

Аддитивная граница вероятности ошибки в дискретном канале передачи информации с помехоустойчивым кодированием и группированием ошибок

Г. Н. Мальцев^а, доктор техн. наук, профессор, orcid.org/0000-0002-6755-5700

В. В. Джумков^а, канд. техн. наук, доцент, orcid.org/0000-0002-6385-7285, valentin32k@mail.ru

^аВоенно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, Ждановская наб., 13, Санкт-Петербург, 197198, РФ

Введение: анализ показателей достоверности передачи информации при использовании помехоустойчивого кодирования в каналах с группированием ошибок, в частности в радиоканалах с помехами и замираниями принимаемых сигналов, затрудняется необходимостью использовать модели дискретных каналов передачи информации, учитывающие группирование ошибок и отличающиеся от традиционной биномиальной модели. Сложность аналитического описания таких моделей приводит к тому, что в практике анализа показателей качества передачи информации по каналам с группированием ошибок широкое распространение получает имитационное моделирование, а разработка аналитических моделей дискретных каналов передачи информации с группированием ошибок является одним из современных направлений развития теории помехоустойчивого кодирования. **Цель исследования:** определение аддитивной границы вероятности ошибки на бит информации для дискретного канала передачи информации с группированием символьных ошибок при его описании моделью Эллиота – Гильберта. **Результаты:** для случая передачи информации с использованием группового помехоустойчивого кода получены аналитические выражения для аддитивной границы вероятности ошибки на бит информации в дискретном канале передачи информации с группированием символьных ошибок. Полученные выражения учитывают особенности передачи информации по каналу с группируемыми символьными ошибками, в частности, отличие вероятностей различных сочетаний одинакового количества ошибок. Представлены примеры расчета вероятности ошибки на бит информации для случая использования помехоустойчивых кодов, исправляющих ошибки. Показано, что при любой длине кода использование модели Эллиота – Гильберта позволяет существенно уточнить результаты расчетов вероятности ошибочного приема сообщения в каналах с группированием символьных ошибок по сравнению с исходной биномиальной моделью. Полученные результаты сравниваются с результатами имитационного моделирования. **Практическая значимость:** полученные результаты могут быть использованы при проектировании и анализе характеристик систем передачи информации различного назначения, функционирующих в условиях группирования ошибок. Использование аналитических выражений для расчета вероятностных показателей достоверности передачи информации позволяет отказаться от сложного имитационного моделирования процесса передачи информации в каналах с группированием ошибок на этапе выбора помехоустойчивого кода и его параметров.

Ключевые слова – канал передачи информации, группирование символьных ошибок, модель Эллиота – Гильберта, вероятность ошибки на бит информации.

Для цитирования: Мальцев Г. Н., Джумков В. В. Аддитивная граница вероятности ошибки в дискретном канале передачи информации с помехоустойчивым кодированием и группированием ошибок. *Информационно-управляющие системы*, 2020, № 4, с. 78–86. doi:10.31799/1684-8853-2020-4-78-86

For citation: Maltsev G. N., Dzhumkov V. V. Additive boundary of error probability in a discrete data transmission channel with noise-immune coding and grouping of errors. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2020, no. 4, pp. 78–86 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2020-4-78-86

Введение

Помехоустойчивое кодирование широко используется в канальных протоколах передачи информации современных информационно-управляющих систем [1]. При проектировании систем передачи информации выбор помехоустойчивого кода является одним из наиболее важных вопросов, поскольку его корректирующими способностями в значительной степени определяются достижимые показатели качества передачи информации в условиях помех, прежде всего вероятностные показатели достоверности: вероятность ошибочного приема сообщения (кодového слова), вероятность ошибочного приема символа, вероятность ошибки на бит информации [2–5]. При

этом на правильность выбора параметров помехоустойчивого кода, обеспечивающих достижение требуемого качества передачи информации, существенным образом влияет точность используемого метода расчета вероятностных показателей достоверности, который должен учитывать статистические свойства потока ошибок в ожидаемых условиях передачи информации.

Метод расчета вероятностных показателей достоверности передачи информации в каналах с помехами зависит от используемой модели канала передачи информации. Наиболее общим является метод расчета вероятностей ошибочного приема сообщения и ошибки на бит информации для биномиальной модели дискретного канала передачи информации, предполагающей незави-

симость символьных ошибок при посимвольном приеме кодовых слов. Этот стандартный метод может быть применен к любому блоковому или сверточному коду с посимвольным приемом сообщений [6], однако не учитывает группирования (пакетирования) символьных ошибок в дискретном канале передачи информации, что характерно, например, для радиоканалов передачи информации, функционирующих в условиях помех и замираний принимаемых сигналов [7].

Сложность аналитического описания моделей дискретных каналов передачи информации с группированием символьных ошибок приводит к тому, что в настоящее время в качестве основного способа анализа показателей качества передачи информации в таких каналах рассматривается имитационное моделирование [8, 9]. В настоящей работе на примере группового помехоустойчивого кода, используемого для исправления ошибок, получено аналитическое выражение для аддитивной границы вероятности ошибки на бит информации для каналов с группирующимися символьными ошибками при описании их статистических свойств моделью Эллиота — Гильберта [8, 10], которое в известных работах по теории помехоустойчивого кодирования не представлено. Аддитивный характер найденной границы обусловлен ее определением как суммы вероятностей возникновения различных векторов (сочетаний) символьных ошибок, приводящих к ошибке при декодировании сообщения.

Вывод выражения для аддитивной границы вероятности ошибки в дискретном канале передачи информации с группированием ошибок для группового помехоустойчивого кода и модели Эллиота — Гильберта

В общем случае выбор помехоустойчивого кода системы передачи информации осуществляется исходя из зависимостей, связывающих вероятностные показатели достоверности передачи информации с параметрами канала передачи информации и параметрами помехоустойчивого кода. Будем рассматривать влияние параметров канала передачи информации с группированием ошибок на достоверность передачи информации при использовании группового (линейного) помехоустойчивого кода. К этому классу помехоустойчивых кодов относятся такие блочные помехоустойчивые коды, как коды Хэмминга, коды Рида — Соломона, коды Рида — Маллера, коды Боуза — Чоудхури — Хоквингема (БЧХ-коды) и др. При этом полученные результаты могут быть распространены и на случаи использования других классов помехоустойчивых кодов.

С учетом известных свойств групповых кодов [6], в частности обязательного наличия в множестве кодовых слов нулевого кодового слова для определения вероятности ошибочного приема сообщения при использовании групповых кодов без потери общности рассуждений, может быть рассмотрен эффект передачи нулевого кодового слова. В этом случае число символов, в которых принятое кодовое слово отличается от переданного (нулевого), может быть заменено его весом — числом единиц в принятом кодовом слове. Тогда для биномиальной модели дискретного канала передачи информации с независимыми символьными ошибками вероятность ошибочного приема кодового слова для группового помехоустойчивого (n, k) -кода с исправлением ошибок может быть ограничена сверху неравенством

$$P_{\text{ош}} \leq \sum_{j=\mu+1}^n n_j \Pr(B_j | A_0), \quad (1)$$

где n — разрядность кодового слова; μ — кратность ошибок в кодовом слове, исправляемым рассматриваемым помехоустойчивым (n, k) -кодом; n_j — число кодовых слов веса j ; $\Pr(B_j | A_0)$ — вероятность того, что решение принимается в пользу кодового слова B_j веса j , в то время как передавалось нулевое кодовое слово A_0 , $j = 1, \dots, n$.

Вероятности $\Pr(B_j | A_0)$, $j = 1, \dots, n$, входящие в неравенство (1), рассчитываются для заданной вероятности ошибочного приема символа кодового слова p_0 . Величина p_0 в большинстве случаев определяется для модели канала передачи информации с аддитивным белым гауссовым шумом, что позволяет использовать аналитические выражения, связывающие величину p_0 с отношением сигнал/шум в канале передачи информации [9, 10].

Кратность исправляемых ошибок μ связана с общим числом символов n и числом информационных символов в кодовом слове k известной границей Хэмминга [6, 10]

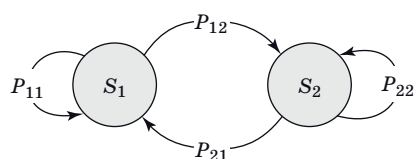
$$2^{n-k} \geq 1 + \sum_{i=1}^{\mu} C_n^k. \quad (2)$$

Для безызбыточного кода, не обладающего корректирующими способностями, $n = k$ и $\mu = 0$. Достоинством использования в прикладных задачах анализа дискретных каналов передачи информации с помехоустойчивым кодированием границы Хэмминга является то, что она задает минимальное число $n - k$ проверочных символов, при котором существует корректирующий код, гарантированно исправляющий ошибки с кратностью μ . Поэтому если определяемый границей Хэмминга (2) помехоустойчивый (n, k) -код существует, то он гарантированно будет обе-

спечивать заданную кратность исправляемых или обнаруживаемых ошибок. В сравнении с границей Хэмминга другая известная граница Варшавова — Гильберта [6] показывает, при каком числе $n - k$ проверочных символов определенно существует код, исправляющий ошибки кратности μ . Поэтому при фиксированных значениях n и μ граница Хэмминга всегда дает большее число $n - k$ проверочных символов, чем граница Варшавова — Гильберта, и лишь в предельном случае эти граничные значения совпадают, но граница Варшавова — Гильберта при этом определяет лишь возможность существования кода, исправляющего ошибки кратностью μ .

Выражение (1) определяет исходную верхнюю границу вероятности ошибочного приема кодового слова в дискретном канале передачи информации при посимвольном приеме кодовых слов для случая независимых символьных ошибок. В то же время в случае группирования символьных ошибок значения вероятностных показателей достоверности передачи информации, полученные с использованием биномиальной модели дискретного канала передачи информации с независимыми ошибками, могут существенно отличаться от истинных и требуют уточнения. Учет группирования символьных ошибок в дискретном канале передачи информации осуществляется в рамках модели Эллиота — Гильберта [8, 11]. Данная модель описывает изменение состояния дискретного канала передачи информации между двумя состояниями — «хорошим» и «плохим». Ошибки происходят в этих состояниях с различными вероятностями, группируясь, когда дискретный канал находится в «плохом» состоянии, например, на интервалах замираний принимаемого сигнала. Данная модель широко используется при анализе помехоустойчивости систем передачи информации с группированием символьных ошибок и может быть развита на случай дифференцированного представления дискретного канала более чем двумя состояниями [12, 13].

Схема модели Эллиота — Гильберта для канала передачи информации с группированием ошибок представлена на рис. 1. Дискретный канал передачи информации в произвольный момент времени может находиться в одном из двух со-



■ **Рис. 1.** Схема модели Эллиота — Гильберта для канала передачи информации с группированием ошибок
 ■ **Fig. 1.** Elliot — Guilbert model diagram for a burst-noise channel

стояний — S_1 и S_2 , в которых возможно возникновение ошибок при приеме символа кодового слова с вероятностями p_{01} и p_{02} соответственно. Переходы между состояниями происходят с вероятностями P_{xy} , где $x, y = \{1, 2\}$. Вероятности P_{xy} образуют матрицу переходных вероятностей размерностью 2×2 . Нахождение дискретного канала передачи информации в состояниях S_1 и S_2 характеризуется средними длинами состояний — D_1 и D_2 соответственно. Средняя длина состояния равна среднему числу символов (бит) кодового слова, при последовательной передаче которых дискретный канал остается в данном состоянии. Вероятности переходов между состояниями P_{xy} выражаются через средние длины состояний: $P_{12} = 1/D_1, P_{11} = 1 - P_{12}, P_{21} = 1/D_2, P_{22} = 1 - P_{21}$.

Условия передачи сообщений в модели Эллиота — Гильберта характеризует совокупность параметров p_{01}, p_{02}, D_1, D_2 . Вероятности ошибочного приема символа кодового слова p_{01} и p_{02} , как и вероятность ошибочного приема символа кодового слова p_0 для биномиальной модели дискретного канала передачи информации с независимыми ошибками, в большинстве случаев определяются для модели канала передачи информации с аддитивным белым гауссовым шумом, но с различными уровнями шума в состояниях канала S_1 и S_2 . Средние длины состояний D_1 и D_2 задаются с учетом временных характеристик изменения условий передачи информации, например замираний принимаемого сигнала, определяющих длину «пакета» ошибок.

Особенностью передачи информации в условиях группирования символьных ошибок является то обстоятельство, что вероятности различных сочетаний одинакового количества ошибок при приеме символов кодового слова в пределах кодового слова различны. В этом случае не может быть использовано весовое суммирование вероятностей различного числа символьных ошибок в кодовом слове, аналогичное выражению (1), и необходимо выполнять суммирование по всем возможным ошибкам при приеме кодового слова. Тогда вероятность ошибочного приема кодового слова для группового помехоустойчивого (n, k) -кода с исправлением ошибок определяется суммой вероятностей трансформации нулевого кодового слова в другие $2^k - 1$ разрешенных кодовых слова и ограничена сверху неравенством

$$P_{\text{ош}} \leq \sum_{i=1}^{2^k-1} \Pr(X_i | A_0), \quad (3)$$

где k — число разрядов кодового слова, в которых передаются информационные символы; $\Pr(X_i | A_0)$ — вероятность того, что решение примется в пользу кодового слова X_i , в то время как передавалось нулевое кодовое слово $A_0, i = 1, \dots,$

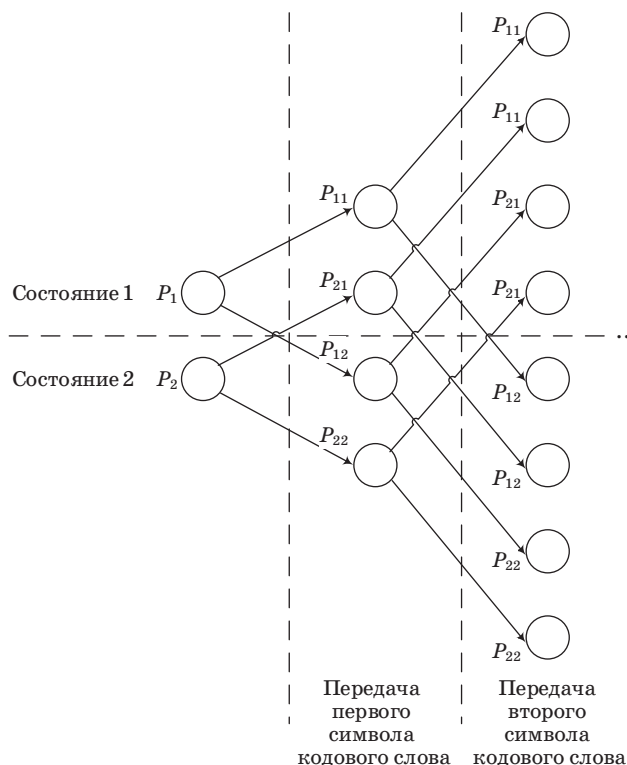
$2^k - 1$. Как и для неравенства (1), в случае безызбыточного кода, не обладающего корректирующими способностями, $n = k$ и $\mu = 0$.

Суммирование в выражении (3) осуществляется по $2^k - 1$ кодовым словам, которые совместно с нулевым кодовым словом являются разрешенными. Остальные $2^n - 2^k$ кодовых слов являются запрещенными и исправляются рассматриваемым корректирующим (n, k) -кодом с кратностью исправляемых ошибок μ . Практически допущение о том, что все ошибки кратности, меньшей и равной μ , исправляются, а все ошибки большей кратности приводят к ошибочному приему кодового слова, соответствует использованию к случаю так называемых совершенных (плотноупакованных) кодов, для которых неравенство для границы Хэмминга (2) превращается в равенство [6].

Вероятности $\Pr(X_i | A_0)$, $i = 1, \dots, 2^k - 1$, входящие в неравенство (3), могут быть найдены как суммы вероятностей возникновения векторов ошибок Z_i , которые приведут к трансформации нулевого кодового слова A_0 в разрешенное кодовое слово X_i . Под вектором ошибок n -разрядного кодового слова Z_i в общем случае понимается вектор размерности n , характеризующий определенное i -е сочетание символьных ошибок при приеме кодового слова. Каждый элемент вектора ошибок соответствует одному из разрядов кодового слова и принимает единичное значение в случае ошибки и нулевое значение при отсутствии ошибки в соответствующем разряде. Для описания вероятности возникновения определенного вектора ошибок $\Pr(Z_i)$ в канале передачи информации с группированием ошибок необходимо рассмотреть передачу кодового слова по дискретному каналу, описываемому моделью Эллиота — Гильберта.

Граф возможных переходов между состояниями канала передачи информации с группированием ошибок при передаче следующих друг за другом двух символов кодового слова для модели Эллиота — Гильберта представлен на рис. 2. В момент начала передачи кодового слова дискретный канал может находиться в одном из двух состояний с вероятностями P_1 и P_2 . В процессе передачи первого символа кодового слова дискретный канал может остаться в исходном состоянии либо перейти в другое состояние с вероятностями перехода P_{xy} , где $x, y = \{1, 2\}$. Это состояние становится исходным состоянием дискретного канала к моменту начала передачи второго символа кодового слова. В процессе передачи второго символа кодового слова дискретный канал также может остаться в исходном состоянии либо перейти в другое состояние с вероятностями перехода P_{xy} и т. д.

При принятых допущениях вероятность ошибочного приема первого символа кодового слова определяется выражением



■ **Рис. 2.** Граф переходов между состояниями дискретного канала передачи информации с группированием ошибок при передаче следующих друг за другом символов кодового слова

■ **Fig. 2.** A transition graph between burst-noise channel states when transmitting codeword symbols following each other

$$\Pr(Z[1]) = p_{01}(P_1P_{11} + P_2P_{21}) + p_{02}(P_1P_{12} + P_2P_{22}) = [P_1 \ P_2] \times M \times \begin{bmatrix} p_{01} \\ p_{02} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где P_1, P_2 — вероятности первого и второго состояний дискретного канала передачи информации соответственно; p_{01}, p_{02} — вероятности ошибочного приема символа кодового слова в первом и втором состояниях дискретного канала передачи информации соответственно; $M = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}$ — матрица переходных вероятностей модели Эллиота — Гильберта. Вероятность правильного приема первого символа кодового слова определяется выражением

$$\Pr(\overline{Z[1]}) = [P_1 \ P_2] \times M \times \begin{bmatrix} q_{01} \\ q_{02} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где q_{01}, q_{02} — вероятности правильного приема символа кода в первом и втором состояниях дискретного канала соответственно ($q_{01} = 1 - p_{01}$, $q_{02} = 1 - p_{02}$).

В результате последовательного выполнения аналогичных преобразований могут быть получены выражения для вероятности ошибочного приема второго и последующих символов кодового слова. Для j -го символа кодового слова вероятность ошибочного приема определяется выражением

$$\Pr(\mathbf{Z}[j]) = [P_1 \ P_2] \times \mathbf{M}^j \times \begin{bmatrix} p_{01} \\ p_{02} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

а вероятность правильного приема определяется выражением

$$\Pr(\overline{\mathbf{Z}[j]}) = [P_1 \ P_2] \times \mathbf{M}^j \times \begin{bmatrix} q_{01} \\ q_{02} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

В результате обобщения выражений (4)–(7) может быть составлено выражение для расчета вероятности возникновения определенного вектора ошибок \mathbf{Z}_i

$$\Pr(\mathbf{Z}_i) = [P_1 \ P_2] \times \left(\prod_{j=1}^n \mathbf{M} \times \left(\begin{bmatrix} p_{01} & 0 \\ 0 & p_{02} \end{bmatrix} \times \mathbf{Z}[j] + \begin{bmatrix} q_{01} & 0 \\ 0 & q_{02} \end{bmatrix} \times \overline{\mathbf{Z}[j]} \right) \right) \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

где $\mathbf{Z}[j] = 1$, $\overline{\mathbf{Z}[j]} = 0$ в случае наличия ошибки в j -м символе кодового слова и $\mathbf{Z}[j] = 0$, $\overline{\mathbf{Z}[j]} = 1$ в случае отсутствия ошибки в j -м символе кодового слова. Сочетание значений $\mathbf{Z}[j]$, $j = 1, \dots, n$ определяет вектор ошибок \mathbf{Z}_i размерности n , характеризующий определенное i -е сочетание ошибок при приеме кодового слова.

Используя выражение (8), можно определить верхнюю границу (3) для вероятности ошибочного приема сообщения $P_{\text{ош}}$ как сумму вероятностей возникновения векторов ошибок $\Pr(\mathbf{Z}_i)$, при которых выделенное при декодировании кодовое слово X_i будет отличаться от нулевого кодового слова A_0 :

$$P_{\text{ош}} \leq \sum_{i=1}^{2^k-1} \Pr(\mathbf{Z}_i). \quad (9)$$

Вероятность ошибочного приема сообщения $P_{\text{ош}}$ является исходной для определения вероятности ошибки на бит информации P_b . В общем случае группового помехоустойчивого (n, k) -кода с исправлением ошибок переход от верхней границы вероятности ошибочного приема сообщения $P_{\text{ош}}$, определяемой выражением (9), к вероятности ошибки на бит информации выполняется в соответствии с выражением

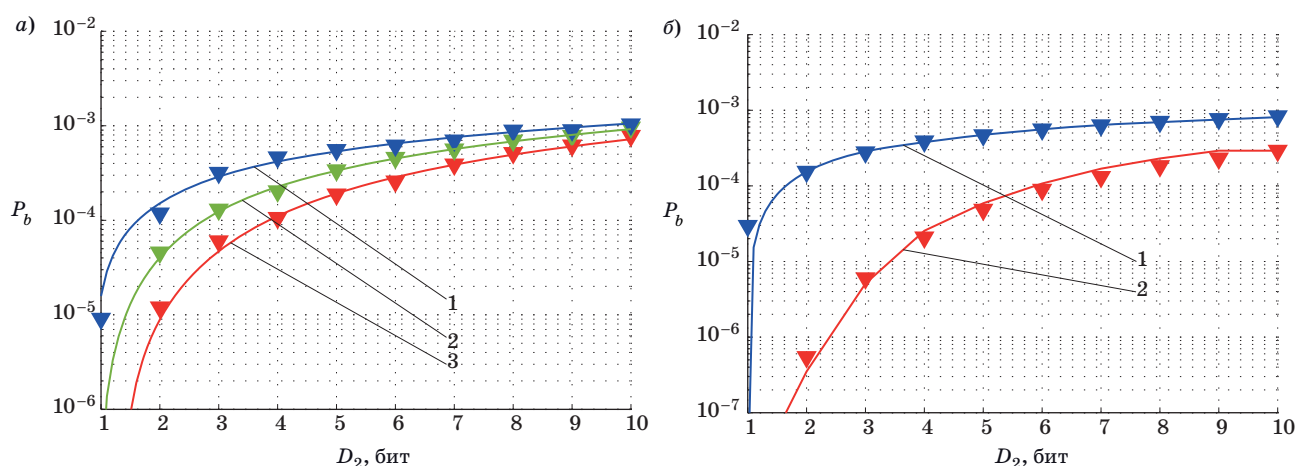
$$P_b \approx P_{\text{ош}}/k. \quad (10)$$

Использование в качестве показателя достоверности вероятности ошибки на бит информации P_b обусловлено необходимостью сравнивать коды различной длины n и k . Входящая в выражение (10) вероятность ошибочного приема сообщения $P_{\text{ош}}$ учитывает результат исправления ошибок помехоустойчивым (n, k) -кодом в пределах его корректирующих возможностей, а деление на число информационных символов в кодовом слове k позволяет отнести показатель достоверности к единице передаваемой информации.

Результаты расчетов аддитивной границы вероятности ошибки в дискретном канале передачи информации с группированием ошибок при использовании помехоустойчивых кодов

В соответствии с выражениями (9) и (10) были проведены расчеты аддитивной границы вероятности ошибки на бит информации P_b в канале с группированием ошибок для групповых помехоустойчивых кодов. Кроме того, для рассмотренных условий передачи информации и групповых помехоустойчивых кодов было проведено имитационное моделирование процесса передачи информации в каналах с группированием символьных ошибок. Результаты расчетов и имитационного моделирования представлены на рис. 3, а и б в виде зависимостей вероятности ошибки на бит информации P_b от средней длины «плохого» состояния канала D_2 при фиксированных остальных параметрах модели Эллиота — Гильберта: средняя длина «хорошего» состояния канала $D_1 = 1000$ бит, вероятности ошибочного приема символа кодового слова в «хорошем» и «плохом» состояниях канала $p_{01} = 10^{-3}$ и $p_{02} = 0,3$ соответственно.

На рисунке 3, а приведены зависимости вероятности ошибки на бит информации P_b от средней длины «плохого» состояния канала D_2 для простейших коротких помехоустойчивых кодов (15, 5), (15, 7), (15, 11). На рис. 3, б приведены зависимости вероятности ошибки на бит информации P_b от средней длины «плохого» состояния канала D_2 для более длинных помехоустойчивых кодов (31, 26) и (31, 11). Выбранные для анализа (15, 11) и (31, 26) являются кодами Хэмминга, а коды (15, 5), (15, 7) и (31, 11) являются БЧХ-кодами, их корректирующие способности удовлетворяют границе Хэмминга (2). На обоих рисунках зависимости, полученные аналитически, обозначены сплошными линиями, а треугольными маркерами показаны результаты имитационного моделирования. Имитационное моделирование проводилось по методике, изложенной в работах [11, 14]. Сходимость результатов имитационного моделирования и ана-



■ **Рис. 3.** Зависимости вероятности ошибки на бит информации P_b от средней длины «плохого» состояния канала D_2 для помехоустойчивых кодов: а — 1 — код Хэмминга (15, 11); 2 — BCH-код (15, 7); 3 — BCH-код (15, 5); б — 1 — код Хэмминга (31, 26); 2 — BCH-код (31, 11)

■ **Fig. 3.** Bit error probability P_b dependence on channel “bad” state average length D_2 for different noise-immune code: а — 1 — Hamming code (15, 11); 2 — BCH-code (15, 7); 3 — BCH-code (15, 5); б — 1 — Hamming code (31, 26); 2 — BCH-code (31, 11)

литических расчетов позволяет сделать вывод об адекватности полученных выражений.

Приведенные зависимости показывают, что даже небольшие «пакеты» символьных ошибок со средней длиной «плохого» состояния канала в единицы бит при средней длине «хорошего» состояния канала 1000 бит приводят к заметному увеличению вероятности ошибки на бит передаваемой информации. При этом повышение корректирующей способности кода для канала с группирующимися ошибками дает существенно меньший выигрыш в достоверности передачи информации, чем для канала с независимыми ошибками. Так, для дискретного канала передачи информации со средней длиной «плохого» состояния канала $D_2 = 2$ и средней длиной «хорошего» состояния канала $D_1 = 1000$ использование BCH-кода (15, 5), исправляющего три ошибки, позволяет снизить вероятность ошибки на бит информации P_b на порядок по сравнению с кодом Хэмминга (15, 11), исправляющим одну ошибку. В то же время для дискретного канала передачи информации со средней длиной «плохого» состояния канала $D_2 = 10$ и тех же кодов вероятность ошибки на бит информации P_b снижается всего в 1,25 раза.

Если бы для расчета вероятности ошибочного приема сообщения $P_{\text{ош}}$ и связанной с ней вероятности ошибки на бит информации P_b использовалась биномиальная модель дискретного канала передачи информации и верхняя граница (1), то полученные результаты соответствовали бы $D_2 = 1$ и значения рассматриваемых вероятностных показателей достоверности передачи информации для каналов с группированием символьных ошибок были бы завышены. Представленные вы-

ражения определяют методику расчета верхней границы (3), позволяющую получить на основе модели Эллиота — Гильберта более точные оценки вероятности ошибочного приема сообщения и вероятности ошибки на бит информации в каналах с группирующимися ошибками в сравнении с известными приближенными методиками [15–17]. Из представленных результатов видно, что при любой длине кода использование модели Эллиота — Гильберта позволяет существенно уточнить результаты расчетов вероятностных показателей достоверности передачи информации в каналах с группированием символьных ошибок по сравнению с исходной биномиальной моделью.

К недостаткам рассмотренного способа следует отнести высокую вычислительную сложность при его применении, которая существенно увеличивается при увеличении длины кода. Этим объясняется то обстоятельство, что представленные результаты расчетов и имитационного моделирования относятся к сравнительно коротким помехоустойчивым кодам. В то же время анализ показателей достоверности передачи информации в каналах с группированием ошибок методом имитационного моделирования имеет еще большую вычислительную сложность, что приводит к задаче оптимизации точности вычислений при ограниченных вычислительных ресурсах [8].

Заключение

Полученные результаты показывают важность адекватного описания условий передачи информации в каналах с группирующимися ошибками.

Полученные аналитические выражения позволяют выполнять расчеты показателей достоверности передачи информации в каналах передачи информации с помехоустойчивым кодированием и группированием символьных ошибок. В настоящее время в качестве основного способа анализа показателей качества передачи информации в таких каналах рассматривается имитационное моделирование. Рассмотренная методика описания характеристик дискретного канала передачи информации с группированием символьных ошибок и расчета аддитивной границы вероятности ошибки на бит информации имеет достаточно высокую вычислительную сложность, однако хорошее совпадение результатов аналитических расчетов и имитационного моделирования позволяет отказаться от имитационного моделирования на этапе

проектирования систем передачи информации, функционирующих в условиях группирования ошибок. При этом обеспечивается более точное оценивание вероятностных показателей достоверности передачи информации в сравнении с более простыми методиками расчета, дающими, как показано в работе, существенную погрешность оценивания вероятности ошибки на бит информации.

Представленные результаты могут быть использованы при проектировании и анализе характеристик радиотехнических систем передачи информации различного назначения, функционирующих в условиях группирования ошибок, которое может быть связано как с условиями распространения сигналов в радиоканале передачи информации, так и с воздействием различного вида помех.

Литература

1. Семенов Ю. А. *Алгоритмы телекоммуникационных сетей. Часть 1. Алгоритмы и протоколы каналов и сетей передачи данных*. М., Бином. Лаборатория знаний, 2016. 637 с.
2. Зубарев А. Е., Позов А. В., Приходько А. И. Анализ методов расчета битовой вероятности ошибки при когерентном приеме сигналов с M -ичной фазовой манипуляцией. *Международный научно-исследовательский журнал*, 2019, № 1(79), с. 53–59. doi:10.23670/IRJ.2019.79.1.009
3. Владимиров С. С. Сравнение вероятностных характеристик 8-разрядных кодов с прямой коррекцией ошибок. *Информационные технологии и телекоммуникации*, 2019, т. 7, № 1, с. 21–30. doi:10.31854/2307-1303-2019-7-1-21-30. <http://itt.sut.ru> (дата обращения: 29.03.2020).
4. Струков А. П. Метод аналитического расчета вероятности символьной и битовой ошибок сигнала с амплитудно-фазовой манипуляцией в нелинейном канале. *Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы*, 2017, т. 4, вып. 4, с. 83–88. doi:10.17238/issn2409-0239.2017.4.83
5. Чиров Д. С., Лобов Е. М. Выбор сигнально-кодовой конструкции для командно-телеметрической линии радиосвязи с беспилотным летательным аппаратом средней и большой дальности. *T-Comm: Телекоммуникации и транспорт*, 2017, т. 11, № 10, с. 21–28.
6. Clark G. C. Jr., Cain J. B. *Error-Correction Coding for Digital Communications*. Springer Science & Business Media, 2013. 422 p.
7. Шевченко В. А., Снедков Д. М. Критическая скорость кодирования для некогерентных каналов связи с группированием ошибок, вызванным замираниями и воздействием импульсной помехи. *Известия института инженерной физики*, 2018, № 1(47), с. 39–46.
8. Мелентьев О. Г. *Теоретические аспекты передачи данных по каналам с группирующимися ошибками*. М., Горячая линия–Телеком, 2007. 232 с.
9. Шевченко В. А., Пашинцев В. П. Метод расчета вероятности ошибки на бит в каналах связи с блочными замираниями для приемника с линейным сложением мягких решений некогерентного демодулятора. *Инфокоммуникационные технологии*, 2019, т. 17, № 4, с. 372–382. doi:10.18469/ikt.2019.17.4.03
10. Нурматов А. Т., Селихов Ю. Р., Нурматова Е. В. Проектирование систем оценки состояния нестационарного дискретного канала связи. *Вестник компьютерных и информационных технологий*, 2017, № 4(154), с. 29–38. doi:10.14489/VKIT.2017.04.PP.029-038
11. Афанасьев В. Б., Давыдов А. А., Зигангиров Д. К. Оценка доли стираний, исправляемых линейными кодами. *Информационные процессы*, 2016, т. 16, № 4, с. 382–404.
12. Trofimov A. N. Random coding bound for channels with memory — decoding function with partial overlapping. Part 1. Derivation of main expression. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2018, no. 3, pp. 79–88. doi:10.15217/issn1684-8853.2018.3.79
13. Мальцев Г. Н., Джумков В. В. Обобщенная модель дискретного канала передачи информации с группированием ошибок. *Информационно-управляющие системы*, 2013, № 1, с. 27–33.
14. Кузнецов В. С., Волков А. С., Быков А. В. Разработка и моделирование метода декодирования помехоустойчивого блочного кода с применением второго алгоритма Чейза. *Научно-технические исследования в космических исследованиях Земли*, 2018, т. 10, № 5, с. 46–55. doi:10.24411/2409-5419-2018-10165
15. Bildea A., Alphand O., Rousseau F., Duda A. Link quality estimation with the Gilbert—Elliot model for wireless sensor networks. *IEEE 26th Annual Interna-*

tional Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications (PIMRC), Hong Kong, 2015, pp. 1–6.

16. Nielsen J. J., Leyva-Mayorga I., Popovski P. Reliability and error burst length analysis of wireless multi-connectivity. *2019 IEEE 16th International Sympo-*

sium on Wireless Communication Systems (ISWCS), Oulu, 2019, pp. 107–111.

17. da Silva C. A. G., Pedroso C. M. MAC-layer packet loss models for Wi-Fi networks: Survey. *IEEE Access*, 2019, vol. 7, pp. 180512–180531. doi:10.1109/ACCESS.2019.2958260

UDC 621.391

doi:10.31799/1684-8853-2020-4-78-86

Additive boundary of error probability in a discrete data transmission channel with noise-immune coding and grouping of errors

G. N. Maltsev^a, Dr. Sc., Tech., Professor, orcid.org/0000-0002-6755-5700

V. V. Dzhumkov^a, PhD, Tech., Associate Professor, orcid.org/0000-0002-6385-7285, valentin32k@mail.ru

^aA. F. Mozhaiskiy Military Space Academy, 13, Zhdanovskaia Emb., 197198, Saint-Petersburg, Russian Federation

Introduction: Data transmission reliability analysis when using noise-immune coding in channels with grouping of errors (in particular, in radio channels with interference and fading of the received signals) is complicated by the need to use discrete data transmission channel models which take into account the error grouping, differing from the traditional binomial model. The complexity of the analytical description of such models leads to the fact that the quality indicators of data transmission over channels with error grouping are usually analyzed by simulation methods, and the development of analytical models of data transmission discrete channels with grouping of errors is one of the modern direction in the noise-immune coding theory development. **Purpose:** Finding the additive boundary of a bit error probability for data transmission discrete channel with grouping of symbol errors, described by Elliot — Hilbert model. **Results:** For the case of data transmission using a group noise-immune code, analytical expressions are obtained for calculating the additive boundary of a bit error probability in a discrete data transmission channel with grouping of symbol errors. The obtained expressions take into account the features of data transmission over a channel with error grouping, in particular, the fact that the probabilities of various combinations of the same number of errors are not equal to each other. Examples are presented of calculating a bit error probability for the case of using noise-immune codes which correct errors. It is shown that for any code length, the use of the Elliot — Hilbert model allows you to substantially refine the results of calculating the probabilistic indicators of the reliability of data transmission in channels with error grouping, as compared to the original binomial model. The obtained results are compared to the results of the simulation. **Practical relevance:** The results can be used in the design and analysis of the characteristics of data transmission systems for various purposes, operating under conditions of error grouping. Using analytical expressions to calculate the probability indicators of the reliability of data transfer allows you to abandon complex simulation modeling of transmitting data in channels with error grouping at the stage of choosing a noise-immune code and its parameters.

Keywords — data transmission channel, grouping of symbol errors, Elliot — Hilbert model, bit error probability.

For citation: Maltsev G. N., Dzhumkov V. V. Additive boundary of error probability in a discrete data transmission channel with noise-immune coding and grouping of errors. *Informatsionno-upravliayushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2020, no. 4, pp. 78–86 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2020-4-78-86

References

1. Semenov Yu. A. *Algoritmy telekommunikatsionnykh setey. Chast' 1. Algoritmy i protokoly kanalov i setey peredachi dannykh* [Telecommunication network algorithms. Part 1. Algorithms and protocols of channels and data transmission networks]. Moscow, Binom. Laboratoriya znaniy Publ., 2016. 637 p. (In Russian).
2. Zubarev A. E., Pozov A. V., Prikhodko A. I. Calculating method analysis of bit probability of error at coherent reception of signals with M -ary phase manipulation. *Research Journal of International Studies*, 2019, no. 1(79), pp. 53–59 (In Russian). doi:10.23670/IRJ.2019.79.1.009
3. Vladimirov S. Comparison of the probabilistic characteristics of 8-bit codes with forward error correction. *Informatsionnye tekhnologii i telekommunikatsii*, 2019, vol. 7, no. 1, pp. 21–30. doi:10.31854/2307-1303-2019-7-1-21-30. Available at: <http://itt.sut.ru> (accessed 29 March 2020) (In Russian).
4. Strukov A. P. A method of analytical calculation of SER and BER for APSK modulation in the nonlinear channel with AWGN. *Rocket-space device engineering and information systems*, 2017, vol. 4, iss. 4, pp. 83–88 (In Russian). doi:10.17238/issn2409-0239.2017.4.83
5. Chirov D. S., Lobov E. M. Choice of signal-code construction for the command-telemetry radio communication line with medium and long range unmanned aerial vehicles. *TComm*, 2017, vol. 11, no. 10, pp. 21–28 (In Russian).
6. Clark G. C. Jr., Cain J. B. *Error-Correction Coding for Digital Communications*. Springer Science & Business Media, 2013. 422 p.
7. Shevchenko V. A., Snedkov D. M. Critical coding rate for incoherent communication channels with error grouping caused by fading and impulse noise interference. *Izvestiya instituta inzhenernoy fiziki*, 2018, no. 1(47), pp. 39–46 (In Russian).
8. Melent'yev O. G. *Teoreticheskiye aspekty peredachi dannykh po kanalam s gruppuyushchimiya oshibkami* [Theoretical aspects of data transmission on channels with grouping errors]. Moscow, Goryachaya liniya–Telekom Publ., 2007, 232 p. (In Russian).
9. Shevchenko V. A., Pashintsev V. P. The method of calculating the error probability per bit in the communication channels with block freeze-ups for the receiver with linear addition of soft solutions of the incoherent demodulator. *Infokommunikatsionnye tekhnologii*, 2019, vol. 17, no. 4, pp. 372–382. doi:10.18469/ikt.2019.17.4.03 (In Russian).
10. Nurmatov A. T., Selikhov Yu. R., Nurmatova E. V. Non-stationary discrete communication channel state assessment system design. *Herald Computer and Information Technologies*, 2017, no. 4(154), pp. 29–38 (In Russian). doi:10.14489/VKIT.2017.04.PP.029-038
11. Afanas'yev V. B., Davydov A. A., Zigangirov D. K. Estimation of the proportion of erasures corrected by linear codes.

- Informatsionnyye protsessy*, 2016, vol. 16, no. 4, pp. 382–404 (In Russian).
12. Trofimov A. N. Random coding bound for channels with memory — decoding function with partial overlapping. Part 1. Derivation of main expression. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2018, no. 3, pp. 79–88. doi:10.15217/issn1684-8853.2018.3.79
 13. Maltsev G. N., Dzhumkov V. V. Generalized model of a discrete communication channel in conditions of burst errors. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2013, no. 1, pp. 27–33 (In Russian).
 14. Kuznetsov V. S., Volkov A. S., Bykov A. V. Development and modeling of decoding method of error correction block code using the second Chase algorithm. *High Technologies in Earth Space Research*, 2018, vol. 10, no. 5, pp. 46–55 (In Russian). doi:10.24411/2409-5419-2018-10165
 15. Bildea A., Alphand O., Rousseau F., Duda A. Link quality estimation with the Gilbert—Elliot model for wireless sensor networks. *IEEE 26th Annual International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications (PIMRC)*, Hong Kong, 2015, pp. 1–6.
 16. Nielsen J. J., Leyva-Mayorga I., Popovski P. Reliability and error burst length analysis of wireless multi-connectivity. *2019 IEEE 16th International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS)*, Oulu, 2019, pp. 107–111.
 17. da Silva C. A. G., Pedroso C. M. MAC-layer packet loss models for Wi-Fi networks: Survey. *IEEE Access*, 2019, vol. 7, pp. 180512–180531. doi:10.1109/ACCESS.2019.2958260

УВАЖАЕМЫЕ АВТОРЫ!

Научная электронная библиотека (НЭБ) продолжает работу по реализации проекта SCIENCE INDEX. После того как Вы регистрируетесь на сайте НЭБ (<http://elibrary.ru/defaultx.asp>), будет создана Ваша личная страничка, содержание которой составят не только Ваши персональные данные, но и перечень всех Ваших печатных трудов, имеющих в базе данных НЭБ, включая диссертации, патенты и тезисы к конференциям, а также сравнительные индексы цитирования: РИНЦ (Российский индекс научного цитирования), h (индекс Хирша) от Web of Science и h от Scopus. После создания базового варианта Вашей персональной страницы Вы получите код доступа, который позволит Вам редактировать информацию, помогая создавать максимально объективную картину Вашей научной активности и цитирования Ваших трудов.