УДК 621.38
doi:10.15217/issn1684-8853.2018.3.17

ОПТИМАЛЬНОЕ ТЕРМИНАЛЬНОЕ ДИАГНОСТИРОВАНИЕ УПРАВЛЯЕМЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Г. С. Бритов[a], *канд. техн. наук, доцент, britovgs@gmail.com*
[a]*Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Б. Морская ул., 67, Санкт-Петербург, 190000, РФ*

Постановка проблемы: *опубликованные работы по терминальному диагностированию динамических систем посвящены описанию методов расчета специальных, тестовых, сигналов, которые обеспечивают естественное движение системы, например в заданных границах. Такое движение системы осуществляется с помощью рассчитанного терминального управления. Известно, что существует множество вариантов терминального управления. Поэтому необходимо поставить и решить задачу получения оптимального управления, которое минимизирует заданный критерий и приводит к движению системы по оптимальной траектории.* ***Цель:*** *разработка методов расчета оптимального терминального управления линейными дискретными динамическими системами с использованием в качестве критерия минимума энергетических затрат.* ***Методы:*** *теория оптимального управления дискретными системами, позволившая построить формулы получения оптимального управления для движения системы в заданных границах с минимальными энергетическими затратами.* ***Результаты:*** *разработаны методы расчета оптимального терминального управления при заданных и свободных начальных условиях системы, основанные на положениях теории оптимального управления для задач Лагранжа и Больца. Описан технологический процесс оптимального терминального диагностирования дискретных динамических систем. Полученные результаты могут позволить осуществить тестовое диагностирование дискретных динамических систем, отличающееся от известного диагностирования тем, что тестовое движение оказывается естественным, оптимальным движением системы в заданных границах, происходящее с минимальными энергетическими затратами. Теоретические предложения подтверждены компьютерным моделированием.*

Ключевые слова *— модель движения системы, линейная дискретная система, границы движения, оптимальное управление, оптимальное терминальное диагностирование.*

Цитирование: Бритов Г. С. Оптимальное терминальное диагностирование управляемых динамических систем// Информационно-управляющие системы. 2018. № 3. С. 17–24. doi:10.15217/issn1684-8853.2018.3.17
Citation: Britov G. S. Optimal Terminal Diagnostics of Controlled Dynamic Systems. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2018, no. 3, pp. 17–24 (In Russian). doi:10.15217/issn1684-8853.2018.3.17

Введение

Тестовому диагностированию динамических систем, обеспечивающему контроль их технического состояния, посвящены, например, работы [1–8]. Терминальное диагностирование управляемых динамических систем, описанное в работах [9–11], можно отнести к группе методов контроля, в которых формируется сложный тестовый сигнал, но проверка диагностических признаков оказывается достаточно простой. В указанную группу входит, например, метод [12], в котором предлагается рассчитывать специальный, комплементарный, сигнал, обеспечивающий переход системы за заданное время из нулевых начальных условий опять в нулевые, конечные, условия. А в работе [13] предлагается подавать на вход системы аннулирующий сигнал, на который отсутствует выходная реакция системы. Примером такого сигнала является гармонический сигнал, частота которого равна передаточному нулю системы.

Следует обратить внимание также на структурное диагностирование. Здесь метод тестирования управляемых динамических систем основан на использовании их структурных схем, которые описываются передаточными функциями. Этот метод приводит к новому понятию структурного диагностирования [14].

При терминальном диагностировании динамических систем осуществляют расчет терминального управления для обеспечения требуемого движения системы в заданных границах и проверки диагностических признаков. Последние определяются отклонением конечного состояния от заданной конечной границы движения системы. Известно, что существует множество вариантов расчета терминального управления. Ряд из них описан в работе [9]. Поэтому необходимо решать задачу выбора конкретного управления. Лучше всего искать оптимальное управление, которое минимизирует определенный критерий.

Целью статьи является постановка оптимизационной задачи получения управления линейной дискретной динамической системы, которое осуществляет переход системы из заданных начальных условий в требуемые конечные условия с минимальными энергетическими затратами.

Задачи оптимального управления

Рассмотрим те задачи оптимального управления линейными дискретными системами, которые целесообразно использовать при организации терминального диагностирования. Оно предполагает движение динамической системы в заданных границах. Поэтому необходимо определить математическую модель системы, которая должна быть положена в основу расчета оптимального управления. Для линейной дискретной системы используем модель движения в пространстве состояний согласно следующим рекуррентным уравнениям:

$$\mathbf{x}(t+1)=\mathbf{A}\cdot\mathbf{x}(t)+\mathbf{B}\cdot\mathbf{u}(t);\ \mathbf{x}(0)=\mathbf{x}_0;$$
$$\mathbf{x}(k)=\mathbf{x}_k,\ \mathbf{x}(t)\in R^n,\ \mathbf{u}(t)\in R^m.$$

Начальный вектор состояния $\mathbf{x}_0$ может быть установлен при тестировании системы. Конечный вектор состояния $\mathbf{x}_k$ при числе шагов тестирования k не всегда принимается равным нулю для того, чтобы упростить получение диагностического признака. Проверка достижения системой в конце движения нулевого состояния не представляется слишком сложной задачей.

Известно, что существует множество управлений $\mathbf{u}(t)$, которые обеспечивают переход системы из известного начального состояния в требуемое конечное состояние. Поэтому вводится критерий, минимизация которого позволяет рассчитать единственное, оптимальное управление. При тестировании системы целесообразно рассчитать такой тестовый сигнал, который обладает минимальной энергией. Предлагается следующий критерий:

$$J(\mathbf{u})=\sum_{t=0}^{k-1}\mathbf{u}(t)^{\mathrm{T}}\cdot\mathbf{u}(t)\to\min.$$

Следовательно, возникает оптимизационная задача Лагранжа: найти решение рекуррентных уравнений, которое переходит из начального значения в конечное значение и минимизирует аддитивный, квадратичный критерий. Решением этой задачи будет оптимальное управление, имеющее минимальную энергию при переходе системы из начального состояния в конечное состояние по оптимальной траектории.

При тестировании может возникать ситуация, когда начальное условие неизвестно. Тогда следует рассмотреть другую оптимизационную задачу минимизации

$$J(\mathbf{x},\ \mathbf{u})=\mathbf{x}(0)^{\mathrm{T}}\cdot\mathbf{x}(0)+\sum_{t=0}^{k-1}\mathbf{u}(t)^{\mathrm{T}}\cdot\mathbf{u}(t)\to\min.$$

Теперь начальное условие будет рассчитано в результате решения так называемой задачи Больца: найти решение рекуррентных уравнений, которое переходит из неизвестного начального значения в известное конечное значение при минимизации аддитивного, квадратичного критерия. Решением этой задачи будет оптимальное управление, имеющее минимальную энергию при переходе системы из рассчитанного начального состояния в известное конечное состояние по оптимальной траектории.

Методы решения поставленных задач как условно-экстремальных задач дифференциального исчисления хорошо известны в математике. Рассмотрим применение этих методов для расчета оптимального терминального диагностирования.

Расчет терминального управления

Решение поставленной задачи Лагранжа основано на применении теоремы Ферма для функции Лагранжа. Для того чтобы с ней было удобнее работать, используется функция Гамильтона

$$H(\boldsymbol{\mu},\ \mathbf{x},\ \mathbf{u})=$$
$$=\boldsymbol{\mu}^{\mathrm{T}}(t+1)(\mathbf{A}\cdot\mathbf{x}(t)+\mathbf{B}\cdot\mathbf{u}(t))-\mathbf{u}^{\mathrm{T}}(t)\cdot\mathbf{u}(t).$$

Здесь вектор неопределенных множителей Лагранжа $\boldsymbol{\mu}(t)$ играет роль вектора переменных состояния сопряженной системы. Тогда вид оптимального уравнения следует из решения уравнения

$$\frac{\partial H}{\partial\mathbf{u}}=\boldsymbol{\mu}^{\mathrm{T}}(t+1)\cdot\mathbf{B}-2\mathbf{u}^{\mathrm{T}}(t)=0$$

и имеет вид

$$\mathbf{u}^0(\boldsymbol{\mu})=0{,}5B^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{\mu}(t+1).$$

Модифицируем функцию Гамильтона, подставляя полученную формулу оптимального управления:

$$H^0(\boldsymbol{\mu},\ \mathbf{x},\mathbf{u})=\boldsymbol{\mu}^{\mathrm{T}}(t+1)\cdot\mathbf{A}\cdot\mathbf{x}(t)+0{,}25\mathbf{B}\cdot\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\mu}(t+1).$$

Тогда рекуррентные уравнения Эйлера, задающие необходимые условия экстремума, будут иметь вид

$$\mathbf{x}(t+1)=\left(\frac{\partial H}{\partial\boldsymbol{\mu}}\right)^{\mathrm{T}}=\mathbf{A}\cdot\mathbf{x}(t)+0{,}5\mathbf{B}\cdot\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{\mu}(t+1);$$
$$\boldsymbol{\mu}(t)=\left(\frac{\partial H}{\partial\mathbf{x}}\right)^{\mathrm{T}}=\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{\mu}(t+1).$$

Эти уравнения должны решаться при следующих граничных условиях:

$$\mathbf{x}(0)=\mathbf{x}_0,\ \mathbf{x}(k)=0.$$

Получена двухточечная граничная задача, которую можно решить аналитически. Для этого введем новую переменную, объединяющую векторы состояний исходной и сопряженной систем, и получим формулировку двухточечной граничной задачи

$$\mathbf{z}(t)=\begin{bmatrix}\mathbf{x}(t)\\ \mu(t)\end{bmatrix};\ \mathbf{z}(t+1)=\mathbf{A}_z\cdot\mathbf{z}(t);$$
$$\mathbf{B}_z\cdot\mathbf{z}(0)+\mathbf{C}_z\cdot\mathbf{z}(k)=\mathbf{d}_z.$$

Здесь использованы следующие матрицы:

$$\mathbf{A}_z=\begin{bmatrix}\mathbf{A} & 0{,}5\mathbf{B}\cdot\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\cdot\left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\right)^{-1}\\ \mathbf{0} & \left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\right)^{-1}\end{bmatrix};$$
$$\mathbf{B}_z=\begin{bmatrix}\mathbf{E} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{0}\end{bmatrix};\ \mathbf{C}_z=\begin{bmatrix}\mathbf{0} & \mathbf{0}\\ \mathbf{E} & \mathbf{0}\end{bmatrix};\ \mathbf{d}_z=\begin{bmatrix}\mathbf{x}_0\\ \mathbf{0}\end{bmatrix}.$$

Матрица $\mathbf{E}$ является единичной матрицей. Расчет неизвестного начального условия $\mathbf{z}(0)$ можно произвести следующим образом:

$$\mathbf{z}(0)=(\mathbf{B}_z+\mathbf{C}_z\cdot\mathbf{A}_z^k)^{-1}\cdot\mathbf{d}_z.$$

Таким образом, двухточечная граничная задача приведена к задаче Коши, которую можно решить непосредственным образом. Пусть ее решение имеет вид пары

$$(\mathbf{x}^0(t),\ \mu^0(t)).$$

Тогда оптимальное управление, имеющее минимальную энергию, будет функцией времени:

$$\mathbf{u}^0(t)=0{,}5\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\cdot\left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\right)^{-1}\cdot\mu^0(t).$$

Аналогичный подход используем для решения задачи Больца. Граничные условия для уравнений Эйлера имеют теперь вид

$$2\mathbf{x}(0)+\left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\right)^{-1}\cdot\mu(0)=\mathbf{0};\ \mathbf{x}(k)=\mathbf{x}_k.$$

Конечные условия $\mathbf{x}_k$ здесь не могут быть нулевыми, так как вычисление начальных условий $\mathbf{z}(0)$ по приведенной выше формуле, вообще говоря, будет невозможным. Матрицы для этой формулы

$$\mathbf{B}_z=\begin{bmatrix}2\mathbf{E} & \left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\right)^{-1}\\ \mathbf{0} & \mathbf{0}\end{bmatrix};\ \mathbf{C}_z=\begin{bmatrix}\mathbf{0} & \mathbf{0}\\ \mathbf{E} & \mathbf{0}\end{bmatrix};\ \mathbf{d}_z=\begin{bmatrix}\mathbf{0}\\ \mathbf{x}_k\end{bmatrix}.$$

Рассчитав начальные условия $\mathbf{z}(0)=[\mathbf{x}(0);\ \mu(0)]$, можно решить двухточечную задачу, так как она приведена к задаче Коши. Получим решение $\mathbf{z}^0(t)=[\mathbf{x}^0(t);\ \mu^0(t)]$ и вычислим по приведенной выше формуле оптимальное управление $\mathbf{u}^0(t)$, которое осуществляет переход из рассчитанных начальных условий в заданные, ненулевые конечные условия. При этом переходе затрачивается минимальная энергия.

При назначении длительности диагностирования, которое определяется числом шагов k, необходимо учитывать следующее:

— за выбранное число шагов система должна проявить все необходимые характеристики свободного движения;

— при решении двухточечной граничной задачи возникает необходимость обращать матрицу, зависящую от числа шагов; возможно ее вырождение;

— чересчур большое число шагов увеличивает риск ложного срабатывания системы диагностирования.

Обратимся к процедуре оптимального терминального диагностирования.

Организация оптимального терминального диагностирования

Получив необходимые расчетные формулы, можно построить наглядное описание процесса терминального диагностирования. Для этого целесообразно использовать методологию стандарта IDEF3. С ее помощью создается сценарий исследуемого процесса. Он состоит из диаграмм вида PFDD (Process Flow Description Diagrams), в которых показано взаимодействие операций процесса.

В представленной на рис. 1 контекстной PFDD-диаграмме диагностирования управляемой динамической системы отмечены внешние сущности процесса:

— управляемая динамическая система, которая подвергается тестовому диагностированию с помощью подачи на ее вход рассчитанного терминального управления;

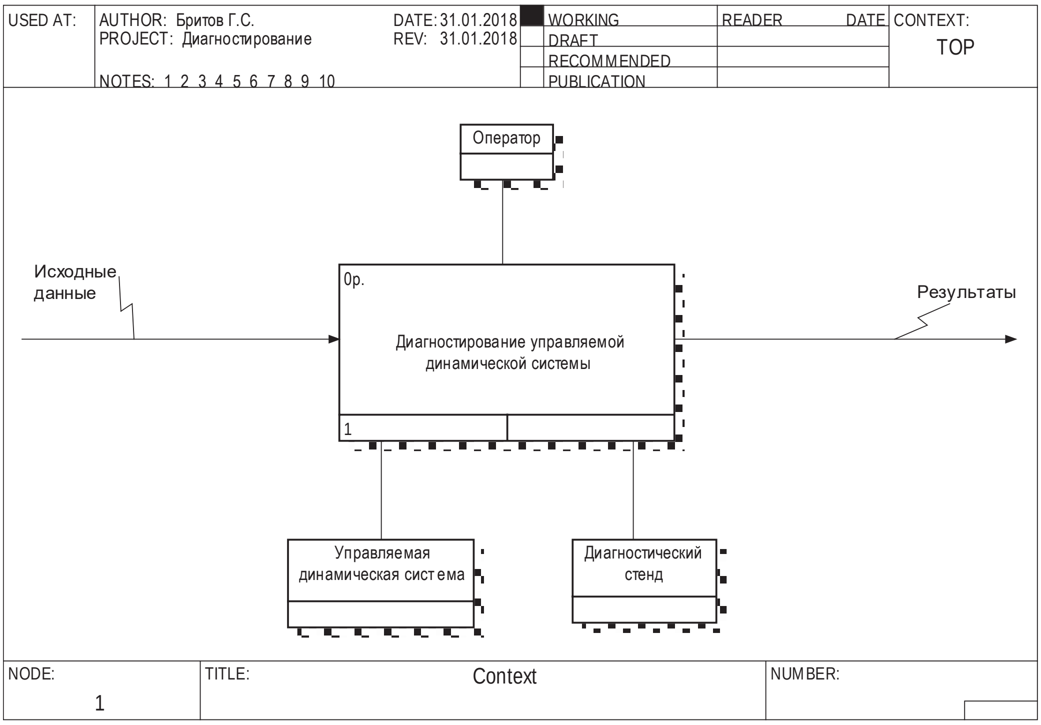
— диагностический стенд, на котором реализуется рассчитанная оптимальная траектория движения системы в пространстве состояний;

— оператор, принимающий решение по результатам тестового движения системы.

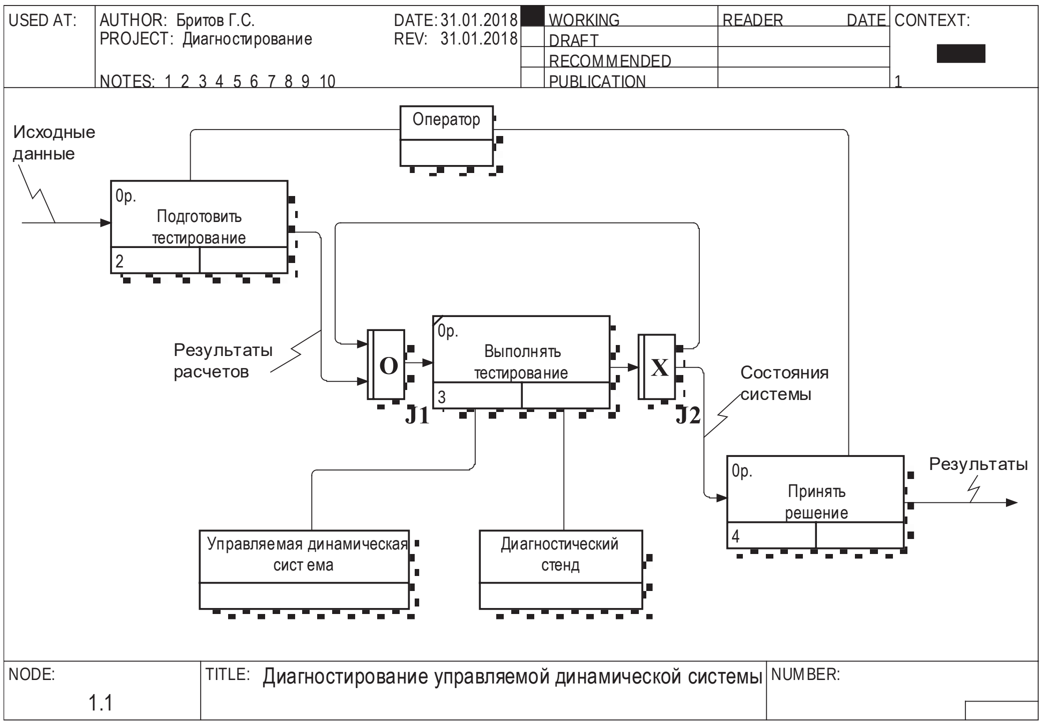
Входом в технологический процесс являются исходные данные, которые необходимы для получения модели системы с системными матрицами **A**, **B**, **C**. Выходом процесса служат результаты, получаемые после выполнения тестирования системы.

Декомпозиция контекстной диаграммы приводит к PFDD-диаграмме (рис. 2), которая включает три достачно крупные операции:

— подготовку оператором необходимых данных для построения модели тестируемой динамической системы;

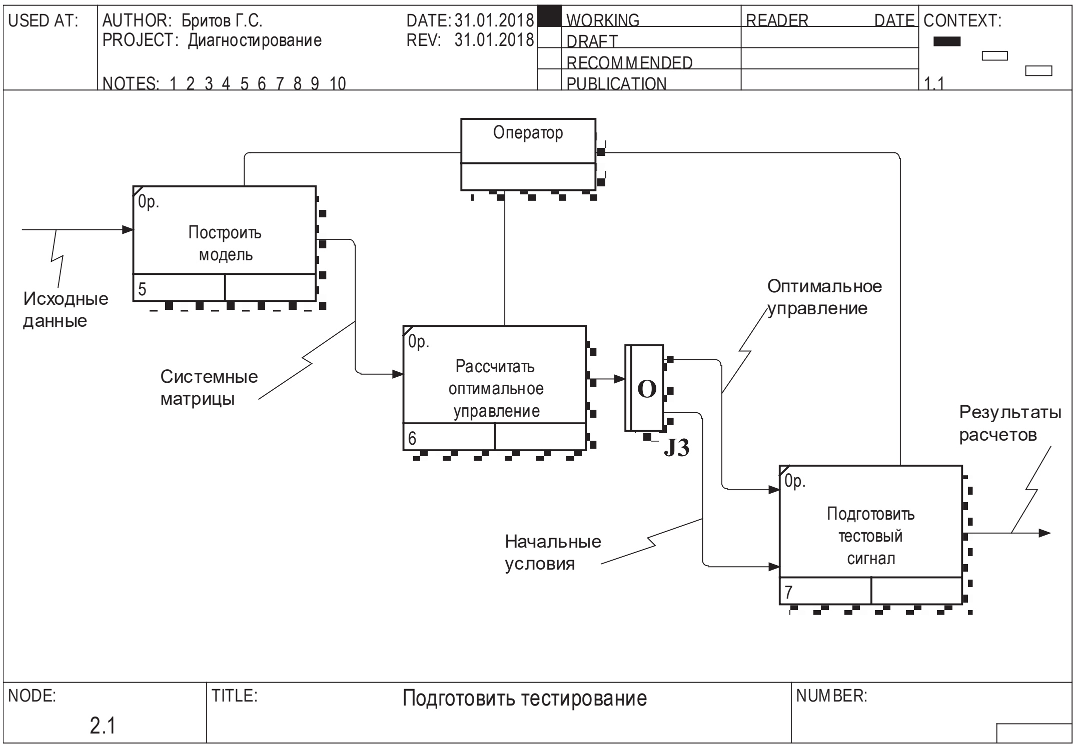


■ ***Рис. 1.*** Контекстная PFDD-диаграмма процесса диагностирования управляемой динамической системы
■ ***Fig. 1.*** Context PFDD-diagram of the process of diagnosing of controlled dynamic systems

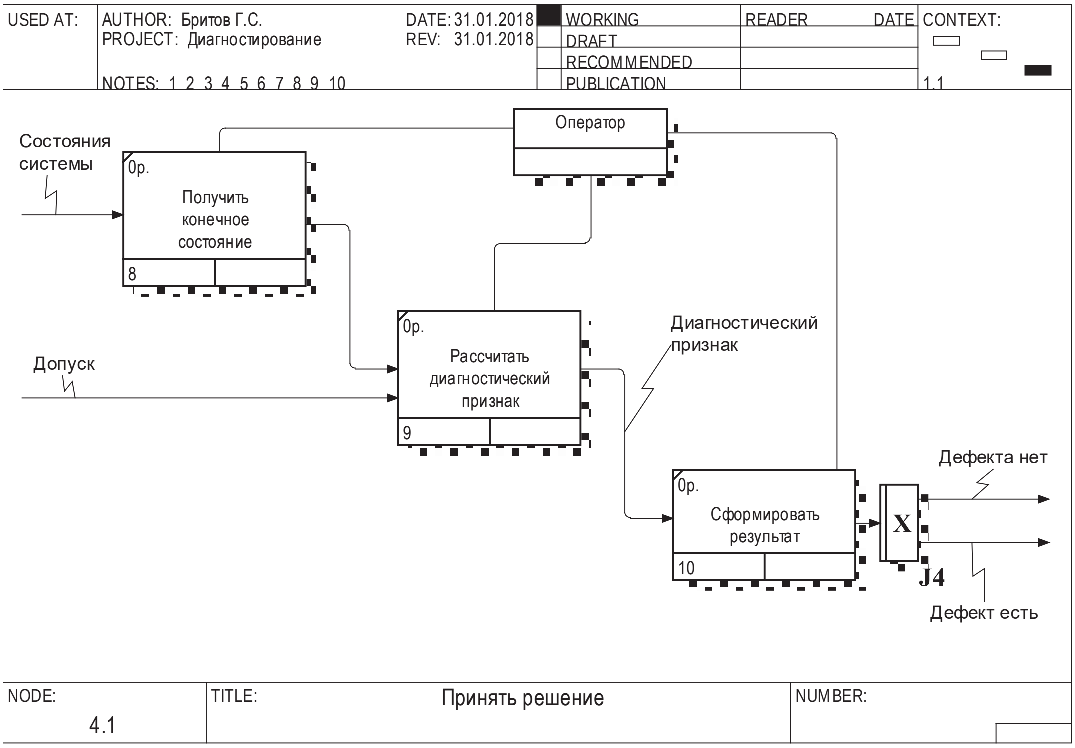


■ ***Рис. 2.*** PFDD-диаграмма второго уровня процесса диагностирования управляемой динамической системы
■ ***Fig. 2.*** PFDD-diagram of the second level of the process of diagnosing of controlled dynamic systems

а)



б)



■ ***Рис. 3.*** PFDD-диаграмма третьего уровня процесса диагностирования управляемой динамической системы: *а* — для подготовки тестирования; *б* — для принятия решения

■ ***Fig. 3.*** PFDD-third-level diagram of the process of diagnosing a managed dynamic system: *a* — for preparation of testing; *б* — for decision-making

— выполнение тестового дижения динамической системы под действием подаваемого на ее вход рассчитанного оптимального терминального управления;

— принятие оператором решения о наличии или отсутствии дефекта после анализа по выходам системы результатов тестового движения.

Операция «Подготовить тестирование» требует декомпозиции, так как данная диаграмма является диаграммой только второго уровня дерева узлов. В PFDD-диаграмме третьего уровня декомпозиции указанной операции (рис. 3, *а*) участвуют три операции:

— построение модели системы с системными матрицами **A**, **B**;

— расчет оптимального управления системой;

— подготовка тестового сигнала, под действием которого система будет двигаться по оптимальной траектории.

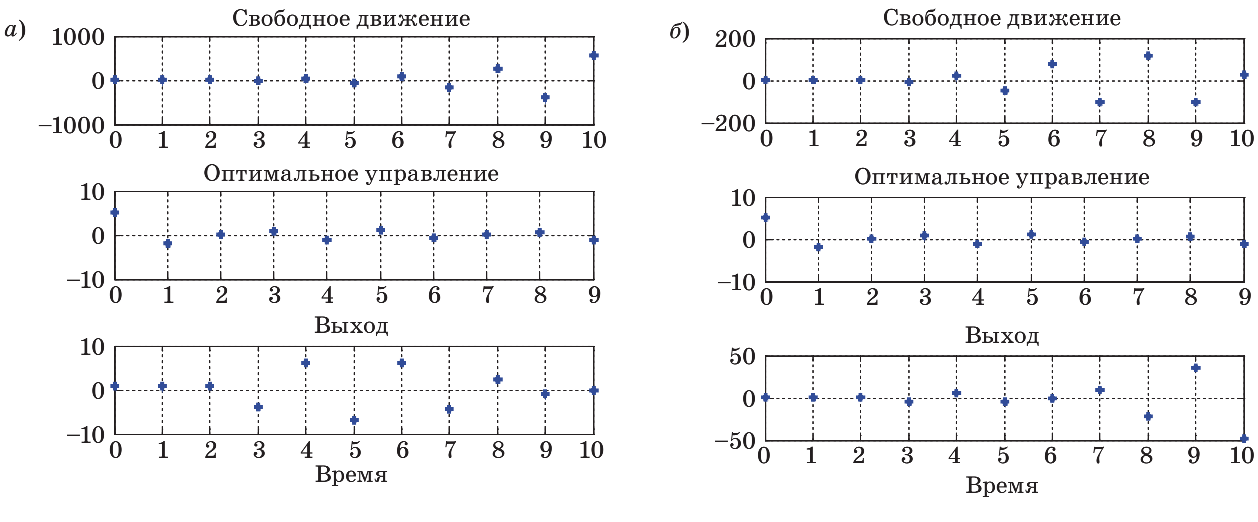
Продолжая декомпозицию, получим PFDD-диаграмму третьего уровня декомпозиции операции «Принять решение» (рис. 3, *б*). Она включает операции, необходимые для получения результатов тестирования «Дефекта нет» или «Дефект есть».

Декомпозицию технологической модели процесса оптимального терминального диагностирования управляемых динамических систем можно было бы продолжать. Однако эта работа выходит за рамки одной статьи.

Моделирование процесса диагностирования

В математическом пакете MatLab была написана программа-сценарий для моделирования процесса оптимального терминального диагностирования управляемых динамических систем. Они могут быть описаны уравнениями состояний, рекуррентным уравнением заданного порядка или структурной схемой. Результатом моделирования являются графики свободного движения системы, оптимального управления, выхода, а также значение диагностического признака. Ниже эти результаты приведены для структурной схемы, включающей три неустойчивых звена первого порядка. Движение системы наблюдается с помощью выхода, которым служит выход последнего звена. Моделирование проведено для исправной системы (рис. 4, *а*) и системы с дефектом (рис. 4, *б*):

```
>> sc18
Ввод
N = 3
Введите вектор коэффициентов числителя 1-й ПФ = 1
Введите вектор коэффициентов знаменателя 1-й ПФ = [1 1.1]
W = 1
-------
s + 1.1
Введите вектор коэффициентов числителя 2-й ПФ = 1
Введите вектор коэффициентов знаменателя 2-й ПФ = [1 1.15]
W = 1
--------
s + 1.15
Введите вектор коэффициентов числителя 3-й ПФ = 1
Введите вектор коэффициентов знаменателя 3-й ПФ = [1 1.2]
W = 1
-------
s + 1.2
Wc = 1
------------------------------
s^3 + 3.45 s^2 + 3.965 s + 1.518
Ввод столбца длиной 3 x 0 = [1;1;1]
k = 10
Ошибка в свободном коэффициенте = 0
Диагностический признак :
-1.1282e-11
Ошибка в свободном коэффициенте = 0.1
```



■ ***Рис. 4.*** Графики движения системы при отсутствии (*а*) и наличии (*б*) дефектов

■ ***Fig. 4.*** Graphs of system motion in the absence (*а*) and in the presence (*б*) of defects

Диагностический признак :
–47.8226
Конец
>>

При отсутствии дефектов оптимальное терминальное управление приводит систему за 10 шагов к практически нулевому выходу. Об этом говорит диагностический признак, имеющий порядок –11. При введении ошибки со значением 0,1 оптимальное терминальное управление приводит систему за 10 шагов к выходу –50 на графике. Диагностический признак достигает значения –48.

Таким образом, оптимальное терминальное диагностирование, обеспечивающее тестирование динамических систем, обнаруживает дефекты за счет появления ошибок в известных моделях движения системы.

Разработка системы терминального диагностирования потребует оценки качества процесса тестирования. В частности, следует определить чувствительность контроля, введя необходимую характеристику. Подробно эта задача рассматривалась в работах по функциональному диагностированию. Построение соответствующих формул для терминального диагностирования и анализ его чувствительности потребуют отдельной статьи.

Заключение

Оптимальное терминальное диагностирование продолжает специальное направление тестирования динамических систем, обеспечивающее контроль системы в естественном режиме движения ее в заданных границах. Тестовым сигналом в данном случае является рассчитанное заранее терминальное управление. При выборе границ движения системы равными нулю диагностические признаки оказываются достаточно простыми. Приведенные в опубликованных статьях расчеты диагностического терминального управления относятся к дискретным системам. Поэтому расчетные формулы оптимального терминального управления обеспечивают самое лучшее управление по минимуму энергетических затрат. Этим получаемое тестовое движение лучше других, так как известно, чем характеризуется оптимальная траектория.

Рассмотренное оптимальное терминальное диагностирование динамических систем ограничивалось контролем, с помощью которого обнаруживалось появление дефекта. Следующей является задача локализации дефекта. Поскольку в основу терминальной диагностики положены математические модели проверяемых систем, то и локализацию дефектов целесообразно проводить с точностью до элементов этих моделей. Так, при использовании уравнений состояния многомерной системы можно выполнить локализацию дефекта с точностью до одной из матриц этих уравнений. При использовании передаточной функции скалярной системы дефект локализуется либо в числителе, либо в знаменателе этой функции.

В работах по функциональному диагностированию описан другой метод локализации дефекта. Он связан с использованием принципа диагностирования по годографам дефектов. Этот принцип требует большой подготовительной работы по созданию годографов.

Работа поддержана грантом РФФИ № 17-08-00244.

Литература

1. **Мальцев Г. Н., Якимов В. Л.** Достоверность многоэтапного контроля технического состояния объектов испытаний // Информационно-управляющие системы. 2018. № 1. С. 49–57. doi:10.15217/issn1684-8853.2018.1.49
2. **Копкин Е. В., Бородько Д. Н., Шапова К. Е.** Алгоритм построения квазиоптимальной гибкой программы анализа технического состояния объекта // Информационно-управляющие системы. 2017. № 1. С. 31–39. doi:10.15217/issn1684-8853.2017.1.31
3. **Abdeerrahman A., Cerny E.** Worst Tolerance Analysis and CLP-based Multifrequency Test Generation for Analogue Circuits // IEEE Transactions on Computer-Aided Design. 1999. Vol. 18. P. 332–345.
4. **Lindermeir W., Graeb H., Antreich K.** Analogue Testing by Characteristic Observation Inference // IEEE Transactions on Computer-Aided Design. 1999. Vol. 18. P. 1353–1368.
5. **Kadim H. J.** Minimal Transient Modes for Faults Detectionin Analogue VLSI Circuits // Radioelectronics & Informatics. 2003. N 3. P. 82–86.
6. **Мироновский Л. А., Слаев В. А.** Синтез оптимальных тестовых сигналов как решение обобщенной задачи Булгакова // Автоматика и телемеханика. 2002. № 4. С. 55–66.
7. **Мироновский Л. А.** Тестовый контроль линейных систем управления // Информационно-управляющие системы на железнодорожном транспорте. 2005. № 5. С. 3–8.
8. **Воронин В. В., Шалобанов С. С.** Диагностирование непрерывных динамических систем методом пробных отклонений параметров модели // Информатика и системы управления. 2010. № 1(23). С. 121–127.
9. **Бритов Г. С.** Терминальное диагностирование дискретных динамических систем // Информационно-

управляющие системы. 2017. № 4. С. 18–24. doi:10.15217/issn1684-8853.2017.4.18
10. **Бритов Г. С.** Диагностирование динамических систем на основе терминального управления // Системный анализ и логистика. 2016. Вып. 2(13). С. 3–12.
11. **Бритов Г. С.** Системный анализ терминального диагностирования динамических объектов // Системный анализ и логистика. 2017. Вып. 2(15). С. 3–11.
12. **Мироновский Л. А.** Диагностирование линейных систем методом комплементарного сигнала // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2002. № 5. С. 52–57.
13. **Мироновский Л. А.** Диагностирование систем управления методом аннулирующего сигнала // Информационно-управляющие системы на железнодорожном транспорте. 2001. № 5. С. 3–7.
14. **Мироновский Л. А., Соловьева Т. Н.** Структурное диагностирование управляемых динамических систем // Тр. XII Всерос. совещания по проблемам управления. 2014. С. 7640–7647.

UDC 621.38
doi:10.15217/issn1684-8853.2018.3.17

Optimal Terminal Diagnostics of Controlled Dynamic Systems

Britov G. S.[a], PhD, Tech., Associate Professor, britovgs@gmail.com
[a]Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 67, B. Morskaia St., 190000, Saint-Petersburg, Russian Federation

Introduction: The published works on terminal diagnostics of dynamic systems discuss the methods of calculating special test signals which provide natural motion of the system, for example, within specified bounds. Such a motion is accomplished with a specially calculated terminal control. There are many options for terminal control. Therefore, it is necessary to pose and solve the problem of optimal control which would minimize the given criterion and provide that the system moves along the optimal trajectory. **Purpose:** Developing methods for calculating the optimal terminal control by linear discrete dynamic systems, using the lowest energy cost as a criterion. **Methods:** The theory of optimal control of discrete systems is used, which allows you to build formulas for obtaining optimal control over the system motion within specified boundaries with the lowest energy cost. **Results:** Methods have been developed for calculating optimal terminal control under given or free initial conditions of the system, based on the theory of optimal control for Lagrange and Bolz problems. A technological process has been described for optimal terminal diagnostics of discrete dynamic systems. The obtained results make it possible to perform test diagnostics of discrete dynamic systems, which differs from the known diagnostics in that the test motion of the system turns out to be natural and optimal within the given boundaries and have the lowest energy cost. Computer simulation confirmed the theory.

Keywords — System Motion Model, Linear Discrete System, Motion Boundaries, Optimal Control, Optimal Terminal Diagnostics.

Citation: Britov G. S. Optimal Terminal Diagnostics of Controlled Dynamic Systems. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2018, no. 3, pp. 17–24 (In Russian). doi:10.15217/issn1684-8853.2018.3.17

References

1. Mal'tsev G. N., Iakimov V. L. Reliability of Multi-Stage Control over Technical Condition of Tested Objects. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2018, no. 1, pp. 49–57 (In Russian). doi:10.15217/issn1684-8853.2018.1.49
2. Kopkin E. V., Borod'ko D. N., Shapova K. E. Algorithm for Constructing a Quasi-Optimal Flexible Program for Analysis of Technical State of an Object. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2017, no. 1, pp. 31–39 (In Russian). doi:10.15217/issn1684-8853.2017.1.31
3. Abdeerrahman A., Cerny E. Worst Tolerance Analysis and CLP-based Multifrequency Test Generation for Aмnalogue Circuits. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design*, 1999, vol. 18, pp. 332–345.
4. Lindermeir W., Graeb H. Antreich K. Analogue Testing by Characteristic Observation Inference. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design*, 1999, vol. 18, pp. 1353–1368.
5. Kadim H. J. Minimal Transient Modes for Faults Detection in Analogue VLSI Circuits. *Radioelectronics & Informatics*, 2003, no. 3, pp. 82–86.
6. Mironovsky L. A., Slaev V. A. Synthesis Optimal Test Signals is Solution of Bulgakov Task. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control], 2002, no. 4, pp. 82–86 (In Russian).
7. Mironovskii L. A. Test Checking of Linear Control Systems. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy na zheleznodorozhnom transporte* [Information and Management Systems of Railway Transport], 2005, no. 5, pp. 3–8 (In Russian).
8. Voronin V. V., Shalobanov S. S. Diagnosing Continuous Dynamic Systems by the Method of Test Deviations of Parameters of the Model. *Informatika i sistemy upravleniia* [Information Science and Control Systems], 2010, no. 1(23), pp. 121–127 (In Russian).
9. Britov G. S. Terminal Diagnostics of Discrete Dynamic Systems. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2017, no. 4, pp. 18–24 (In Russian). doi:10.15217/issn1684-8853.2017.4.18
10. Britov G. S. Diagnostics of Dynamic Systems based on Terminal Management. *Sistemnyi analiz i logistika* [The System Analysis and Logistics], 2016, iss. 2(13), pp. 3–12 (In Russian).
11. Britov G. S. System Analysis of Terminal Diagnostics of Dynamic Objects. *Sistemnyi analiz i logistika* [The System Analysis and Logistics], 2017, iss. 2(15), pp. 3–11 (In Russian).
12. Mironovskii L. A. Diagnosis of Linear Systems by Complementary Signal Method. *Pribory i sistemy. Upravlenie, kontrol', diagnostika*, 2002, no. 5, pp. 52–57 (In Russian).
13. Mironovskii L. A. Diagnosis Control Systems by Invalidating Signal Method. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy na zheleznodorozhnom transporte* [Information and Management Systems of Railway Transport], 2001, no. 5, pp. 3–7 (In Russian).
14. Mironovskii L. A., Solov'eva T. N. Structural Diagnosis of Controlled Dynamic Systems. *Trudy XII Vserossiiskogo soveshchaniia po problemam upravleniia* [Proc. of the 12th All-Russian Meeting on Governance], Moscow, IPU RAN Publ., 2014, pp. 7640–7647 (In Russian).