

УДК 621.391

doi:10.15217/issn1684-8853.2018.3.10

# СИНТЕЗ ДИСКРЕТНЫХ ФИЛЬТРОВ МЕТОДОМ ИНВАРИАНТНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

С. И. Зиатдинов<sup>а</sup>, доктор техн. наук, профессор

Л. А. Осипов<sup>а</sup>, доктор техн. наук, профессор

Ю. В. Соколова<sup>а</sup>, аспирант

<sup>а</sup>Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Б. Морская ул., 67, Санкт-Петербург, 190000, РФ

**Введение:** при создании таких систем обработки информации, как доплеровские измерители скорости и ускорения, системы селекции движущихся целей, радиовысотомеры с частотной модуляцией несущего сигнала, согласованные устройства обнаружения и оценки параметров объектов, используются разнообразные фильтры, синтезируемые методами билинейного  $z$ -преобразования, инвариантных импульсной и переходной характеристик. **Цель:** создание методики синтеза дискретных фильтров с использованием дифференциальных уравнений непрерывных фильтров-аналогов. **Результаты:** в общем виде для получения разностных уравнений, описывающих работу синтезируемых дискретных фильтров, производные дифференциальных уравнений заменяются аналогами в виде разностных уравнений. Приведена таблица с весовыми коэффициентами фильтров различных порядков. Расчеты показали, что при правильном выборе периода дискретности частотные свойства синтезированных фильтров практически совпадают с частотными свойствами соответствующих непрерывных фильтров. В качестве примера получены разностные уравнения для фильтров нижних и верхних частот, колебательных звеньев, режекторных и селективных фильтров на основе известных дифференциальных уравнений непрерывных фильтров-аналогов, которые могут быть использованы в измерителях скорости, дальности, углового положения объекта. **Практическая значимость:** предложенная методика позволяет создать разнообразные линейные системы, такие как фильтры нижних и верхних частот, колебательные звенья, режекторные и селективные фильтры, используемые во всевозможных системах обработки информации.

**Ключевые слова** — фильтр, дифференциальное уравнение, разностное уравнение, частотная передаточная функция.

**Цитирование:** Зиатдинов С. И., Осипов Л. А., Соколова Ю. В. Синтез дискретных фильтров методом инвариантных дифференциальных уравнений // Информационно-управляющие системы. 2018. № 3. С. 10–16. doi:10.15217/issn1684-8853.2018.3.10

**Citation:** Ziatdinov S. I., Osipov L. A., Sokolova Y. V. Synthesis of Discrete Filters by Invariant Differential Equations. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2018, no. 3, pp. 10–16 (In Russian). doi:10.15217/issn1684-8853.2018.3.10

## Введение

В настоящее время в связи с интенсивным развитием вычислительной техники и появлением высокоэффективных цифровых устройств, таких как микропроцессоры, микроконтроллеры, сигнальные процессоры, наибольшее распространение получили цифровые методы обработки видеосигналов. Для повышения качества изображений, подавления помех и шумов широко используются разнообразные фильтры нижних и верхних частот, полосовые и режекторные фильтры. При этом к временным и частотным свойствам фильтров в зависимости от решаемых задач предъявляются в каждом конкретном случае специфические требования.

Вопросы построения дискретных фильтров с заданными временными и частотными характеристиками в литературе достаточно хорошо исследованы [1–7]. Для синтеза дискретных фильтров по их непрерывным аналогам используются как частотные, так и временные методы [8]. В основе частотных методов лежит применение

билинейного  $z$ -преобразования, позволяющего по заданной частотной передаточной функции непрерывного фильтра разработать дискретный фильтр, частотные свойства которого практически совпадают с частотными свойствами непрерывного фильтра-аналога.

В случае синтеза дискретных фильтров во временной области используется либо метод инвариантной импульсной характеристики, либо метод инвариантной переходной характеристики [9–14]. Оба метода основаны на применении для создания дискретных фильтров отсчетов импульсной или переходной характеристик непрерывного фильтра-аналога.

Вместе с тем возможен метод синтеза дискретных фильтров на основе дифференциальных уравнений, описывающих работу непрерывных фильтров.

В литературе данному методу практически не уделено должного внимания. Однако использование дифференциальных уравнений позволяет сравнительно легко получать алгоритмы работы практически любых дискретных фильтров.

**Синтез дискретных фильтров**

В самом общем виде линейная система (фильтр)  $n$ -порядка описывается следующим линейным дифференциальным уравнением [15, 16]:

$$\begin{aligned}
 & a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_n y(t) = \\
 & = b_0 \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_m x(t), \\
 & \qquad \qquad \qquad m \leq n, \qquad (1)
 \end{aligned}$$

где  $x(t)$ ,  $y(t)$  — входной и выходной сигналы системы;  $a_i$ ,  $b_i$  — весовые коэффициенты.

Производные в соотношении (1) можно представить в виде

$$\begin{aligned}
 \frac{dy(t)}{dt} &= \lim_{T \rightarrow 0} \frac{y(t) - y(t-T)}{T}; \\
 \frac{dx(t)}{dt} &= \lim_{T \rightarrow 0} \frac{x(t) - x(t-T)}{T}; \\
 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} &= \lim_{T \rightarrow 0} \frac{\frac{dy(t)}{dt} - \frac{dy(t-T)}{dt}}{T}; \\
 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} &= \lim_{T \rightarrow 0} \frac{\frac{dx(t)}{dt} - \frac{dx(t-T)}{dt}}{T}; \\
 & \dots\dots \\
 \frac{d^n y(t)}{dt^n} &= \lim_{T \rightarrow 0} \frac{\frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} - \frac{d^{n-1} y(t-T)}{dt^{n-1}}}{T}; \\
 \frac{d^m x(t)}{dt^m} &= \lim_{T \rightarrow 0} \frac{\frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} - \frac{d^{m-1} x(t-T)}{dt^{m-1}}}{T}. \qquad (2)
 \end{aligned}$$

В дальнейшем будем считать, что за время  $T$  не происходит заметных изменений ни функций  $x(t)$ ,  $y(t)$ , ни их производных.

Тогда соотношения (2) можно заменить приближенными разностными уравнениями

$$\begin{aligned}
 \frac{dy(t)}{dt} &\approx \frac{y(t) - y(t-T)}{T}; \quad \frac{dx(t)}{dt} \approx \frac{x(t) - x(t-T)}{T}; \\
 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} &\approx \frac{y(t) - 2y(t-T) + y(t-2T)}{T^2}; \\
 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} &\approx \frac{x(t) - 2x(t-T) + x(t-2T)}{T^2}; \\
 & \dots\dots \\
 \frac{d^n y(t)}{dt^n} &\approx T^{-n} \sum_{i=0}^n c_i y(t-iT);
 \end{aligned}$$

$$\frac{d^m x(t)}{dt^m} \approx T^{-m} \sum_{i=0}^m c_i x(t-iT). \qquad (3)$$

Значения весовых коэффициентов разностных уравнений, соответствующих производным различных порядков, представлены в таблице.

С учетом соотношений (3) дифференциальное уравнение линейной системы (1) записывается в виде конечных разностей

$$\begin{aligned}
 & a_0 T^{-n} \sum_{i=0}^n c_i y(t-iT) + \\
 & + a_1 T^{-(n-1)} \sum_{i=0}^{n-1} p_i y(t-iT) + \dots + a_n y(t) = \\
 & = b_0 T^{-m} \sum_{i=0}^m k_i x(t-iT) + \\
 & + b_1 T^{-(m-1)} \sum_{i=0}^{m-1} d_i x(t-iT) + \dots + b_m x(t). \qquad (4)
 \end{aligned}$$

В данном выражении весовые коэффициенты  $c_i$  соответствуют  $n$ -й производной;  $p_i$  соответствуют  $(n-1)$ -й производной;  $k_i$  соответствуют  $m$ -й производной;  $d_i$  соответствуют  $(m-1)$ -й производной и т. д.

Из соотношения (4) находим выходной сигнал фильтра

$$\begin{aligned}
 y(t) &= a_n^{-1} \left[ b_0 T^{-m} \sum_{i=0}^m k_i x(t-iT) + \right. \\
 & + b_1 T^{-(m-1)} \sum_{i=0}^{m-1} d_i x(t-iT) + \dots + b_m x(t) - \\
 & - a_0 T^{-n} \sum_{i=0}^n c_i y(t-iT) - a_1 T^{-(n-1)} \sum_{i=0}^{n-1} p_i y(t-iT) \times \\
 & \left. \times (t-iT) - \dots - a_{n-1} T^{-1} \sum_{i=0}^1 l_i y(t-iT) \right]. \qquad (5)
 \end{aligned}$$

- Значения весовых коэффициентов
- Values of weighting factors

n	c <sub>i</sub>									
	c <sub>0</sub>	c <sub>1</sub>	c <sub>2</sub>	c <sub>3</sub>	c <sub>4</sub>	c <sub>5</sub>	c <sub>6</sub>	c <sub>7</sub>	c <sub>8</sub>	c <sub>9</sub>
1	1	-1								
2	1	-2	1							
3	1	-3	3	-1						
4	1	-4	6	-4	1					
5	1	-5	10	-10	5	-1				
6	1	-6	15	-20	15	-6	1			
7	1	-7	21	-35	35	-21	7	-1		
8	1	-8	28	-56	70	-56	28	-8	1	
9	1	-9	36	-84	126	-126	84	-36	9	-1

При дискретном представлении входного и выходного сигналов фильтра, когда  $t = iT$ , работа дискретного фильтра на основании (5) определяется выражением

$$y[n] = a_n^{-1} \left\{ b_0 T^{-m} \sum_{i=0}^m k_i x[n-i] + b_1 T^{-(m-1)} \sum_{i=0}^{m-1} d_i x[n-i] + \dots + b_m x[n] - a_0 T^{-n} \sum_{i=0}^n c_i y[n-i] - a_1 T^{-(n-1)} \sum_{i=0}^{n-1} p_i y[n-i] - \dots - a_{n-1} T^{-1} \sum_{i=0}^1 l_i y[n-i] \right\}. \quad (6)$$

Данное соотношение определяет алгоритм работы дискретного фильтра  $n$ -порядка.

### Примеры синтеза дискретных фильтров

Рассмотрим ряд конкретных примеров.

#### 1. Фильтр нижних частот третьего порядка.

Частотная передаточная функция непрерывного фильтра и его дифференциальное уравнение имеют вид [7]

$$W(j\omega) = 1 / [1 + (j\omega\tau)^3]; \quad \tau^3 \frac{d^3 y(t)}{dt^3} + y(t) = x(t),$$

где  $\tau$  — постоянная времени фильтра.

После замены в дифференциальном уравнении третьей производной ее разностным эквивалентом (третья строчка в таблице) получим следующее разностное уравнение дискретного фильтра нижних частот третьего порядка:

$$y[n] = \frac{1}{1+a} x[n] + \frac{a}{1+a} \{3y[n-1] - 3y[n-2] + y[n-3]\}, \quad (7)$$

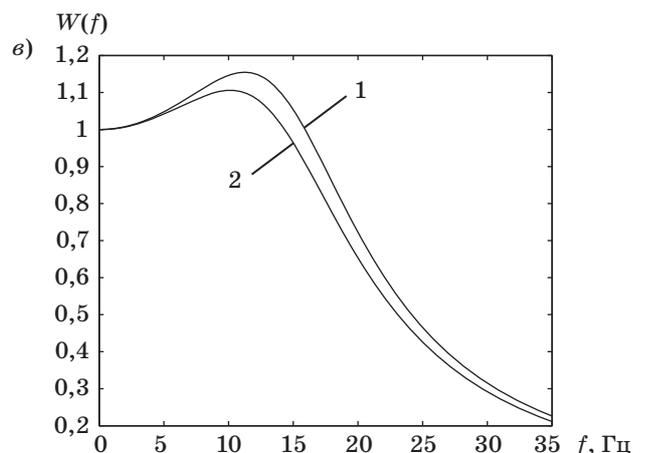
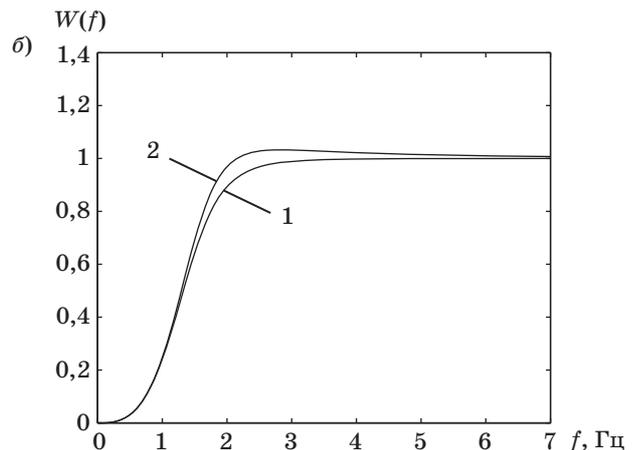
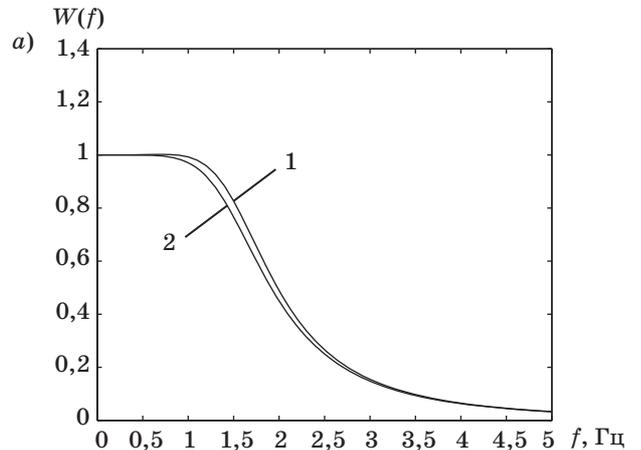
где  $a = (\tau/T)^3$ .

Выражение (7) позволяет записать амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) рассматриваемого фильтра в виде

$$W(\omega) = \frac{1}{1+a} \sqrt{\left[ 1 - \frac{a}{1+a} (3\cos\omega T - 3\cos 2\omega T + \cos 3\omega T) \right]^2 + \left[ \frac{a}{1+a} (3\sin\omega T - 3\sin 2\omega T + \sin 3\omega T) \right]^2}$$

Результаты расчета АЧХ рассматриваемого непрерывного и дискретного фильтров для случая  $a = (\tau/T)^3 = 10^3$  приведены на рис. 1, а.

Из представленных АЧХ фильтров видно, что отклонение АЧХ фильтров не превышает 0,5 дБ.



■ **Рис. 1.** Амплитудно-частотные характеристики непрерывного 1 и дискретного 2 фильтра нижних частот (а); фильтра верхних частот (б); колебательного контура (в)

■ **Fig. 1.** AFC of a continuous 1 and discrete 2 LPF (a); HPF (б); oscillatory circuit (в)

2. *Фильтр верхних частот третьего порядка.*

В данном случае частотная передаточная функция и дифференциальное уравнение описываются соотношениями [7]

$$W(j\omega) = (j\omega\tau)^3 / [1 + (j\omega\tau)^3];$$

$$\tau^3 \frac{d^3 y(t)}{dt^3} + y(t) = \tau^3 \frac{d^3 x(t)}{dt^3}.$$

Применяя ранее представленную методику, получим для дискретного фильтра разностное уравнение вида

$$y[n] = \frac{a}{1+a} \{x[n] - 3x[n-1] + 3x[n-2] - x[n-3] - 3y[n-1] + 3y[n-2] - y[n-3]\}.$$

Тогда АЧХ рассматриваемого фильтра запишется следующим образом:

$$W(\omega) = \frac{a}{1+a} \sqrt{\frac{(1 - 3\cos\omega T + 3\cos 2\omega T - \cos 3\omega T)^2 + (3\sin\omega T - 3\sin 2\omega T + \sin 3\omega T)^2}{\left[1 - \frac{a}{1+a}(3\cos\omega T - 3\cos 2\omega T + \cos 3\omega T)\right]^2 + \left[\frac{a}{1+a}(3\sin\omega T - 3\sin 2\omega T + \sin 3\omega T)\right]^2}}.$$

Амплитудно-частотные характеристики непрерывного и дискретного исследуемых фильтров для случая  $a = (\tau/T)^3 = 10^3$  приведены на рис. 1, б. При этом отклонение АЧХ данных фильтров не превышает 0,7 дБ.

Рассмотрим синтез более сложных линейных систем методом инвариантных дифференциальных уравнений.

3. *Последовательный колебательный контур.*

Для данной линейной системы частотная передаточная функция и дифференциальное уравнение определяются соотношениями [7]

$$W(j\omega) = 1 / [(j\omega)^2 LC + j\omega rC + 1];$$

$$LC \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + rC \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t),$$

где  $L, C, r$  — индуктивность, емкость и сопротивление потерь колебательного контура соответственно.

Заменив в дифференциальном уравнении вторую и первую производные их разностными выражениями (вторая и первая строчки таблицы), получим следующее разностное уравнение, опре-

деляющее работу дискретного колебательного контура:

$$y[n] = a_0 x[n] + b_1 y[n-1] - b_2 y[n-2],$$

где

$$a_0 = 1 / \left(1 + \frac{LC}{T^2} + \frac{rC}{T}\right);$$

$$b_1 = \left(\frac{2LC}{T^2} + \frac{rC}{T}\right) / \left(1 + \frac{LC}{T^2} + \frac{rC}{T}\right);$$

$$b_2 = LCT^{-2} / \left(1 + \frac{LC}{T^2} + \frac{rC}{T}\right).$$

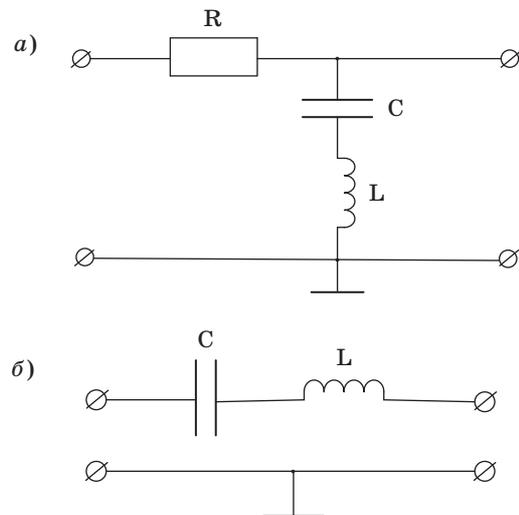
Амплитудно-частотная характеристика рассматриваемого колебательного контура имеет вид

$$W(\omega) = \frac{a_0}{\sqrt{\left((1 - b_1 \cos\omega T + b_2 \cos 2\omega T)^2 + (b_1 \sin\omega T - b_2 \sin 2\omega T)^2\right)}}.$$

Амплитудно-частотные характеристики непрерывного и дискретного последовательного колебательного контура для случая  $a_0 = 0,009$ ,  $b_1 = 1,8919$  и  $b_2 = 0,9009$  показаны на рис. 1, в. Из представленных данных следует, что отличие указанных АЧХ не превышает 0,7 дБ.

4. *Режекторный фильтр.*

Существует большое количество схемотехнических решений режекторных фильтров. Пусть режекторный фильтр строится на базе последовательного колебательного контура. Схема такого фильтра приведена на рис. 2, а.



■ **Рис. 2.** Схема режекторного (а) и полосового (б) фильтров  
 ■ **Fig. 2.** Scheme of the notch (a) and band (б) filters

Опуская промежуточные выкладки, запишем частотную передаточную функцию и дифференциальное уравнение данного фильтра в виде

$$W(j\omega) = [(j\omega)^2 LC + j\omega rC + 1] / [(j\omega)^2 LC + j\omega C(r + R) + 1];$$

$$\begin{aligned} LC \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + C(R+r) \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \\ = LC \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + Cr \frac{dx(t)}{dt} + x(t), \end{aligned}$$

где  $R$  — сопротивление входного резистора.

Разностное уравнение и АЧХ режекторного фильтра записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} y[n] = a_0 x[n] + a_1 x[n-1] + a_2 x[n-2] + \\ + b_1 y[n-1] - b_2 y[n-2]; \end{aligned}$$

$$W(\omega) = \sqrt{\frac{(a_0 - a_1 \cos \omega T + a_2 \cos 2\omega T)^2 + (a_1 \sin \omega T - a_2 \sin 2\omega T)^2}{(1 - b_1 \cos \omega T + b_2 \cos 2\omega T)^2 + (b_1 \sin \omega T - b_2 \sin 2\omega T)^2}},$$

где

$$a_0 = \left( \frac{LC}{T^2} + \frac{rC}{T} + 1 \right) / \left( \frac{LC}{T^2} + \frac{C(r+R)}{T} + 1 \right);$$

$$a_1 = \left( \frac{2LC}{T^2} + \frac{rC}{T} \right) / \left( \frac{LC}{T^2} + \frac{C(r+R)}{T} + 1 \right);$$

$$a_2 = \frac{LC}{T^2} / \left( \frac{LC}{T^2} + \frac{C(r+R)}{T} + 1 \right);$$

$$b_1 = \left( \frac{2LC}{T^2} + \frac{C(R+r)}{T} \right) / \left( \frac{LC}{T^2} + \frac{C(R+r)}{T} + 1 \right);$$

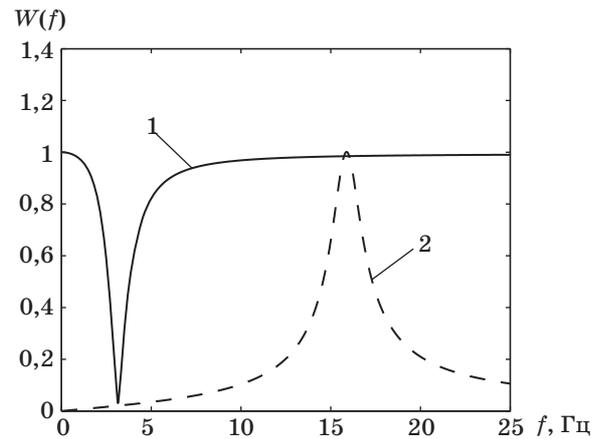
$$b_2 = \frac{LC^{-1}}{T^2} / \left( \frac{LC}{T^2} + \frac{C(R+r)}{T} + 1 \right).$$

Амплитудно-частотная характеристика режекторного фильтра для весовых коэффициентов  $a_0 = 0,9877$ ,  $a_1 = 1,9745$ ,  $a_2 = 0,9873$ ,  $b_1 = 1,9869$  и  $b_2 = 0,9873$  показана на рис. 3 сплошной линией. Из характеристики видно, что на частоте режекции коэффициент передачи практически равен  $-30$  дБ.

#### 5. Селективный фильтр.

В основу схемотехнического решения селективного фильтра положен последовательный колебательный фильтр (рис. 2, б).

В рассматриваемом случае частотная передаточная функция, дифференциальное уравнение, разностное уравнение и АЧХ фильтра имеют вид



■ Рис. 3. Амплитудно-частотные характеристики режекторного 1 и селективного 2 фильтра

■ Fig. 3. AFC of the notch 1 and selective 2 filter

$$W(j\omega) = j\omega C / [(j\omega)^2 LC + j\omega rC + 1];$$

$$LC \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + Cr \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = C \frac{dx(t)}{dt};$$

$$y[n] = a(x[n] + x[n-1]) + b_1 y[n-1] - b_2 y[n-2];$$

$$W(\omega) = \sqrt{\frac{(a - a \cos \omega T)^2 + (a \sin \omega T)^2}{(1 - b_1 \cos \omega T + b_2 \cos 2\omega T)^2 + (b_1 \sin \omega T - b_2 \sin 2\omega T)^2}},$$

где  $a = \frac{C}{T}$ ;  $b_1 = \left( \frac{2LC}{T^2} + \frac{Cr}{T} \right) / \left( \frac{LC}{T^2} + \frac{Cr}{T} + 1 \right)$ ;  $b_2 = \frac{LC}{T^2}$ .

Амплитудно-частотная характеристика селективного фильтра для весовых коэффициентов  $a = 0,0099$ ,  $b_1 = 1,9802$  и  $b_2 = 0,9901$  показана на рис. 3 пунктирной линией. Можно отметить достаточно хорошее совпадение АЧХ непрерывного и дискретного фильтров.

#### Заключение

Разработанная методика инвариантных дифференциальных уравнений позволяет синтезировать разнообразные дискретные линейные системы: фильтры нижних и верхних частот, колебательные звенья, режекторные и селективные фильтры — на основе известных дифференциальных уравнений непрерывных фильтров-аналогов с использованием разностных уравнений. Частотные свойства синтезированных дискретных фильтров при правильном выборе периода дискретности практически совпадают с частотными свойствами соответствующих непрерывных фильтров.

## Литература

1. Воробьев С. Н. Цифровая обработка сигналов. — М.: Академия, 2013. — 318 с.
2. Голд Б., Рейдер Ч. Цифровая обработка сигналов. — М.: Сов. радио, 1973. — 367 с.
3. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов. — СПб.: БХВ-Петербург, 2015. — 756 с.
4. Зиятдинов С. И. Анализ линейных систем на основе переходных характеристик // Информационно-управляющие системы. 2016. № 2. С. 104–106. doi:10.15217/issn1684-8853.2016.2.104
5. Зиятдинов С. И. Синтез рекурсивных дискретных фильтров во временной области // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2016. № 3. С. 3–6.
6. Зиятдинов С. И., Аграновский А. В., Осипов Л. А. Синтез комплексного фильтра с заданной передаточной функцией // Изв. вузов. Приборостроение. 2016. Т. 59. № 7. С. 542–546.
7. Зиятдинов С. И. Синтез нерекурсивных дискретных фильтров во временной области // Информационно-управляющие системы. 2016. № 5. С. 98–101. doi:10.15217/issn1684-8853.2016.5.98
8. Оппенгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов. — М.: Техносфера, 2006. — 855 с.
9. Зиятдинов С. И., Соколова Ю. В. Анализ комплексных фильтров на основе переходных характеристик // Изв. вузов. Приборостроение. 2017. Т. 60. № 7. С. 641–646.
10. Зиятдинов С. И., Соколова Ю. В. Импульсные характеристики комплексных фильтров // Информационно-управляющие системы. 2017. № 4. С. 111–114. doi:10.15217/issn1684-8853.2017.4.111
11. Зиятдинов С. И., Соколова Ю. В. Синтез комплексных дискретных фильтров // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2017. № 4. С. 12–19.
12. Oppenheim A., Schaffer R. Discrete-Time Signal Processing. — Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1989. — 572 p.
13. Bellanger M. Digital Processing of Signals. Theory and Practice. — N. Y.: John Wiley and Sons, 1984. — 421 p.
14. Jackson L. Digital Filters and Signal Processing. Second ed. — Kluwer Academic Publishers, 1989. — 462 p.
15. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. — М.: Радио и связь, 1986. — 512 с.
16. Крук А. Е., Осипов Л. А. Синтез нелинейных импульсных систем управления при случайных воздействиях // Информационно-управляющие системы. 2012. № 3. С. 33–36.

UDC 621.391

doi:10.15217/issn1684-8853.2018.3.10

## Synthesis of Discrete Filters by Invariant Differential Equations

Ziatdinov S. I.<sup>a</sup>, Dr. Sc., Tech., ProfessorOsipov L. A.<sup>a</sup>, Dr. Sc., Tech., ProfessorSokolova Y. V.<sup>a</sup>, Master Student<sup>a</sup>Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 67, B. Morskaya St., 190000, Saint-Petersburg, Russian Federation

**Introduction:** When creating such information processing systems as Doppler speed and acceleration meters, moving target selection systems, radio altimeters with frequency modulation of the carrier signal, or coordinated devices for detecting and evaluating the parameters of objects, the developers use a variety of filters synthesized by the methods of bilinear  $z$  transformation and invariant impulse or transient characteristics. **Purpose:** Creating a technique for synthesizing discrete filters using differential equations of their counterpart continuous filters. **Results:** In the general form, in order to derive difference equations describing the operation of the discrete filters you synthesize, the differential equation derivatives are replaced by their counterparts in the form of difference equations. The weight coefficients for filters of various orders are listed in a table. The calculation has shown that when the discreteness period is chosen properly, the frequency characteristics of the synthesized filters practically coincide with those of the corresponding continuous filters. As an example, difference equations for low and high frequency filters, oscillatory links, notch filters and selective filters were obtained on the basis of known differential equations of the counterpart continuous filters which can be used in measuring the speed, range or angular position of an object. **Practical relevance:** The proposed technique allows you to create a variety of linear systems, such as low or high frequency filters, oscillatory links, notch or selective filters used in various information processing systems.

**Keywords** — Filter, Differential Equation, Difference Equation, Frequency Transfer Function.

**Citation:** Ziatdinov S. I., Osipov L. A., Sokolova Y. V. Synthesis of Discrete Filters by Invariant Differential Equations. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2018, no. 3, pp. 10–16 (In Russian). doi:10.15217/issn1684-8853.2018.3.10

Reference

1. Vorobyov S. N. *Tsifrovaia obrabotka signalov* [Digital Signal Processing]. Moscow, Akademiia Publ., 2013. 318 p. (In Russian).
2. Gold B., Reider C. *Tsifrovaya obrabotka signalov* [Digital Signal Processing]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1973. 367 p. (In Russian).
3. Sergienko A. B. *Tsifrovaya obrabotka signalov* [Digital Signal Processing]. Saint-Petersburg, BKhV-Peterburg Publ., 2015. 756 p. (In Russian).
4. Ziatdinov S. I. Analysis of Linear Systems on the base of Transient Characteristics. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2016, no. 2, pp. 104–106 (In Russian). doi:10.15217/issn1684-8853.2016.2.104
5. Ziatdinov S. I. Synthesis of Recursive Discrete Filters in the Time Domain. *Izvestiia vysshikh uchebnykh zavedenii. Radioelektronika*, 2016, no. 3, pp. 3–6 (In Russian).
6. Ziatdinov S. I., Agranovsky A. V., Osipov L. A. Synthesis of Complex Filter with Specified Transfer Function. *Izvestiia vysshikh uchebnykh zavedenii. Priborostroenie* [Journal of Instrument Engineering], 2016, vol. 59, no. 7, pp. 542–546 (In Russian).
7. Ziatdinov S. I. Synthesis of Non-Recursive Discrete Filters in Temporal Range. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2016, no. 5, pp. 98–101 (In Russian). doi:10.15217/issn1684-8853.2016.5.98
8. Oppenheim A., Shafer R. *Tsifrovaya obrabotka signalov* [Digital Signal Processing]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2006. 855 p. (In Russian).
9. Ziatdinov S. I., Sokolova Yu. V. Analysis of Complex Filters with the Use of Transition Characteristics. *Izvestiia vysshikh uchebnykh zavedenii. Priborostroenie* [Journal of Instrument Engineering], 2017, vol. 60, no. 7, pp. 641–646 (In Russian).
10. Ziatdinov S. I., Sokolova Yu. V. Impulse Characteristics of Complex Filters. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2017, no. 4, pp. 111–114 (In Russian). doi:10.15217/issn1684-8853.2017.4.111
11. Ziatdinov S. I., Sokolova Yu. V. Synthesis of Complex Discrete Filters. *Izvestiia vysshikh uchebnykh zavedenii. Radioelektronika*, 2017, no. 4, pp. 12–19 (In Russian).
12. Oppenheim A., Schafer R. *Discrete-Time Signal Processing*. Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall, 1989. 572 p.
13. Bellanger M. *Digital Processing of Signals. Theory and Practice*. New York, NJ, John Wiley and Sons, 1984. 421 p.
14. Jackson L. *Digital Filters and Signal Processing*. Second ed. Kluwer Academic Publishers, 1989. 462 p.
15. Honorovsky I. S. *Radiotekhnicheskie tsepi i signaly* [Radio Engineering Circuits and Signals]. Moscow, Radio i sviaz' Publ., 1986. 512 p. (In Russian).
16. Kruk A. E., Osipov L. A. Synthesis of Continuous Nonlinear Control Systems with Random Disturbances. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2012, no. 3, pp. 33–36 (In Russian).

ПАМЯТКА ДЛЯ АВТОРОВ

*Поступающие в редакцию статьи проходят обязательное рецензирование.*

При наличии положительной рецензии статья рассматривается редакционной коллегией. Принятая в печать статья направляется автору для согласования редакторских правок. После согласования автор представляет в редакцию окончательный вариант текста статьи.

Процедуры согласования текста статьи могут осуществляться как непосредственно в редакции, так и по e-mail (ius.spb@gmail.com).

При отклонении статьи редакция представляет автору мотивированное заключение и рецензию, при необходимости доработать статью — рецензию. Рукописи не возвращаются.

*Редакция журнала напоминает, что ответственность за достоверность и точность рекламных материалов несут рекламодатели.*