\right)\right]+$$

$$+0{,}1\sum_{v=1}^{4}P_{2,4,5}\left(\hat\pi_2^v\right)\left[4\log_2 P_{2,4,5}\left(\hat\pi_2^v\right)-\log_2\prod_{v=1}^{4}P_{2,4,5}\left(\hat\pi_2^v\right)\right]+$$

$$+0{,}1125\sum_{v=1}^{2}P_{4,5}\left(\hat\pi_1^v\right)\left[2\log_2 P_{4,5}\left(\hat\pi_1^v\right)-\log_2\prod_{v=1}^{2}P_{4,5}\left(\hat\pi_1^v\right)\right]+$$

$$+0{,}1\sum_{v=1}^{2}P_{1,5}\left(\hat\pi_4^v\right)\left[2\log_2 P_{1,5}\left(\hat\pi_4^v\right)-\log_2\prod_{v=1}^{2}P_{1,5}\left(\hat\pi_4^v\right)\right]+$$

$$+0{,}1\sum_{v=1}^{4}P_{1,3,5}\left(\hat\pi_4^v\right)\left[4\log_2 P_{1,3,5}\left(\hat\pi_4^v\right)-\log_2\prod_{v=1}^{4}P_{1,3,5}\left(\hat\pi_4^v\right)\right]+$$

$$+0{,}0125\sum_{v=1}^{2}P_{2,5}\left(\hat\pi_3^v\right)\left[2\log_2 P_{2,5}\left(\hat\pi_3^v\right)-\log_2\prod_{v=1}^{2}P_{2,5}\left(\hat\pi_3^v\right)\right]+$$

$$+0{,}0143\sum_{v=1}^{2}P_{3,5}\left(\hat\pi_2^v\right)\left[2\log_2 P_{3,5}\left(\hat\pi_2^v\right)-\log_2\prod_{v=1}^{2}P_{3,5}\left(\hat\pi_2^v\right)\right]+$$

$$+0{,}1143\sum_{v=1}^{2}P_{1,3}\left(\hat\pi_3^v\right)\left[2\log_2 P_{1,3}\left(\hat\pi_3^v\right)-\log_2\prod_{v=1}^{2}P_{1,3}\left(\hat\pi_3^v\right)\right]=2{,}7399.$$

Данное значение средней полезности информации, получаемой при функционировании составленной программы, можно сравнить с аналогичным значением, рассчитанным для программы, синтезированной методом динамического программирования.

Заключение

Разработанный алгоритм позволяет распознавать все заданные технические состояния объекта, используя при этом наиболее эффективные в смысле выбранного критерия диагностические признаки.

Для проверки эффективности разработанного алгоритма на основе тех же исходных данных была синтезирована оптимальная программа анализа ТС объекта методом динамического программирования. Она оказалась идентичной программе, представленной на рисунке. При этом вычислительные затраты на синтез программы методом ветвей и границ оказались на 28 % меньше, чем при использовании метода динамического программирования. Таким образом, можно сделать вывод о том, что представленный в статье научно-методический аппарат можно использовать при разработке специального математического обеспечения программно-аппаратных комплексов автоматизированной обработки и анализа измерительной информации, используемых для мониторинга состояния сложных организационно-технических систем как для решения задач контроля правильности их функционирования, так и при поиске дефектов в них с заданной глубиной.

Литература

1. **Дмитриев А. К., Мальцев П. А.** Основы теории построения и контроля сложных систем. — Л.: Энергоатомиздат, 1988. — 192 с.
2. **Дмитриев А. К., Мышко В. В.** Синтез гибкой программы контроля технического состояния объекта по информационному показателю // Изв. вузов. Приборостроение. 1998. Т. 41. № 5. С. 36–46.
3. **Дмитриев А. К., Копкин Е. В.** Синтез гибкой квазиоптимальной программы диагностирования технического объекта при использовании непрерывных диагностических признаков // Изв. вузов. Приборостроение. 1999. Т. 42. № 7. С. 3–12.
4. **Дмитриев А. К., Копкин Е. В., Павлов С. Б.** Алгоритм построения квазиоптимальной программы диагностирования технического объекта по информационному критерию // Изв. вузов. Приборостроение. 2001. Т. 44. № 9. С. 3–11.
5. **Дмитриев А. К., Копкин Е. В.** Построение информационно-поисковой системы по критерию максимума полезности получаемой информации // Авиакосмическое приборостроение. 2003. № 6. С. 46–51.
6. **Дмитриев А. К., Копкин Е. В.** Оптимизация сетевых структур диагностирования технических объектов на основе принципа максимума Понтрягина // Автоматика и вычислительная техника. 2004. № 5. С. 3–18.

UDC 681.326.74.06
doi:10.15217/issn1684-8853.2017.1.31

Algorithm for Constructing a Quasi-Optimal Flexible Program for Analysis of Technical State of an Object

Kopkin E. V.[a], Dr. Sc., Tech., Professor, kopkins@mail.ru
Borod'ko D. N.[a], PhD, Tech., Senior Lecturer, borodkodenis@yandex.ru
Pastukhova K. E.[a], Cadet, shapowa.cristina@yandex.ru
[a]A. F. Mozhaiskii Military Space Academy, 13, Zhdanovskaia St., 197198, Saint-Petersburg, Russian Federation

Introduction: The optimization of analyzing the technical state of complex objects using dynamic programming requires considerable computational expenditure, especially when the state table of such objects is large. **Purpose:** We develop an algorithm for constructing a flexible program which would analyze the technical state of an object. This algorithm should allow you to obtain a result close to the optimum, with smaller computational expenditure as compared to dynamic programming. **Methods:** We use the branch-and-bound method, having modified it for the object state analysis. As an optimization criterion, we use the measure of semantic usefulness of information (proposed by A.A.Kharkevich) obtained when you check diagnostic signs presented as intervals on a real numerical axis with a uniform distribution law. **Results:** When developing a quasi-optimal algorithm, on each step of the program operation you have to choose a diagnostic sign for checking, which would be corresponded by the maximum value of the upper bound of semantic usefulness of the obtained information. To calculate the upper bound of an optimized index, we used the well known property of Kharkevich's measure: it reaches its highest value when the probabilities of the diagnostic sign check results are maximally different. The developed algorithm is presented in the form of sequential steps allowing you to define the minimum set of diagnostic signs whose checks provide the recognition of each of the given technical states of the object with the highest average semantic usefulness of the obtained diagnostic information. We provide an example of implementing the developed algorithm, illustrating the gist of the proposed approach. **Practical relevance:** The proposed algorithm can be used in the development of special software for automated systems of analyzing the technical state of complex objects.

Keywords — Technical State of an Object, Flexible Analysis Program, Branch-and-Bound Method, Semantic Usefulness of Information.

References

1. Dmitriev A. K., Mal'tsev P. A. *Osnovy teorii postroeniia i kontrolia slozhnykh system* [Basic Theory of Construction and Control of Complex Systems]. Leningrad, Energoatomizdat Publ., 1988. 120 p. (In Russian).
2. Dmitriev A. K., Mishko V. V. The Synthesis of Flexible Control Program of Object Product Availability by Information Index. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Priborostroenie*, 1998, vol. 41, no. 5, pp. 36–46 (In Russian).
3. Dmitriev A. K., Kopkin E. V. The Synthesis of Flexible Quasi-Optimal Programm for Technical Object Diagnosing Using the Continuous Diagnostic Signs. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Priborostroenie*, 1999, vol. 42, no. 7, pp. 3–12 (In Russian).
4. Dmitriev A. K., Kopkin E. V., Pavlov S. B. Construction Algorithm of Quasi-Optimal Program for Technical Object Diagnosing by Information Criterion. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Priborostroenie*, 2001, vol. 44, no. 9, pp. 3–11 (In Russian).
5. Dmitriev A. K., Kopkin E. V. The Construction of an Information Retrieval System According to the Criterion of Maximum Usefulness of the Information Obtained. *Aviakosmicheskoe priborostroenie*, 2003, no. 6, pp. 46–51 (In Russian).
6. Dmitriev A. K., Kopkin E. V. Optimization of Network Structures for Technical Object Diagnostics on the Basis of Pontryagin's Maximum Principle. *Avtomatika i vychislitel'naya tekhnika*, 2004, no. 5, pp. 3–18 (In Russian).