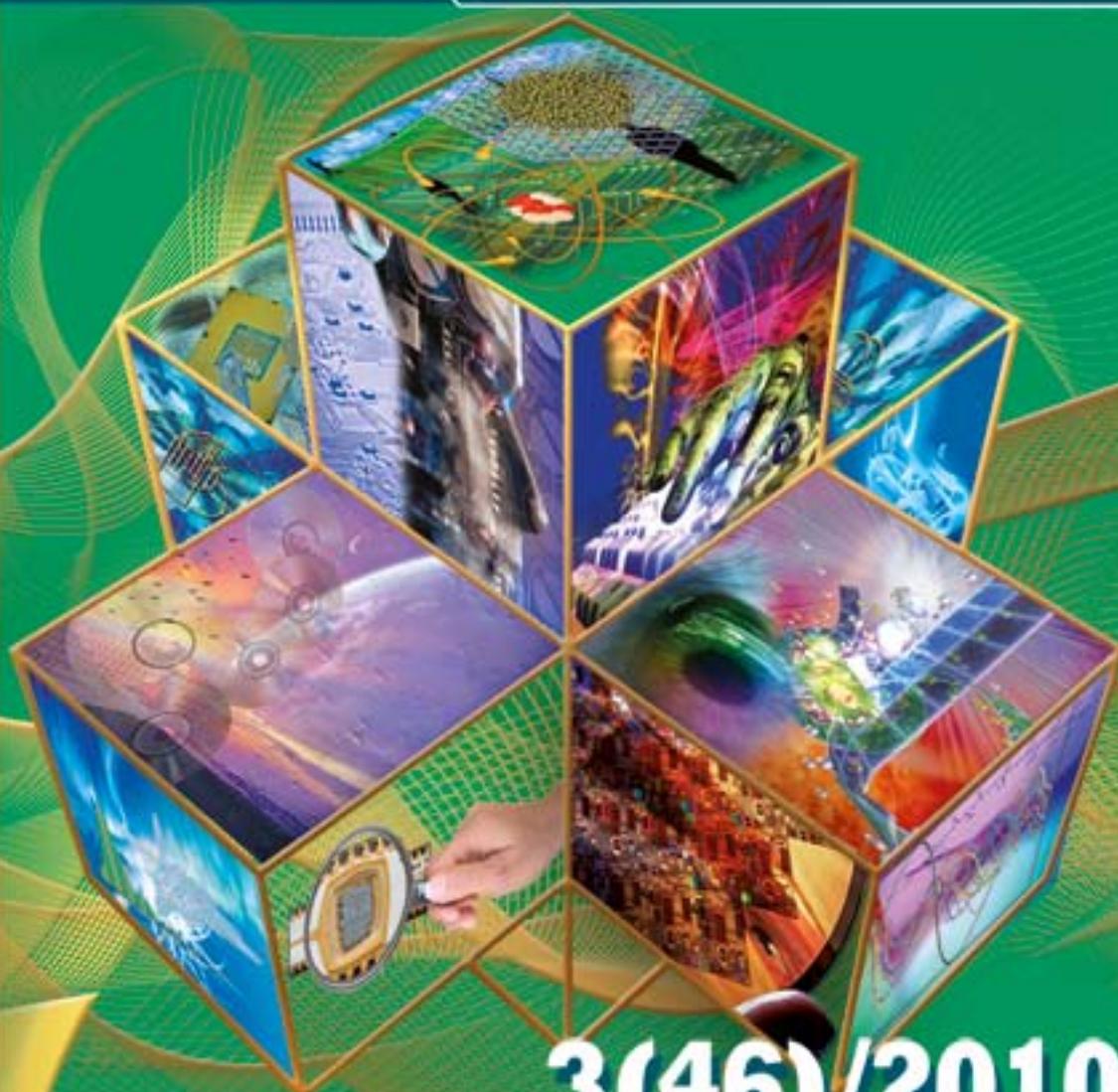


ИНФОРМАЦИОННО- УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ



3(46)/2010

3(46)/2010

РЕЦЕНЗИРУЕМОЕ ИЗДАНИЕ

ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ

Учредитель
ОАО «Издательство «Политехника»»

Главный редактор
М. Б. Сергеев,
доктор технических наук, профессор

Зам. главного редактора
Г. Ф. Мощенко

Редакционный совет:
Председатель А. А. Оводенко,
доктор технических наук, профессор
В. Н. Васильев,
доктор технических наук, профессор
В. Н. Козлов,
доктор технических наук, профессор
Ю. Ф. Подоплекин,
доктор технических наук, профессор
Д. В. Пузанков,
доктор технических наук, профессор
В. В. Симаков,
доктор технических наук, профессор
А. Л. Фрадков,
доктор технических наук, профессор
Л. И. Чубраева,
доктор технических наук, профессор, чл.-корр. РАН
Р. М. Юсупов,
доктор технических наук, профессор, чл.-корр. РАН

Редакционная коллегия:
В. Г. Анисимов,
доктор технических наук, профессор
Е. А. Крук,
доктор технических наук, профессор
В. Ф. Мелехин,
доктор технических наук, профессор
А. В. Смирнов,
доктор технических наук, профессор
В. И. Хименко,
доктор технических наук, профессор
А. А. Шалыто,
доктор технических наук, профессор
А. П. Шепета,
доктор технических наук, профессор
З. М. Юлдашев,
доктор технических наук, профессор

Редактор: А. Г. Ларионова
Корректор: Т. В. Звертановская
Дизайн: А. Н. Колешко, М. Л. Черненко
Компьютерная верстка: С. В. Барашкова
Ответственный секретарь: О. В. Муравцова

Адрес редакции: 190000, Санкт-Петербург,
Б. Морская ул., д. 67, ГУАП, РИЦ
Тел.: (812) 494-70-44
Факс: (812) 494-70-18
E-mail: 80x@mail.ru
Сайт: www.i-us.ru

Журнал зарегистрирован в Министерстве РФ по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций.
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-12412 от 19 апреля 2002 г.

Журнал входит в «Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание ученой степени доктора и кандидата наук».

Журнал распространяется по подписке. Подписку можно оформить через редакцию, а также в любом отделении связи по каталогам: «Роспечать»: № 48060, № 15385; «Пресса России»: № 42476.

© Коллектив авторов, 2010

ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ И УПРАВЛЕНИЕ

Артеменко Ю. Н., Городецкий А. Е., Дубаренко В. В., Кучмин А. Ю., Тарасова И. Л. Проблемы создания систем адаптации космических радиотелескопов 2

ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ

Чернышев К. Р. Вероятностные неравенства чебышевского типа в одной задаче робастного управления 9

Веремей Е. И. Синтез H_∞ -оптимальных систем с ограниченными управлениями в сингулярной ситуации 13

Мазгалин Д. В. Построение способа управления ракетой-носителем при использовании в качестве управления программных угловых скоростей разворотов 21

ПРОГРАММНЫЕ И АППАРАТНЫЕ СРЕДСТВА

Новиков Ф. А., Тихонова У. Н. Автоматный метод определения проблемно-ориентированных языков (Часть 3) 29

Костикова Е. В., Фахми Ш. С. Сопряженное проектирование на базе реконфигурируемых систем на кристалле 38

Окунев К. Е., Ключарев А. А. Программная модель системы на кристалле 44

Токарчук А. М. Применение грид-систем при развертывании web-сайта 51

КОДИРОВАНИЕ И ПЕРЕДАЧА ИНФОРМАЦИИ

Винель А. В., Дудин А. Н., Андреев С. Д., Тюрликов А. М. Анализ алгоритмов распространения тревожного сообщения с глобальным знанием в беспроводных сетях передачи данных с линейной топологией 56

Молдовяну П. А., Молдовян Д. Н., Хо Нгок Зуй. Конечные группы с четырехмерной цикличностью как примитивы цифровой подписи 61

УПРАВЛЕНИЕ В МЕДИЦИНЕ И БИОЛОГИИ

Немирко А. П., Манило Л. А., Калинин А. Н., Волкова С. С. Энтропийные методы оценки уровня анестезии по ЭЭГ-сигналу 69

УПРАВЛЕНИЕ В СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Новицкий В. О. Система производственного планирования с использованием банка аналитических моделей 75

Степанов Л. В. Генезис рыночной системы предприятия 80

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ 86

АННОТАЦИИ 91

ЛР № 010292 от 18.08.98.
Сдано в набор 23.04.10. Подписано в печать 15.06.10. Формат 60×84/8.
Бумага офсетная. Гарнитура SchoolBookC. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 11,0. Уч.-изд. л. 14,0. Тираж 1000 экз. Заказ 266.

Оригинал-макет изготовлен в редакционно-издательском центре ГУАП.
190000, Санкт-Петербург, Б. Морская ул., 67.

Отпечатано с готовых диапозитивов в редакционно-издательском центре ГУАП.
190000, Санкт-Петербург, Б. Морская ул., 67.

УДК 004.05

ПРОБЛЕМЫ СОЗДАНИЯ СИСТЕМ АДАПТАЦИИ КОСМИЧЕСКИХ РАДИОТЕЛЕСКОПОВ

Ю. Н. Артеменко,

канд. техн. наук, заведующий отделом

Астрокосмический центр Физического института им. П. Н. Лебедева РАН

А. Е. Городецкий,

доктор техн. наук, профессор

В. В. Дубаренко,

доктор техн. наук, профессор

А. Ю. Кучмин,

канд. техн. наук

И. Л. Тарасова,

канд. техн. наук, доцент

Институт проблем машиноведения РАН

Рассматриваются основные проблемы управления радиотелескопом и его адаптации в условиях космоса. Изложены общие принципы управления зеркальной системой космического телескопа «Миллиметрон». Рассмотрены варианты конструкций механики подсистем адаптации. Проанализированы свойства и характеристики различных материалов при низких температурах. Приведены оценки динамических характеристик конструкций элементов зеркальной системы.

Ключевые слова — космический радиотелескоп, система автоматического управления, криогенные температуры, электроприводы.

Введение

Космические телескопы, в частности телескоп обсерватории «Миллиметрон» диаметром 12 м, предназначены для исследования различных объектов Вселенной в миллиметровом и инфракрасном диапазонах (от 20 мкм до 20 мм) как с ультравысокой чувствительностью (режим одиночного телескопа), так и со сверхвысоким угловым разрешением (в режиме интерферометра).

Высокая чувствительность таких телескопов достигается за счет теплового экранирования антенны и глубокого охлаждения телескопа и приемной аппаратуры с помощью криогенной установки. Высокое угловое разрешение может обеспечиваться за счет использования адаптивного управления элементами зеркальной системы телескопа при работе в режиме интерферометра, состоящего из космического телескопа и крупнейших наземных телескопов.

Главное зеркало (ГЗ), а также контррефлектор (КР) таких телескопов могут состоять из подвижных щитов, устанавливаемых на актуаторах,

обеспечивающих адаптацию их поверхностей с помощью соответствующих управляющих систем, создание которых требует решение целого ряда проблем, связанных с эксплуатацией отдельных ее элементов в условиях сверхнизких температур и глубокого вакуума.

Обобщенная структура систем управления зеркальной системой радиотелескопа в условиях космоса

В отношении принципов управления зеркальной системой рассматриваемых радиотелескопов можно с большой долей уверенности сказать, что они будут аналогичны отработанным принципам управления зеркальной системой радиотелескопа РТ-70, строящегося в международной обсерватории «Суффа» в Узбекистане [1].

Система управления космического радиотелескопа (КРТ) в самом общем случае может состоять из 5 основных контуров.

1. Контур управления формой поверхности ГЗ. Положение щитов лепестков ГЗ меняется при

помощи электромеханических актуаторов так, чтобы обеспечить минимальное среднеквадратическое отклонение профиля поверхности от рассчитанного аппроксимирующего параболоида (АП) ГЗ.

2. Контур управления положением ГЗ. Наведение ГЗ осуществляется по углу азимута и углу места так, чтобы фокальная ось АП, построенного по методу наименьших квадратов по измерениям реперных точек поверхности ГЗ, совместились с линией визирования космического источника радиоизлучения.

3. Контур управления положением КР. Положение КР изменяется так, чтобы фокус и фокальная ось АП ГЗ и фокус и фокальная ось аппроксимирующего эллипсоида (АЭ) КР совместились с минимальными ошибками.

4. Контур управления формой поверхности КР. Положение щитов КР меняется при помощи электромеханических актуаторов так, чтобы обеспечить минимальное среднеквадратическое отклонение между ходами лучей от всех точек поверхности ГЗ до перископического зеркала (ПЗ), рассчитываемых с учетом положения щитов ГЗ и КР.

5. Контур управления положением ПЗ. Из памяти выбирается приемник излучения, с которым предполагается работа, и определяется управляющее воздействие, подаваемое на электропривод ПЗ. Затем по данным о координатах космического источника радиоизлучения и взаимном положении элементов зеркальной системы с помощью электродинамической модели последней рассчитываются координаты фазового центра электромагнитного излучения в зоне ПЗ и определяются управляющие воздействия для электроприводов ПЗ, чтобы системы координат приемника и фазового центра совместились.

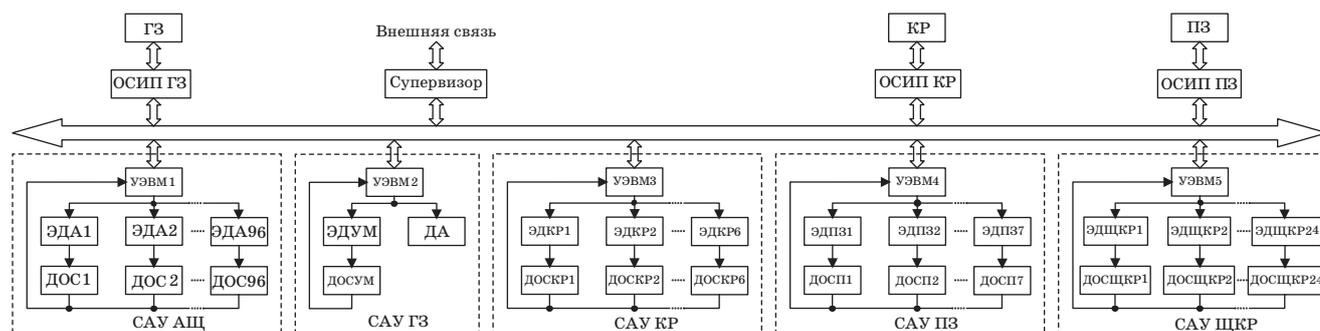
Управление указанными контурами и их синхронизацию осуществляет центральный компьютер или супервизор. Он же будет координировать свою деятельность с другими подсистемами космического аппарата и с наземными службами.

Система адаптации КРТ обычно строится в виде управляющей локальной вычислительной сети (УЛВС), объединяющей УЭВМ1—УЭВМ5 контуров автоматического управления с контролерами оптических систем измерения положения ГЗ, КР и ПЗ под управлением сетевого сервера (супервизора). Данная УЛВС должна обеспечивать в реальном времени обмен информацией между подсистемами, находящимися в различных температурных режимах от 4 до 300 К в условиях глубокого вакуума, и подачу им питающих напряжений.

На обобщенной структуре УЛВС (рис. 1) обозначены: ОСИП — оптическая система измерения положения; САУ — системы автоматического управления актуаторами щитов; АЩ — актуаторы щитов ГЗ; ЩКР — щиты контррефлектора; ЭДА1—ЭДА96 — электродвигатели актуаторов; ДОС1—ДОС96 — датчики обратной связи перемещения актуаторов; ЭДУМ — электродвигатель угла места; ДОСУМ — датчик обратной связи угла места; ДА — двигатели азимута; ЭДКР1—ЭДКР6 — электродвигатели системы перемещения контррефлектора; ДОСКР1—ДОСКР6 — датчик обратной связи перемещения контррефлектора; ЭДПЗ1—ЭДПЗ7 — электродвигатели системы перемещения плоского зеркала; ДОСПЗ1—ДОСПЗ7 — датчики обратной связи перемещения плоского зеркала; ЭДЩКР1—ЭДЩКР24 — электродвигатели системы щитов КР; ДОСЩКР1—ДОСЩКР24 — датчики обратной связи системы щитов КР.

Системы управления положением и формой поверхности ГЗ и КР охлаждаемого КРТ представляют собой наиболее сложную проблему, связанную, прежде всего, с необходимостью решения следующих задач:

- создание принципиально новой измерительной системы, обеспечивающей точное (с погрешностью не более 10 мкм) измерение положения щитов зеркал при температуре 4 К;
- исследование динамики поведения элементов конструкции ГЗ и КР при их раскрытии и охлаждении до 4 К;



■ Рис. 1. Обобщенная структура УЛВС

- выбор либо разработка наиболее эффективных двигателей для актуаторов щитов;
- исследование динамики поведения конструкции ГЗ при повороте по углу места и азимуту;
- выбор либо разработка наиболее эффективных двигателей для угловых и линейных перемещений зеркал;
- исследование трения и смазки подвижных узлов конструкции зеркал при температуре 4 К;
- выбор движителей электроприводов, работающих в космосе при температуре 4 К, и расчет их силовых и тепловых характеристик.

Варианты конструкций механики подсистем адаптации

Первый вариант коррекции ошибок наведения и деформаций зеркальной системы — это применение деформируемых зеркал, использующихся в оптических телескопах. Они состоят из отдельных сегментов, каждый из которых управляется тремя пьезоэлектрическими актуаторами (толкателями). Этот тип зеркал использован в системе адаптивной оптики телескопа Джемини [2]. Подобные конструкции могут применяться в системах управления щитами поверхностей ГЗ и КР при условии адаптации пьезодвигателей к условиям сверхнизких температур и глубокого вакуума.

Второй вариант — это возможность использовать гексаподы из комбинированных приводов, взяв за аналог такого устройства гексаподы производства фирмы PI (Германия) [3], с наконечниками на пьезоприводах, например типа NEX-LINE (рис. 2). В основу такого метода позиционирования подвижного основания гексапода положен следующий принцип: электромеханический привод совершает наибольшее перемещение под-



■ Рис. 2. Общий вид гексапода, построенного на комбинированном приводе

вижного основания, а за счет пьезопривода на конце каждого электропривода осуществляется точная подстройка.

Конструкцию привода системы автоматического управления положением ПЗ целесообразно строить по аналогии с КР. Однако основание гексапода (ПЗ) должно иметь возможность поворачиваться от электропривода углового перемещения, обеспечивающего перенаправление излучения на тот или иной приемник.

Конструкцию привода наведения ГЗ можно выполнить по аналогии с электроприводом углового перемещения ПЗ. При этом угломестный электропривод связывается с жесткой частью ГЗ.

При создании конструкций электроприводов рассматриваемых систем прежде всего необходимо подобрать конструкционные материалы, обеспечивающие работоспособность и долговечность систем в условиях эксплуатации при сверхнизких температурах.

Анализ свойств и характеристик различных материалов при низких температурах

С понижением температуры большинство материалов становятся более прочными и износостойкими. При 77 К (температура кипения жидкого азота) предел прочности большинства металлов в 2–5 раз больше, чем при комнатной температуре; прочность некоторых пластмасс увеличивается в 8 раз, стекла — в 12 раз. При 4,2 К (температура кипения жидкого гелия) предел прочности меди в 2 раза больше, чем при комнатной температуре, а прессованного алюминия — в 6 раз, сталей — в 2,5–3 раза [4].

Однако при низких температурах в материале, особенно под нагрузкой, могут происходить внутренние структурные превращения, в результате которых возрастает опасность внезапного разрушения деталей. Поэтому даже в тех случаях, когда глубокое охлаждение носило временный характер, при последующей работе в условиях нормальных температур следует считаться с возможными остаточными явлениями, а при работе в условиях низких температур необходимо учитывать возможность преждевременного хрупкого разрушения материала в результате уменьшения пластичности.

В последнее время в конструкциях аппаратов космического назначения все шире применяют различные углепластики, и в частности углеродное волокно (УВ), которое получают высокотемпературной обработкой в среде инертного газа синтетических волокон из полиакрилонитрила или других полимеров. Поэтому УВ эластичное, имеет развитую поверхность и в силу произошед-

шей графитизации (карбонизации) приобретает кроме прочности еще и свойства повышенной тепло- и электропроводности, износостойкости и антифрикционности. Естественно, что такой набор ценных характеристик существенно расширяет спектр технологических и эксплуатационных свойств углепластиков, которые в настоящее время являются наиболее перспективными материалами для аэрокосмической отрасли.

В РКК «Энергия» им. С. П. Королева разработана технология изготовления отражающей поверхности из УВ для крупногабаритных развертываемых рефлекторов космических телескопов [5]. Основным требованием, предъявляемым к отражающей поверхности больших развертываемых рефлекторов, является обеспечение точности положения опорных точек отражающей поверхности и их принадлежность к теоретической поверхности. Техническим результатом разработанной технологии является возможность изготовления рефлекторов диаметром от 6 до 18 и более метров. Однако данных об испытании образцов изделий, выполненных по данной технологии, при сверхнизких температурах до 4 К не имеется.

Европейским космическим агентством (ESTEC) совместно с НПО им. С. А. Лавочкина и АКЦ ФИАН им. П. Н. Лебедева разработаны прецизионные трубы каркаса и размеростабильные параболические оболочки радиотелескопа диаметром 10 м [6, 7]. Прецизионные трубы сохраняют форму и размеры в интервале температур эксплуатации для каркасов антенн КРТ и для крепления приборных платформ к корпусам спутников и имеют следующие параметры: длина до 1300 мм; модуль упругости не менее 108 ГПа; коэффициент линейного термического расширения не более $0,3 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$; термическая крутка не более 7"; термический изгиб не более 10 мкм.

Размеростабильные параболические оболочки и сегменты оболочек представляют собой трехслойные конструкции из сотового заполнителя и обшивок из эпоксидного углепластика с радиоотражающим металлизированным слоем на основе синтетической ткани, нанесенным на рабочие поверхности, и имеют следующие параметры: предельное отклонение параболической поверхности от теоретической не более 0,4 мм; коэффициент линейного термического расширения обшивок не более $0,7 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$; диаметр оболочек до 2800 мм; размеры сегментов до 2800 × 7800 мм; толщина конструкций от 5 до 50 мм; масса от 2,5 кг на 1 м² конструкции.

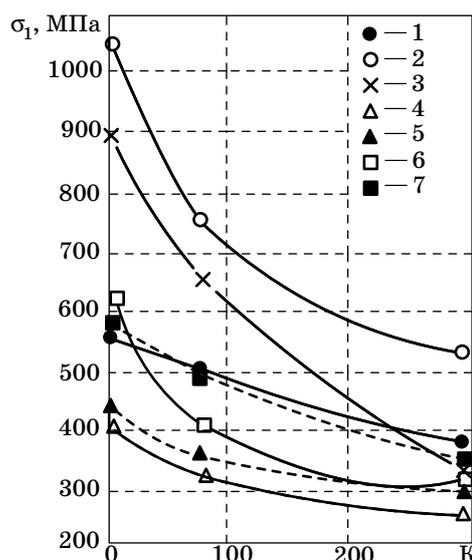
Поведение материалов и особенности их разрушения при низких температурах имеют определяющее значение для успешного создания космической техники, работающей значительное время при низких (до 4 К) температурах.

Исследования, проводимые в этой области [6], показывают, что относительный температурный коэффициент линейного расширения стремится к нулю при температурах, близких к абсолютному нулю. Общее термическое линейное расширение у металлов при нагреве от гелиевых температур до 293 К обычно меньше 0,5 % первоначальной длины образца (у меди 0,3 %). Медь, алюминий, серебро, β-никель, свинец, золото, платина и некоторые из их сплавов сохраняют значительную пластичность при весьма низких температурах (до 4 К).

Металлы с кристаллической решеткой объемно-центрированного куба: α-железо, хром, молибден, тантал и вольфрам — склонны к разрушению без остаточных пластических деформаций. Температура перехода этих материалов в хрупкое состояние изменяется в широких пределах — от нескольких сотен градусов для вольфрама до гелиевых температур для тантала.

Прочность материалов при многократных нагружениях характеризуется пределом усталости. Его изменения у некоторых металлов при их охлаждении показаны на рис. 3. Хотя предел усталости многих металлов при снижении температуры возрастает, увеличивается при этом опасность перехода от усталостного к хрупкому разрушению при возникновении первых небольших трещин.

При выборе конструкционных материалов для электроприводов важное значение имеет анализ изменения их электрического сопротивления при

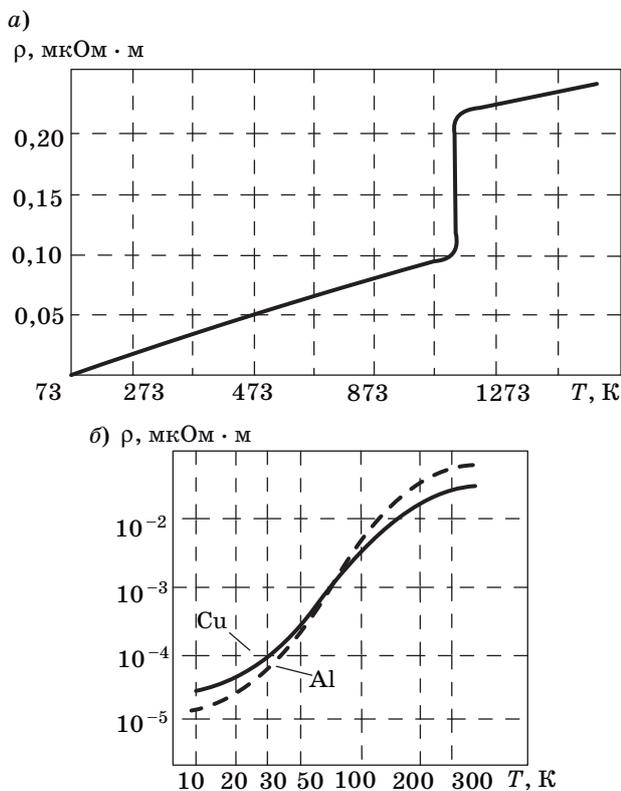


■ Рис. 3. Зависимость предела усталости σ_1 от температуры [4]: 1 — сталь 12×18Н10Т; 2 — сталь 7×16Н6; 3 — сталь 03×20Н16АГ6; 4 — алюминиевый сплав АМг6; 5 — алюминиевый сплав Д20; 6 — титановый сплав АТ2; 7 — титановый сплав ВТ-5

понижении температуры. Когда температура снижается, термоактивируемые эффекты в кристаллических телах уменьшаются; значительно изменяются основные физические и механические свойства. Электросопротивление металлов линейно уменьшается с понижением температуры и устанавливается на значении, обычно называемом остаточным сопротивлением (рис. 4). У ряда металлов при температурах от 4 до 23 К электрическое сопротивление падает почти до нуля [7]. На прочность и вид разрушения твердых тел переход в сверхпроводящее состояние не влияет.

Сверхпроводимость наблюдается при охлаждении материалов (в основном металлов) ниже определенной критической температуры. При этом электрическое сопротивление постоянному току обращается практически в нуль и магнитное поле выталкивается из объема образца (эффект Мейснера).

Сверхпроводимость наблюдается как у элементов, так и у сплавов и металлических соединений. Сверхпроводимость есть у Hg, Sn (белое), Pb, Tl, Tn, Ga, Ta, Th, Ti, Nb (иногда Cd). Наибольшее распространение из сверхпроводящих материалов в электротехнике получили сплав ниобий-титан и интерметаллид ниобий-олово.



■ Рис. 4. Зависимости удельного сопротивления от температуры в широком интервале температур для меди (а) и при низких температурах для меди и алюминия (б) [8]

Технологические процессы изготовления и стабилизации исключительно тонких ниобий-титановых нитей достигли весьма высокого уровня развития. При создании многожильных проводников на основе ниобий-олова часто применяется так называемая бронзовая технология. Наиболее широкое реальное использование сверхпроводимости находит при создании крупных электромагнитных систем, так как при сверхнизких температурах можно получать значительные величины индукции.

Использование сверхпроводников для получения сверхсильных постоянных магнитов является одним из важнейших достижений физики низких температур [9]. Сверхпроводящий соленоид, в отличие от обычного, не нуждается во внешнем источнике питания, поскольку однажды возбужденный в нем ток не затухает. Нужно только поддерживать соленоид при низкой температуре, а для этого требуются гораздо меньшие мощности, так как с понижением температуры удельное сопротивление ферромагнитного материала резко падает.

Для устройства различных электромеханических преобразователей широко применяется пьезоэлектрический эффект (прямой и обратный). Для этого иногда используют составные пьезоэлементы, предназначенные для осуществления деформаций разного типа. Для аэрокосмической техники в основном используется пьезокерамика.

Низкотемпературная пьезокерамика представлена материалами на основе твердых растворов цирконата-титаната свинца марок ЦТ-19, ЦТБС-3, ЦТС-23, ЦТС-35, ЦТСНВ-1 и др. [10].

Характеристики различных пьезокерамик при сверхнизких температурах (до 4 К) изучены слабо, и открытых публикаций по ним практически нет.

Расчет динамических характеристик конструкций

Предполагается, что основой конструкций элементов зеркальной системы космического телескопа будут прецизионные углепластиковые трубы, разработанные ТСТЕС совместно с НПО им. С. А. Лавочкина и АКЦ ФИАН им. П. Н. Лебедева.

Оценим возможные собственные колебания наиболее проблемных элементов конструкции по следующим исходным данным [11]:

масса главного зеркала (m)	1500 кг
количество лепестков (n)	24
масса жесткого зеркала (m_g)	~ 800 кг
масса раскрывающегося зеркала (m_w)	~ 700 кг
масса одного сегмента (m_s)	~ 30–60 кг
масса контррефлектора (m_k)	~ 400–600 кг

модуль упругости (e) ~ 108 ГПа
 диаметры поперечного сечения
 труб (d) ~ 25–100 мм

Тогда площади поперечного сечения труб $S = 0,25\pi d^2$ будут в пределах $4,9 \times 10^{-4} \div 7,9 \times 10^{-3}$ мм², и их жесткость ($C = eS$) соответственно $5,3 \times 10^7 \div 8,5 \times 10^8$ Н/м.

Частота собственных колебаний лепестков рассчитывается по формуле

$$F = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C}{m}} \text{ [Гц].}$$

Результаты расчета собственных колебаний лепестков показаны в табл. 1, а контррефлектора — в табл. 2.

Поскольку установка контррефлектора предполагается на 8 трубах, при расчете собственных колебаний будем считать, что его жесткость $C_k = 8C$.

При расчете собственных колебаний зеркальной системы в целом будем полагать, что ее жесткость $C_{з.с} = 16C$. Тогда собственная частота

$$F_{з.с} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_{з.с}}{m}} = 508 \text{ Гц.}$$

Элементы зеркальной системы телескопа при оценке их колебаний будем описывать дифференциальным уравнением вида

$$m\ddot{x} = -Cx - r\dot{x} + f,$$

где m — масса элемента; C — его жесткость; x — перемещение; r — коэффициент сопротивления; f — возмущающая сила.

Используя преобразование Лапласа, можно получить передаточную функцию такого звена в виде

■ **Таблица 1.** Ожидаемые частоты собственных колебаний лепестков

m_s , кг	d , мм			
	25	50	75	100
30	212	423	635	846
35	196	392	588	784
40	183	366	550	733
45	173	345	518	691
50	164	328	492	656
55	156	313	469	625
60	150	299	449	598

■ **Таблица 2.** Ожидаемые частоты собственных колебаний контррефлектора

m_s , кг	d , мм			
	25	50	75	100
400	159	322	493	656
500	146	291	441	587
600	134	263	403	536

$$W = \frac{1}{C(T^2 s^2 + 2\lambda T s + 1)},$$

где $T = 1/2\pi F$; λ — логарифмический декремент затухания, который в рассматриваемом случае, исходя из свойств материалов при температуре 4 К, по-видимому, будет в пределах от 0,01 до 0,05.

Анализ колебаний элементов конструкций показывает, что амплитуды колебаний могут достигать 100 % от установившихся значений смещений, вызываемых действием возмущающих сил. Однако абсолютные значения амплитуд не превышают 0,04 мкм при силе 1 Н. Время затухания до ± 10 % может достигать 0,4 с.

При маневрах спутника, например переходе с орбиты на орбиту, с ускорениями до 0,1g на элементы крепления телескопа могут действовать возмущающие силы до 150 Н при массе 1500 кг. Тогда амплитуды смещений могут быть до 6 мкм, что опасно с точки зрения образования трещин и возможных разрушений. Поэтому требуется дальнейшее изучение данной задачи с учетом изменения температуры вдоль элемента конструкции и возможных фазовых превращений.

Заключение

1. С большой долей уверенности можно сказать, что принципы управления зеркальной системой космического телескопа «Миллиметрон» будут аналогичны отработанным принципам управления зеркальной системой радиотелескопа РТ-70, строящегося в международной обсерватории «Суффа».

2. Вся вычислительная и усилительная техника может использоваться стандартная, так как она будет расположена в служебном модуле, т. е. будет работать при температуре 300 К. Однако двигатели и сами датчики обратной связи должны быть адаптированы к работе при температуре 4 К, что потребует их специального исполнения и проведения дополнительных исследований.

3. При создании систем автоматического управления космическим телескопом «Миллиметрон» потребуются:

а) отработка принципиально новой измерительной системы, обеспечивающей точное (с погрешностью не более 10 мкм) измерение положения щитов и центрального жесткого зеркала при температуре 4 К;

б) исследование динамики поведения элементов конструкции телескопа при его раскрытии и охлаждении до 4 К;

в) выбор либо разработка наиболее эффективных двигателей для систем управления;

г) исследование динамики поведения конструкции главного зеркала при его повороте по углу места и азимуту;

д) исследование трения и смазки подвижных узлов конструкции телескопа при температуре 4 К;

е) расчет силовых и тепловых характеристик электроприводов, работающих в космосе при температуре 4 К.

4. Анализ свойств и характеристик различных материалов при низких температурах (до 4 К) показал, что:

а) их жесткость резко возрастает, а вязкость падает, что хорошо с точки зрения управления, но одновременно возрастает хрупкость, что плохо;

б) появляется сверхпроводимость, что позволяет уменьшить потребляемую электроприводами мощность и тепловые потери.

5. Анализ существующих принципов преобразования электрической энергии в механическую энергию перемещений показал, что наиболее перспективно использование пьезоэффекта, закона Ампера с использованием вращающегося магнитного поля и конденсаторного эффекта, т. е. эффекта втягивания диэлектрика в конденсаторе. При этом уже существуют пьезодвигатели, работающие на пьезоэффекте при температуре до 6 К.

6. Варианты конструкций механики подсистем адаптации к настоящему времени практиче-

ски не проработаны, так как не определена окончательно концепция построения конструкции телескопа в целом. Однако можно с большой долей уверенности сказать, что в основе механики приводов контррефлектора и плоского зеркала будет использование механизмов типа «гексапод».

7. Проведенные прикидочные расчеты показали, что:

а) с точки зрения силовых характеристик практически во всех электроприводах могут быть использованы пьезодвигатели;

б) все работающие электродвигатели практически не будут сказываться на температуре телескопа;

в) наиболее слабыми звеньями конструкции телескопа с точки зрения механических характеристик являются узлы крепления телескопа к служебному модулю, а также лепестки главного рефлектора и узлы их крепления к жесткому зеркалу и контррефлектор. Их динамические параметры при 4 К могут быть в следующих пределах: собственные частоты колебаний — $130 \div 850$ Гц; время затухания колебаний — $0,01 \div 0,4$ с; максимальные амплитуды колебаний: в обычных режимах — $0,002 \div 0,02$ мкм, при маневрах спутника — $1 \div 6$ мкм.

Литература

1. **Артеменко Ю. Н.** и др. Проблемы обработки и передачи информации в локальной вычислительной сети системы управления радиотелескопа // Информационно-управляющие системы. 2009. № 4. С. 2–8.
2. **Лисов И.** Космический телескоп имени Джеймса Вебба // Новости космонавтики. 2002. № 11. <http://www.novosti-kosmonavтики.ru/content/numbers/238/17.shtml> (дата обращения: 20.01.10).
3. **Официальный сайт** компании PI. <http://www.physikinstrumente.com> (дата обращения: 20.01.10).
4. **Клименко А. П.** и др. Холод в машиностроении. — М.: Машиностроение, 1977. — 192 с.
5. **Официальный сайт** РКК «Энергия». <http://www.energiya.ru> (дата обращения: 20.01.10).
6. **Официальный сайт** ФГУП «ОНИИ «Технология». <http://www.technologya.ru> (дата обращения: 20.01.10).
7. **Официальный сайт** НПО им. С. А. Лавочкина (ФГУП). <http://www.laspace.ru/rus/millimetron.php> (дата обращения: 20.01.10).
8. **Проводниковые материалы:** электронный учебник / МЭИ (ТУ). <http://ftemk.mpei.ac.ru/ELTM/conductors.htm> (дата обращения: 20.01.10).
9. **Боронин В. Н., Коровкин Н. В., Кузнецов И. Ф.** Теоретические основы электротехники: Электромагнитные характеристики сверхпроводников: учеб. пособие / СПбГПУ. — СПб., 2003. — 108 с.
10. **Sanguinetti B, Varcoe B. T. H.** Use of a piezoelectric SGUGGLE motor for positioning at 6 K in a cryostat // Cryogenics. 2006. Vol. 46. Iss. 6. P. 694–696.
11. **Официальный сайт** Астрокосмического центра Физического института им. П. Н. Лебедева РАН. Проект «Миллиметрон». <http://www.radioastron.ru/index.php?dep=20> (дата обращения: 20.01.10).

УДК 519.71

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ НЕРАВЕНСТВА ЧЕБЫШЕВСКОГО ТИПА В ОДНОЙ ЗАДАЧЕ РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ

К. Р. Чернышев,

канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник
Института проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН

Рассмотрена одна постановка задачи робастного управления по вероятностному критерию, предложенная сравнительно недавно в литературе. В ее рамках анализируется проблема существования робастного управления, для решения которой построены критерии, основанные на применении вероятностных неравенств чебышевского типа.

Ключевые слова — вероятностный критерий, робастное управление, неравенства Чебышева и Гаусса, плотность распределения.

Введение

В работе [1] предложен метод нахождения робастного управления техническим объектом (ТО), сущность которого состоит в предположении о принадлежности распределения выходной переменной ТО некоторому классу (априори не известного) распределений. В данном контексте под термином «робастное управление» подразумевается управление с гарантированным качеством в условиях априорной неопределенности [2]. При этом ставится задача уменьшения мощности такого класса (числа входящих в него плотностей распределения выходной переменной). В свою очередь для выбора этих распределений в работе [1] используются энтропийный подход и метод дисперсионного анализа (критерий Фишера).

Общая постановка задачи [1] может быть ассоциирована как со многими содержательными задачами по гарантированию точности управления, где требуется удерживать ошибку управления в требуемых приемлемых границах (например, [3]), так и с концептуально близкими задачами финитного управления (наведения), где важна высокая вероятность попадания в заданный интервал.

Как будет показано ниже, в рамках постановки задачи [1] естественным образом возникает также вопрос о наличии достаточных условий существования решения такой задачи робастного управления. В настоящей работе в рамках постановки задачи робастного управления построены достаточные условия существования ее решения.

Предварительный анализ

В работе [1] сформулирована следующая постановка задачи нахождения робастного управления ТО. Математическая модель выходной переменной y ТО представляется в виде

$$f = M\{y/U, \mathbf{X} = \mathbf{X}_0\} = f(u_1, \dots, u_m), \quad (1)$$

где $M\{./.\}$ — символ условного математического ожидания; $\mathbf{U} = (u_1, \dots, u_m)^T$ — вектор переменных управления; $\mathbf{X} = (x_1, \dots, x_n)^T$ — вектор входных управляемых переменных.

Сущность метода состоит в предположении, что плотность распределения вероятностей выходной переменной объекта y принадлежит некоторому классу распределений K , состав которого априори не известен. Данный класс представлен условными плотностями распределения $p_j(y, f, \varphi)$, $j = 1, \dots, k$, чьи параметры определяются на каждом шаге (временном интервале формирования управления) на основе экспериментальных данных. Здесь φ — условное среднее квадратическое отклонение (СКО). «Целевое условие функционирования объекта оценивается вероятностным неравенством

$$P\{y \in [A, B]\} \geq P_0, \quad (2)$$

в котором P_0 — приемлемое с технологической точки зрения заданное значение вероятности; $[A, B]$ — технологический допуск на выходную переменную y , распределение которой принадлежит классу K распределений» [1, с. 125]. Для каждого представителя $p_j(y, f, \varphi)$ класса K в соответствии

с вероятностным критерием (2) определяется область допустимых управлений. «Для каждого представителя рассматриваемого класса распределений относительно f (в предположении, что $\varphi = \text{const}$) решается уравнение:

$$\int_A^B p_j(y, f, \varphi) dy = P_0, \quad j = 1, \dots, k. \quad (3)$$

Для унимодальных, симметричных или асимметричных плотностей распределения вероятностей, традиционно используемых для описания вероятностных свойств выходных переменных ТО, каждое из уравнений (3) имеет два корня $f_{1j} < f_{2j}$, которые ограничивают интервал $[f_{1j}, f_{2j}]$ значений условного математического ожидания f , в котором для j -го представителя выполняется целевое условие (2)» [1, с. 125].

Далее строится пересечение этих интервалов

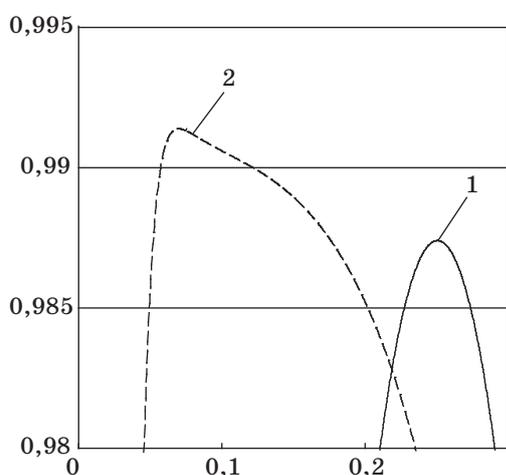
$$\hat{F} = \bigcap_{j=1}^k [f_{1j}, f_{2j}]. \quad (4)$$

Отображение пересечения (4) с помощью регрессии (1) в пространство управлений с учетом технологических ограничений на управления образует в этом пространстве область S_p робастных управлений [1, с. 125–126].

В такой постановке существование области S_p робастных управлений определяется существованием пересечения \hat{F} в (4), которое может быть пусто. Действительно, пусть $\Psi_j(f)$ — набор функций от переменной f для нескольких плотностей $p_j(y, f, \varphi)$ при фиксированном φ :

$$\Psi_j(f) = \int_A^B p_j(y, f, \varphi) dy, \quad j = 1, \dots, k. \quad (5)$$

График функций $\Psi_j(f)$ в (5), полученных для гауссова (линия 1) и лог-нормального (линия 2) распределений при следующих данных: $A = 10^{-3}$, $B = 0,5$, $\varphi = 0,1$, представлен на рис. 1. Легко ви-



■ Рис. 1. О возможности пустоты пересечения (4)

деть, что для уровня $P_0 = 0,980$ пересечение \hat{F} в (4) непусто, для уровня $P_0 = 0,985$ пересечение \hat{F} в (4) пусто при непустых интервалах $[f_{1j}, f_{2j}]$, и решение задачи робастного управления не существует, для уровня $P_0 = 0,990$ уже один из двух интервалов $[f_{1j}, f_{2j}]$ пуст, для уровня $P_0 = 0,995$ оба интервала $[f_{1j}, f_{2j}]$ пусты.

Достаточные условия для плотностей общего вида

Построим достаточные условия непустоты пересечения \hat{F} в формуле (4) для плотностей распределения общего вида. В связи с этим прежде всего следует заметить, что ширина интервалов $[f_{1j}, f_{2j}]$ в формуле (4) и, в конечном итоге, непустота их пересечений определяются двумя «параметрами» исходной постановки задачи, а именно вероятностью P_0 и СКО φ . Как наглядно продемонстрировано выше, увеличение вероятности P_0 и/или увеличение СКО φ приводят к пустоте пересечения \hat{F} в формуле (4). Тогда было бы естественно предположить существование определенного «баланса» между значениями P_0 и φ , причем поддержание такого баланса гарантировало бы непустоту пересечения \hat{F} в формуле (4).

Пусть сначала класс распределений K формируется из представителей, являющихся симметричными унимодальными плотностями распределения. Тогда на основании неравенства Чебышева, принимая в рассмотрение вышеприведенные обозначения и учитывая формулу (2), можно записать

$$1 - P_0 \leq \frac{\varphi^2}{\left(\frac{B-A}{2}\right)^2}. \quad (6)$$

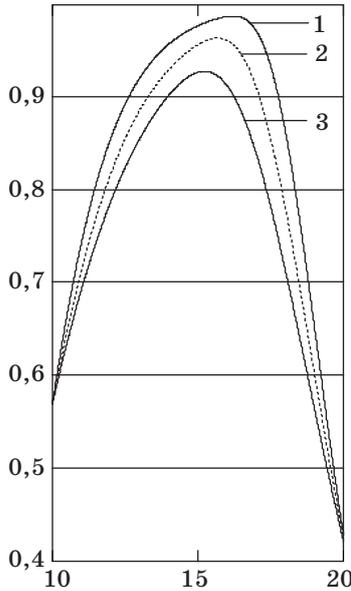
При этом в контексте настоящей работы особый интерес представляет именно условие достижения равенства в формуле (6). Таким образом, величина

$$\varphi_{\max}^2 = \left(\frac{B-A}{2}\right)^2 (1 - P_0) \quad (7)$$

является максимальным значением дисперсии, при котором можно гарантировать непустоту интервалов $[f_{1j}, f_{2j}]$ в формуле (4) при заданных вероятности P_0 и ширине интервала $[A, B]$. Для любого СКО $\varphi < \varphi_{\max}$ непустота пересечения \hat{F} в формуле (4) тем более обеспечена, причем как для симметричных, так и для асимметричных плотностей распределения. На рис. 2 приведен соответствующий пример для плотности распределения Гумбеля

$$p(y) = \frac{1}{\beta} \exp\left(\frac{y-\alpha}{\beta}\right) - \exp\left(\frac{y-\alpha}{\beta}\right),$$

где α и β являются параметрами распределения.



■ Рис. 2. «Вложение» интервалов $[f_{1j}, f_{2j}]$ в формуле (4) при уменьшении СКО φ для распределения Гумбеля при $A = 10, B = 20$: 1 — $\varphi = 2$; 2 — $\varphi = 2,5$; 3 — $\varphi = 3$

Пусть теперь класс K представлен как симметричными, так и асимметричными унимодальными плотностями распределения. Тогда, основываясь на неравенстве Чебышева, можно записать [формально более строгое, чем в формуле (6)] условие

$$1 - P_0 \leq \frac{M(y - \zeta)^2}{(\min\{\zeta - A, B - \zeta\})^2}, \quad (8)$$

где $M(\cdot)$ — символ математического ожидания; ζ — произвольная точка из интервала $[A, B]$. При этом, аналогично предыдущим рассуждениям, в контексте рассматриваемой задачи именно достижение равенства в формуле (8) представляет главный интерес. В свою очередь минимизация выражения, стоящего в правой части неравенства (8), только бы способствовала достижению равенства. Из свойств функции $\mu(\zeta) = (\min\{\zeta - A, B - \zeta\})^2$ и ввиду равенства $M(y - \zeta)^2 = \varphi^2 + (M(y) - \zeta)^2$ следует, что

$$\frac{M(y - \zeta)^2}{(\min\{\zeta - A, B - \zeta\})^2} \geq \frac{\varphi^2}{\left(\frac{B - A}{2}\right)^2}, \quad (9)$$

причем равенство в формуле (9) достигается тогда и только тогда, когда $\zeta = (A + B)/2$ и $M(y) = \zeta$.

Таким образом, условие

$$\begin{cases} \varphi_{\max}^2 = \frac{1}{4}(B - A)^2(1 - P_0) \\ \varphi^2 \leq \varphi_{\max}^2 \end{cases} \quad (10)$$

является достаточным для непустоты пересечения \hat{F} в формуле (4) как для симметричных, так

и для асимметричных плотностей из класса K [благодаря тому факту, что в силу условия (10) все интервалы $[f_{1j}, f_{2j}]$ содержат середину интервала $[A, B]$].

Более того, поскольку при выполнении условия (10) середина интервала $[A, B]$ всегда «захватывается» интервалами $[f_{1j}, f_{2j}]$, условие унимодальности может быть опущено. При этом, конечно, для заданного распределения должны выбираться только два корня уравнения (3), ближайшие к точке $(A + B)/2$ слева и справа.

Представленный в разделе «Предварительный анализ» пример наглядно иллюстрирует, что при нарушении условия (10) середина интервала $[A, B]$ может не принадлежать интервалам $[f_{1j}, f_{2j}]$ в формуле (4). В условиях данного примера условие (10) влечет следующую (верхнюю) грани-

цу для СКО: $\varphi \leq \sqrt{\frac{(B - A)^2(1 - P_0)}{4}} = 0,030561$ при

$P_0 = 0,985$ и $\varphi \leq \sqrt{\frac{(B - A)^2(1 - P_0)}{4}} = 0,017635$ при

$P_0 = 0,995$, что противоречит рассматриваемой величине СКО $\varphi = 0,1$.

Таким образом, построенное условие (10) никак не ограничивает (даже не принимая во внимание условие унимодальности) формирование гипотетического класса распределений выходной переменной объекта, если принять во внимание, что численное (а другое и не требуется) решение уравнений (3) не представляет никаких трудностей для любой явно заданной плотности распределения $p_j(y, f, \varphi)$.

Уточнение достаточных условий для унимодальных распределений

Несмотря на универсальную форму, которая подходит для всех типов плотностей распределения, условие (10) выглядит достаточно «грубым» и налагающим чрезмерно строгое ограничение на допустимое СКО в случаях, связанных только с унимодальными плотностями распределения. В предположении унимодальности плотности распределения условие (10) может быть улучшено с использованием методологии, рассмотренной выше и дополненной некоторыми результатами в области вероятностных неравенств, а именно целесообразно привлечь следующее обобщение неравенства Гаусса [4]:

$$P\{|\xi - x_0| \geq k\theta\} \leq \frac{4}{9k^2} \forall k > 0, \quad (11)$$

где $\theta^2 = M(\xi - x_0)^2$, x_0 — произвольное действительное число и ξ — произвольная случайная величина, имеющая унимодальную плотность рас-

предела (в традиционном неравенстве Гаусса предполагается, что x_0 является модой распределения случайной величины ξ). Неравенство (11) также называется неравенством Высочанского—Петунина. В контексте данной работы необходимо отметить еще одно обобщение неравенства Гаусса [5], допускающее привлечение информации о моментах более высокого порядка данной случайной величины.

Пусть, подобно выражению (8), ζ является произвольной точкой из интервала $[A, B]$. Полагая

$$\xi = y, x_0 = \zeta \text{ и } k = \frac{\min\{\zeta - A, B - \zeta\}}{\sqrt{M(y - \zeta)^2}},$$

из выражения (11) можно непосредственно получить

$$1 - P_0 \leq \frac{4}{9} \frac{M(y - \zeta)^2}{(\min\{\zeta - A, B - \zeta\})^2}. \quad (12)$$

При этом, аналогично рассуждениям предыдущего раздела, в рамках настоящей постановки задачи именно достижение равенства в формуле (12) представляет особый интерес. В свою очередь минимизация выражения, стоящего в правой части неравенства (12), только способствовала бы достижению равенства. Действуя аналогичным предыдущему разделу образом, получаем, что минимум правой части формулы (12) достигается тогда и только тогда, когда $\zeta = (A + B)/2$ и $M(y) = \zeta$. Таким образом, из (12) и представленных рассуждений вытекает следующее достаточное условие, которое должно быть наложено на допустимое значение дисперсии φ^2 :

$$\begin{cases} \varphi_{\max}^2 = \frac{9}{16} (B - A)^2 (1 - P_0) \\ \varphi^2 \leq \varphi_{\max}^2 \end{cases}. \quad (13)$$

Возвращаясь к рассмотренной выше численной иллюстрации из примера (1), можно заключить, что при нарушении условия (13) середина интервала $[A, B]$ может не принадлежать всем интервалам $[f_{1j}, f_{2j}]$ в формуле (4). Условие (13) влечет следующую верхнюю границу для СКО: $\varphi \leq 0,045842$ при $P_0 = 0,985$ и $\varphi \leq 0,026453$ при $P_0 = 0,995$, что также противоречит рассматриваемой величине $\varphi = 0,1$.

Заключение

Таким образом, полученные условия (10) и (13) предоставляют возможность выбора внутри класса K не более двух (в случае асимметричных распределений) или одной (в случае привлечения только симметричных распределений) «наихудших» плотностей распределения выходной переменной объекта и гарантирование существования соответствующей этим плотностям (этой плотности) области допустимых робастных управлений.

Кроме того, условия (10) и (13) очевидным образом можно переписать в формах, определяющих соответствующие предельные допустимые значения величин P_0^{\max} и Δ_{\min} вероятности P_0 и ширины $\Delta = B - A$ интервала $[A, B]$ соответственно:

$$P_0^{\max} = g_1(\varphi, \Delta); \Delta_{\min} = g_2(\varphi, P_0),$$

удовлетворение одной из которых (величин) при заданных двух других величинах также является достаточным условием непустоты пересечения (4).

Литература

1. Бернацкий Ф. И., Добродеев Д. Л., Пащенко Ф. Ф. Об уменьшении мощности класса распределений при робастном управлении технологическим объектом // Автоматика и телемеханика. 2000. № 6. С. 124–132.
2. Бесекерский В. А., Небылов А. В. Робастные системы автоматического управления. — М.: Наука, 1983. — 240 с.
3. Небылов А. В. Гарантирование точности управления. — М.: Наука, 1998. — 304 с.
4. Высочанский Д. Ф., Петунин Ю. И. Обобщение неравенства Гаусса для унимодальных распределений // Теория вероятностей и математическая статистика. 1984. Т. 31. С. 26–31.
5. Небылов А. В. Обобщение одного неравенства, выведенного Гауссом для одновершинных распределений // Математические заметки. 1986. Т. 40. № 3. С. 423–425.

УДК 517.977.5

СИНТЕЗ H_∞ -ОПТИМАЛЬНЫХ СИСТЕМ С ОГРАНИЧЕННЫМИ УПРАВЛЕНИЯМИ В СИНГУЛЯРНОЙ СИТУАЦИИ

Е. И. Веремей,

доктор физ.-мат. наук, профессор

Санкт-Петербургский государственный университет

Рассматривается задача об оптимальном подавлении входных возмущений, действующих на линейную стационарную систему с одним входом и одним выходом, с учетом ограниченности ресурсов управления. В качестве минимизируемого функционала принимается H_∞ -норма передаточной функции замкнутой системы. Предлагается единый подход к синтезу обратных связей в вырожденном случае, когда оптимальная передаточная функция не является равномерно пропускающей.

Ключевые слова — обратная связь, оптимизация, функционал, передаточная функция, пространство H_∞ , норма.

Введение

Одним из широко применяемых подходов к аналитическому синтезу линейных стационарных систем управления является теория оптимизации по норме пространства Харди H_∞ [1–7]. Методы этой теории могут быть применены для проектирования систем стабилизации, наилучшим образом подавляющих входные возмущения с учетом ограничений на управляющие воздействия, формируемые контуром обратной связи.

В настоящее время как в рамках H_∞ -теории, так и в различных сферах ее применения продолжают исследования, направленные на повышение эффективности алгоритмов синтеза и получаемых с их помощью решений.

В частности, в силу специфики задачи линейного синтеза с учетом ограничений непосредственное использование базовых алгоритмов H_∞ -оптимизации в рамках подходов «2-Риккати» или «LMI» [2, 3] затруднено некоторыми моментами, требующими особого рассмотрения. Кроме того, указанные подходы нельзя признать наиболее эффективными в вычислительном плане для задач с одним входом и одним выходом.

В связи с отмеченными обстоятельствами в статье используется альтернативный спектральный подход к H_∞ -оптимальному синтезу с учетом ограничений на управление. Это открывает новые возможности для исследования свойств оптимальных решений и снижает вычислительные затраты на их поиск.

Экономия вычислительных ресурсов имеет особое значение для адаптивной перенастройки обратных связей в режиме реального времени. В частности, когда речь идет о бортовых системах управления движущимися объектами или о встраиваемых системах, роль упрощения расчетных схем весьма значима в силу ограниченных возможностей вычислительных средств.

В отличие от работ [4–7], где центральное внимание уделяется регулярной ситуации для рассматриваемой задачи, данная статья в основном посвящена малоисследованному вырожденному случаю. Вырожденность (сингулярность) впервые обсуждалась в обзоре [4], где и был введен соответствующий термин, определяемый гарантирующими свойствами H_∞ -оптимальных регуляторов. Для них в качестве наихудших возмущений могут выступать гармонические колебания, имеющие вырожденную спектральную плотность мощности.

В данной статье предлагаются алгоритмы синтеза H_∞ -оптимальных регуляторов с различными структурами, возможность использования которых определяется неединственностью решения задачи в сингулярном случае.

Задача H_∞ -оптимизации с ограниченным управлением

Рассмотрим линейный стационарный объект управления с моделью

$$A(s)y = B(s)u + d. \quad (1)$$

в изображениях по Лапласу при нулевых начальных условиях. Здесь A и B — взаимно простые

полиномы; d, y, u — скаляры: внешнее возмущение, регулируемая переменная и управление соответственно. Замкнем объект (1) регулятором

$$u = W(s)y \quad (2)$$

с дробно-рациональной передаточной функцией (ПФ) $W(s)$. В результате получим замкнутую систему со входом d , представляемую моделью

$$\xi = F(s)d, \quad (3)$$

где F — ее обобщенная ПФ, определяемая соотношениями

$$|F(j\omega)|^2 = |F_y(j\omega)|^2 + k^2 |F_u(j\omega)|^2, \quad \omega \in [0, \infty); \quad (4)$$

$$F_y(s) = 1 / [A(s) - B(s)W(s)],$$

$$F_u(s) = W(s) / [A(s) - B(s)W(s)]. \quad (5)$$

Выход ξ замкнутой системы, как следует из формул (3)–(5), — это комбинация регулируемой переменной и управления. Меру подавления возмущения на выходе замкнутой системы (1), (2) будем характеризовать функционалом

$$J(W) = \|F\|_\infty^2 = \sup_{\omega \in [0, \infty)} |F(j\omega)|^2. \quad (6)$$

Его величина представляет собой пиковое значение амплитудно-частотной характеристики замкнутой системы, определяющее реакцию на самое неблагоприятное возмущение. Очевидно, что чем меньше эта величина, тем меньшим будет максимум переменной y при заданном ограничении максимума управления u .

Весовой множитель k в (4) введен для учета ограничений на управление: если $k \rightarrow 0$, то их значимость снижается, а если $k \rightarrow \infty$ — возрастает. Предельный случай $k = 0$ (задача без ограничений) подробно рассмотрен в работах [5, 6].

Для указанной замкнутой системы с функционалом (6) поставим задачу

$$J(W) = \sup_{\omega \in [0, \infty)} |F(j\omega)|^2 = \|F(W)\|_\infty^2 \rightarrow \min_{W \in \Omega},$$

$$\min_{W \in \Omega} J(W) = J_0 \quad (7)$$

о поиске H_∞ -оптимального регулятора с ПФ

$$W^0 = \arg \min_{W \in \Omega} \sup_{\omega \in [0, \infty)} |F(j\omega)|^2 = \arg \min_{W \in \Omega} \|F(W)\|_\infty^2. \quad (8)$$

Здесь $\Omega = \{W(s) \in \Omega_r; F(s) \in RH_\infty\}$ — множество ПФ W для регуляторов (2), стабилизирующих замкнутую систему, где Ω_r — совокупность произвольных дробно-рациональных функций; RH_∞ — банахово пространство правильных дробей с гурвицевыми знаменателями и конечными H_∞ -нормами.

Поскольку функционал $J(W)$ нелинейно зависит от искомой функции W , для упрощения построений выполним параметризацию [6, 7] допустимого множества Ω , вводя варьируемые функции-параметры Φ выражением

$$\Phi(s) = \alpha(s)F_y(s) + \beta(s)F_u(s), \quad (9)$$

где α и β — любые полиномы, обеспечивающие гурвицевость полинома

$$Q(s) = A(s)\beta(s) + B(s)\alpha(s). \quad (10)$$

Формулы (5) и (9) дают взаимно однозначную связь:

$$\Phi = (\alpha + \beta W) / (A - BW),$$

$$W = (A\Phi - \alpha) / (B\Phi + \beta), \quad (11)$$

а также выражения для ПФ замкнутой системы

$$F_y = F_y(\Phi) = (B\Phi + \beta) / Q,$$

$$F_u = F_u(\Phi) = (A\Phi - \alpha) / Q. \quad (12)$$

Введем множество Ω_Φ дробно-рациональных функций $\Phi(s)$ с гурвицевыми знаменателями, как отображение множества Ω , осуществляемого первой формулой в (11). Тогда оптимизационная задача

$$I(\Phi) = \|H(\Phi)\|_\infty^2 \rightarrow \min_{\Phi \in \Omega_\Phi}, \quad (13)$$

где функция $H(\Phi) = H(s, \Phi)$ определяется тождеством

$$H(\Phi)\bar{H}(\Phi) \equiv F_y(\Phi)\bar{F}_y(\Phi) + k^2 F_u(\Phi)\bar{F}_u(\Phi). \quad (14)$$

и эквивалентна задаче (7) (черта обозначает замену знака аргумента).

Функционал $I(\Phi)$ (13) легко представить в виде

$$I(\Phi) = \sup_{\omega \in [0, \infty)} |H(j\omega)|^2 =$$

$$= \sup_{\omega \in [0, \infty)} \left[|T_1 - T_2 \Phi|_{s=j\omega}^2 + T_3(\omega) \right], \quad (15)$$

$$T_1 = \frac{k^2 \alpha \bar{\alpha} - \beta \bar{\beta}}{Q \bar{Q}}, \quad T_2 = \frac{\bar{G}}{Q}, \quad T_3 = \frac{k^2}{G \bar{G}}, \quad (16)$$

где T_1 и T_2 — дроби с гурвицевыми знаменателями, а гурвицев полином $G(s)$ определяется в результате выполнения факторизации

$$k^2 A \bar{A} + B \bar{B} \equiv G \bar{G}. \quad (17)$$

Пользуясь подходом, указанным в работе [1], рассмотрим вместо (13) задачу о таком выборе параметра $\Phi \in \Omega_\Phi$, чтобы выполнялось неравенство

$$I(\Phi) \leq \gamma^2, \quad \gamma^2 = J_a + \varepsilon, \quad \varepsilon \geq 0, \quad (18)$$

где

$$J_a = \max_{\omega \in [0, \infty)} T_3(\omega) = \max_{\omega \in [0, \infty)} k^2 / |G(j\omega)|^2 = T_3(\omega_0),$$

$$\omega_0 = \arg \max_{\omega \in [0, \infty)} k^2 / |G(j\omega)|^2. \quad (19)$$

Очевидно, что минимум J_0 функционала в задачах (13), (7) равен наименьшему числу γ^2 , для которого имеет решение задача (18):

$$J_0 = \min \{ \gamma^2 : \exists \Phi \in \Omega_\Phi : \forall \omega \in [0, \infty) \times \\ \times |T_1 - T_2\Phi|^2 + T_3 \leq \gamma^2 \}. \quad (20)$$

Определение 1. Будем говорить, что в задаче (13) имеет место *регулярная ситуация* [4], если для любых функций-параметров $\Phi(s) \in \Omega_\Phi$ выполняется условие $I(\Phi) > J_a$. Если же найдутся функции $\Phi(s) \in \Omega_\Phi$, для которых $I(\Phi) = J_a$, то ситуацию будем называть *вырожденной* (сингулярной).

Условия существования и особенности сингулярной ситуации

Как показано в работах [4–7], задачи (13) и (18) могут быть решены известными методами теории оптимизации линейных стационарных систем по норме H_∞ . Соответствующие расчетные алгоритмы, связанные с пространством состояний, включают схемы решения уравнений Риккати или систем линейных матричных неравенств. Такой подход реализован в популярной среде MATLAB.

Альтернативой ему служит спектральный подход, представленный для регулярной ситуации [5, 6], в основе которого находятся задачи Нэhari и Неванлинны—Пика. Он обладает определенными преимуществами, одно из которых позволяет эффективно решать задачу в вырожденном случае.

Естественно, что особую роль здесь играет критерий существования вырожденной ситуации, проверка которого должна осуществляться по исходным данным задачи. Такой критерий представляется следующим утверждением.

Теорема 1. Сингулярная (вырожденная) ситуация в задаче (13) имеет место тогда и только тогда, когда выполняется неравенство

$$q_m \geq 0, \quad (21)$$

где q_m — минимальное собственное значение матрицы Пика

$$\Pi = \{l_{ij}\}, \quad l_{ij} = \frac{1 - d_i \bar{d}_j}{g_i + \bar{g}_j},$$

$$d_i = -\frac{B(-g_i)}{A(g_i)R_s(g_i)}, \quad i, j = \overline{1, n}, \quad (22)$$

здесь $g_i (i = \overline{1, n})$ — корни полинома $G(-s)$ (далее предполагается, что все они простые); $R_s(s)$ — по-

лином, не имеющий корней в открытой правой полуплоскости, являющийся результатом факторизации

$$R_s(s)R_s(-s) \equiv J_a G(s)G(-s) - k^2. \quad (23)$$

Доказательство. В соответствии с определением 1 в сингулярном случае вместо задачи (13) можно рассматривать вопрос о поиске такой функции $\Phi(s) \in \Omega_\Phi$, для которой выполняется равенство

$$I(\Phi) = J_a. \quad (24)$$

В свою очередь, из (15) следует, что это эквивалентно выполнению условия

$$|T_1(j\omega) - T_2(j\omega)\Phi(j\omega)|^2 \leq J_a - T_3(\omega) \quad \forall \omega \in [0, \infty). \quad (25)$$

В силу (19) справедливо соотношение $J_a - T_3(\omega) \geq 0 \quad \forall \omega \in [0, \infty)$, т. е. найдется дробно-рациональная функция $L_s(s)$ такая, что имеет место тождество

$$L_s(s)L_s(-s) \equiv J_a - k^2 / [G(s)G(-s)],$$

т. е. $L_s(s) \equiv R_s(s) / G(s), \quad (26)$

где полином $R_s(s)$ определяется факторизацией (23). Заметим, что этот полином с очевидностью имеет пару корней $s = \pm j\omega_0$ на мнимой оси.

Подставляя (26) в (25), имеем

$$|T_1(j\omega) - T_2(j\omega)\Phi(j\omega)|^2 \leq |R_s(j\omega) / G(j\omega)|^2$$

$\forall \omega \in [0, \infty)$, что эквивалентно условию

$$\|(T_1 - T_2\Phi)P_1\|_\infty^2 \leq 1, \quad \text{где } P_1(s) \equiv G(s) / R_s(s). \quad (27)$$

Вводя обозначение $D(s) \equiv [T_1(s) - T_2(s)\Phi(s)]P_1(s)$, в соответствии с формулами (16) и (27) получим

$$D(s) = [k^2\alpha(s)A(-s) - \beta(s)B(-s) - G(s)G(-s)\Phi(s)] / [Q(s)R_s(s)], \quad (28)$$

причем $\Phi(s) \in \Omega_\Phi \Leftrightarrow D(s) \in RH_\infty$.

Учитывая формулы (10) и (17), легко показать, что

$$d_i = D(g_i) = -B(-g_i) / [A(g_i)R_s(g_i)], \quad i = \overline{1, n}. \quad (29)$$

На основании (27) и (29) можно утверждать, что для существования решения задачи (13) в сингулярном случае необходимо и достаточно, чтобы для указанной функции $\Phi(s) \in \Omega_\Phi$ выполнялись соотношения

$$\|D(s)\|_\infty^2 \leq 1, \quad D(g_i) = d_i, \quad \text{Re } g_i > 0, \quad i = \overline{1, n}. \quad (30)$$

Вопрос о нахождении функции $D(s) \in RH_\infty$, удовлетворяющей (30), — это интерполяционная задача Неванлинны—Пика [1]. Необходимым и до-

статочным условием существования ее решения служит неотрицательная определенность матрицы Пика (22), что эквивалентно (21). Теорема доказана.

Пусть условие (21) выполнено, т. е. существует решение $D = D_s(s)$ задачи Неванлинны—Пика (30). Пусть найдена функция [1], имеющая вид

$$D = D_s(s) \equiv m_{s1}(s) / m_{s2}(s), \quad (31)$$

где $m_{s2}(s)$ — гурвицев полином. Покажем, что этой функции однозначно соответствует параметр $\Phi_s \in \Omega_\Phi$, являющийся решением задачи (13). Для этого воспользуемся соотношением (28), из которого имеем функцию

$$\begin{aligned} \Phi_s(s) = \\ = - \frac{D_s(s)Q(s)R_s(s) - k^2\alpha(s)A(-s) + \beta(s)B(-s)}{G(s)G(-s)}, \quad (32) \end{aligned}$$

обеспечивающую решение (32) задачи Неванлинны—Пика (30).

Покажем, что эта функция принадлежит множеству Ω_Φ . В соответствии с (29) имеем равенства $\Phi_s(g_i) = 0, i = 1, n$. Следовательно, деление числителя в (32) на полином $G(-s)$ осуществляется *нацело* (без остатка), т. е. в знаменателе функции Φ_s имеем только гурвицевы полиномы G и m_{s2} . Поскольку при этом величина $I(\Phi_s) = \|H(\Phi_s)\|_\infty^2 = J_a$ конечна, то $\Phi_s \in \Omega_\Phi$.

По найденной оптимальной функции-параметру Φ_s , в соответствии с формулами (11) с учетом (31) непосредственно найдем ПФ искомого оптимального регулятора — решения задачи (7):

$$W_s = \frac{A\Phi_s - \alpha}{B\Phi_s + \beta} = \frac{-Q(AR_s m_{s1} + \bar{B}m_{s2}) / \bar{G}}{-Q(BR_s m_{s1} - k^2 \bar{A}m_{s2}) / \bar{G}},$$

откуда непосредственно следуют формулы

$$\begin{aligned} W_s(s) &= W_{s1}(s) / W_{s2}(s); \\ W_{s1}(s) &= [A(s)m_{s1}(s)R_s(s) + B(-s)m_{s2}(s)] / G(-s); \\ W_{s2}(s) &= [B(s)m_{s1}(s)R_s(s) - k^2 A(-s)m_{s2}(s)] / G(-s). \quad (33) \end{aligned}$$

Заметим, что деление на полином $G(-s)$ в формулах (33) осуществляется *нацело* (без остатка), что легко доказывается на базе (29).

Итак, если исходные данные задачи соответствуют сингулярной ситуации, определяемой условием (21), то оптимальный регулятор по отношению к задаче (7) может быть построен по следующей схеме. Вначале выполняется факторизация (17), затем по формуле (19) определяется величина J_a и выполняется факторизация (23). Далее решается задача Неванлинны—Пика (30) (любым из методов, приведенных в работе [1])

и на базе ее решения (31) по формулам (33) находится ПФ искомого регулятора.

Обратим внимание на следующие особенности решения задачи (7) в сингулярной ситуации.

В соответствии со свойством «all-pass» (равномерное пропускание) решения (31) задачи Неванлинны—Пика [1, 2] имеем

$$|D_s(j\omega)| \equiv |m_{s1}(j\omega) / m_{s2}(j\omega)| \equiv \mu = \text{const}, \quad (34)$$

причем если матрица Пика (22) такова, что $q_m = 0$, то $\mu = 1$ и указанное решение является *единственным*, а если $q_m > 0$, то $\mu < 1$ и существует сколь угодно много решений задачи.

Учитывая отмеченные обстоятельства, рассмотрим обобщенную ПФ F оптимальной замкнутой системы. В соответствии с формулами (4) и (5), определяющими эту функцию, для оптимального регулятора с учетом (33) имеем

$$|F_s(j\omega)|^2 = |F_{sy}(j\omega)|^2 + k^2 |F_{su}(j\omega)|^2, \quad (35)$$

где

$$\begin{aligned} F_{sy}(s) &= 1 / [A(s) - B(s)W_s(s)] = \\ &= - \frac{[B(s)m_{s1}(s)R_s(s) - k^2 A(-s)m_{s2}(s)] / G(-s)}{m_{s2}(s)G(s)}; \\ F_{su}(s) &= W_s(s) / [A(s) - B(s)W_s(s)] = \\ &= - \frac{[A(s)m_{s1}(s)R_s(s) + B(-s)m_{s2}(s)] / G(-s)}{m_{s2}(s)G(s)}. \end{aligned}$$

После подстановки F_{sy} и F_{su} в (35) с выполнением простых алгебраических преобразований, учитывающих (17), приходим к выражениям

$$\begin{aligned} |F_s(j\omega)|^2 &= \frac{|m_{s1}(j\omega)R_s(j\omega)|^2 + k^2 |m_{s2}(j\omega)|^2}{|m_{s2}(j\omega)G(j\omega)|^2} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow |F_s G|^2 &= \left| \frac{m_{s1}}{m_{s2}} R_s \right|^2 + k^2. \end{aligned}$$

Учитывая, что, согласно (34), имеем $|m_{s1}/m_{s2}| \equiv \mu$, а из (23) следует $|R_s|^2 \equiv J_a |G|^2 - k^2$, получаем

$$|F_s(j\omega)|^2 = \mu^2 J_a + k^2 (1 - \mu^2) / |G(j\omega)|^2. \quad (36)$$

Формула (36) позволяет сделать следующие выводы:

а) если $q_m = 0$, т. е. $\mu = 1$, то $|F_s(j\omega)|^2 \equiv J_a$, т. е. ПФ оптимальной замкнутой системы, как и решение задачи Неванлинны—Пика, является равномерно-пропускающей функцией;

б) если $q_m > 0$, т. е. $\mu < 1$, то оптимальная замкнутая система не является равномерно-пропу-

скающей, и функция $|F_s(j\omega)|^2$ имеет максимум J_a , совпадающий с максимумом функции $T_3(\omega)$ на одной и той же частоте ω_0 .

Синтез оптимальных регуляторов с заданной структурой

Как показано в работах [4–7], решение задач (13) и (7) в регулярной ситуации является единственным. В вырожденном случае положение существенно изменяется, что определяется следующим утверждением.

Теорема 2. Решение задачи (7) в сингулярном случае является не единственным, причем ПФ $W_{su}(s)$ любого стабилизирующего регулятора (2), доставляющего минимум функционалу (6), на частоте $\omega_0 = \arg \max_{\omega \in [0, \infty)} k^2 / |G(j\omega)|^2$ удовлетворяет условию

$$W_{su}(j\omega_0) = z_0, \text{ где } z_0 = -B(-j\omega_0) / (k^2 A(-j\omega_0)). \quad (37)$$

Доказательство. Неединственность решения задачи (13), а следовательно, и исходной задачи синтеза (7) определяется хотя бы отмеченной выше неединственностью решения задачи Неванлинны—Пика (10) в случае $q_m > 0$.

Пусть каким-либо способом построен регулятор (2), являющийся решением задачи (7) и имеющий ПФ $W_{su}(s)$, которая тождественно не совпадает с функцией W_s (35). По формуле (11) определим соответствующую ей функцию-параметр Φ_{su} . Поскольку $I(\Phi_{su}) = J_a$, в соответствии с формулой (15) имеем

$$|T_1(j\omega) - T_2(j\omega)\Phi_{su}(j\omega)|^2 + T_3(\omega) \leq J_a \forall \omega \in [0, \infty). \quad (38)$$

Однако, согласно (19), справедливы равенства

$$J_a = \max_{\omega \in [0, \infty)} T_3(\omega) = T_3(\omega_0),$$

на основании которых из (38) следует, что

$$T_1(j\omega_0) - T_2(j\omega_0)\Phi_{su}(j\omega_0) = 0 \Rightarrow \Phi_{su}(j\omega_0) = T_1(j\omega_0) / T_2(j\omega_0).$$

Подставляя в полученное равенство формулы (16) и используя (11), с учетом (17) последовательно получаем

$$\Phi_{su}(j\omega_0) = \frac{k^2 \alpha \bar{A} - \beta \bar{B}}{G \bar{G}} \Big|_{s=j\omega_0};$$

$$W_{su}(j\omega_0) = \frac{A \Phi_{su} - \alpha}{B \Phi_{su} + \beta} \Big|_{s=j\omega_0} = -\frac{B(-j\omega_0)}{k^2 A(-j\omega_0)},$$

что и требовалось доказать.

Приведенное в предшествующем разделе решение задачи H_∞ -оптимизации в сингулярном случае позволяет построить регулятор (2) с ПФ (33), имеющей вполне определенную фиксированную структуру, зависящую от исходных данных, которую далее будем называть *базовой*.

Однако известно [4, 7], что регуляторы базовой структуры обладают целым рядом недостатков, затрудняющих их практическое применение. Сюда относятся возможная неустойчивость регулятора как отдельного динамического объекта, неправильность дробно-рациональной функции $W_s(s)$, нулевой радиус шара робастной устойчивости замкнутой системы в пространстве параметров.

В связи с отмеченными обстоятельствами и с учетом неединственности решения задачи в сингулярной ситуации возникает естественное желание построить оптимальный регулятор со структурой, которая отличается от базового варианта и заведомо лишена присущих ему недостатков.

В работе [5] указан общий подход к построению таких регуляторов, состоящий в исходном задании структуры их ПФ с выделением вектора $\mathbf{h} \in E^p$ настраиваемых параметров: $W_{su} = W_{su}(s, \mathbf{h})$. При этом если в указанной структуре существует оптимальное решение, то с необходимостью выполняется условие (37), а также равенство

$$\Psi(\mathbf{h}) = \max_{\omega \in [0, \infty)} |F_{su}(j\omega, \mathbf{h})|^2 = J_a, \quad (39)$$

где $F_{su}(s, \mathbf{h})$ — ПФ соответствующей замкнутой системы.

Существо подхода состоит в таком выборе вектора \mathbf{h} параметров регулятора, чтобы одновременно обеспечивалось выполнение указанных условий и требования устойчивости замкнутой системы.

Одним из вариантов реализации этого подхода является синтез H_∞ -оптимальных регуляторов со специализированной многоцелевой структурой. Для ее введения сформируем минимальную реализацию для объекта (1)

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u + \mathbf{h}d(t);$$

$$y = \mathbf{c}\mathbf{x}, \quad (40)$$

где $\mathbf{x} \in E^n$ — вектор состояния объекта; \mathbf{A} , \mathbf{b} , \mathbf{h} и \mathbf{c} — матрицы соответствующей размерности с постоянными компонентами, удовлетворяющие тождествам

$$\det(\mathbf{E}s - \mathbf{A}) \equiv A(s); \quad \mathbf{c}(\mathbf{E}s - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{b} \equiv B(s);$$

$$\mathbf{c}(\mathbf{E}s - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{h} \equiv 1. \quad (41)$$

Предлагаемая структура закона управления имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \mathbf{A}z + \mathbf{b}u + \mathbf{g}(y - \mathbf{c}z); \\ u &= \mathbf{k}z + \xi; \\ \xi &= K(p)(y - \mathbf{c}z). \end{aligned} \quad (42)$$

Первое уравнение представляет наблюдатель с вектором состояния $z \in E^n$, а второе — базовый закон управления, причем выбор векторов \mathbf{g} и \mathbf{k} обеспечивает гурвицевость полиномов $A_g(s) = \det(Es - \mathbf{A} + \mathbf{g}\mathbf{c})$ и $\Delta_0(s) = \det(Es - \mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k})$. Третье уравнение определяет динамический корректор, роль которого заключается в обеспечении желаемой реакции замкнутой системы на воздействие возмущений.

Будем считать, что векторы \mathbf{g} и \mathbf{k} с указанными свойствами заданы, исходя из требований к собственной динамике системы без возмущений, а ПФ $K(s)$ корректора будем трактовать как искомый элемент.

Теорема 3. Если выполнены условия

$$\begin{aligned} T_{12}(j\omega_0) \neq 0, \quad T_{21}(j\omega_0) \neq 0, \\ T_{12}(j\omega_0)T_{21}(j\omega_0) - \\ - T_{11}(j\omega_0)T_{22}(j\omega_0) + z_0T_{22}(j\omega_0) \neq 0, \end{aligned} \quad (43)$$

где функции T_{11} , T_{12} , T_{21} и T_{22} являются элементами матрицы

$$\begin{aligned} \mathbf{T}(s) &= \begin{pmatrix} \mathbf{k} \\ -\mathbf{c} \end{pmatrix} (\mathbf{E}s - \mathbf{A} + \mathbf{g}\mathbf{c} - \mathbf{b}\mathbf{k})^{-1} (\mathbf{g} \mid \mathbf{b}) + \\ &+ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} T_{11}(s) & T_{12}(s) \\ T_{21}(s) & T_{22}(s) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (44)$$

то найдется такая строго правильная дробно-рациональная функция $K(s)$ динамического корректора, что корни характеристического полинома замкнутой системы (40), (42) будут находиться в открытой левой полуплоскости, а ПФ регулятора (42) будет удовлетворять условию (37).

Доказательство. Прежде всего, заметим, что характеристический полином рассматриваемой замкнутой системы представляется в виде

$$\begin{aligned} \Delta(s) &= \begin{vmatrix} \mathbf{E}s - \mathbf{A} & \mathbf{0} & -\mathbf{b} \\ -\mathbf{g}\mathbf{c} & \mathbf{E}s - \mathbf{A} + \mathbf{g}\mathbf{c} & -\mathbf{b} \\ -N_c(s)\mathbf{c} & -\mathbf{k}\Delta_c(s) + N_c(s)\mathbf{c} & \Delta_c(s) \end{vmatrix} = \\ &= A_g(s)\Delta_c(s)\Delta_0(s), \end{aligned} \quad (45)$$

где N_c и Δ_c — соответственно числитель и знаменатель функции $K(s)$.

Обратим особое внимание на то, что из формулы (45) следует независимость полинома $\Delta(s)$ от числителя ПФ корректора. Это позволяет утверждать, что любой корректор с гурвицевым полиномом $\Delta_c(s)$ обеспечивает устойчивость замкнутой системы.

Тогда выбором полинома $N_c(s)$ можно обеспечить выполнение равенства (37). С этой целью

представим уравнения регулятора (42) без корректора в виде

$$\begin{aligned} \dot{z} &= (\mathbf{A} - \mathbf{g}\mathbf{c} + \mathbf{b}\mathbf{k})z + \mathbf{g}y + \mathbf{b}\xi; \\ u &= \mathbf{k}z + \xi; \quad \zeta = y - \mathbf{c}z, \end{aligned} \quad (46)$$

что эквивалентно соотношению вход-выход

$$\begin{pmatrix} u \\ \zeta \end{pmatrix} = \mathbf{T}(s) \begin{pmatrix} y \\ \xi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11}(s) & T_{12}(s) \\ T_{21}(s) & T_{22}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ \xi \end{pmatrix}, \quad (47)$$

где передаточная матрица $\mathbf{T}(s)$ определяется формулой (44).

Рассматривая систему (47) как локальный объект управления, замкнем ее динамическим корректором как локальным регулятором:

$$\begin{aligned} u &= T_{11}(s)y + T_{12}(s)\xi; \\ \zeta &= T_{21}(s)y + T_{22}(s)\xi; \\ \xi &= K(s)\zeta, \end{aligned}$$

имеющим ПФ

$$\begin{aligned} W_{su}(s) &= T_{11}(s) + T_{12}(s)K(s) \times \\ &\times [1 - T_{22}(s)K(s)]^{-1} T_{21}(s). \end{aligned} \quad (48)$$

Тогда выполнение условия (37) обеспечивается равенством

$$\begin{aligned} T_{11}(j\omega_0) + T_{12}(j\omega_0)K(j\omega_0) \times \\ \times [1 - T_{22}(j\omega_0)K(j\omega_0)]^{-1} T_{21}(j\omega_0) = z_0, \end{aligned}$$

откуда непосредственно имеем

$$K(j\omega_0) = f_0, \quad (49)$$

где

$$\begin{aligned} f_0 &= \\ &= \frac{z_0 - T_{11}(j\omega_0)}{T_{12}(j\omega_0)T_{21}(j\omega_0) - T_{11}(j\omega_0)T_{22}(j\omega_0) + z_0T_{22}(j\omega_0)}, \end{aligned}$$

если выполняются условия (43).

Теперь зададим произвольный гурвицев полином $\Delta_c(s) = s^2 + \beta_1s + \beta_0$ и введем в рассмотрение полином $N_c(s) = \alpha_1s + \alpha_0$. Осуществим выбор действительных чисел α_1 и α_0 , обеспечивая выполнение равенства

$$K(j\omega_0) = N_c(j\omega_0) / \Delta_c(j\omega_0) = f_0, \quad (50)$$

где комплексное число f_0 определяется формулой (49), получая при этом

$$\alpha_0 = \operatorname{Re} f_0 \Delta_c(j\omega_0); \quad \alpha_1 = \operatorname{Im} f_0 \Delta_c(j\omega_0) / \omega_0. \quad (51)$$

В итоге построена ПФ $K(s) = (\alpha_1s + \alpha_0) / (s^2 + \beta_1s + \beta_0)$ корректора, которая для любых $\beta_1 > 0$ и $\beta_0 > 0$ и для чисел α_1 и α_0 (50) обеспечивает устойчивость замкнутой системы и удовлетворяет условию (37).

Рассмотрим регулятор (42), в котором ПФ корректора задается выражением $K(s) = (\alpha_1 s + \alpha_0)/(s^2 + \beta_1 s + \beta_0)$ в соответствии с доказательством теоремы 3. При этом ПФ $W_{su} = W_{su}(s, \mathbf{h})$ регулятора (42) от входа y к выходу u имеет два свободных параметра $\beta_1 > 0$ и $\beta_0 > 0$, которые и являются в данном случае компонентами вектора $\mathbf{h} \in E^2$ настраиваемых параметров.

Если выбором этих параметров удастся обеспечить выполнение условия (39), чего можно добиться с помощью простого численного метода, то полученный в результате вектор $\mathbf{h}_0 \in E^2$ однозначно определит решение задачи (7) в предложенной структуре.

Примеры синтеза в сингулярной ситуации

Рассмотрим математическую модель (1) объекта управления, где

$$A(s) = s^2 + s - 25,25; \quad B(s) = 1,$$

и зададим весовой множитель $k = 0,05$ для обобщенной функции (4).

Будем решать задачу (7) о поиске H_∞ -оптимального регулятора. В соответствии со схемой решения вначале выполним факторизацию (17), в результате которой получим полином

$$G(-s) = 0,0500s^2 - 0,1931s + 1,611,$$

имеющий корни $g_{1,2} = 1,932 \pm 5,337j$.

Далее по формуле (19) определяем величину $J_a = 2,353 \cdot 10^{-3}$ максимума функции $T_3(\omega)$ и частоту $\omega_0 = 4,97$ 1/с, на которой он достигается. Для иллюстрации на рис. 1, а представлен график функции $A_a(\omega) = k/|G(j\omega)| = (T_3(\omega))^{1/2}$.

Следующим действием выполняется факторизация (23) — ее результатом служит полином $R_s(s)$, не имеющий корней в открытой правой полуплоскости:

$$R_s(s) = 2,425 \cdot 10^{-3} s^2 + 0,06003.$$

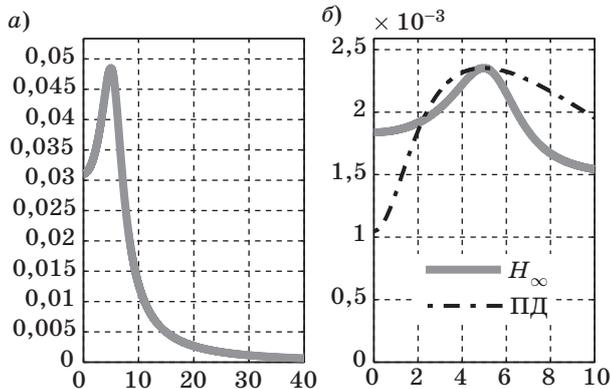


Рис. 1. Графики функций $A_a(\omega) = k/|G(j\omega)|$ (а) и $F_a(\omega) = |F(j\omega)|^2$ (б): $k = 0,05$

По полученным данным строим матрицу Пика по формулам (22):

$$\Pi = \begin{pmatrix} 0,1065 & 3,581 \cdot 10^{-3} + 0,03820j \\ 3,581 \cdot 10^{-3} + 0,03820j & 0,1065 \end{pmatrix},$$

имеющую собственные значения $q_1 = 0,06810$, $q_2 = 0,1448$. Поскольку минимальное из них $q_m = q_1$ положительное, имеем сингулярную ситуацию.

Для синтеза регулятора в базовой структуре решаем задачу Неванлинны—Пика (30) для исходных данных $g_{1,2} = 1,932 \pm 5,337j$, $d_{1,2} = 0,7639 \pm 0,07156j$, получая при этом $m_2(s) = 3,058s + 0,8624$, $m_1(s) = 0,7936 \cdot m_2(-s)$, $\mu = 0,7936 < 1$. По формулам (33) находим ПФ оптимального регулятора

$$W_s(s) = \frac{-0,1177s^3 - 0,5393s^2 - 4,144s + 0,1086}{0,03518s + 0,05931}.$$

Частотная характеристика $F_a(\omega) = |F(j\omega)|^2$ замкнутой оптимальной системы для ПФ $W_s(s)$ представлена непрерывной кривой на рис. 1, б.

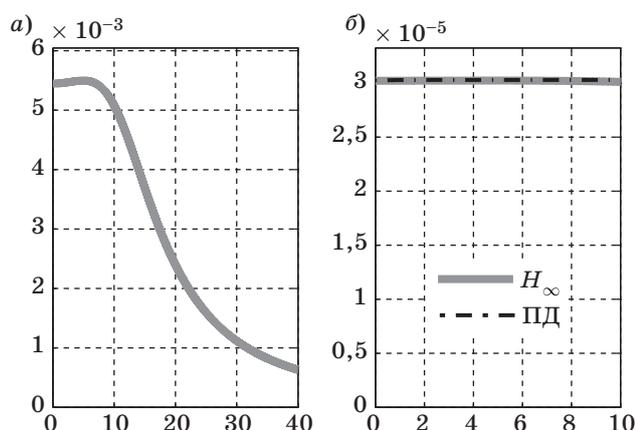
Недостаток найденного регулятора с базовой структурой очевиден: его ПФ не является правильной дробью, что порождает ряд негативных последствий. В связи с этим имеет смысл искать решение задачи в других структурах. Здесь воспользуемся простейшим вариантом ПД-регулятора $u(t) = k_2 d/dt(y(t)) + k_1 y(t)$ и попытаемся найти такие числа k_1 и k_2 , чтобы замкнутая система была устойчивой при выполнении условий (37) и (39).

В данном случае имеем $W_{su}(s) = k_2 s + k_1$, по формуле (37) находим $z_0 = -7,993 - 79,560j$. Тогда условие $W_{su}(j\omega_0) = z_0$ приводит к очевидным равенствам $k_1 = \text{Re}z_0$, $k_2 = \text{Im}z_0/\omega_0$, которые дают числа $k_1 = -7,993$, $k_2 = -79,60$. Нетрудно видеть, что отрицательные значения коэффициентов здесь достаточны для обеспечения устойчивости замкнутой системы. Выполнение условия (39) иллюстрируется штрихпунктирной кривой на рис. 1, б, представляющей частотную характеристику $F_a(\omega) = |F(j\omega)|^2$ замкнутой оптимальной системы для ПФ $W_{su}(s)$ с найденными коэффициентами.

Итак, построенный ПД-регулятор, так же как и указанный регулятор базовой структуры, является H_∞ -оптимальным регулятором для данного примера. Его реализация существенно проще при одинаковом показателе качества.

Теперь рассмотрим тот же объект, но с весовым множителем $k = 0,0055$ в обобщенной функции (4). Соответствующий график функции $A_a(\omega)$ показан на рис. 2, а, а на рис. 2, б представлена частотная характеристика замкнутой системы для оптимальной ПФ

$$W_s(s) = \frac{-0,1177s^3 - 0,4380s^2 - 4,613s + 1,979}{0,0003320s + 0,002877}.$$



■ Рис. 2. Графики функций $A_a(\omega) = k/|G(j\omega)|$ (а) и $F_a(\omega) = |F(j\omega)|^2$ (б): $k = 0,0055$

В данном случае матрица Пика имеет нулевое собственное значение, поэтому оптимальной замкнутой системой является равномерно-пропускающая. Очень близкий результат дает ПД-регулятор с коэффициентами $k_1 = -1322$, $k_2 = -661,7$, что отражено на рис. 2, б.

Заключение

В статье рассмотрен сингулярный вариант задачи H_∞ -оптимизации линейной стационарной системы с одним входом и одним выходом, к которой приводит естественное стремление максимально подавить влияние возмущения на регулируемую переменную с учетом ограниченности ресурсов управления. Доказано необходимое и достаточное условие сингулярности, указаны

возможные варианты решения и предложен регулярный способ их построения.

С учетом неединственности решения задачи также предложена схема использования специальной структуры для нахождения оптимального регулятора, свободного от динамических недостатков регулярного подхода. Представленные результаты проиллюстрированы на примерах.

Литература

1. Doyle J., Francis B., Tannenbaum A. Feedback control theory. — N. Y.: Macmillan Publ. Co., 1992. — 202 p.
2. Chen J., Gu G. Control-oriented system identification: An H_∞ -approach. — N. Y.: Wiley, 2000. — 422 p.
3. Поляк Б. Т., Щербаков П. С. Робастная устойчивость и управление. — М.: Наука, 2002. — 303 с.
4. Барабанов А. Е., Первозванский А. А. Оптимизация по равномерно-частотным показателям // Автоматика и телемеханика. 1992. № 9. С. 3–32.
5. Бокова Я. М., Веремей Е. И. Вычислительные аспекты спектрального метода H_∞ -оптимального синтеза // Теория и сист. управления. 1995. № 4. С. 88–96.
6. Веремей Е. И. Спектральный подход к оптимизации систем управления по нормам пространств H_2 и H_∞ // Вестн. СПб. ун-та. Сер. 10. 2004. № 1. С. 48–59.
7. Веремей Е. И. Вопросы H_∞ -оптимизации SISO-систем в среде MATLAB // Проектирование научных и инженерных приложений в среде MATLAB: Тр. IV Всерос. науч. конф. Астрахань, 2009. С. 18–39.

УДК 62.505

ПОСТРОЕНИЕ СПОСОБА УПРАВЛЕНИЯ РАКЕТОЙ-НОСИТЕЛЕМ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ В КАЧЕСТВЕ УПРАВЛЕНИЯ ПРОГРАММНЫХ УГЛОВЫХ СКОРОСТЕЙ РАЗВОРОТОВ

Д. В. Мазгалин,
аспирант

Институт математики и механики Уральского отделения Российской академии наук

Рассматривается построение оптимального управления выведения ракеты-носителя на эллиптическую орбиту на безатмосферном активном участке при непрерывной работе двигательной установки с нерегулируемой тягой. Угловые скорости разворотов ракеты-носителя по углу тангажа и углу рыскания принимаются за управляющие параметры. В качестве критерия оптимальности задается максимум массы ракеты-носителя на момент вывода на орбиту. Определяются структура управления и способ нахождения параметров управления ракетой-носителем.

Ключевые слова — оптимальное управление, моделирование движения объекта, принцип максимума Понтрягина.

Введение

Задача построения оптимального управления выведения ракеты-носителя (РН) на эллиптическую орбиту на безатмосферном активном участке в варианте, когда за управляющие переменные принимаются углы ориентации вектора тяги (углы тангажа и рыскания), совпадающего с продольной осью РН, рассмотрена и исследована в монографиях Д. Ф. Лоудена [1], Р. Ф. Аппазова [2], Ю. Г. Сихарулидзе [3] и многих других авторов.

Вместе с тем имеются РН с жесткими ограничениями на величины угловых скоростей разворотов по углам ориентации, обусловленные конструктивными особенностями.

Использование для них программного управления, построенного в предположении, что за управляющие параметры приняты углы тангажа и рыскания, приводят к неоптимальному использованию энергии РН.

В работе [3] предлагается программу угла тангажа задавать кусочно-линейной функцией. Количественные оценки потерь по массе выводимой полезной нагрузки, имеющих место в этом случае, отсутствуют.

В статье рассмотрены вопросы построения оптимального управления (определение его струк-

туры, параметризации и способа нахождения значений его параметров), когда в качестве управления принимаются величины программных угловых скоростей разворотов по углам тангажа и рыскания.

Целевая эллиптическая орбита, на которую должна быть выведена РН, задается в инерциальной геоцентрической системе координат, совпадающей на момент старта (срабатывание датчика контакта подъема РН) с гринвической системой координат.

Орбита задается совокупностью оскулирующих параметров, в качестве которых можно принять:

i_{or} — угол наклона плоскости орбиты;

Ω_{or} — долготу восходящего узла;

p_{or} — фокальный параметр орбиты;

e_{or} — эксцентриситет орбиты;

ω_{per} — аргумент перигея,

— или какой-либо другой эквивалентной совокупностью оскулирующих параметров.

В качестве параметра, задающего точку орбиты, будем использовать значение приведенной широты U . Общую задачу построения управления можно реализовать последовательным решением задач управления для выведения в точки орбиты, заданные приведенными широтами,

и последующим выбором точки выведения (приведенной широты), при которой получаем оптимум критерия.

При решении будем использовать орбитальную систему координат $O\eta_1\eta_2\eta_3$. Начало системы O находится в центре Земли; ось $O\eta_2$ лежит в орбитальной плоскости, задаваемой i_{or} , Ω_{or} , и составляет угол, равный U , с линией узлов; ось $O\eta_1$ принадлежит орбитальной плоскости, ортогональна оси $O\eta_2$ и направлена в сторону полета по орбите; ось $O\eta_3$ дополняет систему координат $O\eta_1\eta_2\eta_3$ до правой ортогональной декартовой системы координат. Такая система координат использовалась, например, при построении программы полета РН «Сатурн-5» [3].

Математическая постановка задачи выведения в заданную точку

Полет РН рассматривается как движение материальной точки. Движение РН происходит на внеатмосферном активном участке полета РН под действием реактивной двигательной установки (ДУ) с постоянными тягой P и секундным расходом массы m_{ras} .

Режим работы ДУ непрерывный, в момент достижения заданной орбиты выдается команда на ее выключение.

Гравитационное поле Земли описывается нормальным потенциалом, включающим нулевую и вторую зональные гармоники из модели «Параметры Земли 90» [4].

Ориентация вектора тяги совпадает с ориентацией продольной оси РН Ox_1 и задается углами тангажа $v_{or}(t)$ и рыскания $\psi_{or}(t)$. Под углом рыскания понимается угол между продольной осью РН и ее проекцией на плоскость $O\eta_1\eta_2$, под углом тангажа понимается угол между осью $O\eta_1$ и проекцией продольной оси РН на плоскость $O\eta_1\eta_2$.

В качестве управляющих переменных берутся значения программных угловых скоростей разворотов РН по углу тангажа U_v и углу рыскания U_ψ , на которые наложены ограничения: $|U_v| < U_{gr}$, $|U_\psi| < U_{gr}$, $U_{gr} = 1$ град/с.

Допустимый диапазон изменений углов тангажа и рыскания составляет ± 85 град.

Начальные условия по координатам радиуса-вектора РН (η_1, η_2, η_3), вектора скорости (η_4, η_5, η_6), начальной ориентации по углам $v(t), \psi(t)$ и величине массы $m(t)$ в момент начала управления t_n известны и равны соответственно: $\eta_{in}, i = 1, \dots, 6, v_{orn}, \psi_{orn}, m_n$.

Терминальные (конечные) условия по точке орбиты, заданной приведенной широтой U , находятся по известным формулам эллиптической теории [2]:

$$\begin{cases} \eta_{1z} = 0 \\ \eta_{2z} = p_{or} / (1 + e_{or} \cos(U + \omega_{or})) \\ \eta_{3z} = 0 \\ \eta_{4z} = \sqrt{g_0 a_{oz}^2 / p_{or} (1 + e_{or} \cos(U + \omega_{or}))} \\ \eta_{5z} = \sqrt{g_0 a_{oz}^2 / p_{or} e_{or} \sin(U + \omega_{or})} \\ \eta_{6z} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

где g_0 — модуль гравитационного ускорения; a_{oz} — большая полуось общеземного эллипсоида.

Момент окончания управляемого движения (участка выведения) t_k и терминальные условия по углам тангажа $v_{or}(t_k)$, рыскания $\psi_{or}(t_k)$, массе РН $m(t_k)$ свободны.

В силу непрерывности работы ДУ и постоянного расхода массы критерий максимума выводимой массы РН эквивалентен критерию минимума времени выведения:

$$J_t = \min_{U_v, U_\psi} \int_{t_n}^{t_k} dt.$$

Система дифференциальных уравнений, описывающая движение РН на активном участке в системе $O\eta_1\eta_2\eta_3$, имеет следующий вид:

$$\begin{cases} d\eta_1 / dt = \eta_4 \\ d\eta_2 / dt = \eta_5 \\ d\eta_3 / dt = \eta_6 \\ d\eta_4 / dt = g_{\eta_1}(\eta_1, \eta_2, \eta_3) + (P/m) \cos v_{or} \cos \psi_{or} \\ d\eta_5 / dt = g_{\eta_2}(\eta_1, \eta_2, \eta_3) + (P/m) \sin v_{or} \cos \psi_{or} \\ d\eta_6 / dt = g_{\eta_3}(\eta_1, \eta_2, \eta_3) - (P/m) \sin \psi_{or} \\ dm / dt = -m_{ras} \\ dv_{or} / dt = U_v \\ d\psi_{or} / dt = U_\psi \end{cases} \quad (2)$$

Через $g_{\eta_i}(\eta_1, \eta_2, \eta_3)$ обозначены проекции гравитационного ускорения; m — текущая масса РН. Гамильтониан системы (1) записывается в виде

$$\begin{aligned} H(\eta_i, m, v_{or}, \psi_{or}, \lambda_i, \lambda_m, \lambda_\psi, \lambda_\vartheta) = \\ = \lambda_1 \eta_4 + \lambda_2 \eta_5 + \lambda_3 \eta_6 + \lambda_4 (g_{\eta_1}(\eta_1, \eta_2, \eta_3) + \\ + (P/m) \cos v_{or} \cos \psi_{or}) + \lambda_5 (g_{\eta_2}(\eta_1, \eta_2, \eta_3) + \\ + (P/m) \sin v_{or} \cos \psi_{or}) + \lambda_6 (g_{\eta_3}(\eta_1, \eta_2, \eta_3) - \\ - (P/m) \sin \psi_{or}) - \lambda_m m_{ras} + \lambda_v U_v + \lambda_\psi U_\psi + 1. \end{aligned}$$

Через $\lambda_1, \dots, \lambda_6, \lambda_m, \lambda_\psi, \lambda_v$ обозначены сопряженные переменные принципа максимума Понтрягина.

В силу линейного вхождения управления U_v, U_ψ в систему (2) и гамильтониан, система (2) может иметь, в принципе, участки движения с особым управлением [5]. Кроме того, уравнения изменения фазовых переменных $\lambda_1, \dots, \lambda_6$ завязаны

с уравнениями изменения сопряженных переменных через проекции гравитационного ускорения, что приводит к необходимости их совместно интегрирования. В результате получаем необходимость решать краевую задачу для нелинейной системы дифференциальных уравнений 18-го порядка [6].

Для преодоления возникающих существенных вычислительных трудностей в поиске управления для определения его структуры был использован метод модельной задачи [3]. В модельной задаче значения проекций гравитационного ускорения $g_{\eta_i}(\eta_j)$ ($i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3$) берутся в прогнозируемой точке выведения

$$g_{m\eta_i} = g_{\eta_i}(\eta_{iz}) = \text{const.} \quad (3)$$

Введение модельного представления гравитационного ускорения позволяет свести определение структуры оптимального управления к последовательному определению структуры управления боковым, вертикальным и горизонтальным движением РН, на которые распадается при использовании модели (3) общее движение, задаваемое системой (2).

Структура управления боковым движением

Система дифференциальных уравнений, описывающая боковое движение, в рамках сформулированной постановки задачи имеет следующий вид:

$$\begin{cases} d\eta_3 / dt = \eta_6 \\ d\eta_6 / dt = g_{\eta_3}(\eta_1, \eta_2, \eta_3) - (P/m)\sin\psi_{or} \\ dm / dt = -m_{ras} \\ d\psi_{or} / dt = U_{\psi} \end{cases} \quad (4)$$

Критерий оптимальности для построения управления

$$J_{\psi} = \min_{U_{\psi}} \int_{t_n}^{t_k} ((P/m)(1 - \cos\psi_{or}(\tau))) d\tau. \quad (5)$$

Критерий J_{ψ} вводится для сохранения взаимосвязи указанных выше трех движений. Физический смысл J_{ψ} — минимизация потерь по кажущейся скорости в орбитальной плоскости из-за реализации бокового движения по переводу системы из начального состояния $\eta_3(t_n), \eta_6(t_n), t_n$ в конечное $\eta_3(t_k), \eta_6(t_k), t_k$ за фиксированный взятый интервал времени управления.

Рассмотрим гамильтониан системы (4) с критерием (5):

$$H = \lambda_3 \eta_6 + \lambda_6 (g_{\eta_3}(\eta_j(t)) - (P/m)\sin\psi_{or}) - \lambda_m m_{ras} + \lambda_{\psi} U_{\psi} + \lambda_0 (P/m)(1 - \cos\psi_{or}).$$

Зададим ограничение на управление: $|U_{\psi}| < U_{gr}$.

Сопряженная система, соответствующая (4) и критерию (5), имеет вид

$$\begin{cases} d\lambda_0 / dt = 0 \\ d\lambda_3 / dt = 0 \\ d\lambda_6 / dt = -\lambda_3 \\ d\lambda_m / dt = (P/m^2)(\lambda_0(1 - \cos\psi_{or}) - \lambda_6 \sin\psi_{or}) \\ d\lambda_{\psi} / dt = (P/m)(\lambda_6 \cos\psi_{or} - \lambda_0 \sin\psi_{or}) \end{cases} \quad (6)$$

Начальные условия на момент t_n : $\eta_3(t_n), \eta_6(t_n), m(t_n), \psi_{or}(t_n)$ — известны.

Терминальные условия на момент t_k окончания движения: $\eta_3(t_k) = 0, \eta_6(t_k) = 0$ — заданы, $\psi_{or}(t_k)$ — свободно, $\lambda_{\psi}(t_k) = 0, t_k$ — формально считается заданным. Значения $\lambda_3(t_k), \lambda_6(t_k)$ должны быть выбраны из условия приведения системы в точку $\eta_3(t_k) = 0, \eta_6(t_k) = 0$.

В целях упрощения записи для сопряженных переменных приняты те же обозначения, что и в случае основной системы (2). Оптимальное управление, при его существовании, представляется в виде

$$U_{\psi} = \begin{cases} U_{gr} \text{sign}(\lambda_{\psi}(t)), \\ \text{если } \lambda_{\psi}(t) \neq 0 \\ \text{особое управление,} \\ \text{если } \lambda_{\psi}(t) = 0 \forall t \in [t_{1\psi}, t_{2\psi}] \end{cases}.$$

Особое управление находим из условия

$$\lambda_{\psi}(t) = 0 \forall t \in [t_{1\psi}, t_{2\psi}] \subset [t_n, t_k].$$

Тогда для тех же значений t должно выполняться

$$d\lambda_{\psi} / dt = (P/m)(\lambda_6 \cos\psi_{or} - \lambda_0 \sin\psi_{or}) = 0. \quad (7)$$

Возьмем производную от $d\lambda_{\psi}/dt$ по времени t в силу систем (4) и (6):

$$\begin{aligned} d^2\lambda_{\psi} / dt^2 = (Pm_{ras}/m^2)(\lambda_6 \cos\psi_{or} - \lambda_0 \sin\psi_{or}) + \\ + (P/m)((d\lambda_6 / dt)\cos\psi_{or} - \\ - (d\lambda_0 / dt)\sin\psi_{or} - \lambda_6 \sin\psi_{or} U_{\psi} - \lambda_0 \cos\psi_{or} U_{\psi}) = 0. \end{aligned}$$

Из (7) и условия $P/m \neq 0$ получим $\lambda_6 \cos\psi_{or} - \lambda_0 \sin\psi_{or} = 0$.

С учетом имеющихся равенств и неравенств $d\lambda_{\psi}/dt = 0, Pm_{ras}/m \neq 0, \psi_{or} \neq \pi/2, d\lambda_6/dt = -\lambda_3, d\lambda_0/dt = 0$ и $\lambda_6 = \lambda_0 \text{tg}\psi_{or}$ имеем

$$U_{\psi} = \cos^2\psi_{or}(\lambda_3(t)/\lambda_0).$$

Полагая $\lambda_0 = -1$, получим

$$U_{\psi} = -\cos^2\psi_{or}\lambda_3(t). \quad (8)$$

По соотношению (8) найдем закон изменения $\psi_{or}(t)$ на участке особого управления:

$$d\psi_{or}/dt = \cos^2\psi_{or} d\lambda_6/dt$$

или

$$\operatorname{tg}\psi_{or}(t) = \lambda_6(t). \quad (9)$$

На управление задано ограничение, поэтому ограничиваемся $\lambda_0 = -1$.

Проведенные проверки показали, что необходимое условие Келли [5] для оптимальности особого управления выполняется.

Решение сопряженной системы (6) по переменным $\lambda_3(t)$, $\lambda_6(t)$ записывается в явном виде

$$\begin{cases} \lambda_3(t) = \lambda_{3n} = \text{const} \\ \lambda_6(t) = \lambda_{6n} - \lambda_{3n}(t - t_n) \end{cases}$$

Если для системы (4) с критерием (5) в качестве управления принять угол рыскания (исключить последнее уравнение), то оптимальная программа изменения его значений имеет вид линейного тангенса аналогично (9). То есть структуры программ изменения углов рыскания в случаях особого управления и управления непосредственно углом рыскания совпадают. Отсюда для рассматриваемой системы (4) оптимальное управление, если оно существует, состоит из начального разворота с максимальной допустимой угловой скоростью из текущего начального состояния в сторону особого управления и заключительного участка с особым управлением.

Обозначим момент перехода с начального разворота на участок особого управления через t_ψ .

Тогда значение синуса от программного угла рыскания, непосредственно входящего в уравнения изменения линейных координат η_3 , η_6 , можно найти по соотношениям

$$\sin \psi_{or}(t) = \begin{cases} \sin(\psi_{orn} + U_{gr} \operatorname{sign}(\lambda_{6n} - \operatorname{tg}\psi_{or}(t_n))) \times \\ \times (t - t_n), \text{ если } t_n < t < t_\psi \\ \lambda_6(t) / \sqrt{1 + \lambda_6^2(t)}, \text{ если } t_\psi < t < t_k \end{cases}.$$

Значение t_ψ в силу непрерывности изменения угла находится из соотношения

$$\begin{aligned} \psi_{or}(t_n) + U_{gr} \operatorname{sign}(\lambda_{6n} - \operatorname{tg}\psi_{or}(t_n))(t_\psi - t_n) = \\ = \operatorname{arctg}(\lambda_{6n} - \lambda_{3n}(t_\psi - t_n)). \end{aligned}$$

Таким образом, определена структура оптимального программного управления боковым движением. Метод определения значений параметров t_ψ , t_k , λ_{3n} , λ_{6n} исходя из условия выполнения краевых условий будет рассмотрен ниже.

Считая управление боковым движением построенным, рассмотрим вопрос о структуре управления вертикальным движением.

Структура управления вертикальным движением

Система дифференциальных уравнений, описывающая вертикальное движение в рамках

сформулированной постановки задачи, имеет следующий вид:

$$\begin{cases} d\eta_2 / dt = \eta_5 \\ d\eta_5 / dt = g_{\eta_2}(\eta_j(t)) + \\ + (P/m) \sin v_{or} \cos \psi_{or} \cdot \\ dm / dt = -m_{ras} \\ dv_{or} / dt = U_\vartheta \end{cases} \quad (10)$$

Начальные условия на момент t_n : $\eta_2(t_n)$, $\eta_5(t_n)$, $m(t_n)$, $v_{or}(t_n)$ — известны.

Терминальные параметры на момент условного окончания t_k : $\eta_2(t_k) = \eta_{2k}$, $\eta_5(t_k) = \eta_{5k}$ — заданы, $v_{or}(t_k)$ — свободно, t_k — считается формально заданным. Значения $\lambda_2(t_k)$, $\lambda_5(t_k)$ должны быть выбраны из условия приведения системы в точку $\eta_2(t_k)$, $\eta_5(t_k)$.

Интервал управления $[t_n, t_k]$ фиксирован. Значение t_k соответствует принятому при рассмотрении бокового движения.

В качестве критерия оптимальности берется функционал

$$J_v = \min_{U_v} \int_{t_n}^{t_k} (1 - \cos v_{or})(P/m) \cos \psi_{or}(\tau) d\tau. \quad (11)$$

Переменная $\psi_{or}(t)$ в (10), (11) уже рассматривается как известная функция времени. Значение функционала J_v равно потере кажущейся скорости по оси $O\eta_1$ из-за реализации вертикального движения по переводу РН из начального состояния $(t_n, \eta_2(t_n), \eta_5(t_n))$ в конечное $(t_k, \eta_2(t_k), \eta_5(t_k))$. Если РН выводится на околокруговую орбиту или апогей, перигей эллиптической орбиты, направление оси $O\eta_1$ совпадает или близко к направлению скорости движения по орбите.

Выбранный функционал (11) обеспечивает набор максимума значения действительной скорости вдоль оси $O\eta_1$.

Если за действующее ускорение принять $(P/m) \times \cos \psi_{or}$, то система (10), критерий (11) с точностью до обозначений совпадают с системой (4), критерием (5) для бокового движения.

Повторяя выкладки, аналогичные проведенным при анализе бокового движения, получим оптимальное управление, если оно существует, в виде

$$U_v = \begin{cases} U_{gr} \operatorname{sign}(\lambda_v(t)), \text{ если } \lambda_v(t) \neq 0 \\ \text{особое управление, если } \lambda_v(t) \equiv 0 \end{cases}$$

Используя выкладки для анализа бокового движения, получим, что на участке особого управления $\operatorname{tg}v_{or}(t) = \lambda_5(t)$.

Можно показать, что необходимое условие Келли [5] для оптимальности особого управления выполняется.

Обозначим момент перехода с начального разворота на участок особого управления через t_v . Тогда значение синуса от программного угла тангажа, непосредственно входящего в управления изменения линейных координат (10), можно найти по соотношениям

$$\sin v_{or} = \begin{cases} \sin(v_{or}(t_n) + U_{gr} \text{sign}(\text{tg}v_{or}(t_v) - \\ - \text{tg}v_{or}(t_n))(t - t_n)), \text{ если } t_n < t < t_v. \\ \lambda_5(t) \sqrt{1 + \lambda_5^2(t)}, \text{ если } t_v < t < t_k \end{cases}$$

Значение t_v в силу непрерывности изменения угла $v_{or}(t)$ находится из соотношения

$$v_{or}(t_n) + U_{gr} \text{sign}(\lambda_{5n} - \text{tg}v_{or}(t))(t_v - t_n) = \\ = \text{arctg}(\lambda_{5n} - \lambda_{2n}(t_v - t_n)).$$

Таким образом, определена структура управления вертикальным движением РН.

Структура управления горизонтальным движением

Система дифференциальных уравнений, описывающая горизонтальное движение, имеет следующий вид:

$$\begin{cases} d\eta_1 / dt = \eta_4 \\ d\eta_4 / dt = g_{\eta_1}(\eta_j(t)) + (P/m) \cos v_{or} \cos \psi_{or} \cdot \\ dm / dt = -m_{ras} \end{cases}$$

Начальные условия на момент t_n : $\eta_{1n}, \eta_{4n}, m_n$ — заданы.

Конечные условия: $\eta_1(t_k) = \eta_{1k}, \eta_4(t_k) = \eta_{4k}$ — заданы.

Угловые программы $v_{or}(t), \psi_{or}(t)$ считаем известными функциями времени. Время окончания выведения t_k не задано и рассматривается как параметр управления.

Вторым управляющим параметром для обеспечения достижения краевых условий берется значение приведенной широты точки выведения.

Рассмотрим теперь вычислительный алгоритм определения параметров управления выбранной структуры.

Система уравнений для определения параметров управления

Традиционный способ определения параметров управления при его выбранной структуре состоит в решении краевой задачи для первых шести уравнений системы (2). Существенное упрощение процесса определения параметров управления достигается, если компоненты векто-

раскорости $V_{gi} = \int_{t_n}^t g_{\eta_i}(\eta_j(\tau)) d\tau$ и радиуса-вектора

$$r_{gi} = \int_{t_n}^t (t - \tau) g_{\eta_i}(\eta_j(\tau)) d\tau, \text{ обусловленные действи-$$

ем гравитационных сил, вычислять с использованием начальных (η_{in}), конечных (η_{ik}) условий и взятого интервала управления (t_n, t_k) по улучшенному методу трапеций с применением первых производных [7].

В таблице приведены оценки методической погрешности вычисления V_{gi}, r_{gi} в зависимости от оставшегося времени полета $t_k - t_n$ на активном

■ Значения методической погрешности вычисления гравитационных составляющих координат радиуса-вектора и вектора скорости

$t_k - t_n$	$dV_{g1}, \text{ м/с}$	$dr_{g1}, \text{ м}$	$dV_{g2}, \text{ м/с}$	$dr_{g2}, \text{ м}$	$dV_{g3}, \text{ м/с}$	$dr_{g3}, \text{ м}$
Космический аппарат Metop						
234	-0,544	392	2,144	-281	0,096	-18
200	-0,254	198	1,048	-199	0,061	-9
150	$-6,10 \cdot 10^{-2}$	54	0,289	-7	$1,83 \cdot 10^{-2}$	-3,7
100	$-9,14 \cdot 10^{-3}$	8	$4,48 \cdot 10^{-2}$	-14	$3,48 \cdot 10^{-3}$	<1
50	$-3,60 \cdot 10^{-4}$	<1	$5,45 \cdot 10^{-4}$	<1	$1,30 \cdot 10^{-4}$	<1
30	$-1,19 \cdot 10^{-4}$	<1	$2,48 \cdot 10^{-4}$	<1	$3,17 \cdot 10^{-4}$	<1
10	$-2,64 \cdot 10^{-5}$	<1	$1,71 \cdot 10^{-5}$	<1	$-3,34 \cdot 10^{-5}$	<1
Космический аппарат Corot						
262	-1,269	715	1,802	-544	$4,88 \cdot 10^{-2}$	16
200	-0,430	222	0,624	-191	$-1,45 \cdot 10^{-2}$	0,6
150	-0,133	62	0,203	-58	$-3,35 \cdot 10^{-3}$	<1
100	$-2,47 \cdot 10^{-2}$	9,9	$3,86 \cdot 10^{-2}$	-10	$-3,54 \cdot 10^{-4}$	<1
50	$-1,27 \cdot 10^{-3}$	<1	$2,1 \cdot 10^{-3}$	<1	$2,09 \cdot 10^{-5}$	<1
30	$-2,02 \cdot 10^{-4}$	<1	$2,55 \cdot 10^{-4}$	<1	$-6,47 \cdot 10^{-6}$	<1
10	$-3,42 \cdot 10^{-5}$	<1	$1,64 \cdot 10^{-5}$	<1	$-1,96 \cdot 10^{-6}$	<1

участке по предложенному выше способу. Через dV_{gi} , dr_{gi} обозначены разности нахождения V_{gi} , r_{gi} по точному и предлагаемому способам. Точные значения находились методом трапеций с шагом 1 с. Данные получены по траекториям программного движения РН «Союз-2» при запусках космических аппаратов Metop и Corot с космодрома Байконур.

Методические погрешности вычисления интегралов от проекции гравитационного ускорения убывают по мере уменьшения оставшегося времени движения и становятся практически незначительными (менее $2 \cdot 10^{-3}$ по скорости, 1 м по координате) за 50 с до окончания участка выведения. Использование предлагаемого способа вычисления интегралов от проекций гравитационного ускорения позволяет отказаться от решения краевой задачи Коши при определении параметров управления. Запишем систему (4) с учетом выбранной структуры управления, способа вычисления составляющих от гравитационных сил в интегральном виде. При этом значения λ_{6n} , λ_{3n} , входящие в числитель выражения для $\sin \psi_{or}$ на участке особого управления, вынесем из-под знака интеграла.

В результате будем иметь

$$\begin{aligned} \eta_6(t_k) &= \eta_6(t_n) + V_{g_3}(t_k) - \\ &- \int_{t_n}^{t_\psi} (P/m) \sin(\psi_{or}(t_n) + U_{gr} \text{sign}(\lambda_{6n} - \text{tg} \psi_{or}(t_n))) \times \\ &\times (\tau - t) d\tau - \lambda_{6n} \int_{t_\psi}^{t_k} P/m \sqrt{1 + (\lambda_{6n} - \lambda_{3n}(\tau - t_n))^2} d\tau + \\ &+ \lambda_{3n} \int_{t_\psi}^{t_k} ((P/m)(\tau - t_n)) / \sqrt{1 + (\lambda_{6n} - \lambda_{3n}(\tau - t_n))^2} d\tau; \\ \eta_3(t_k) &= \eta_3(t_n) + \eta_6(t_n)(t_k - t_n) + r_{g_3}(t_k) - (t_\psi - t_n) \times \\ &\times \int_{t_n}^{t_\psi} (P/m) \sin(\psi_{or}(t_n) + U_{gr} \text{sign}(\lambda_{6n} - \\ &- \text{tg} \psi_{or}(t_n))) (\tau - t) d\tau - \lambda_{6n} \times \\ &\times \int_{t_\psi}^{t_k} (P/m)(t_k - \tau) / \sqrt{1 + (\lambda_{6n} - \lambda_{3n}(\tau - t_n))^2} d\tau + \\ &+ \lambda_{3n} \int_{t_\psi}^{t_k} (P/m)(t_k - \tau)(\tau - t_n) / \sqrt{1 + (\lambda_{6n} - \lambda_{3n}(\tau - t_n))^2} \times \\ &\times d\tau; \quad (12) \\ \psi_{or}(t_n) &+ U_{gr} \text{sign}(\lambda_{6n} - \text{tg} \psi_{or}(t_n))(t_\psi - t_n) = \\ &= \text{arctg}(\lambda_{6n} - \lambda_{3n}(t_\psi - t_n)), \\ m(\tau) &= m_n - (\tau - t_n) m_{ras}. \end{aligned}$$

Будем решать систему (12) итерационным способом. Присвоим λ_{6n} , λ_{3n} , t_ψ , входящим в систему (12) линейно, индекс «i», а входящим нелинейно (под знаком функций) — индекс «i - 1». В качестве начальных значений возьмем $\lambda_{6n}^0 = 0$, $\lambda_{3n}^0 = 0$, $t_\psi^0 = t_n$. Для нахождения i-го приближения (λ_{6n}^i , λ_{3n}^i , t_ψ^i) получаем линейную систему.

Первое приближение соответствует случаю задания программного движения на участке особого управления в виде «линейного синуса».

Если $|\lambda_{6n}^1 - \lambda_{3n}^1(\tau - t_n)| < 1$ при $t \in [t_\psi, t_k]$ и $|\lambda_{3n}^1| < U_{gr}$, то это означает, что ограничения на управление выполняются и первое приближение является допустимым управлением. Так как множество допустимых управлений системы (4) ограничено и выпукло ($|U| \leq U_{gr}$), то в соответствии с [5] существует оптимальное управление.

При практических вычислениях оказалось достаточно не более 10 итераций для получения программного движения с требуемой точностью.

Значения переменных η_2 , η_5 системы (10) находятся аналогично.

Значения координат η_1 , η_4 находятся по соотношениям

$$\begin{aligned} \eta_4(t_k) &= \eta_4(t_n) + V_{g_1}(t_k) + \\ &+ \int_{t_n}^{t_k} (P/m) \cos v_{or}(\tau) \cos \psi_{or}(\tau) d\tau; \\ \eta_1(t_k) &= \eta_1(t_n) + \eta_4(t_n)(t_k - t_n) + r_{g_1}(t_k) + \\ &+ \int_{t_n}^{t_k} (t_k - \tau)(P/m) \cos v_{or}(\tau) \cos \psi_{or}(\tau) d\tau. \quad (13) \end{aligned}$$

Функции $\psi_{or}(t)$, $v_{or}(t)$ в (13) считаем уже известными функциями времени, найденными при решении систем для (η_3, η_6) , (η_2, η_5) .

Вычисление интегралов осуществляется с учетом точек разрыва подынтегральных функций в моменты t_ψ , t_v . На каждом участке непрерывности подынтегральных функций величина интеграла вычисляется методом Гаусса 10-го порядка [7].

Алгоритм вычисления параметров программного управления

Построение программного движения (определение и уточнение параметров управления) при выведении РН осуществляется по итерационному алгоритму [3]. Активный участок выведения делится на интервалы $[t_s, t_{s+1}]$ и $t_{s+1} \leq t_k$. На момент времени t_s с учетом получаемых на него параметров движения строится программное управление, используемое на полуинтервале $[t_s, t_{s+1})$. Параметры, задающие управление боковым (λ_6 , λ_3 , t_ψ) и вертикальным (λ_5 , λ_2 , t_v) движением, со-

ответственно угловые программы $\psi_{or}(t)$, $v_{or}(t)$, как было показано ранее, однозначно могут быть определены по значениям приведенной широты U_z , задающей точку выведения, и времени окончания участка выведения t_k . Для определения U_z , t_k будем использовать следующую систему уравнений, получаемую из (13), если в ней вместо $\eta_1(t_k)$, $\eta_4(t_k)$ подставить $\eta_1(U_z)$, $\eta_4(U_z)$:

$$\begin{aligned} \eta_4(U_z) &= \eta_4(t_s) + V_{g_1}(t_k) + \\ &+ \int_{t_s}^{t_k} (P/m) \cos v_{or}(\tau) \cos \psi_{or}(\tau) d\tau; \\ \eta_1(U_z) &= \eta_1(t_s) + \eta_4(t_s)(t_k - t_j) + r_{g_1}(t_k) + \\ &+ \int_{t_s}^{t_k} (t_k - \tau)(P/m) \cos v_{or}(\tau) \cos \psi_{or}(\tau) d\tau, \quad (14) \end{aligned}$$

где $\eta_1(U_z)$, $\eta_4(U_z)$ определяются из (1) с использованием U_z .

Система (14) решается следующим образом.

Берем сетку из $N_u + 1$ (N_u — четное) возможных значений приведенных широт точки выведения:

$$U_j = U_0 + jdU, \quad j = -N_u/2, \dots, -1, 0, 1, \dots, N_u/2,$$

где dU — шаг по приведенной широте.

Значение U_0 задается из физических, опытных соображений.

В цикле по значениям U_j проводится определение t_k посредством решения первого уравнения системы (14) методом Ньютона, включая определение управления боковым и вертикальным движением (программ $\psi_{or}(t)$, $v_{or}(t)$).

Для первого шага значение t_k берется равным номинальному времени работы ДУ. Так как в исследуемом случае $(P/m) \cos v_{or} \cos \psi_{or} > 0$ (в силу задания области изменения v_{or} , ψ_{or}) и $(P/m) \cos v_{or} \times \cos \psi_{or} > |g_{\eta 1}|$, то значение t_k , удовлетворяющее первому уравнению (14), в условиях энергетической досягаемости существует. Обозначим его через $t_k(U_j)$. Далее с использованием второго уравнения (14) вычисляется разность $d\eta_{1j} = \eta_{1z}(U_j) - \eta_1(t_k(U_j))$.

Если $|d\eta_{1j}| < \varepsilon_1$, где ε_1 — допуск на точность определения краевого условия по η_1 , то считаем, что найдены параметры управления, переводящие систему из состояния $\eta_i(t_n)$ в точку $\eta_{iz}(U_j)$, $i = 1, \dots, 6$ за время $t_k(U_j)$. Данное управление принимается за искомое.

Если $|d\eta_{1j}| > \varepsilon_1$ и $d\eta_{1j}$ одного знака с $d\eta_{1j-1}$, то переходим к следующему значению по приведенной широте U_{j+1} .

Если $|d\eta_{1j}| > \varepsilon_1$ и величина $d\eta_{1j}$ сменила знак, то следующее значение U находим линейной интерполяцией по величине $d\eta_j$.

Если в процессе перебора узлов не определится управление, удовлетворяющее условию $|d\eta_{1j}| < \varepsilon_1$, или не произошла смена знака у $d\eta_{1j}$, то управление, имеющее минимум $|d\eta_{1j}|$, берется за искомое.

Для значения U , определенного линейной интерполяцией, находим параметры управления t_n , λ_{3n} , λ_{6n} , t_{ψ} , λ_{2n} , λ_{5n} , t_v , t_k , которое и принимается за искомое.

Проведенные расчеты на траекториях выведения Metop и Corot показали, что при значениях $dU = 0,0003$, $\varepsilon_1 = 100$ м, $N_u = 60$, $t_{n+1} - t_n = 10$ с обеспечиваются требуемая точность построения программного движения и временные затраты на его нахождение.

Заключение

Построенное по изложенному выше способу управление для бокового, вертикального и горизонтального движений центра масс РН в плоскопараллельном гравитационном поле удовлетворяет необходимым условиям оптимальности.

Введение дополнительных функционалов, которые минимизируют потери кажущейся скорости по направлению, ортогональному плоскости орбиты, и направлению, соответствующему тангенциальной скорости в точке выведения на орбиту, позволяет сохранить взаимозависимость между тремя движениями, на которые распадается исходное движение, задаваемое системой (2), после введения для определения структуры управления упрощенной модели гравитационных сил.

Вычисление гравитационных составляющих по скорости V_{gi} и координатам r_{gi} через начальные и конечные условия и временной интервал управления позволяет отказаться от решения краевой задачи для системы дифференциальных уравнений при нахождении значений параметров управления. Для нахождения величин параметров управления необходимо вычислить интегралы от кусочно-непрерывных функций и решить линейные системы уравнений в итерационном процессе. Решение этих задач является существенно более простым по сравнению с решением краевой задачи.

Описанная выше процедура построения программной траектории выведения была использована при расчете программной траектории для запуска РН «Союз-2» с космическими аппаратами Metop и Corot при подготовке данных на пуск.

По проведенным оценкам, применение разработанного способа построения программного движения позволяет при выполнении требований по точности увеличить массу РН, выводи-

мую на заданную орбиту, на 2–2,5 % по сравнению со способом формирования программ управления на классе кусочно-линейных программ угла тангажа.

В системах подготовки данных на пуск все расчеты проводятся по математическим моделям описания РН и действующих сил. Таким образом, все участвующие в вычислениях переменные являются наблюдаемыми и известными. Реализация программного движения РН может

проводиться с использованием всей получаемой в процессе расчетов информации. При применении разработанного способа в системе управления РН непосредственно в полете необходимо отметить следующее. Определение прогнозируемого момента выключения ДУ, программных функций по углам тангажа и рыскания осуществляется в явном виде. Для реализации построенного программного движения в полете можно использовать метод «гибких» траекторий [8].

Литература

1. Лоуден Д. Ф. Оптимальные траектории для космической навигации. — М.: Мир, 1966. — 152 с.
2. Аппазов Р. Ф., Сытин О. Г. Методы проектирования траекторий носителей и спутников Земли. — М.: Наука, 1987. — 440 с.
3. Сихарулидзе Ю. Г. Баллистика летательных аппаратов. — М.: Наука, 1982. — 352 с.
4. Параметры общеземного эллипсоида и гравитационного поля Земли (Параметры Земли 1990 года) / ТС ВС РФ. — М., 1991. — 37 с.
5. Афанасьев В. Н., Колмаковский В. Б., Носов В. Р. Математическая теория конструирования систем управления. — М.: Высш. шк., 2003. — 614 с.
6. Федоренко Р. П. Приближенное решение задач оптимального управления. — М.: Наука, 1978. — 488 с.
7. Крылов В. И., Шульгина Л. Т. Справочная книга по численному интегрированию. — М.: Наука, 1966. — 372 с.
8. Разыграев А. П. Основы управления полетом космических аппаратов. — М.: Машиностроение, 1990. — 480 с.

УВАЖАЕМЫЕ АВТОРЫ!

Каждому из Вас необходимо зарегистрироваться на сайте РУНЭБ (<http://www.elibrary.ru>) с тем, чтобы Вам присвоили индивидуальный цифровой код (при регистрации код присваивается автоматически), что обязательно для создания корректной базы данных РУНЭБ, объективно отражающей информацию о Вашей научной активности, а также для подсчета Вашего индекса цитирования (РИНЦ).

УДК 004.434

АВТОМАТНЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОБЛЕМНО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЯЗЫКОВ (Часть 3)¹

Ф. А. Новиков,

канд. физ.-мат. наук, заведующий лабораторией
Институт прикладной астрономии РАН

У. Н. Тихонова,

аспирант

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Описывается новый метод определения синтаксиса и семантики проблемно-ориентированных языков с помощью диаграмм классов и диаграмм автоматов. В третьей части статьи описывается задание операционной семантики системами взаимодействующих автоматов на примере мини-языка множеств.

Ключевые слова — проблемно-ориентированный язык, абстрактный синтаксис, метамодель, автоматное программирование.

Определение операционной семантики системой интерпретирующих автоматов

Рассмотрев в предыдущих частях статьи определение метамодели и конкретного синтаксиса проблемно-ориентированного языка с помощью системы взаимодействующих автоматов, перейдем к самому проблематичному вопросу — к семантике.

Чтобы описать операционную семантику, необходимо, во-первых, определить модель вычислимости, т. е. виртуальную машину, и, во-вторых, задать либо преобразование абстрактной программы в программу виртуальной машины, либо интерпретацию абстрактной программы виртуальной машиной. При этом для одного и того же языка можно предложить различные с прагматической точки зрения семантики. То есть возможны совершенно разные способы использования одного и того же проблемно-ориентированного языка. Приведем несколько характерных примеров:

- преобразование входа программы в ее выход — системы пакетной обработки;
- последовательность побочных эффектов в процессе выполнения программы — командные, интерактивные системы управления;
- сервис или служба, отвечающая на запросы пользователя, — интеллектуальные экспертные системы.

Например, для мини-языка множеств в первом случае результатом работы программы является набор значений построенных множеств. Наиболее очевидным способом реализации такой семантики является использование булевой матрицы M [Имя, Буква]: Boolean в качестве результата работы программы. В этой матрице M [name, letter] = true означает, что множество с именем name содержит элемент с буквой letter². Тогда алгоритм интерпретации абстрактной программы (экземпляра метамодели), в частности алгоритм вычисления выражений над множествами, может быть запрограммирован известным образом [1]. Описание этого алгоритма с помощью автоматов не дает особых преимуществ, и мы на нем не останавливаемся.

Во втором случае интерес представляет протокол выполнения программы, т. е. последовательность побочных эффектов, связанных с появлением и удалением элементов в множествах. Такую семантику мини-языка множеств можно придумать с некоторой натяжкой, поэтому ее мы также не рассматриваем.

В третьем случае программу можно рассматривать как систему уравнений, задающую предметную область, например $A = B \cap \{b\}$. Поставив такой программе вопрос: « $A = ?$ при условии $B = \{...\}$ », пользователь получает в ответ значение множества A . Если при этом требуется реализовать бо-

² Видимо, это простейшее возможное в данном случае представление данных.

¹ Окончание. Начало в № 6, 2009; № 2, 2010.

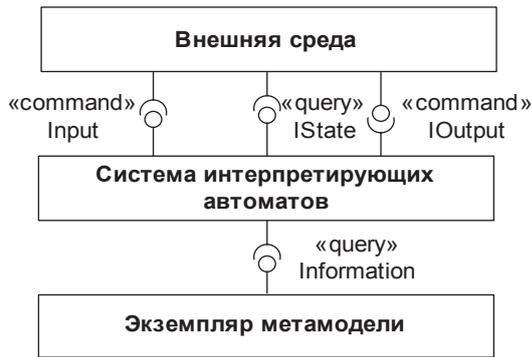


Рис. 24. Схема взаимодействия автоматов семантики

более сложную прагматику, например, не просто вычисление значения множества, а итератор, перебирающий элементы множества, то применение автоматного метода оказывается вполне оправданным и естественным.

В автоматном методе семантика задается системой взаимодействующих автоматов, интерпретирующих экземпляр метамодели (см. описание автоматной модели в разделе «Автоматный метод и модель системы автоматов» [2]). В общем случае система автоматов взаимодействует, с одной стороны, с экземпляром метамодели (абстрактной программой), черпая оттуда информацию для интерпретации, с другой стороны — с некоторой внешней средой, получая от нее запросы и команды и выдавая ответы (рис. 24).

Рассмотрим пример задания семантики мини-языка множеств в следующей постановке. Имеется экземпляр метамодели, заданной на рис. 12 [2]. Пользователь (элемент внешней среды) задает имя множества и получает в ответ последовательность событий — элементов этого множества или ничего не получает, если такое множество не определено.

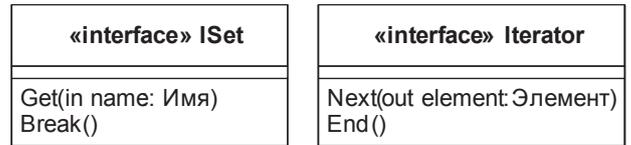


Рис. 25. Интерфейсы взаимодействия автоматов семантики мини-языка множеств

Для реализации такой семантики определим следующие интерфейсы взаимодействия: интерфейс ISet позволяет задать имя множества, а интерфейс Iterator воплощает итератор (рис. 25).

В таком случае головной автомат, соответствующий классу Программа, предоставляет интерфейс ISet и требует интерфейс Iterator, через который события (элементы итерируемого множества) отдаются внешней среде, и интерфейс this: Программа, через который обеспечивается взаимодействие с экземпляром класса Программа в абстрактной программе. Через интерфейс IState внешняя среда может контролировать выполнение процесса (рис. 26).

В этом автомате состояние Ready соответствует готовности автомата выполнить работу. Второе состояние является составным, в него вложен автомат интерпретации выражения. Заметим, что экземпляру автомата Выражение SM передается в качестве параметра объект класса Выражение, который этот автомат должен интерпретировать. Тем самым задается связь с метамоделью. Для получения данных (результатирующих элементов итерируемого множества) из вложенного автомата используется локальная переменная el автомата expression: Выражение SM.

В автомате, который выбирает способ интерпретации выражения в зависимости от его типа (рис. 27), мы использовали нестандартный стереотип «out» для указания того, что локальная пере-

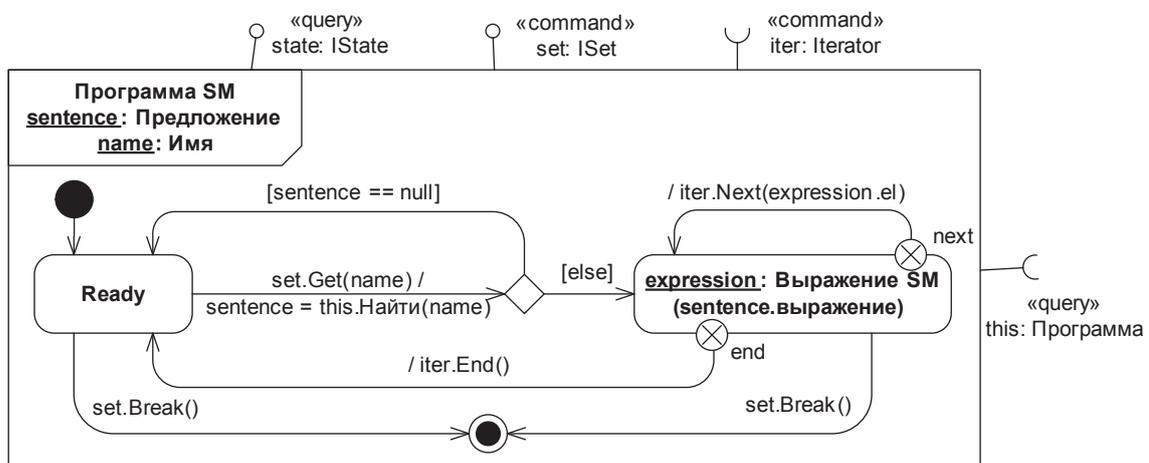


Рис. 26. Головной автомат семантики мини-языка множеств

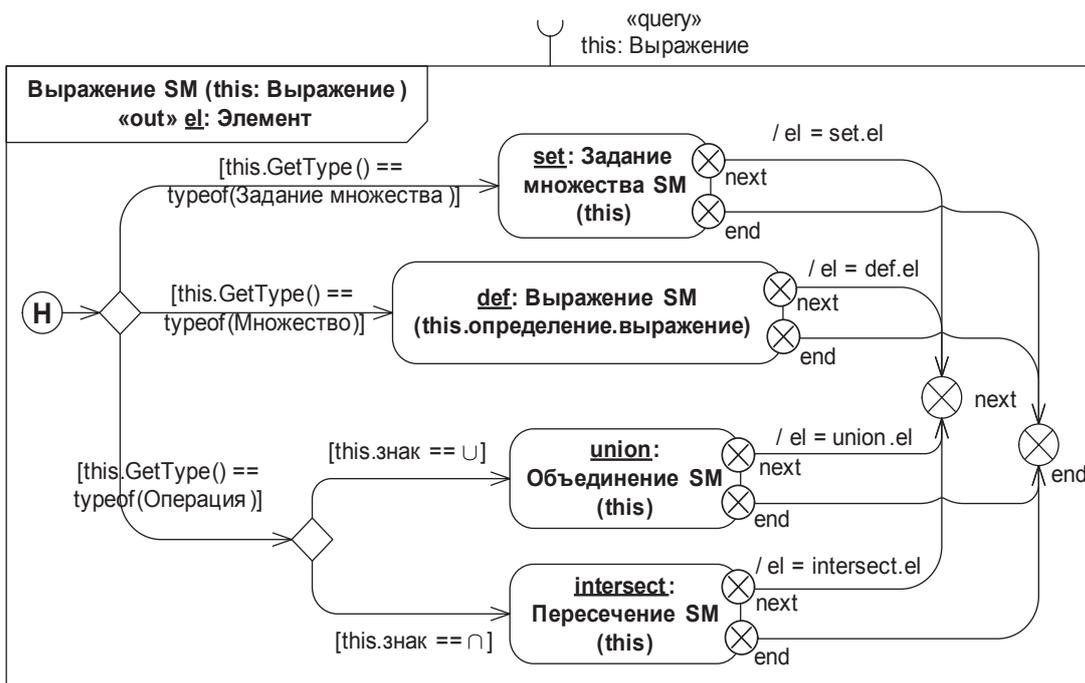


Рис. 27. Автомат интерпретации выражения мини-языка множеств

менная является результатом работы автомата, который можно получить извне.

Как этот, так и следующие автоматы (рис. 28–30) за один проход от начального до конечного состояния (в качестве которого здесь используются точки выхода) выдают очередной элемент множества и сохраняют его в своей переменной *el*. Непосредственно перебор всех элементов множества осуществляется в головном автомате петлей у состояния *expression* (см. рис. 26).

Автомат для самого простого случая выражения в мини-языке множеств — задания множества своими элементами — приведен на рис. 28.

Автомат, интерпретирующий операцию пересечения множеств путем *слияния* упорядоченных множеств, представлен на рис. 29. Алгоритм параллельно просматривает два множества, причем на каждом шаге продвижение происходит в том

множестве, в котором текущий элемент меньше [3]. Здесь мы опираемся на допущение, что элементы множеств упорядочены в алфавитном порядке и операндов два. Чтобы отследить, что обе переменные *l* и *r* (в которых хранятся очередные элементы множеств левого и правого операндов соответственно) были проинициализированы, используется флаг *defined*. Инициализация локальной переменной при ее объявлении (как это сделано для переменной *defined*) означает, что переменная получает указанное значение сразу же после создания экземпляра автомата.

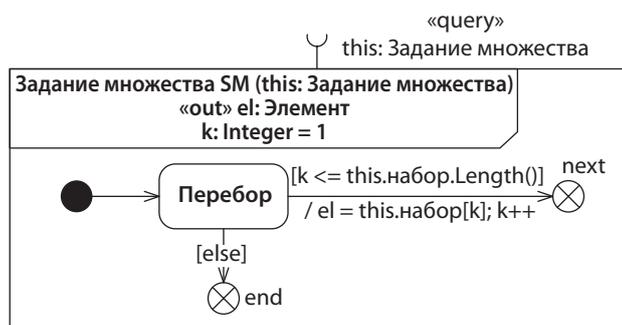


Рис. 28. Автомат интерпретации задания множества в мини-языке множеств

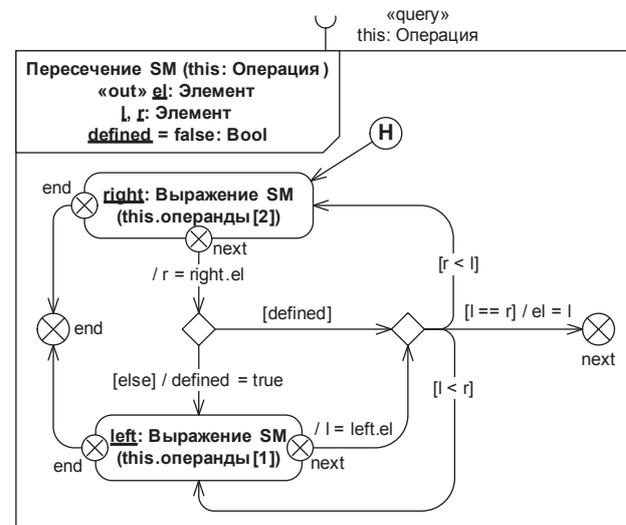
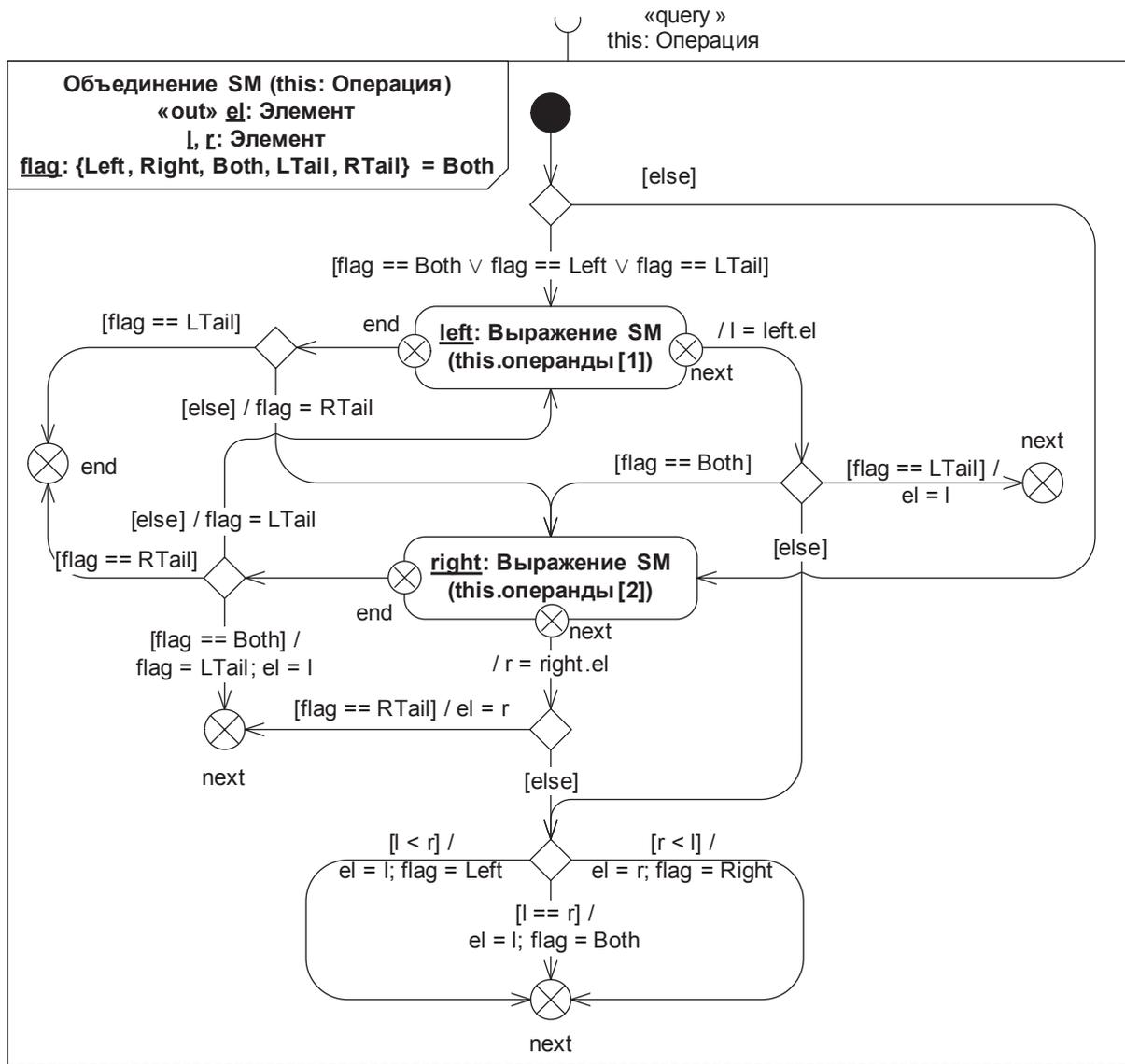


Рис. 29. Автомат интерпретации операции пересечения в мини-языке множеств



■ Рис. 30. Автомат интерпретации операции объединения в мини-языке множеств

Наконец, на рис. 30 представлен автомат, интерпретирующий операцию объединения множеств путем того же алгоритма слияния упорядоченных множеств. Сложность этого автомата (сравн. рис. 29) определяется тем, что помимо его взаимодействия с автоматами, интерпретирующими левый и правый операнды (left и right соответственно), ему необходимо также хранить информацию о том, как был получен очередной элемент множества. От этого зависит, какую из переменных — l, r или обе вместе — нужно обновлять на следующем шаге. Для хранения этой информации используется переменная flag перечислимого типа. Кроме того, в отличие от пересечения множеств, когда исчерпание одного из операндов означает окончание вычисления, в операции объединения необходимо итерировать до

конца оба операнда. В автомате на рис. 30 это делается с помощью значений перечислимого типа RTail и LTail.

Значения переменной flag логически соответствуют состояниям автомата, реализующего объединение множеств. Фактически было бы желательно, чтобы использовалась система состояний {Left, Right, Both, LTail, RTail}. Для этого необходимо реализовать взаимодействие автомата Объединение SM с автоматами операндов не с помощью вложенности, как во всех предыдущих примерах, а иным способом. Альтернативная модель взаимодействия между автоматами опирается на то, что каждый автомат может быть как источником событий, так и объектом управления для других автоматов (см. модель на рис. 10 [2]). В начале выполнения экземпляры автоматов создаются, свя-

зываются друг с другом через свои интерфейсы и затем работают параллельно.

Перейдем ко второму примеру описания той же самой семантики мини-языка множеств, в котором мы демонстрируем преимущества использования параллельно работающих автоматов³.

Операционную семантику мини-языка множеств будут определять четыре класса автоматов. Модель взаимодействия между этими автоматами показана на рис. 31. Здесь классы *Выражение SM* и *Операция SM* введены только для удобства описания взаимодействия и не являются автоматами семантики. Автомат *Программа SM* позволяет выбрать множество по имени и передает внешней среде результаты его итерирования (элементы множества) в виде команд итератора. Эти элементы множества автомат *Программа SM* в свою очередь получает от итератора выражения, непосредственно определяющего множество. Автомат *Задание множества SM* реализует итератор множества перебором его элементов, хранящихся в метамодели. Автоматы *Пересечение SM* и *Объединение SM* реализуют итераторы соответствующих операций на основе алгоритмов слияния упорядоченных множеств, которые представлены итераторами операндов.

На основе экземпляра метамодели по определенным правилам трансформации моделей создаются и связываются друг с другом экземпляры автоматов. А именно, по экземпляру класса Про-

³ Поскольку семантика та же самая, рисунки имеют сходные названия, и чтобы их отличить от предшествующих, мы добавляем к названиям рисунков пометку «(пример 2)».

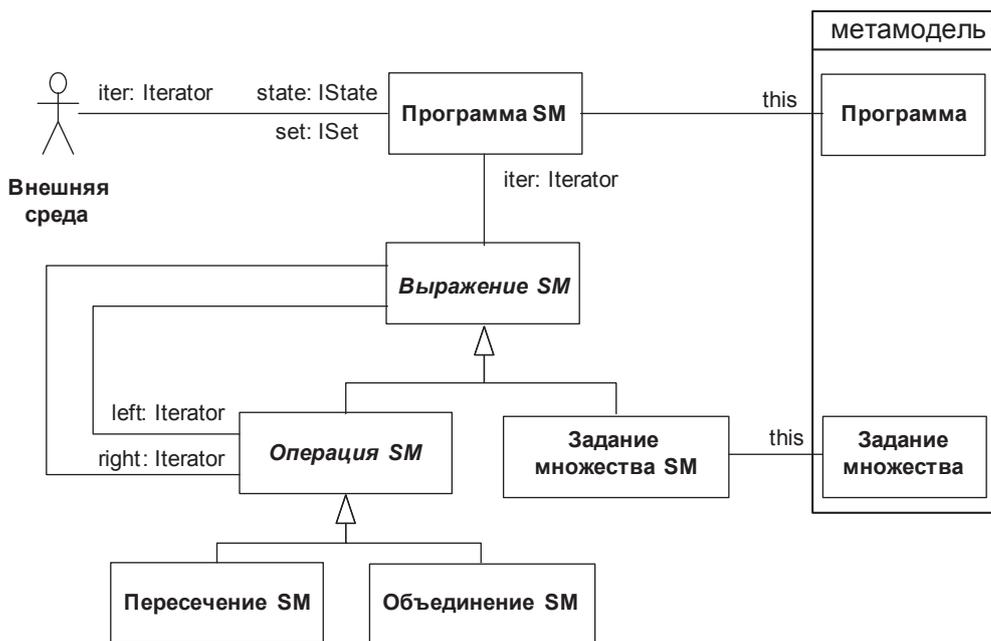
грамма (аксиома языка) создается единственный экземпляр автомата *Программа SM*. Остальные автоматы конструируются по экземплярам специализированных подклассов суперкласса *Выражение*. В данном случае правило трансформации удобно выразить с помощью следующего алгоритма:

```

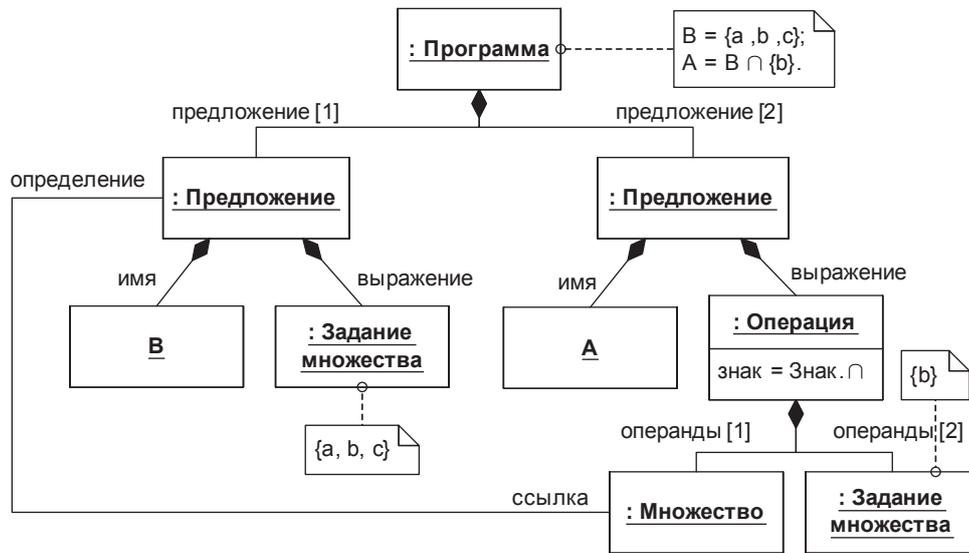
proc CreateAuto (expr: Выражение, parent: Iterator) : Выражение SM
var result: Выражение SM
case expr.GetType() of
typeof (Задание множества):
    result = new Задание множества SM()
    result.this = expr
    result.iter = parent
typeof (Множество):
    result = CreateAuto(expr.определение.выражение, parent)
typeof (Операция):
    if expr.знак == ∩ then
        result = new Пересечение SM()
    else // expr.знак == ∪
        result = new Объединение SM()
    endif
    result.left = CreateAuto (expr.операнды[1], result)
    result.right = CreateAuto (expr.операнды[2], result)
    result.iter = parent
end case
end proc
    
```

Таким образом, дерево взаимодействия автоматов, можно сказать, гомоморфно дереву абстрактной программы: сохраняется структура композиции и элиминируются ненужные при интерпретации перекрестные ссылки. Например, для абстрактной программы, представленной на рис. 32, соответствующая схема взаимосвязей автоматов показана на рис. 33.

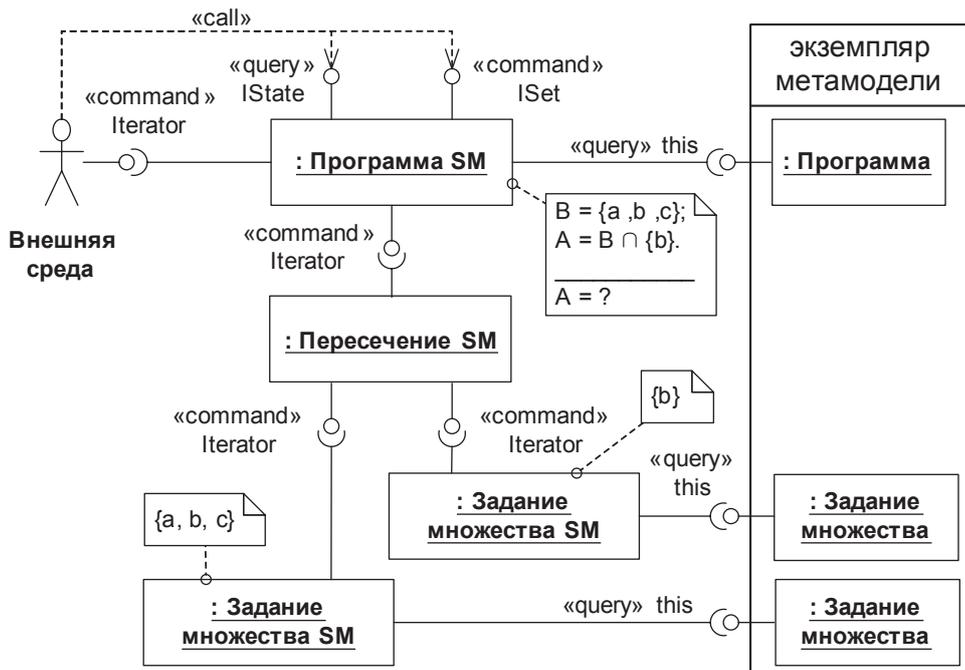
На рис. 32 фактически приведен пример того, что называется *репозиторной моделью* при моде-



■ Рис. 31. Модель взаимодействия автоматов семантики (пример 2)



■ Рис. 32. Пример экземпляра метамодели (абстрактной программы) мини-языка множеств



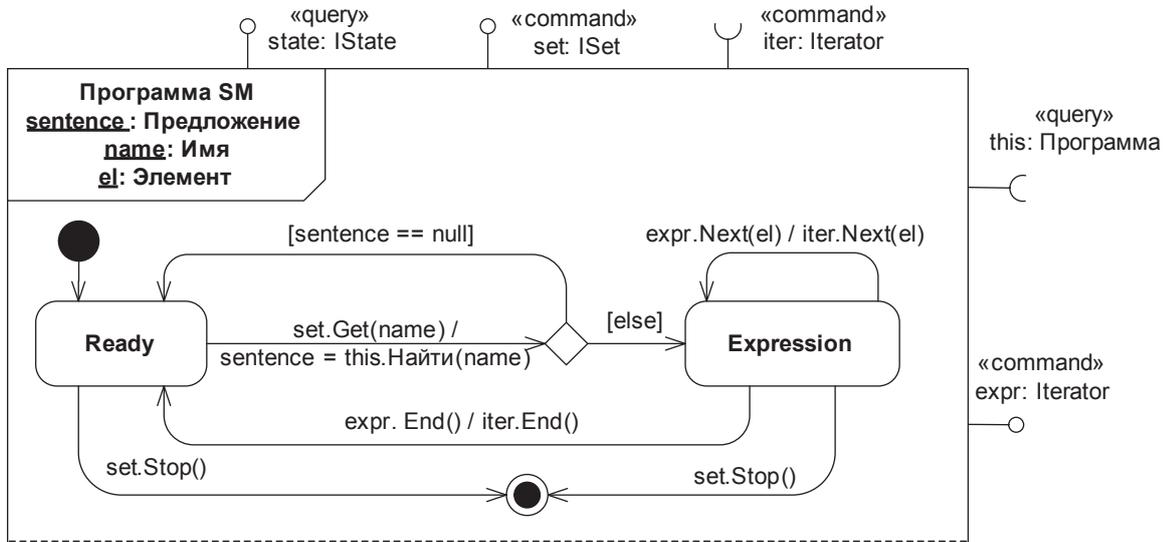
■ Рис. 33. Экземпляры автоматов семантики и их взаимосвязь (пример 2)

лировании на UML [4]. Эта диаграмма наглядно отображает систему объектов и связей между ними, находящуюся в памяти компьютера в процессе выполнения.

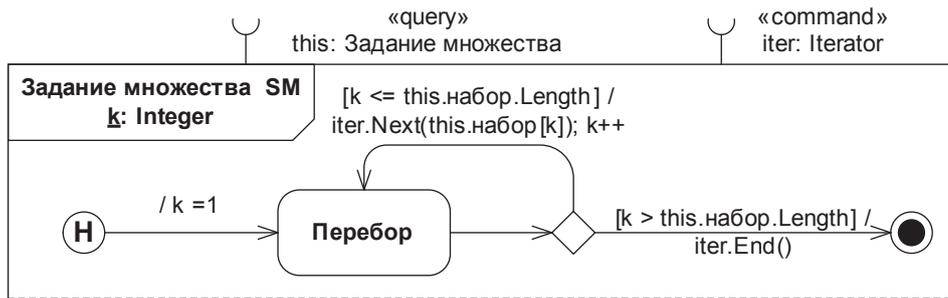
На рис. 33 объектами являются экземпляры автоматов, классы которых описаны на рис. 34–37. Заметим, что экземпляры автоматов появились только для «интерпретируемых» экземпляров классов Программа, Операция и Задание множества. Остальные классы, т. е. классы Предложение и Множество, используются только для установле-

ния связей между интерпретируемыми объектами. Эти связи учитываются в алгоритме CreateAuto и отражаются в схеме взаимосвязей автоматов неявным образом.

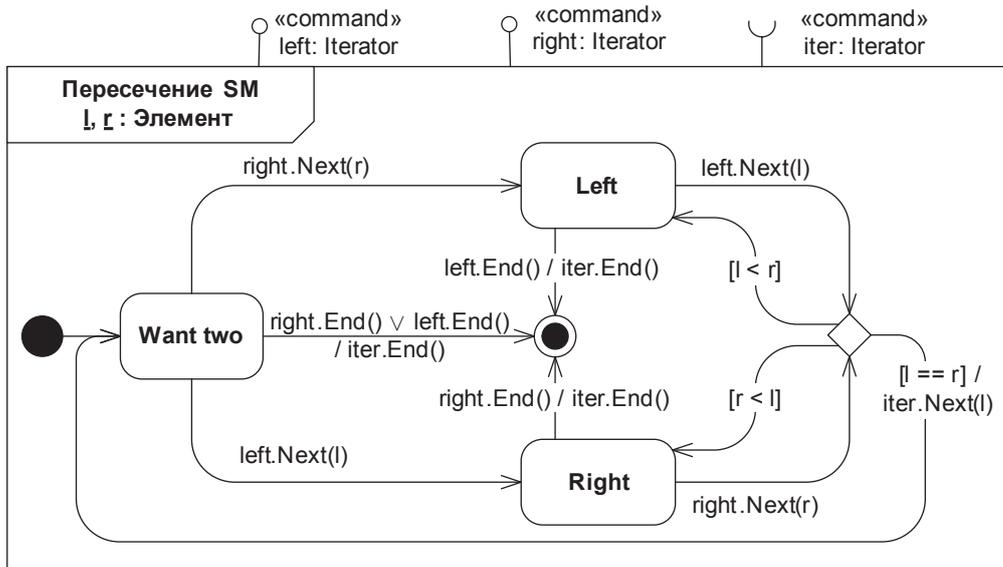
Головной автомат семантики мини-языка множеств (см. рис. 34) отличается от автомата на рис. 26 тем, что состояние Expression является простым, поэтому не используются точки выхода. Кроме того, у этого автомата есть интерфейс expr: Iterator, через который автомат принимает команды от итератора непосредственно интерпретируемого выражения.



■ Рис. 34. Головной автомат семантики мини-языка множеств (пример 2)



■ Рис. 35. Автомат интерпретации задания множества в мини-языке множеств (пример 2)



■ Рис. 36. Автомат интерпретации операции пересечения в мини-языке множеств (пример 2)

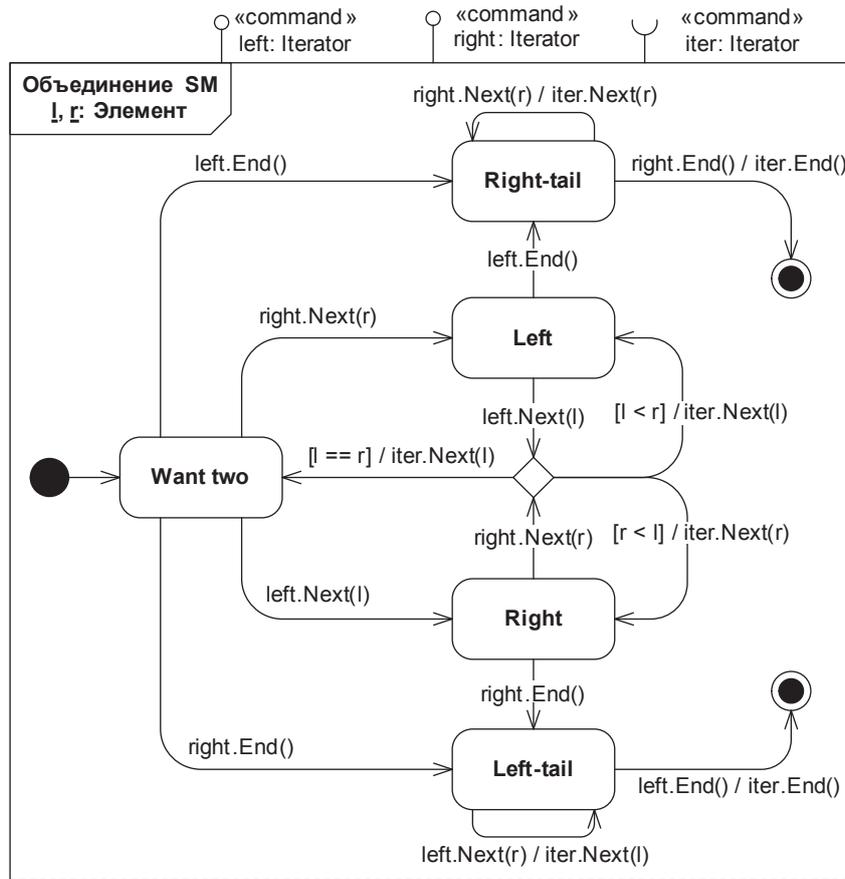


Рис. 37. Автомат интерпретации операции объединения в мини-языке множеств (пример 2)

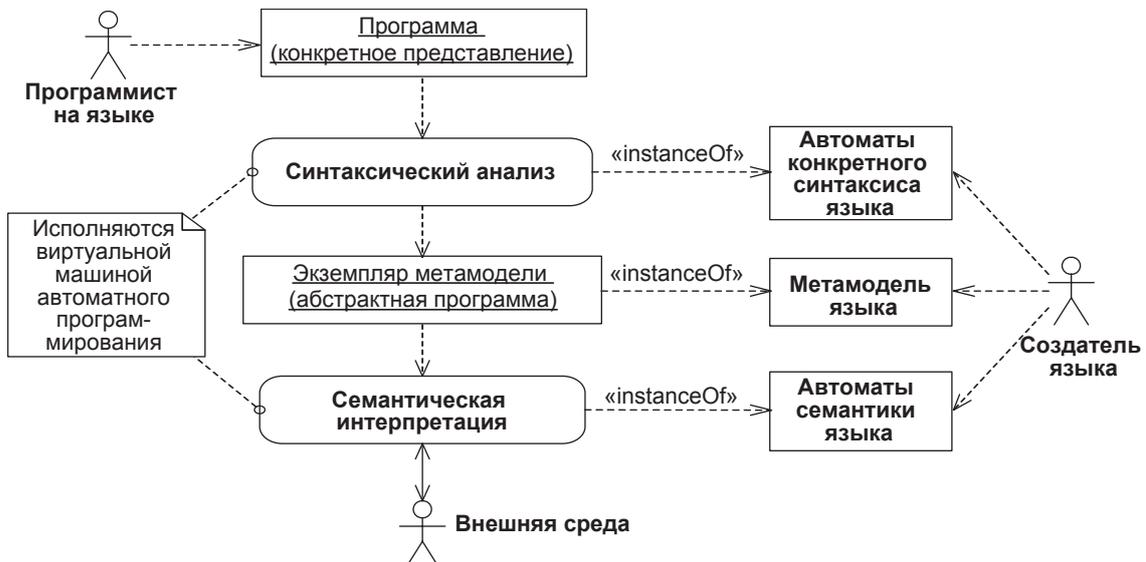


Рис. 38. Схема автоматного метода

Работу автомата для задания множества перечислением элементов (см. рис. 35), в отличие от аналогичного автомата на рис. 28, необязательно прекращать каждый раз после получения очередного элемента. Кроме того, у него нет перемен-

ной *el*. Очередной элемент посылается в виде команды через интерфейс итератора, в эффекте на петле у состояния Перебор. По нашему мнению, автомат на рис. 35 намного естественнее и понятнее, чем на рис. 28.

Автомат, представленный на рис. 36, интерпретирует операцию пересечения множеств. Здесь не нужно заводить никаких флагов (сравн. рис. 29). Вся необходимая информация хранится в состояниях, как это и рекомендуется делать в автоматном программировании [5].

Наконец, на рис. 37 приведен автомат, интерпретирующий операцию объединения множеств. При сравнении этого автомата с автоматом на рис. 30 бросается в глаза, что хотя здесь состояний больше, но автомат намного понятнее. Нет сегментированных переходов, флагов и лишних локальных переменных.

Приведенный пример, на наш взгляд, убедительно показывает преимущества и гибкость выбранной автоматной модели.

Подводя итог обсуждению семантики, представим обобщенную модель автоматного метода в форме неканонической диаграммы, показывающей взаимосвязи основных составляющих метода (рис. 38).

Заключение

В статье предложен и подробно описан новый автоматный метод определения проблемно-ориентированных языков, базирующийся на описании структуры с помощью диаграмм классов и описании поведения с помощью расширенных диаграмм автомата UML. Отправной точкой создания и использования проблемно-ориентированного языка в автоматном методе является определение метамодели. На основе метамодели с помощью унифицированного метода описания

поведения расширенными диаграммами автомата строятся множества синтаксических представлений и семантических интерпретаций. Это поведение реализуется виртуальной машиной автоматного программирования, что позволяет использовать описание языка как его реализацию. Основным преимуществом автоматного метода является гибкость: событийная модель позволяет использовать произвольные представления программ, а не только тексты; вариативная модель взаимодействия между автоматами позволяет выбрать адекватный стиль описания семантики языка.

Литература

1. Грис Д. Конструирование компиляторов для цифровых вычислительных машин. — М.: Мир, 1975. — 540 с.
2. Новиков Ф. А., Тихонова У. Н. Автоматный метод определения проблемно-ориентированных языков. Ч. 2 // Информационно-управляющие системы. 2010. № 2. С. 29–37.
3. Новиков Ф. А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов. 3-е изд. — СПб.: Питер, 2009. — 384 с.
4. Новиков Ф. А., Иванов Д. Ю. Моделирование на UML. Теория, практика, видеокурс. — СПб.: Наука и техника, 2010. — 640 с.
5. Поликарпова Н. И., Шалыто А. А. Автоматное программирование. — СПб.: Питер, 2008. — 177 с.

УДК 681.3

СОПРЯЖЕННОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ НА БАЗЕ РЕКОНФИГУРИРУЕМЫХ СИСТЕМ НА КРИСТАЛЛЕ

Е. В. Костикова,

ассистент

Санкт-Петербургский государственный университет водных коммуникаций

Ш. С. Фахми,

канд. техн. наук, доцент

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»

С увеличением сложности систем и возможностей технологии проектирования СБИС класса «система на кристалле» все более необходимым становится создание интегрированных САПР БИС/СБИС с программируемой структурой. В статье рассматривается весь маршрут физического прототипирования на примере разработки умножителя с использованием аппаратно-программных средств САПР на базе технологии «система на кристалле».

Ключевые слова — система на кристалле, уровень регистровых передач, сложно-функциональные блоки, программируемые логические интегральные схемы.

Введение

В настоящее время сложность систем на кристалле (СнК) и разновидности инженерных решений микропроцессорных систем на базе схем с программируемой логикой привели к бурному развитию методологии моделирования и проектирования. Методология сопряженного проектирования позволяет архитекторам системы и инженерам верификации работать на более высоком уровне абстракции.

Трудности проектирования СнК связаны как с необходимостью выполнять проекты в сжатые сроки, так и с постоянно возрастающей сложностью систем. По существующим оценкам, в современных проектах количество вентилях в среднем превышает десятки миллионов и имеет тенденцию постоянного роста.

В формировании окончательной стоимости проекта все большую роль играют разработанные программные, «защитые в ПЗУ», и аппаратные ресурсы. Возрастание сложности современных проектов как в части объемов аппаратного обеспечения (в количестве логических вентилях), так и в части объемов программного обеспечения (объем программно кода) делает задачу технологической, методической и методологической поддержки данного направления актуальной [1, 2].

Системы на кристалле образуют динамический, быстро растущий сектор рынка. Интегра-

ция все большего числа сложно-функциональных блоков (СФ-блоков) в одном кристалле сопровождается сокращением площади плат при реализации проектов, повышением быстродействия систем и их надежности, уменьшением потребляемой мощности и стоимости [3, 4]. Возможность быстрой реконфигурации схем непосредственно в работающем устройстве открывает перспективы не только эффективной отработки прототипа проекта, но и создания принципиально новых структур с динамическим реконфигурированием и многофункциональным использованием аппаратных и программных средств [4]. Актуальность современного направления сопряженного проектирования и отсутствие материала по предметной области делают методическую поддержку сопряженного проектирования СнК востребованной и нуждающейся в популяризации. Сопряженное проектирование (имеются различные трактовки этого понятия [1]) приводит к конкретным решениям в предметной области, при этом реально совместные проектные процедуры выполняются в различных взаимных комбинациях на различных этапах проектирования.

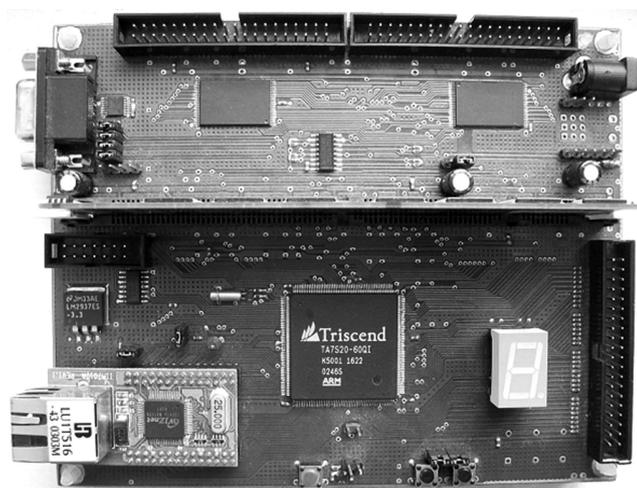
Средства проектирования

Для сопровождения проектирования цифровых устройств обработки сигналов на основе перспективной технологии СнК производители та-

ких микросхем предлагают интегрированные программные средства проектирования. На кафедре САПР СПбГЭТУ «ЛЭТИ» разработан макет на базе технологии «система на кристалле», включающий в свой состав: 32-разрядный ARM-процессор (семейства А7), память, программируемые логические интегральные схемы (ПЛИС) и другие периферийные модули, выпускаемые фирмой-производителем ПЛИС и СнК Triscend [5]. Макет позволяет осуществить физическое прототипирование систем с применением схем с программируемой логикой, а также выполнить верификацию как на функциональном, так и на вентиляционном уровнях (рис. 1) в среде САПР FastChip, разработанной фирмой Triscend (www.efo.ru — сайт официального дистрибьютора фирмы Triscend). Подобные решения могут быть реализованы с изделиями таких производителей, как Altera, Xilinx, Atmel [2].

В качестве интегрированной САПР в статье рассматривается среда FastChip — это программный пакет, обеспечивающий управление всем процессом реализации устройств на основе технологии СнК и имеющий возможности анализа и исследования всех проектных процедур маршрута проектирования БИС/СБИС на базе программируемых схем. На современном этапе наблюдается тенденция специализации средств автоматизированного проектирования электронных изделий, что является важнейшим условием эффективности разработки и ускорения выпуска продукции [6]. Такой пример сочетания специализации, функциональности и открытости современных САПР демонстрирует указанная среда разработки.

Новизна СнК заключается в одновременной аппаратно-программной реализации на одном кристалле значительной (если не всей), функцио-



■ Рис. 1. Лабораторный стенд на базе СнК семейства А7

нально законченной части аппаратуры. Средства моделирования системного уровня как самой аппаратуры, так и кристаллов СнК одни и те же. За рубежом сейчас действуют сотни дизайн-центров при аппаратостроительных фирмах и масса отдельных дизайн-центров, где соразработчиками элементной базы выступают разработчики аппаратуры. Они либо доводят проект до *net*-листа, который передается разработчикам кристаллов, либо делают только системный проект до RTL-уровня (уровень регистровых передач) [7].

Поскольку СнК — изделие не только очень сложное, но и дорогое при небольших объемах выпуска, то ошибки проектирования должны быть исключены. Поэтому в новой методологии, кроме математического моделирования, необходим этап создания прототипа устройства на базе неких специальных аппаратно-программных платформ, которые сегодня так и называются — алгоритмически ориентированные платформы проектирования. Они содержат набор элементов: ПЛИС, процессорные ядра, память, определенную шинную архитектуру, интерфейсы и т. д., — которые позволяют создать прототип схемы до ее воплощения в СБИС. В статье в качестве конкретной выбрана реконфигурируемая СнК с 32-разрядным ARM-процессором [8–10].

Целью данной статьи является описание маршрута сопряженного проектирования аппаратно-программных частей СФ-блоков с использованием 32-разрядной СнК, входящей в состав лабораторного макета [11], и отображение основных проектных процедур верификации и отладки на примере цифрового устройства умножения целых чисел. Следует отметить, что концепция разработки устройств на основе технологии СнК отличается от проектирования устройств в многокристальном исполнении. Это связано с тем, что устройства СнК представляют собой приборы системного уровня интеграции, т. е. сочетают на одном кристалле как разнородные аппаратные структуры (процессор, программируемую логику, оперативную память), так и архитектурные элементы их взаимодействия (адресные селекторы, конфигурируемую системную шину). Специфика разработки цифровых устройств на основе технологии СнК заключается в интеграции с помощью САПР двух потоков проектирования:

- реализации аппаратной составляющей для выполнения алгоритмов обработки на встроенной программируемой логике;
- разработки программной составляющей системы для встроенного процессорного ядра.

Сопряженное проектирование — процесс параллельного проектирования аппаратных и программных средств, при котором оценивается це-

лесообразность выбора аппаратной или программной реализации определенного фрагмента проекта. Этот процесс также позволяет проектировщикам увидеть, как система могла бы работать с данным разделением аппаратных средств ЭВМ и программного обеспечения [12].

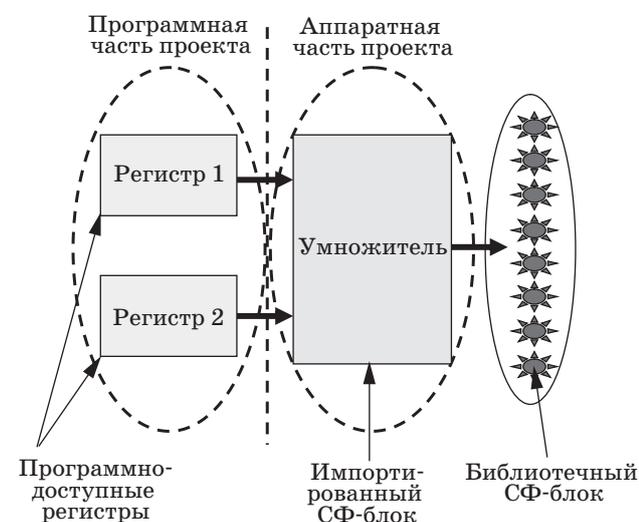
Сопряженная верификация — проверка возможности совместного функционирования программного обеспечения и аппаратных средств ЭВМ. Во время этого процесса анализируется, будут ли одинаково решаться специфические задачи проекта при аппаратной или программной реализации. Результатом работы является фиксация выбранного варианта реализации.

Прототипирование аппаратно-программных частей проекта

В основу прототипирования положен простой принцип: необходимо создать поведенческую модель архитектуры до начала детальной разработки аппаратной и программной частей проекта. При этом прототип должен представлять собой точную (до цикла) поведенческую модель всего СФ-блока, включая и аппаратную, и программную его части [12].

Разработка цифрового устройства умножения целых чисел (рис. 2) включает в себя три основных блока:

1) программную часть для ввода исходных данных, включающую два программных регистра, доступ к которым осуществляется с помощью встроенных внешних средств компиляции, позволяющих не только разрабатывать прикладные программы на языке С, но и, что важно, поддерживать все стадии их разработки;



■ Рис. 2. Схема подключения умножителя

2) аппаратный блок, реализованный на языке VHDL, для выполнения операции умножения и импортированный в САПР;

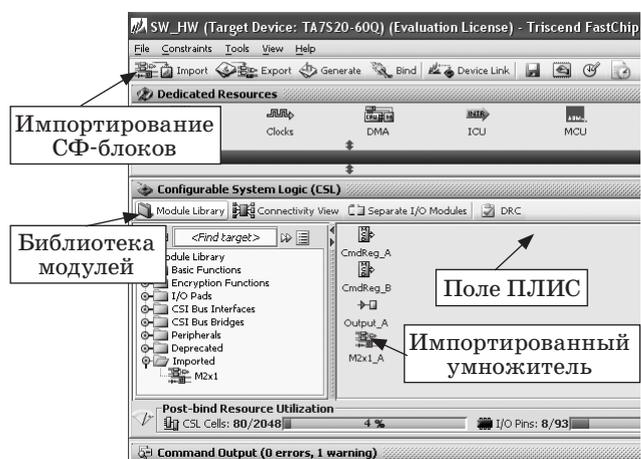
3) блок вывода результатов умножения на индикацию, реализуемый на элементах библиотеки СФ-блоков.

Для разработки аппаратной конфигурации САПР FastChip обеспечивает возможность интерактивного выбора составных фрагментов схемы и средства задания их межсоединений. Применение САПР предполагает эффективные, наглядные и контролируемые средства описания проекта, при этом наиболее распространенными являются графические и текстовые (рис. 3).

Собственные средства описания проекта САПР FastChip базируются на графическом представлении на основе как допустимых для САПР библиотечных элементов, так и пользовательского базиса. Собственные средства ввода аппаратной конфигурации в массив встроенной конфигурируемой логики — библиотечные модули, на основе которых разработчик может определять схемотехнику проекта. Набор предлагаемых средой FastChip предопределенных элементов достаточно широк (около 150), постоянно расширяется, и его можно разделить на следующие группы:

— типовые параметризуемые элементы вычислительной техники (логические элементы, мультиплексоры, счетчики и т. д.), конкретные параметры которых (разрядность, коэффициент пересчета, начальное состояние) могут назначаться разработчиком;

— специализированные элементы взаимодействия микропроцессорной части реконфигурируемой SnK и матрицы программируемой логики (адресные селекторы, элементы системной шины, схемы синхронизации и ожидания);



■ Рис. 3. Интегрированная среда сопряженного проектирования

— специфичные для устройств реконфигурируемых СнК составляющие (буферные элементы, порты ввода-вывода);

— типовые узлы вычислительных систем (контроллеры интерфейсов, графических индикаторов и т. д.), часть параметров которых задается проектировщиком.

Аппаратная часть включает два модуля (см. рис. 2): а) библиотечный модуль Output_A для вывода результата умножения на индикацию; б) импортированный модуль (в виде .edif-файла) M2x1_A, выполняющий операцию умножения целых чисел. Далее выполняются две процедуры, необходимые для верификации проекта: подключение входов и выходов проекта к выводам СнК в редакторе I/O Editor и связывание модулей (Bind) (см. рис. 2).

После определения необходимых для решения задачи библиотечных модулей разработчик размещает выбранные блоки в рабочей области (проектном окне) экрана САПР и при необходимости определяет их символические имена. Далее проектировщик осуществляет настройку изменяемых параметров выбранных модулей (например, разрядность программно-доступных регистров, устройств вывода и т. д.) путем установки конкретных числовых значений в полях конфигурации модуля. Среда FastChip оперативно отражает оценку затрат на реализацию (число требуемых логических ячеек, портов ввода-вывода, адресных селекторов) в зависимости от сложности проекта (см. рис. 3).

Синтез умножителя на языке VHDL

Наиболее универсальное решение в области синтеза принадлежит компании Synplicity (САПР Synplify), которое покрывает все связанные с этим аспектом области проектирования, а именно логический и физический синтез для ПЛИС любых производителей, макетирование специализированных устройств на ПЛИС, а также средства отладки прошивок на уровне исходного RTL-описания и написанные на языке VHDL [13].

Операция умножения, независимо от способа реализации, требует использования $n \times (m - 1)$ полных одноразрядных сумматоров, где m — число разрядов сомножителей. Реализация умножения с использованием n -разрядных сумматоров порождает широкую номенклатуру параллельных умножителей, в том числе матричную и пирамидальную структуры, смешанные варианты [1]. Устройства этого класса способны выполнить умножение за один такт работы схемы. Подобными характеристиками обладают схемы, построенные на основе набора параллельных умножителей меньшей разрядности с последующим сум-

мированием частичных произведений [1]. Однако вопросы, связанные с синтезом устройства умножения, не являются целью статьи, а реализация предлагается с использованием встроенной в САПР функции умножения.

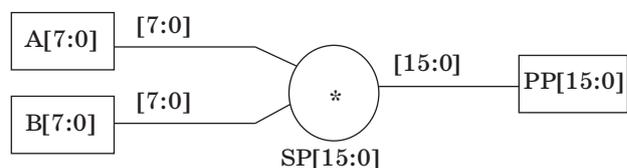
Упрощенная программа реализации операции умножения:

```
--Программа реализации операции умножения на языке VHDL
library IEEE;
use IEEE.std_logic_1164.all;
use IEEE.std_logic_arith.all;
use IEEE.std_logic_unsigned.all;
entity Mul2x1 is
port ( A, B : in std_logic_vector(7 downto 0);
      PP : out std_logic_vector(15 downto 0));
end Mul2x1;
architecture AMult of Mul2x1 is
  signal sA, sB : unsigned(7 downto 0);
  signal sP : unsigned(15 downto 0);
begin
  sA <= unsigned(A);
  sB <= unsigned(B);
  sP <= sA * sB;
  PP <= std_logic_vector(sP);
end AMult;
```

По описанию на уровне RTL с помощью программ логического синтеза формируется список цепей (gate level netlist), который учитывает задержки на библиотечных элементах (но, как правило, не учитывает временные задержки на межсоединениях) и используется для временной верификации проекта (timing verification). Полученную в результате RTL-синтеза схему (рис. 4) необходимо импортировать в среду САПР для дальнейшей загрузки в ПЛИС (см. рис. 2).

Наличие процессора в составе СнК TA7S20-60 позволяет объединить в один проект аппаратную и программную части. Для этого необходимо воспользоваться средствами программной компиляции, представленными фирмой-производителем САПР.

Разработка программной части проекта. Программная часть содержит два программно-доступных регистра: *Command Registr 1* и *2*. В данном устройстве практически все функции выполнены аппаратно, поэтому программная часть проекта на языке C достаточно проста и включает в основном операторы инициализации и загрузки программно-доступных регистров 1 и 2 (см. код программы ввода данных в программно-доступные регистры 1 и 2 на языке C).



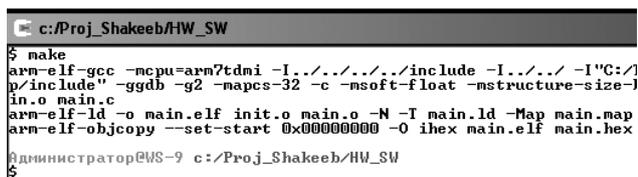
■ Рис. 4. Синтезированный модуль умножителя

Для разработки программной части необходимо первоначально сгенерировать так называемый header-файл (заголовочный). Для этого в панели инструментов в среде FastChip нажатием кнопки Generate (см. рис. 3) генерируется файл с расширением .h, затем в рабочую папку проекта копируется несколько файлов для осуществления компиляции и верификации программной части: main.c, init.s, main.elf и make из каталога, представленного САПР:

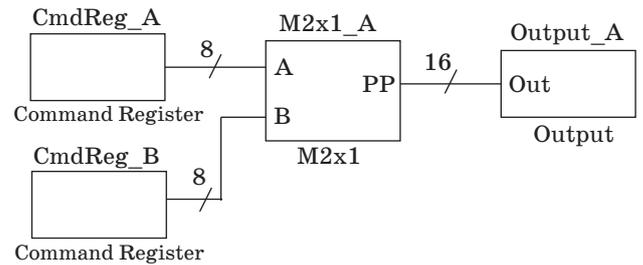
```
// Программа ввода данных в программно-
// доступные регистры 1 и 2 на языке C
#include <HW_SW.h>
#define Reg_A 0x100ffffc /* size in byte(s) = 1, lane = LANE0 */
#define Reg_B 0x100ffff8 /* size in byte(s) = 1, lane = LANE0 */
volatile unsigned int *result1 = ( unsigned int * ) Reg_A;
volatile unsigned int *result2 = ( unsigned int * ) Reg_B;
void init (void) {}
void IRQ_Handler (void) {}
// функция задержки
void wait(unsigned int cnt)
{ volatile unsigned int i;
  for (i = 0; i < cnt; i++) { volatile int ii;
    for(ii=0; ii < 1; ii++) {#ifdef __ARM__      __asm {
      mov    r0,r0
      mov    r0,r0
      mov    r0,r0
      mov    r0,r0;}else      asm(<mov    r0,r0>);
      asm(<mov    r0,r0>);
      asm(<mov    r0,r0>);
      asm(<mov    r0,r0>);
    }
  }
}
//Загрузка данных во входные регистры с помощью указателей
result1 и result2 void C_Entry ()
{  init ();  int index=0; while (1){*result1 =0x02; *result2 =0x03; }}
```

Верификация схемы в целом. Завершающий этап сопряженного проектирования — компиляция проекта в целом. Для этого в среде FastChip используется свободно распространяемый компилятор Unix, и в командной строке необходимо выполнить стандартную команду *make* для отладки и верификации аппаратно-программных частей проекта в целом [5]. Если все правильно, то компилятор выдаст следующее окно (рис. 5).

В результате сборки всех частей проекта (рис. 6), импортирования .edif-файла умножителя в среде САПР FastChip и выполнения процедуры компиляции были записаны программным способом два числа: 2 и 3 (см. С-код программы), — и произведено их умножение аппаратно с помощью синтезируемой схемы умножителя.



■ Рис. 5. Компиляция аппаратно-программных модулей проекта



■ Рис. 6. Общий вид проекта

Результат выполнения операции выдается на 7-сегментный индикатор через устройство вывода (Output), являющееся элементом библиотеки, используемой САПР.

Заключение

Обычно совместная отладка функционирования аппаратных и программных частей системы возможна только после создания опытного образца системы. Для отладки кристаллов типа SnK могут использоваться методы, учитывающие возможность перепрограммирования БИС с программируемой логикой. Более того, могут быть разработаны специальные тестовые конфигурации, которыми следует пользоваться не только на этапе проверки результатов проектирования, но и на этапах изготовления, выпуска или контроля продукции. Большое значение для быстрого и успешного завершения проекта имеет принятие обоснованного решения о средствах сопряженного проектирования, где имеются средства аппаратной и программной верификации.

Наиболее важным фактором при аппаратно-программном проектировании является поддержка средой проектирования физического контроля, т. е. разработчику предоставляется возможность в интерактивном режиме или в командной строке считывать реальные состояния электрических цепей, анализировать содержимое оперативного запоминающего устройства и программно-доступных ресурсов, реализованных в конфигурируемой логике, управлять состоянием процессора и задавать точки останова со сложными условиями вызова. Таким образом, среда САПР FastChip эффективно решает вопросы отладки, уделяя много внимания физической верификации.

В целом задача современного проектирования устройств обработки сигналов на основе реконфигурируемых микросхем сводится к выполнению каждого этапа работы быстрее, с более надежными и достоверными результатами. Технология SnK является прекрасной технической основой сопряженного проектирования, поскольку

такие системы в значительных пределах конструктивно-инвариантны к аппаратным и программным решениям. Технологической основой сопряженного проектирования являются САПР, интегрирующие в себе средства проектирования и отладки аппаратно-программных систем.

С позиции изучения современных средств проектирования, несмотря на высокую скорость развития и совершенствования средств сопряженного проектирования СнК, разработанный макет и интегрированная среда САПР FastChip будут оставаться актуальными и востребованными.

Литература

1. Грушвицкий Р., Мурсаев А., Угрюмов Е. Проектирование систем на микросхемах программируемой логики: учебное пособие. — СПб.: БХВ-Петербург, 2002. — 606 с.
2. Немудров В. Г., Маргин М. Системы на кристалле. Проектирование и развитие. — М.: Техносфера, 2004. — 213 с.
3. Шагурин И., Шалтырев В., Волов А. «Большие» FPGA как элементная база для реализации систем на кристалле // Электронные компоненты. 2006. № 5. С. 83–88.
4. Несс Р. Ежегодное исследование рынка встраиваемых систем // Электронные компоненты. 2007. № 11. С. 69–77.
5. Березин В. В., Фахми Ш. С. Проектирование устройств обработки сигналов на основе технологии «система на кристалле» / СПбГЭТУ «ЛЭТИ». — СПб., 2005. — 144 с.
6. Казённов Г. Г. Основы проектирования интегральных схем и систем. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005. — 295 с.
7. Березин В. В., Золотухо Р. Н., Фахми Ш. С. Отладка аппаратно-программного обеспечения реконфигурируемых систем на кристалле // Компоненты и технологии. 2003. № 7. С. 118–122.
8. Березин В. В., Фахми Ш. С. Аппаратно-программные средства для проектирования цифровых устройств: учебное пособие / СПбГЭТУ «ЛЭТИ». — СПб., 2005. — 60 с.
9. Березин В. В., Золотухо Р. Н. 32-разрядная реконфигурируемая система на кристалле фирмы Triscend // Компоненты и технологии. 2003. № 2. С. 14–20.
10. Березин В. В. Методология автоматизированного проектирования с применением технологии «система на кристалле» (программная часть и системная интеграция) // Промышленные контроллеры и АСУ. 2004. № 12. С. 38–40.
11. Березин В. В., Фахми Ш. С. Использование возможностей контроллера динамической памяти как составной части «системы на кристалле» // Неразрушающий контроль и диагностика окружающей среды, материалов и промышленных изделий: Межвуз. сб. / СЗТУ. СПб., 2004. Вып. 9. С. 213–225.
12. Фахми Ш. С. Автоматизация проектирования БИС на базе «система на кристалле»: учебное пособие / СПбГЭТУ «ЛЭТИ». — СПб., 2006. — 80 с.
13. Армстронг Дж. Р. Моделирование цифровых систем на языке VHDL: Пер. с англ. — М.: Мир, 1992. — 175 с.

УДК 681.3

ПРОГРАММНАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ НА КРИСТАЛЛЕ

К. Е. Окунев,

ассистент

А. А. Ключарев,

канд. техн. наук, доцент

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Предлагается формализованное описание программной модели систем на кристалле как системы реального времени. Модель строится на основе совмещения связанных автоматных, графовых и вероятностных составляющих системы и входных воздействий. Приводятся примеры использования рассмотренной модели для определения интерфейсных блоков и их анализа с помощью характеристик типа «пересечений уровня».

Ключевые слова — системы на кристалле, совместная разработка программного и аппаратного обеспечения.

Введение

Текущие темпы развития технологий в электронике привели к широкому использованию систем на кристалле (СнК) в бытовой и промышленной технике. Чаще всего СнК представляют собой системы реального времени. Неотъемлемой частью СнК являются микропроцессорные элементы, программное обеспечение (ПО) которых реализует функции управления системой. ПО в СнК тесно связано с работой специализированной аппаратуры и коммуникационных интерфейсов. Характеристики проектируемой системы полностью зависят от согласованности между собой всех программных и аппаратных компонентов.

При разработке СнК функционально законченная система формируется из готовых аппаратных и программных модулей, включая операционные системы реального времени (ОСРВ) [1]. Это требует разработки принципов отбора отдельных модулей, решения задач программной и аппаратной совместимости и оптимизации режимов работы компонентов системы для конкретной СнК.

Для описания аппаратного обеспечения в СнК на различных этапах проектирования используются три типа основных моделей:

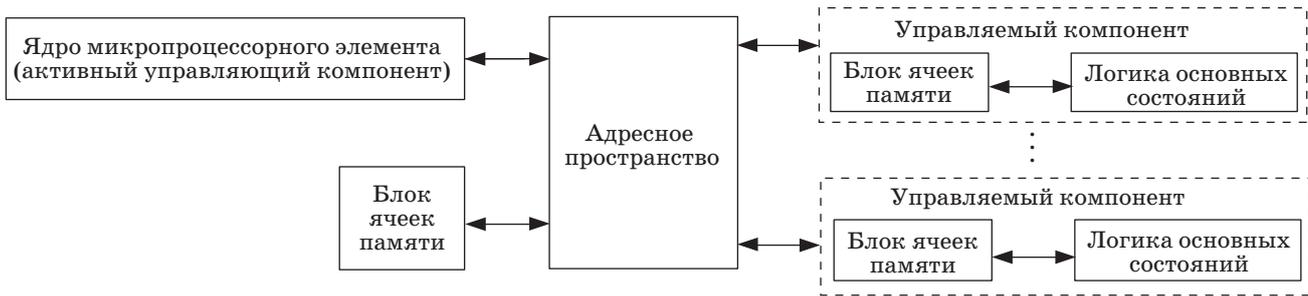
- программные модели аппаратной реализации, которые описывают правила и алгоритмы взаимодействия с аппаратурой;
- функциональные модели — *behavior models* (поведенческие модели), упрощенно описывающие правила работы компонента аппаратного обеспечения;
- модели аппаратной реализации СнК.

Последние два типа моделей имеют стандартизированные описания [2]. Функциональные модели описываются с помощью несинтезируемых конструкций языков *HDL (Hardware Description Language)*, таких как *Verilog* и *VHDL*. Модели аппаратной реализации описываются только синтезируемыми конструкциями *HDL*. Обе эти модели сложны для анализа при проектировании ПО, поскольку учитывают детализированные алгоритмы реализации целевой функции аппаратного обеспечения. Поэтому для разработки ПО обычно используется программная модель аппаратной части СнК.

Однако в настоящее время отсутствуют единые методики и правила описания программных моделей, что снижает качество СнК и ограничивает возможности переноса ПО на другие системы. Целью данной работы является построение формальной программной модели СнК, разработка принципов ее анализа и практической реализации для систем реального времени.

Программная модель и ее составляющие

С точки зрения программной модели аппаратные компоненты можно разделить на активные управляющие и управляемые (рис. 1). Под активными управляющими компонентами понимаются ядра микропроцессорных элементов, осуществляющих общее управление системой посредством исполнения программного кода. Управляемые компоненты взаимодействуют с микропроцессорным элементом. При этом на аппаратном уровне они могут выполнять функции управле-



■ Рис. 1. Пример взаимодействия составляющих системы

ния, определяемые логикой изменения основных состояний.

Программная модель представляется формализованными описаниями основных состояний управляемых компонентов, программно доступных элементов памяти, адресных пространств и системы команд управляющих блоков системы. Программно доступные элементы памяти не только используются для хранения данных, но и участвуют в управлении и обмене данными между компонентами.

Формализованное описание состояний управляемых компонентов в терминах теории конечных автоматов [3, 4] может быть представлено как

$$Km = (Q, I, Ft, q_0, O, Fo),$$

где Km — конечный автомат; Q — множество состояний автомата; I — множество входных сигналов; Ft — функции переходов; q_0 — начальное состояние; O — множество выходных сигналов; Fo — функция выходов.

При построении программной модели необходимо разделять множества входных и выходных сигналов на несколько подмножеств из-за различия свойств и природы интерфейсных сигналов, а также особенностей их использования. Это непосредственно влияет на программную модель компонента. Выделим следующие подмножества [5]:

$I_{inp} \subset I$ — множество входных сигналов, не участвующих в управлении системой, но являющихся источником данных для внутренней логики;

$I_c \subset I$ — множество управляющих сигналов, которые участвуют при выборе различных ветвей в алгоритме функционирования компонента, причем $I = I_{inp} \cup I_c$;

$I_p \subset I$ — множество входных и управляющих сигналов, доступных для ПО;

$I_i \subset I$ — множество входных и управляющих сигналов, не имеющих прямого управления со стороны ПО;

$O_p \subset O$ — множество выходных сигналов, непосредственно доступных для ПО;

$O_o \subset O$ — множество выходных сигналов, обрабатываемых другими блоками и не являющихся напрямую доступными ПО.

В общем случае на каждый вход из множества I подаются сигналы, значения которых представляют собой многомерные случайные величины, описываемые многомерными плотностями вероятностей либо функциями распределения. Соответственно, модель состояний носит вероятностный характер. Изучение вероятностных характеристик поведения аппаратного обеспечения является принципиально важным аспектом при проектировании систем как мягкого, так и жесткого реального времени. Тогда множеству I ставится в соответствие множество случайных величин $p: I \rightarrow F_d$, где F_d — множество плотностей распределения $f_{di}(X)$, $i \in [1, n]$, многомерных случайных величин:

$$F_d = \{f_{d1}(X), f_{d2}(X), \dots, f_{dn}(X)\},$$

где X — вектор случайных величин, распределения которых зависят от реализации конкретных систем.

Основная задача ПО состоит в реализации функций настройки компонента на заданный режим и организации управления взаимодействием с другими элементами системы в реальном времени. Алгоритм управления каждым компонентом обеспечивает достижение заданных состояний q_i и функции выходов из случайного текущего состояния q_p , при этом $q_i \in Q, q_p \in Q$.

Совокупность правил и алгоритмов обработки входного потока данных определяет режим работы, что с точки зрения конечного автомата представляет ограничения на последовательность изменения состояний, т. е. не любой путь может быть использован для достижения заданного состояния. Конечный автомат может быть описан ориентированным графом переходов $G(Q, E)$, где состояния соответствуют вершинам графа ($q_i \in Q$). Дуги графа определяются функциями переходов $E = \{(q_1, Ft(q_1, I_1)), \dots, (q_j, Ft(q_j, I_j))\}$, где $I_j \in I$. В этом случае маршруты в конечном автомате есть подмножество всех возможных путей в графе $E \subset Q \times Q$.

Следовательно, задание режима работы сводится к определению подмножества путей ($P_m \subset E$, $g : E \rightarrow P_m$) графа, допустимых к использованию для достижения цели (перевода системы из состояния q_p в q_i), которые определяются подмножеством входных управляющих сигналов ($I_c \subset I$). Тогда алгоритм управления может быть представлен совокупностью последовательных множеств входных воздействий I_1, I_2, \dots, I_j , выдаваемых ПО в зависимости от состояния системы. Эти воздействия позволяют обеспечить передвижение по заданным маршрутам из P_m . Для каждого режима работы существует свой сценарий входных воздействий, который позволяет пройти указанный маршрут путем следования по определенным дугам графа.

Выбор алгоритма управления сводится к определению наилучшего маршрута по критериям длины пути и затрат ресурсов. Для этого необходимо каждому переходу сопоставить весовые коэффициенты, отражающие реальные затраты на каждый переход или его существование $c : E \rightarrow P$, где P — это множество функций, определяющих весовые коэффициенты для каждого перехода. В системах СнК основными весовыми характеристиками являются энергопотребление перехода в активной фазе; энергопотребление перехода в пассивной фазе (затраты на само существование перехода); аппаратные затраты на реализацию перехода; временная длительность перехода и т. д. Весовые коэффициенты зависят от конкретной реализации, например от существования других переходов, так как несколько переходов могут использовать одни и те же аппаратные ресурсы.

В реальных системах возникает вопрос о достижимости конечной точки заданного маршрута. Компонент является полностью управляемым ПО, если множество управляющих сигналов состоит только из программно доступных сигналов или сигналов, напрямую порожденных от них ($I_c \cap I_p = I_p$ и $I_c \cap I_i = \emptyset$). Действительно, если переходы обеспечиваются только программно доступными сигналами, то условие выполняется автоматически, если же в функции переходов участвуют результаты функции выходов, то они, так или иначе, являются производными от программно управляемых входных сигналов. В случае невыполнения условия полной программной управляемости компонента система является не полностью определенной, так как существуют пути, не зависящие от функционирования ПО. В этом случае поведение системы будет зависеть от вероятностных характеристик входного потока сигналов из множества I_i .

Маршрут является абсолютной достижимым, если во всех вершинах (состояниях) на протяжении всего маршрута переходы осуществляются

только посредством программно доступных управляющих сигналов $I_c \subset I_p$ и их производных и не существует перехода, нарушающего маршрут ($f : P_m \rightarrow S$, где $S \subset Q$ и $Es = \{(q_1, Ft(q_1, I_1)), \dots, (q_j, Ft(q_j, I_j))\}$, где $\{q, \dots, q_j\} \subset S$ и $Es \cup P_m = P_m$ и $q_p \notin S_1$, где $l : Es \rightarrow S_1$), т. е. не существует пути, при использовании которого конечная точка оказывается недостижимой без перехода в начальную точку маршрута.

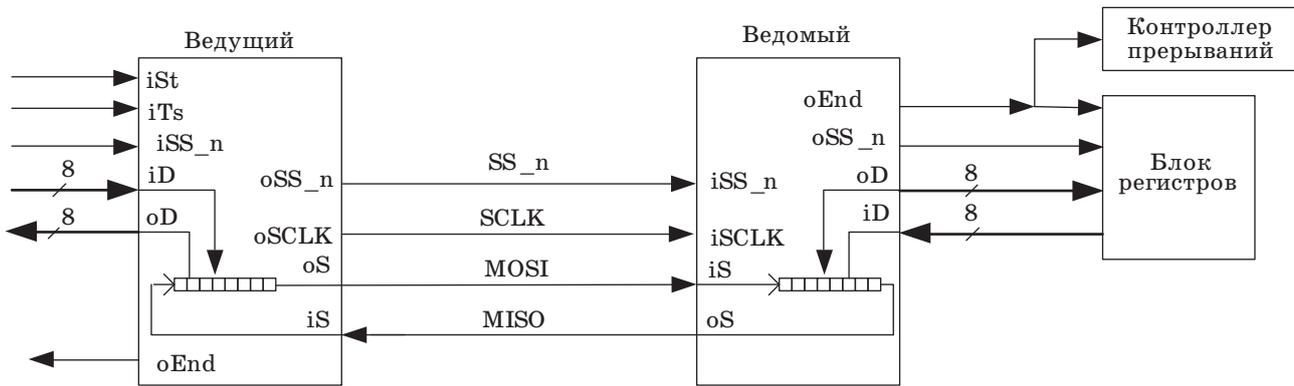
Условие абсолютной достижимости не выполняется, если в маршруте существует хотя бы один путь, который образует замкнутый контур в графе с отправной точкой маршрута (q_p) без достижения конечной точки (q_i), что приводит к существованию перехода, делающего маршрут недостижимым при определенных условиях либо условно достижимым. Маршрут является условно достижимым, если существуют условия, при которых пути в маршруте образуют замкнутый контур с участием начального состояния и без участия конечного, а также существует зависимость от программно неуправляемых сигналов.

В графе можно выделить вершины (состояния), проходя через которые система может отклониться от заданного маршрута $Ft(q_j, I_j) \notin Es$. Такие состояния определим как критические состояния конечного автомата, в которых неправильная или несвоевременная выдача управляющих сигналов со стороны активного компонента может привести к недостижимости конечной точки маршрута либо отложить достижение на бесконечно долгий срок. Именно наличие таких состояний формирует требования к ПО систем реального времени исходя из условий сохранения заданного маршрута.

Таким образом, модель состояний — это совокупность связанных автоматной модели, модели вероятностных характеристик входных сигналов, модели весовых коэффициентов стоимости существования и реализации элементов автоматной модели, а также функций связывания этих моделей в единое целое: $\langle Km, Fd, P, p, c \rangle$. Данная совокупность позволяет оценивать различные параметры системы с точки зрения возможности реализации, надежности, вероятностных и стоимостных характеристик, а также производить оценку качества алгоритмов ПО.

Описание модели состояний программной модели на примере контроллеров SPI

Рассмотрим примеры описания и анализа модели состояний программной модели на примере ведущего и ведомого контроллеров интерфейса SPI (Serial Peripheral Interface), представленных на рис. 2. Данный интерфейс находит широкое применение в СнК, так как он является интер-



■ Рис. 2. Сигналы и взаимодействие ведущего и ведомого блоков шины SPI

фейсом взаимодействия между компонентами в рамках одной печатной платы или между внутренними компонентами СнК. Его популярность объясняется высоким быстродействием и простотой реализации как самих контроллеров, так и линий связи за счет минимального набора сигналов.

Интерфейс является последовательным синхронным интерфейсом [6]. В ходе обмена всегда существует один ведущий контроллер (*Master device*) и ведомый контроллер (*Slave Device*). Ведущий контроллер (БК) отвечает за выбор активного ведомого контроллера (причем только один может быть активным в один момент времени), производимый низким уровнем сигнала разрешения (*SS_n*). Сигнал *SS_n* может находиться в активном состоянии, даже если реальной передачи данных не происходит. Также БК отвечает за формирование временной диаграммы передачи. Минимальная единица передаваемой информации на входе БК — это байт. БК передает этот байт последовательно, маркируя передачу синхросигналом (*SCLK*), бит за битом, на одном фронте *SCLK* бит выдается ведущим и ведомыми контроллерами, а на противоположном захватывается в сдвиговом регистре. Данная итерация повторяется 8 раз для передачи одного байта, затем *SCLK* останавливается, если нет другого байта для передачи.

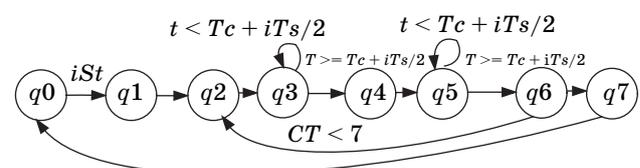
Рассмотрим модель БК SPI, построенную на анализе временной диаграммы (рис. 3) и спецификаций SPI. Модель системы представляет из



■ Рис. 3. Пример временной диаграммы интерфейса SPI

себя совокупность состояний $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\}$ с начальным состоянием q_0 ; множеств входных и выходных сигналов $I_p = \{iTs, iSt, iSS_n, iD[7:0]\}$; $I_i = \{iS\}$; $O_p = \{oD[7:0], oEnd\}$; $O_o = \{oS, oSS_n, oSCLK\}$; функции переходов, описанной в виде направленного графа (рис. 4); функции выходов, представленной в таблице, в виде изменений состояний сигналов в каждом из состояний. Также в модели присутствуют внутренний счетчик реального времени (*Tc*), счетчик выдаваемых битов (*CT*) и регистр данных (*D[7:0]*), что позволяет упростить логическую схему графа. Определим маршрут как путь от состояния q_0 до состояния q_7 с последующим возвращением в q_0 .

Анализ данной модели показывает, что ведущий компонент SPI является полностью программно управляемым и удовлетворяет требованию абсолютной достижимости, так как ни один из его переходов не зависит от элементов множества I_i . В модели отсутствуют критические состояния, так как не существует пути, нарушающего маршрут. Модель позволяет определить условие сохранения доступности для программного обеспечения состояния сигнала *oD*. Также определяются временные характеристики процесса работы компонента с точки зрения ПО, поскольку вычисляется время пути от исходной точки маршрута до конечной. Это может быть переведено в количество циклов микропроцессорного устройства, в течение которых ПО может переключиться на реализацию других задач.



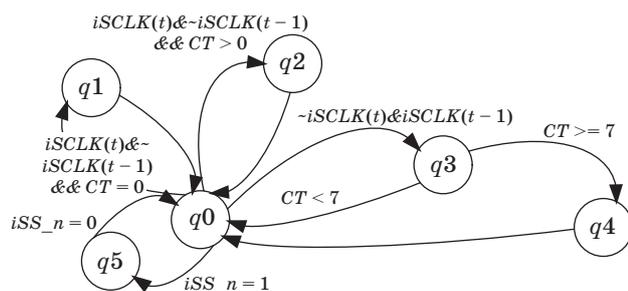
■ Рис. 4. Граф переходов состояний ведущего устройства SPI

■ Таблица

Состояние	Изменение выходов контроллера	
	ведущего	ведомого
$q0$	—	—
$q1$	$oSS_n = iSS_n$ $D = iD$ $CT = 0$ $oEnd = 0$	$D = iD$ $oD = iD[7]$
$q2$	$Tc = t$ $oSCLK = 1$ $oS = D[7]$	$oD = D[7]$
$q3$	—	$D = D \ll 1$ $D[0] = iS$ $CT = CT + 1$
$q4$	$Tc = t$ $D = D \ll 1$ $D[0] = iS$ $oSCLK = 0$	$oD = D$ $CT = 0$ $oEnd = not\ oEnd$
$q5$	—	$CT = 0$
$q6$	$CT = CT + 1$	—
$q7$	$oD = D$ $oEnd = 1$	—

Модель ведомого блока интерфейса SPI, построенная на основании анализа рис. 3 и спецификаций, описывается совокупностью состояний $Q = \{q0, q1, q2, q3, q4, q5\}$ с начальным состоянием $q0$; множеств входных и выходных сигналов $I_p = \{iD[7:0]\}$; $I_i = \{iS, iSS_n, iSCLK\}$; $O_p = \{oD[7:0], oEnd, oSS_n\}$; $O_o = \{oS\}$; функции переходов, описанной в виде направленного графа (рис. 5); функции выходов, представленной в таблице, в виде изменений состояний сигналов в каждом из состояний. В качестве внутренних сигналов используются регистр данных (D) и счетчик (CT). Основным маршрутом данных является путь от состояния $q0$ до состояния $q4$ с последующим возвращением в $q0$.

Как видно из графа переходов на рис. 5, ведомое устройство не является программно управляемым компонентом, а также не удовлетворяет требованиям абсолютной достижимости. Пример наглядно демонстрирует систему, которая является полностью зависимой от внешних устройств,



■ Рис. 5. Граф переходов состояний ведомого устройства SPI

так как на программном уровне отсутствует возможность контроля за приемом и передачей данных, что накладывает жесткие ограничения на реализацию ПО.

Рассмотрим взаимодействие данной модели с ПО с точки зрения задачи приема непрерывной последовательности байтов на временном интервале T без учета структуры передаваемой информации, что подразумевает стационарность характеристик сигналов из $I_c \subset I_i$ на $[t_i, t_i + T]$. Так как программно доступные множества сигналов отображаются на соответствующие регистры, доступные ПО, а сигнал $oEnd$ поступает на блок контроллера прерываний, то взаимодействие с данным устройством может производиться в двух режимах: обмен по опросу флага $oEnd$; обмен по прерыванию, выработанному по флагу $oEnd$. Особенностью обмена является то, что данные на выходе перезаписываются с приходом каждого нового байта, а данные для передачи захватываются с началом приема следующего. Так как блок не является программно управляемым, то задача ПО — уложиться во временные рамки по приему/передаче новых данных. Для режима опроса они выражаются в периоде опроса регистра $oEnd$, а для режима обмена по прерываниям — во времени реакции на соответствующее прерывание. Для простоты дальнейших рассуждений предположим, что данное время одинаково в обоих случаях и соответствует $T_{soft}(t)$, тогда условием правильного приема является соблюдение условия $T_{soft}(t) < T_{rec}(t)$, где $T_{rec}(t)$ — время приема очередного байта.

Исходя из анализа условий достижения конечного состояния, формирующего $oEnd$, из начального по графу переходов делается вывод, что необходимо наличие отрицательного значения на входе iSS_n , а также поступление $n = 8$ сигналов $iSCLK$. Полагая, что сигнал iSS_n постоянно находится в активном состоянии на $[t_i, t_i + T]$, можно утверждать, что $T_{rec}(t)$ полностью зависит от поведения сигнала $iSCLK$. На интервале $[t_i, t_i + T]$ значения длительностей передачи одного бита можно рассматривать как непрерывные случайные последовательности. В независимости от источника формирования синхросигнала передачи существует флуктуация периода синхросигнала, особенно заметная при его формировании программными способами, а не специализированной аппаратурой. Флуктуация периода влияет на время передачи байта в соответствии с графом переходов, а следовательно, и блока в целом.

Модель периода синхросигнала $iSCLK$ можно представить в виде

$$T_{sclk}(t) = T_{sclk} + \xi(t),$$

где T_{sclk} — длительность периода синхросигнала на интервале $[t_i, t_i + T]$; $\xi(t)$ — флуктуационная

составляющая, появляющаяся за счет работы аппаратных и программных средств генерации частоты.

В случае флуктуаций фронтов сигнала в окрестности $f_{T_SCLK}(t)$ с сохранением длительности периода, называемой фазовой флуктуацией, можно утверждать, что длительность приема байта будет соответствовать

$$T_{rec}(t) = nT_sclk + \xi(t).$$

Причем, исходя из анализа источников синхросигналов фазовая флуктуационная составляющая $\xi(t)$ распределена по нормальному закону [7].

Время $T_{soft}(t)$ также может содержать случайную составляющую, отражающую возможность передачи управления более высокоприоритетным задачам или прерываниям на $[t_i, t_i + T]$. В этом случае можно записать

$$T_{soft}(t) = T_sft + T_{int}k(T),$$

где T_sft — интервал опроса данных, не зависящий от внешних случайных воздействий и алгоритмов планирования; $k(T)$ — количество прерываний исполнения задачи опроса на интервале T более высокоприоритетным процессом или прерыванием; T_{int} — время обработки высокоприоритетной задачи.

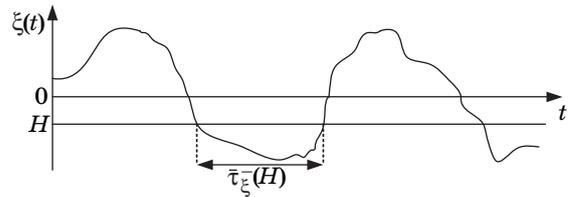
Задача анализа соотношения $T_{soft}(t) < T_{rec}(t)$ сводится к анализу применимости самого входного потока к функциональности системы исходя из программной модели. Для решения подобных задач удобно воспользоваться характеристиками типа «пересечений уровня» [8]. Выбор уровня будет определяться степенью влияния случайных составляющих и возможных моделей системы. Далее рассматриваются примеры определения уровней в различных случаях.

Если принять независимость $T_{soft}(t)$ от случайной составляющей и условие стационарности T_sclk на $[t_i, t_i + T]$, то может быть осуществлен переход к анализу только распределения флуктуационной составляющей. В данном случае предельный уровень H можно определить как

$$H = T_sft - nT_sclk.$$

Пересечение этого уровня указывает на невыполнение временных требований по допустимой частоте входного потока данных, который может обработать ПО, и классифицируется как нарушение работоспособности для систем жесткого реального времени. Для систем мягкого реального времени оценивается количество таких пересечений $N_\xi(H, T)$ и время нахождения в запрещенной зоне $\bar{\tau}_\xi(H)$, проиллюстрированные на рис. 6.

При принятии гипотезы распределения флуктуационной составляющей по нормальному закону применим аналитический способ анализа ра-



■ Рис. 6. Случайный процесс флуктуации периода синхросигнала

ботоспособности. Рассматриваем флуктуацию периода синхросигнала $SCLK$ в виде стационарного гауссова случайного процесса с нулевым математическим ожиданием, некоторой дисперсией σ_ξ^2 и плотностью вероятности [9]:

$$\rho_\xi(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\xi^2}} e^{-\frac{\xi^2}{2\sigma_\xi^2}}. \quad (1)$$

Для такой модели распределения (1) среднее число пересечений уровня H траекторией случайного процесса на $[t_i, t_i + T]$ определяется как [8]

$$N_\xi(H, T) = \frac{T}{\pi} \sqrt{-r''(0)} e^{-\frac{H^2}{2\sigma_\xi^2}}, \quad (2)$$

где $r''(0)$ — вторая производная от нормированной корреляционной функции $r(\tau)$ рассматриваемого процесса $\xi(t)$ при $\tau = 0$.

Средняя длительность несоблюдения $T_{soft}(t) < T_{rec}(t)$ при $h = \sigma_\xi^{-1}H$

$$\bar{\tau}_\xi(h) = 2\pi(-r''(0))^{-1/2} \Phi(h) e^{-\frac{h^2}{2}}, \quad (3)$$

где $\Phi(x) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^x e^{-y^2/2} dy$ — интеграл вероятности.

Второй случай — это бесконечно малое влияние $\xi(t)$ на общее поведение системы вследствие высокой стабильности генератора и невысоких частот передачи данных и наличие существенного влияния $T_{int}k(T)$ на $T_{soft}(t)$. Возникновение событий, приводящее к прерыванию текущего процесса, может подчиняться закону распределения Пуассона:

$$\rho_i(T) = \frac{\lambda^i}{i!} e^{-\lambda}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, \quad (4)$$

где i — количество событий на интервале наблюдения T ; λ — параметр распределения, вычисляемый как $\lambda = \nu T$, где ν — интенсивность потока.

В этом случае допустимый уровень можно определить как

$$H = \left[\frac{nT_sclk - T_sft}{T_{int}} \right], \quad (5)$$

а среднее нормированное количество превышений уровня H рассчитывается как

$$N^+(H, 1) = 1 - \sum_{i=0}^H (\lambda^i \exp(-\lambda) / i!). \quad (6)$$

Пересечение уровня H указывает на невыполнение временных требований по совместимости программного и аппаратного обеспечения и позволяет аналитически оценивать данную ситуацию на этапе проектирования.

Таким образом, с помощью выражений (1)–(6) можно рассчитать вероятности выхода за уровень H , среднее количество пересечений H , а также время нахождения случайного процесса ниже H для определения совместимости программного и аппаратного обеспечения по временным и вероятностным характеристикам с точки зрения систем реального времени.

Заключение

Комбинация автоматной, вероятностной и графовой составляющих в описании программной модели аппаратной части системы реального времени, предложенная в работе, формализует пред-

ставление функций и логики работы с аппаратурой с точки зрения ПО. Использование приведенной совокупности формализованных описаний совместно с характеристиками типа «пересечений уровней» для входных воздействий позволяет разработать обобщенный комплексный подход к анализу систем реального времени и оптимизировать выбор программно-аппаратных решений аналитическим путем на стадии проектирования. Это имеет важное практическое значение для повышения качества и сокращения времени на разработку конечной продукции.

Предложенный подход проиллюстрирован простейшими примерами на основе *SPI*. Но основными его приложениями являются сложные нестандартные коммуникационные интерфейсы и устройства, проектируемые для специализированных СнК. Множество асинхронных взаимодействующих процессов и сигналов, описываемых сложными законами, характерно для таких систем, поэтому анализ без соответствующих моделей затруднителен. Предложенные решения и набор моделей позволяют решить эту задачу.

Литература

1. Астапкович А. М. Микрооперационные системы реального времени / Под. ред. М. Б. Сергеева. — СПб.: Политехника, 2002. — 246 с.
2. Ciletti M. D. Advanced Digital Design with the Verilog(TM) HDL. — Prentice Hall, 2002. — 1008 с.
3. Gupta R. C. Co-Synthesis of Hardware and Software for Digital Embedded Systems: The Springer International Series in Engineering and Computer Science. — Springer, 1995. — 288 с.
4. Хопкрофт Д., Мотвани Р., Ульман Д. Введение в теорию автоматов, языков и вычислений: Пер. с англ. — М.: Издательский дом Вильямс, 2002. — 528 с.
5. Садовничий В. А. Теория операторов. — М.: Высш. шк., 1999. — 368 с.
6. AVR RISC microcontroller: Data Book. Atmel Inc, 1999. — 930 с.
7. Banerjee D. PLL Performance, Simulation and Design. 4th ed. — Dog Ear Publishing, LLC, 2006. — 344 с.
8. Тихонов В. И., Хименко В. И. Выбросы траекторий случайных процессов. — М.: Наука, 1987. — 303 с.
9. Ивановский Р. И. Теория вероятностей и математическая статистика. Основы, прикладные аспекты с примерами и задачами в среде Mathcad. — СПб.: БХВ-Петербург, 2008. — 528 с.

УДК 004.424

ПРИМЕНЕНИЕ ГРИД-СИСТЕМ ПРИ РАЗВЕРТЫВАНИИ WEB-САЙТА

А. М. Токарчук¹,

аспирант

Московский государственный университет путей сообщений

Рассматривается построение отказоустойчивой распределенной грид-системы по обработке запросов к web-сайту.

Ключевые слова — грид, web-сайт, распределение нагрузки, отказоустойчивые системы.

Введение

Очень часто создание web-сайта (под web-сайтом в данной статье подразумевается служба, которой может пользоваться как человек через GUI-интерфейс интернет-браузера, так и компьютер через набор API-вызовов, используя такие протоколы, как REST, SOAP) начинается с создания одной страницы в Интернете. Постепенно к ней добавляются другие. Происходит переход сайта от статичной архитектуры (при статичной архитектуре сайт представляет собой набор html-страниц) к использованию динамической системы управления контентом, сайтом (*Content Management System* — CMS) [1]. Сайт разрастается, и CMS уже не справляется с потоком запросов. Далее сайт, как правило, переносится из хостинг-компании (компания, предоставляющая услуги размещения сайтов на своих серверах) на собственный сервер, предоставляемый ему полностью, и уже он начинает обрабатывать http-запросы пользователей. Программисты с системными администраторами и инженерами развертывают необходимые для работы сайта службы.

Обычно это система управления базами данных (СУБД) (как правило, MySQL), web-сервер (например, Apache) и интерпретатор языка web-программирования (например, PHP). На некоторое время ситуация стабилизируется, СУБД обрабатывает запросы, выдает их интерпретатору, далее страница через web-сервер выдается пользователю. Но рано или поздно наступает ситуа-

ция, при которой нагрузка превышает допустимые значения для новой системы.

Следующим шагом является установка системы распределения нагрузки. Для этого используется «легкий» web-сервер (например, сервер Nginx разработки Игоря Сысоева или Light-Httpd).

Выбор программного обеспечения

Первоначальная задача проектирования грид-системы состоит в выборе программного обеспечения (ПО) для установки на ее узлах. Программное обеспечение должно отвечать следующим требованиям:

- быть бесплатным. При построении грид-системы расходы планируются только на оборудование и оплату труда сотрудников, при самостоятельном построении — только на оборудование;
- иметь открытый исходный код для внесения в него при необходимости изменения;
- иметь развитое сообщество (community) для решения проблем, возникающих в процессе развертывания и эксплуатации системы;
- быть хорошо документировано.

СУБД

В качестве сервера баз данных для построения грид-системы была выбрана СУБД MySQL, так как она является наиболее приспособленной для применения в среде web. Не секрет, что для исполнения приложений клиента на большинстве хостинг-площадок провайдеры предоставляют небольшое количество ресурсов (как вычислительных, так и дисковых). Поэтому для данного

¹ Научный руководитель — доктор технических наук, профессор кафедры вычислительных систем и сетей Московского государственного университета путей сообщений А. Б. Барский.

применения необходима высокоэффективная СУБД, обладающая при этом высокой надежностью (большинство web-приложений и сайтов должны работать в режиме 24/7).

По всем этим причинам MySQL стала незыблемым стандартом в области СУБД для web, а теперь в ней развиваются возможности для использования ее в любых критичных бизнес-приложениях, т. е. MySQL конкурирует на равных с СУБД таких производителей, как Oracle, IBM, Microsoft и Sybase.

Основные преимущества MySQL:

- многопоточность, поддержка нескольких одновременных запросов;
- оптимизация связей с присоединением многих данных за один проход;
- записи фиксированной и переменной длины;
- ODBC²-драйвер;
- гибкая система привилегий и паролей;
- гибкая поддержка форматов чисел, строк переменной длины и меток времени;
- интерфейс с языками C и Perl, PHP;
- быстрая работа, масштабируемость;
- совместимость с ANSI SQL;
- бесплатность в большинстве случаев;
- хорошая поддержка со стороны провайдеров услуг хостинга;
- быстрая поддержка транзакций через механизм InnoDB³.

Web-сервер

В качестве web-сервера было выбрано ПО Apache. Основными достоинствами Apache считаются надежность и гибкость конфигурации. Оно позволяет подключать внешние модули для предоставления данных, использовать СУБД для аутентификации пользователей, модифицировать сообщения об ошибках и т. д. Поддерживает IPv6.

Apache имеет развитые механизмы обеспечения безопасности и разграничения доступа к данным. Основными являются:

- ограничение доступа к определенным директориям или файлам;
- механизм авторизации пользователей для доступа к директории по методу http-авторизации

²ODBC (Open DataBase Connectivity) — это программный интерфейс (API) доступа к базам данных, разработанный фирмой X/Open (по другим данным — Microsoft). Позволяет единообразно оперировать с разными источниками данных, отвлекаясь от особенностей взаимодействия в каждом конкретном случае.

³InnoDB — одна из выбираемых подсистем низкого уровня в СУБД MySQL, входит во все стандартные сборки для различных операционных систем. Основным отличием InnoDB от других подсистем низкого уровня MySQL является наличие механизма транзакций.

(mod_auth_basic) и digest-авторизации (mod_auth_digest);

- ограничение доступа к определенным директориям или всему серверу, основанное на IP-адресах пользователей;
- запрет доступа к определенным типам файлов для всех или части пользователей, например запрет доступа к конфигурационным файлам и файлам баз данных;
- наличие модулей, реализующих авторизацию через СУБД или PAM.

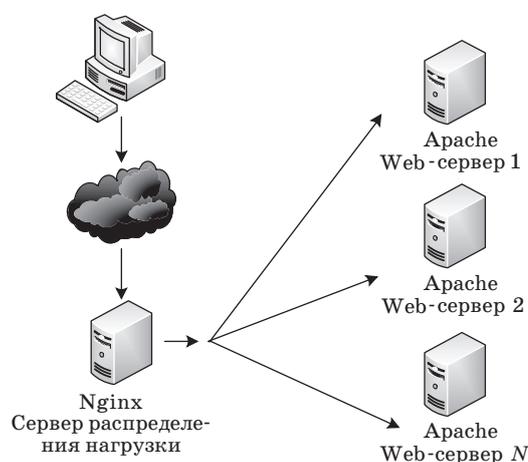
Преимущества Apache также заключаются в модульной организации, стабильности и быстрой работе. При наличии соответствующих аппаратных средств и настройке оно может выдерживать самые высокие загрузки. Yahoo, Altavista, GeoCities, Hotmail основаны на различных версиях этого сервера.

Балансировщик нагрузки

В качестве сервера распределения нагрузки (балансировщика) для построения грид-системы был выбран Nginx (рис. 1) из-за большей по сравнению с Apache производительностью.

Основные преимущества http-сервера Nginx:

- обслуживание статических запросов, индексных файлов, автоматическое создание списка файлов, кэш-дескрипторов открытых файлов;
- акселерированное проксирование с кэшированием, простое распределение нагрузки и отказоустойчивость;
- акселерированная поддержка удаленных FastCGI-серверов с кэшированием, простое распределение нагрузки и отказоустойчивость;
- модульность, фильтры, в том числе сжатие (gzip), («докачка») byte-ranges, SSI-фильтр, преобразование изображений; несколько подзапросов на одной странице, обрабатываемых в SSI-



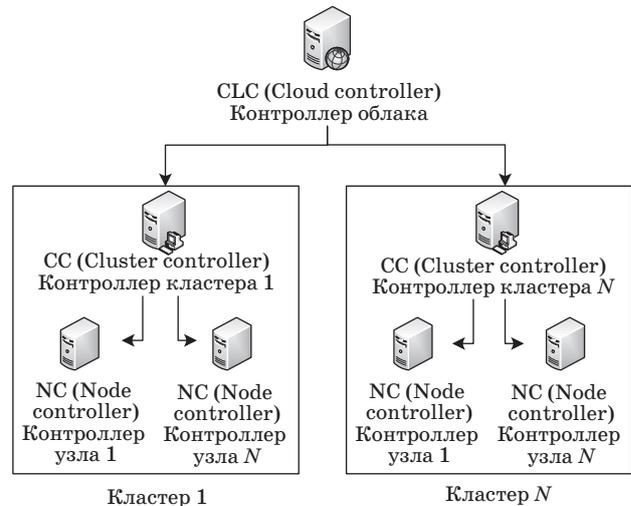
■ Рис. 1. Применение балансировщика нагрузки

филт্রে через прокси или FastCGI, выполняются параллельно;

- один главный процесс и несколько рабочих, рабочие процессы работают под непривилегированным пользователем;
- на 10 000 неактивных http-соединений расходуется около 2,5 МБ памяти;
- минимум операций копирования данных;
- выполнение разных функций в зависимости от адреса клиента;
- ограничение доступа в зависимости от адреса клиента и по паролю (Basic-аутентификация);
- ограничение скорости отдачи ответов;
- ограничение числа одновременных соединений и запросов.

Кластерная система

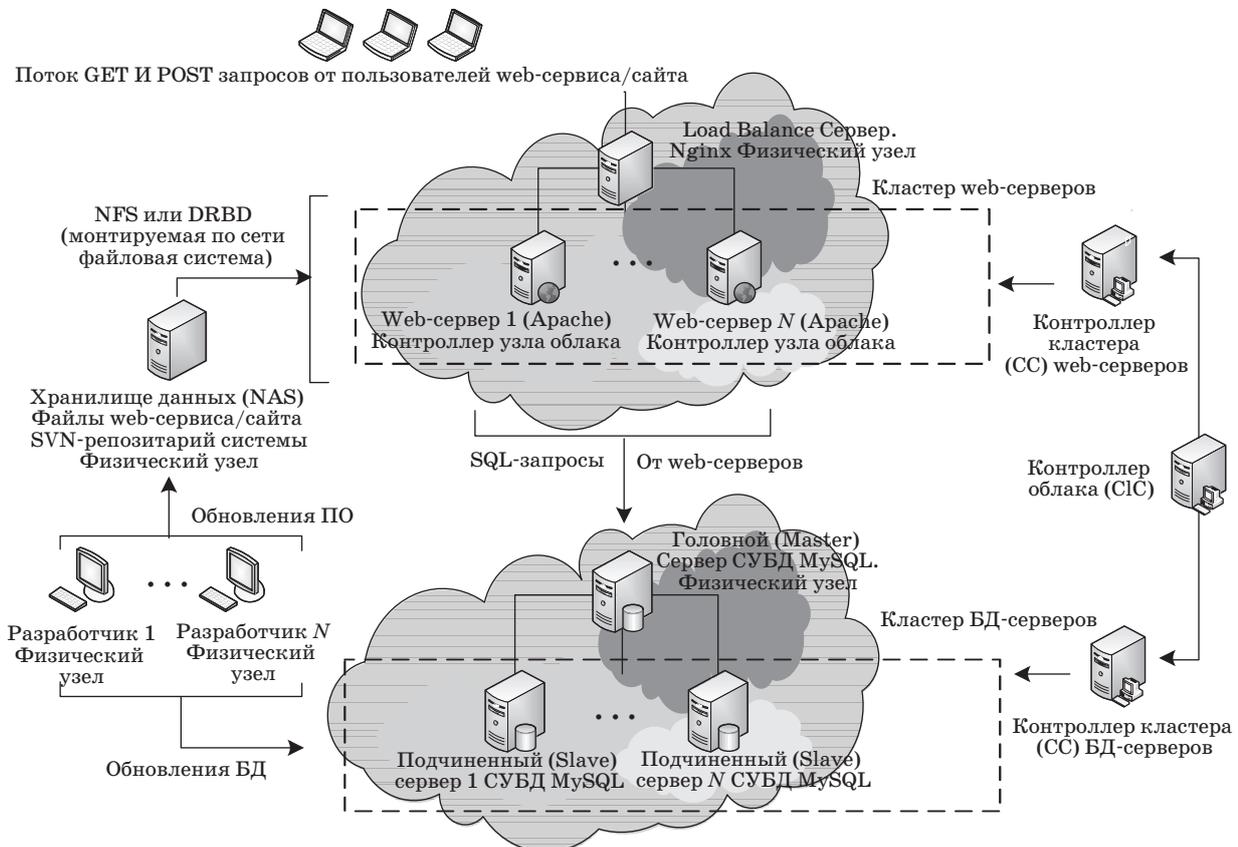
Eucalyptus позиционируется как открытое (open source) решение для организации доступа к вычислительным ресурсам с возможностью динамического масштабирования системы и балансировки нагрузки [2]. Важно заметить, что Eucalyptus на данный момент является единственным доступным бесплатным открытым решением построения вычислительного кластера (рис. 2) при создании грид-системы для web-сайта.



■ Рис. 2. Применение вычислительного кластера

Развертывание грид-системы

Также одним из методов эффективного повышения вычислительной мощности системы и увеличения скорости обработки запросов является развертывание грид-системы (рис. 3), в которой вычислительные элементы помещаются в «облако», где действует система предоставления ресур-



■ Рис. 3. Архитектура отказоустойчивой распределенной грид-системы

сов по требованию. Облачные (рассеянные) вычисления⁴ (cloud computing) — технология обработки данных, в которой компьютерные ресурсы и мощности предоставляются пользователю (или серверу) как интернет-сервис [3]. Пользователь имеет доступ к собственным данным, но не может управлять и не должен заботиться об инфраструктуре, операционной системе и собственно программном обеспечении, с которым он работает. Термин «облако» используется как метафора, основанная на изображении Интернета на диаграмме компьютерной сети, и как абстракция сложной инфраструктуры, за которой скрываются все технические детали. На данный момент существует разнообразное ПО для построения «облачной» системы. Одно из них — система Eucalyptus (см. рис. 3).

В «облаке» присутствуют разные типы узлов. В самом низу иерархии находится контроллер узла. Он запускается на каждом физическом сервере, подключенном к «облаку», и отвечает за запуск, работу и остановку виртуальных машин. Контроллер кластера управляет контроллерами узлов, определяет, на каких узлах будут запущены виртуальные машины. Контроллер «облака» устанавливается на машине, имеющей доступ к внешней сети (можно установить его на фронт-сервере системы) и выступает в роли головного интерфейса для доступа к «облаку». Обрабатывает пользовательские запросы на запуск виртуальных машин и собирает данные о загруженности узлов от контроллеров кластеров.

Для начала необходимо определить, какие именно вычисляющие элементы будут помещены в «облако». Во время работы web-сайта самыми ресурсоемкими задачами являются обработка SQL-запроса СУБД [4], а также интерпретация программы на языке web-программирования. Значит, в «облако» необходимо поместить сервер(а) СУБД MySQL и web-сервер(а) Apache. Задачи по выдаче статической информации (картинки, css-стили, скрипты на языке Javascript) можно переложить на быстрый web-сервер, например Nginx или LightHttpd. Это и есть решение задачи классификации трафика на статический и динамический. Nginx также может балансировать нагрузку между вычисляющими web-серверами.

Типы узлов и используемое ПО

Рассмотрим основные типы узлов предлагаемой системы.

1. Сервер распределения нагрузки может быть построен на базе «легких» http-серверов, таких как Nginx, LightHttpd и др. Он выполняет функ-

⁴ Используется также термин «облачная» (рассеянная) обработка данных.

ции по распределению запросов на статические и динамические. Статические запросы сервер выполняет сам (отдавая статический контент), а динамические передает вычисляющим узлам. Сервер распределения нагрузки может быть размещен как на физической машине, так и в «облаке», но обязательно со статическим IP-адресом и портом, куда будут поступать http-запросы от браузеров пользователей.

2. Web-сервер (вычисляющий узел) — виртуальная машина, расположенная в «облаке», на которой установлен программный web-сервер Apache. Он интерпретирует программный код сайта, написанный на языках web-разработки (таких как PHP, Perl). При выходе из строя одного из вычисляющих узлов сервер распределения нагрузки будет посылать запросы на другие. Таким образом достигается отказоустойчивость системы. При необходимости дополнительных ресурсов есть возможность добавления нового узла. Если же добавочная нагрузка небольшая (относительно нагрузки всего кластера web-серверов), то «облако» (а именно контроллер кластера) само выделит необходимые ресурсы. Подключение нового узла имеет смысл только при явной перегруженности всего «облака». Предлагаемая архитектура такова, что ресурсы для вычисляющих узлов выделяются автоматически, по требованию. За этим следит контроллер кластера.

3. Головной (master) сервер СУБД получает SQL-запрос и транспортирует его одному из slave-серверов.

4. Подчиненный (slave) сервер СУБД выполняет SQL-запрос и возвращает результат Apache-серверу.

5. Хранилище данных NAS содержит репозиторий с программным кодом сайта. Его каталог монтируется к вычисляющим web-серверам. Также он задействуется разработчиками для обновления ПО.

6. Контроллер кластера управляет контроллерами узлов, определяет, на каких узлах будут запущены виртуальные машины. Он построен на базе ПО Eucalyptus, так же как и контроллер «облака».

7. Контроллер «облака» — именно он осуществляет централизованное управление «облаком» через контроллеры кластеров.

Принцип работы грид-системы

Рассмотрим цикл работы web-сайта. Сначала разработчики создают программную часть web-сайта, они коллективно работают с системой SVN. Subversion (SVN) [1] — свободная централизованная система управления версиями, созданная в 2000 г. компанией CollabNet Inc. Ката-

лог с программой монтируется каждым из web-серверов в качестве папки для данного сайта. После того как http-запрос пользователя (это может быть запрос главной страницы сайта) попадает на 80-й порт сервера распределения нагрузки, он определяет, какому из вычисляющих узлов (в данном случае это web-сервер Apache) направить его для обработки. В качестве базового используется алгоритм выбора наименее загруженного в данный момент сервера. Далее запрос идет на вычисляющий узел. Он соединяется с мастер-сервером СУБД и отправляет ему SQL-запрос, после чего мастер-сервер аналогичным образом определяет, какому из своих подчиненных вычислительных узлов направить запрос для вычисления. После обработки SQL-запроса результат обработки возвращается мастер-серверу СУБД, а затем вычислительному узлу (web-серверу), который его инициировал. Вычисляющий web-сервер интерпретирует программный код дальше. В результате интерпретации пользователь получает html-страницу. Далее браузер пользователя делает запросы к фронт-серверу (серверу распределения нагрузки). Он на основе типа запроса (запрос на статический или динамический контент) определяет, передавать ли запрос вычисляющему узлу или выполнять его самостоятельно. Во втором случае фронт-сервер самостоятельно находит запрашиваемый ресурс (картинка, css-файл, js-файл) и выдает его браузеру пользователя. За счет меньшей ресурсоем-

кости сервера Nginx нагрузка на вычисляющие узлы значительно снижается.

Заключение

Предложенная архитектура дает возможность построить быструю, отказоустойчивую и масштабируемую распределенную систему обработки большого количества запросов для web-сайта. Данные параметры распределенной системы достигаются благодаря применению метода классификации трафика и помещению вычисляющих узлов в «облако», а стоимость решения снижается благодаря использованию открытого ПО.

Литература

1. Фаулер М., Райса Д. Архитектура корпоративных программных приложений: Пер. с англ. — М.: Вильямс, 2008. — 544 с.
2. Хоп Г., Вульф Б. Шаблоны интеграции корпоративных приложений: Пер. с англ. — М.: Вильямс, 2007. — 672 с.
3. Веллинг Л., Томсон Л. Разработка Web-приложений с помощью PHP и MySQL: Пер. с англ. — М.: Вильямс, 2005. — 880 с.
4. Дюбуа П. MySQL. Сборник рецептов: Пер. с англ. — М.: Вильямс, 2004. — 1056 с.

63-Я МЕЖДУНАРОДНАЯ СТУДЕНЧЕСКАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ — «63 МСНК» 19–23 апреля 2010 г.

С 19 по 23 апреля 2010 года Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения провел 63-ю Международную студенческую научную конференцию, посвященную Всемирному дню космонавтики и 90-летию профессора Виталия Васильевича Хрущева.

Ежегодное проведение студенческих научных конференций и выставок научно-технического творчества студентов в ГУАП является одним из важнейших итоговых научных студенческих мероприятий. Научные работы студентов посвящены актуальным проблемам авиационного и аэрокосмического приборостроения, развития информационных технологий, радиотехники, электроники и связи, современным вопросам экономики, управления, философии и права.

Традиционно мероприятия конференции были включены в программу Недели университета. Работа конференции проходила по 12 научным на-

правлениям и была организована в 54 научных секциях, в которых приняли участие свыше 600 студентов. В программу конференции вошли 557 докладов студентов. В Круглом зале библиотеки на Большой Морской улице прошла выставка дипломных проектов ГУАП-2010.

В демонстрационном зале СЗЦИТ была проведена выставка научно-технического творчества молодежи и III Международная студенческая научная интернет-конференция Международного общества автоматизации (ISA), в которой приняли участие студенты и профессора из университетов Италии, Испании, США, России и Чили. На ней с докладами выступили победители V Европейского конкурса ISA на лучшую научную работу студентов (ESPC-2010). Рабочим языком интернет-конференции был английский язык.

По решению научных секций 63 МСНК лучшие доклады будут опубликованы в сборнике студенческих научных работ.

УДК 004.7

АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТРЕВОЖНОГО СООБЩЕНИЯ С ГЛОБАЛЬНЫМ ЗНАНИЕМ В БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЯХ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ С ЛИНЕЙНОЙ ТОПОЛОГИЕЙ

А. В. Винель,

канд. техн. наук, старший научный сотрудник
Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН

А. Н. Дудин,

доктор физ.-мат. наук, профессор
Белорусский государственный университет

С. Д. Андреев,

канд. техн. наук, научный сотрудник
Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН

А. М. Тюрликов,

канд. техн. наук, доцент
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Рассматриваются алгоритмы распространения тревожного сообщения от некоторого узла-инициатора ко всем узлам сети передачи данных, расположенных в некоторой географической области. Разрабатываются аналитические методы расчета вероятностно-временных характеристик таких алгоритмов для случая линейной топологии сети и фиксированной вероятности успеха одношаговой передачи. Обсуждается применимость полученных результатов к исследованию спонтанных автомобильных сетей.

Ключевые слова — спонтанные автомобильные сети, активная дорожная безопасность, многошаговая передача, распространение тревожного сообщения, ретрансляция.

Введение

Интеллектуальные транспортные системы (ИТС) будущего призваны решить широкий спектр задач, среди которых одной из основных является обеспечение *безопасности* дорожного движения. В настоящее время Институт инженеров по электротехнике и электронике (*Institute of Electrical and Electronics Engineers — IEEE*) и Европейский институт по стандартизации в области телекоммуникаций (*European Telecommunications Standards Institute — ETSI*) осуществляют стандартизацию в области ИТС в Северной Америке и Европе соответственно. Согласно предлагаемым ими концепциям, для успешного функционирования приложений безопасности используемая телекоммуникационная технология связи между автомобилями должна обеспечивать два основных режима работы [1, 2]. Первый ре-

жим состоит в периодической *широковещательной одношаговой рассылке* каждым транспортным средством сообщений-маячков, содержащих информацию, в частности, о его координатах и скорости. Это необходимо для того, чтобы все участники движения постоянно имели актуальную информацию о происходящем в непосредственной близости с ними. Второй режим, который и рассматривается нами в данной статье, состоит в *экстренной многошаговой рассылке* информации о критичном событии (например, срабатывании подушек безопасности при столкновении) тем транспортным средствам, которые находятся в опасной зоне (например, приближаются к месту аварии). При реализации второго режима первый используется как его составная часть, т. е. экстренное распространение тревожного сообщения осуществляется серией специальных образом организованных широковещательных

передач. Согласно требованиям приложений безопасности, маячки и тревожные сообщения должны быть доставлены узлам сети, находящимся на некотором расстоянии от узла-инициатора, с вероятностями не ниже заданных и со средними задержками не выше заданных.

В литературе к настоящему моменту предложено большое число алгоритмов распространения критичной информации в заданной географической области. Наиболее широкую известность как в академической среде, так и среди специалистов автомобильной промышленности получило решение Торрент-Морено и Хартенштайна «Распространение тревожного сообщения для автомобильных сред» (*Emergency Message Dissemination for Vehicular Environments — EMDV*) [3]. В EMDV доступ к каналу узлами-ретрансляторами осуществляется на конкурентной основе, а время задержки их выхода в канал обратно пропорционально расстоянию от узла-инициатора. Актуальный обзор других алгоритмов распространения тревожного сообщения содержится в работе Филали [4].

Из работ [3, 4] можно сделать следующие выводы. Во-первых, в подавляющем большинстве случаев предлагаемые алгоритмы исследуются их авторами посредством имитационного моделирования. Во-вторых, поскольку различными исследователями используются разные среды моделирования, допущения имитационной модели, множества входных параметров, то сравнительный анализ предлагаемых алгоритмов, а также исследование их свойств сильно затруднены. Именно поэтому важно провести анализ различных подходов к решению задачи распространения тревожных сообщений в рамках некоторой базовой (пусть и упрощенной) модели системы. Нам представляется, что в качестве такой модели может выступить модель Реста и Санти [5], которая основана на допущениях о линейной топологии сети, равном расстоянии между ее узлами и постоянной вероятности успеха одношаговой передачи. В работе [5] рассмотрены три алгоритма распространения критичной информации и приведены аналитические методы для расчета их вероятностно-временных характеристик. Обратим внимание, что вопрос связности сети в такой системе не рассматривается, так как считается, что радиус передачи всегда превосходит расстояние между узлами. Аналитические методы анализа распространения критичной информации в контексте проблемы связности рассматриваются в работе [6].

Несмотря на свою простоту модель Реста и Санти [5] отражает наиболее характерные особенности многошаговой передачи и позволяет исследовать свойства различных алгоритмов распространения тревожных сообщений. Далее мы

развиваем их идеи, предлагаем новые (более простые) методы расчета вероятностно-временных характеристик алгоритмов из работы [5]. Предварительные обсуждения предлагаемого подхода проводились на семинаре ON-MOVE-2009 [7].

Определения и модель системы

Сформулируем допущения используемой модели и введем необходимые определения.

Допущение 1 (линейная топология). Узлы сети расположены на прямой линии на равном расстоянии друг от друга, которое принято за единицу длины. Число узлов, которым необходимо доставить тревожное сообщение, равно n .

Для удобства будем считать, что узлы размещены на горизонтальной оси с инициатором передачи, расположенным в начале координат, и остальными узлами — в точках $1, 2, \dots, n$.

Данное допущение отражает случай движения потока автомобилей по автомагистрали с постоянной скоростью и отсутствием встречного движения. Кроме того, переход к одномерной линейной топологии адекватен реальности, если удвоенный радиус передачи превосходит ширину дороги.

Допущение 2 (радиус передачи). Все узлы имеют радиус передачи, равный r единиц, т. е. узел с номером i может передавать сообщение только узлам с номерами из диапазона $[\max(0, i - r), \min(i + r, n)]$.

Концепция радиуса передачи широко используется в литературе и вводится как для детерминированных, так и для случайных моделей распространения радиосигнала [3].

Допущение 3 (вероятность успешного приема). При передаче (в широкополосном режиме) некоторым узлом i сети сообщения его с одинаковой вероятностью p получает каждый из узлов-получателей в радиусе передачи узла i при условии отсутствия интерференции на узле-получателе. Интерференция на некотором узле-получателе j возникает, если одновременно в радиусе его передачи передают два и более узла.

Это ключевое допущение введено в целях возможности аналитического описания системы. В реальной системе можно ожидать, что вероятность успешного приема *падает* по мере удаления от передатчика. В целях упрощения модели мы не рассматриваем так называемый *радиус интерференции*, влияние которого на передачу сообщения учитывается в работе [5], хотя наш подход применим и к такому более общему случаю.

Допущение 4 (синхронизация). Все узлы сети могут начинать передачу сообщения только синхронно в моменты $t = 1, 2, \dots$, называемые *шагами*. В нулевой момент времени (на нулевом шаге) сообщение всегда передает узел-инициатор.

В реальной спонтанной автомобильной сети всегда предполагается, что у каждого узла имеется доступ к глобальной системе позиционирования и часам, что обеспечивает возможность практической реализации некоторого вида синхронизации.

Определение 1. Узел называется *0-узлом* в момент времени t , если к этому моменту времени он не был проинформирован, т. е. не получил тревожного сообщения. Узел называется *1-узлом* в момент времени t , если к этому моменту времени он уже получил тревожное сообщение. Таким образом, функционирование системы описывается последовательностью двоичных векторов длины n : $\mathbf{X}_t = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_i = 0$, если в момент времени t узел i является 0-узлом, и $x_i = 1$ — в противном случае. Заметим, что $\mathbf{X}_0 = (1, 0, 0, \dots, 0)$.

Иллюстрация допущений моделей и используемой терминологии выполнена на рис. 1.

Определение 2. Алгоритмом распространения тревожного сообщения (далее — *алгоритмом*) называется правило, согласно которому в каждый момент времени $t = 1, 1 + h, 1 + 2h, \dots$ из множества 1-узлов на основе вектора \mathbf{X}_t выбираются подмножества *узлов-ретрансляторов* $R_t, R_{t+1}, \dots, R_{t+h-1}$, т. е. узлов, которые будут передавать сообщение в моменты времени $t, t + 1, \dots, t + h - 1$. Алгоритм заканчивает свою работу в тот момент, когда все n узлов будут проинформированы. Величину h будем называть *количеством этапов* алгоритма.

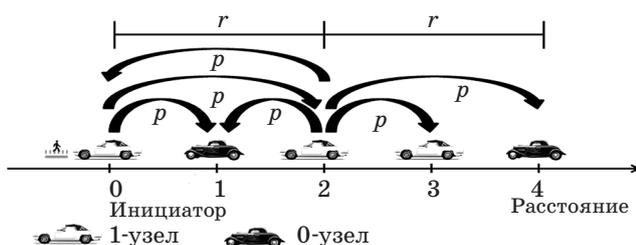
Несмотря на то что в реальности векторы \mathbf{X}_t неизвестны узлам сети, введенное определение позволяет исследовать наилучшие алгоритмы, которые используют данную «глобальную» информацию.

Для каждого алгоритма A введем в рассмотрение вероятность $G_A(t, d)$ того, что узел, располагающийся на расстоянии d от инициатора, будет проинформирован на t -м шаге функционирования системы.

Согласно допущению 4, на первом шаге всегда передает узел-инициатор, т. е. для любого алгоритма A

$$G_A(0, 0) = 1, G_A(0, d > 0) = 0, G_A(t > 0, 0) = 0, \\ G_A(1, 0 < d \leq r) = p, G_A(1, d > r) = 0,$$

а дальнейшие (для $t > 1$) значения функции G определяются правилами работы алгоритма A .



■ Рис. 1. Иллюстрация к используемой модели

Средняя задержка информирования узла d при использовании алгоритма A , рассчитываемая как

$$D_A(d) = \sum_{t=0}^{\infty} t G_A(t, d),$$

будет являться для нас основным показателем эффективности алгоритма.

Алгоритмы распространения тревожного сообщения

Определение 3. В некоторый момент времени t узел i называется *внутренним*, если существует 1-узел на позиции j , большей, чем i (другими словами, располагающийся правее данного). В противном случае узел i называется *внешним*.

С учетом определения 1 можно различить: внутренние 0-узлы, внешние 0-узлы, внутренние 1-узлы и внешний 1-узел. Последний является самым удаленным от узла-инициатора из уже проинформированных узлов (см. рис. 1).

Алгоритм 0 («оптимальный»). Заметим, что никакой алгоритм не может обеспечить более быстрое распространение тревожного сообщения, чем случайный процесс, который на каждом шаге:

- а) переводит с вероятностями p каждый внутренний 0-узел в 1-узел;
- б) переводит с вероятностями каждый внешний 0-узел на интервале $[k + 1, k + r]$ в 1-узел, где k — номер внешнего 1-узла.

Заметим, что обеспечение условий а) и б) одновременно возможно не для всех векторов \mathbf{X}_t . Например, если на некотором шаге имеется

$$\mathbf{X}_t = (1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0)$$

и $r = 3$, то для выполнения условия б) должен передавать 5-й узел (внешний 1-узел), что не позволяет выполнить условие а), поскольку при передаче как 0-го узла, так и 2-го узла (внутренние 1-узлы) возникнет интерференция, которая не позволит осуществить прием либо на 3-м, либо на 3-м и 4-м узлах. Именно поэтому корректнее называть рассматриваемый подход не оптимальным алгоритмом, а случайным процессом, не уступающим по скорости распространения сообщения любому из возможных алгоритмов. Средняя задержка информирования, обеспечиваемая таким процессом, дает *нижнюю границу* задержки для всех возможных алгоритмов:

$$D_0(d) = \sum_{t=0}^{\infty} t G_0(t, d).$$

Для данного случайного процесса можно выписать оценки для вероятностей $G_0(t, d)$ (обозначенные $g_0(t, d)$) для $t \geq 2$ (предполагается, что $h = 1$) [7]:

$$g_0(t, d_1) = (1-p)g_0(t-1, d_1), d_1 \in (0, (t-1)r];$$

$$g_0(t, d_2) = p, d_2 \in ((t-1)r, tr];$$

$$g_0(t, d_3) = 0, d_3 > tr.$$

Отсюда видно, что

$$D_0(d) = \sum_{t=0}^{\infty} tG_0(t, d) \geq d_0(d) = \sum_{t=0}^{\infty} tg_0(t, d),$$

поскольку при расчете $g_0(t, d)$ подразумевается, что узел tr всегда становится 1-узлом за t шагов, что не соответствует действительности (в реальности может потребоваться больше времени).

Вероятность $G_0(t, d)$ можно рассчитать следующим образом. При $1 \leq d \leq r, t \geq 1$ имеем $G_0(t, d) = (1-p)^{t-1}p$. Теперь, пусть $d > r$. Введем в рассмотрение вероятность $A_j(t), 0 \leq j \leq d-r-1, t \geq 1$ — вероятность того, что если оповещение стартует из узла j , то на t -м шаге впервые будет проинформирован узел с номером из множества $d-r, \dots, d-1$ (до этого были оповещены только узлы с номерами, меньшими $d-r$).

Можно доказать (с помощью аппарата производящих функций), что вероятности $A_j(t)$ вычисляются из обратной рекурсии ($t \geq 1$):

$$A_j(t) = ((1-p)^r)^{t-1} (1 - (1-p)^{2r-d+j+1}) +$$

$$+ \sum_{m=0}^{t-1} ((1-p)^r)^m \sum_{l=1}^{d-r-j-1} A_{j+l}(t-1-m)p(1-p)^{r-l};$$

$$d-2r \leq j \leq d-r-1;$$

$$A_j(t) = \sum_{m=0}^{t-1} ((1-p)^r)^m \sum_{l=1}^r A_{j+l}(t-1-m)p(1-p)^{r-l},$$

$$0 \leq j \leq d-2r-1.$$

В итоге получаем

$$G_0(t, d) = \sum_{m=1}^{t-1} A_0(m)(1-p)^{t-m-1} p.$$

Алгоритм 1 («GLOBAL» [5]). Алгоритм работает в два этапа: $h = 2$. На первом этапе в качестве узлов-ретрансляторов выбираются внешний 1-узел, а также (при просмотре компонент вектора X_t слева направо), возможно, какие-то из внутренних 1-узлов. Причем узлы выбираются таким образом, чтобы избежать интерференции. В конце первого этапа узлы помечаются как *покрытые*, если они находятся на расстоянии, не превосходящем r от какого-либо из узлов-ретрансляторов. На втором этапе слева направо просматриваются все не покрытые узлы и из их непрерывных последовательностей формируются множества. Затем из каждого множества выбирается в качестве узла ретранслятора самый

левый 1-узел или, если 1-узлов во множестве не оказалось, — ближайший 1-узел слева от множества. Более формально указанную процедуру можно записать следующим образом.

Пусть k — внешний 1-узел в момент времени $t = 1, 3, 5, \dots$.

Этап 1.

1. Все узлы помечаются как не покрытые;
2. $R_t \leftarrow k$;
3. $i \leftarrow k - 2r - 1$;

Пока $i > 0$ делать

```
{ Пока  $X_t(i) = 0$  делать { $i \leftarrow i - 1$ };
  Добавить в  $R_t$  узел  $i$ ;
   $i \leftarrow i - 2r - 1$ ;
}
```

4. Каждый узел из R_t , а также узлы, находящиеся от них на расстоянии, не больше r , помечаются как покрытые.

Этап 2.

1. $z \leftarrow 1, U_z \leftarrow$ пустое множество, $i = 0$;

2. Пока $i < k$ делать

```
{ Если  $i$  не покрыт, то
  {Включить  $i$  в  $U_z$ ;
    $j \leftarrow 1$ ;
  Пока узел  $i+j$  не покрыт делать
  {Включить  $i+j$  в  $U_z$ ;
    $j \leftarrow j+1$ ;
  }
```

```
 $z \leftarrow z+1$ ;
 $U_z \leftarrow$  пустое множество;
 $i \leftarrow i+j$ ;
}
```

в противном случае
{ $i \leftarrow i+1$;

3. $R_{t+1} \leftarrow$ пустое множество;

Для каждой группы U_z делать

```
{Если в  $U_z$  существует хотя бы один 1-узел, то
 {добавить в  $R_{t+1}$  самый левый из них}
```

в противном случае

```
{добавить в  $R_{t+1}$  ближайший к самому левому 0-узлу
 в  $U_z$  1-узел }
```

Для того чтобы глубже понять функционирование алгоритма 1, рассмотрим некоторые свойства векторов X_t . Непосредственно из определения радиуса передачи следует следующее утверждение.

Утверждение 1. Для любого алгоритма A , на любом шаге t если k — внешний 1-узел, то на интервале $[0, k]$ число подряд идущих 0-узлов (другими словами, подряд идущих нулевых компонент в векторе X_t) не превосходит $r-1$.

Теперь несложно доказать следующее утверждение.

Утверждение 2. Для алгоритма 1 на шаге $t = 1, 3, 5, \dots$ после выполнения этапа 2 мощность полученных множеств U_z не превосходит $r-1$.

Доказательство: Рассмотрим вектор X_t на некотором произвольном шаге $t = 1, 3, 5, \dots$; пусть выполнен этап 1 алгоритма и пусть i и j ($i < j$) — номера некоторой произвольно выбранной пары

соседних узлов из R_i . Тогда в множество U_z (с соответствующим номером z) попадают все узлы с номерами из интервала $[i + r + 1, j - r - 1]$. Количество таких узлов $x = j - i - 2r - 1$.

Предположим, что $x > r - 1$ (рис. 2). Тогда $x - r + 1$ не покрытых узлов, расположенных справа от $i + r + 1$, должны быть 0-узлами, иначе бы они были выбраны вместо i в качестве ретрансляторов на этапе 1 алгоритма 1. То же самое касается $r - 1$ покрытых узлов справа от i . Таким образом, получили последовательность 0-узлов длиной $x > r - 1$, что противоречит утверждению 1.

Утверждение 3. Для алгоритма 1 на шаге $t = 1, 3, 5...$ если в каком-то множестве U_z нет 1-узлов, то слева от узлов этого множества всегда найдется 1-узел, который находится на расстоянии, не менее r от всех узлов U_z .

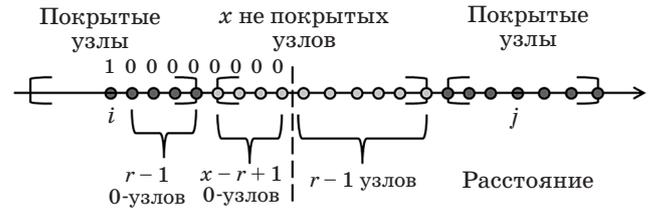
Доказательство: Справедливость доказываемого утверждения следует непосредственно из утверждения 1.

Таким образом, из утверждений 2 и 3 следует, что за два шага алгоритм 1 обеспечивает как минимум те же самые характеристики, что и алгоритм 0 за один шаг, а именно:

а) переводит с вероятностями p каждый внутренний 0-узел в 1-узел (для некоторых узлов такая вероятность может оказаться больше, а именно: $1 - (1 - p)^2$, если узел получает сообщение и на этапе 1, и на этапе 2 алгоритма);

б) переводит с вероятностями каждый внешний 0-узел на интервале $[k + 1, k + r]$ в 1-узел (на этапе 1), где k — номер внешнего 1-узла в момент времени $t = 1, 3, 5...$

Таким образом, можно получить оценки для вероятностей $G_1(t, d)$ для алгоритма 1, используя



■ Рис. 2. Иллюстрация к доказательству утверждения 2

те же самые выражения, что и для алгоритма 0. Для четных $t \geq 2$ верно $G_1(t, d) = 0$ для всех d (считаем, что эффект от передач этапов 1 и 2 проявляется только после этапа 2), а для нечетных $t \geq 2$ верно

$$G_1(t, d) = G_0\left(\frac{t-1}{2}, d\right)$$

и $\overline{D_1(d)} = \sum_{t=0}^{\infty} tG_1(t, d)$ есть верхняя граница средней задержки информирования, обеспечиваемая алгоритмом 1.

Заключение

Рассмотрена модель передачи тревожного сообщения в беспроводных сетях с линейной топологией. Получена нижняя граница средней задержки информирования узла в такой сети и верхняя граница средней задержки информирования при использовании алгоритма с глобальным знанием.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ по проектам № 10-08-01071-а (рук. А. В. Винель) и № 08-08-00403-а (рук. М. Ю. Охтилев).

Литература

1. Festag A., Hess S. ETSI technical committee ITS: news from European standardization for intelligent transport systems (ITS) // IEEE Communications Magazine [Global communications newsletter]. June 2009. Vol. 47. N 6. P. 1–4.
2. Kosch T. et al. Communication architecture for cooperative systems in Europe // IEEE Communications Magazine [Automotive networking series]. May 2009. Vol. 47. N 5. P. 116–125.
3. Torrent-Moreno M., Mittag J., Santi P., Hartenstein H. Vehicle-to-Vehicle Communication: Fair Transmit Power Control for Safety-Critical Information // IEEE Transactions on Vehicular Technology. Sept. 2009. Vol. 58. N 7. P. 3684–3703.
4. Hrizi F., Filali F. On Congestion-Aware Broadcasting in V2X Networks // Proc. of ICUMT-2009 Conf. and Workshop. (Nets4Cars-2009 workshop), St.-Petersburg, Oct. 2009. P. 1–8.
5. Resta G., Santi P., Simon J. Analysis of Multi-Hop Emergency Message Propagation in Vehicular Ad Hoc Networks // Proc. of The ACM Intern. Symp. on Mobile Ad Hoc Networking and Computing (MobiHoc-2007), Montreal, Quebec, Canada, Sept. 2007. P. 140–149.
6. Fracchia R., Meo M. Analysis and design of warning delivery service in intervehicular networks // IEEE Transactions on Mobile Computing. July 2008. Vol. 7. N 7. P. 832–845.
7. Vinel A., Koucheryavy Y. On the delay lower bound for the emergency message dissemination in vehicular ad-hoc networks // Proc. of The 3rd IEEE LCN Workshop On User MObility and VEHicular Networks (ON-MOVE), Zurich, Switzerland, Oct. 2009. P. 652–654.

УДК 681.3

КОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ С ЧЕТЫРЕХМЕРНОЙ ЦИКЛИЧНОСТЬЮ КАК ПРИМИТИВЫ ЦИФРОВОЙ ПОДПИСИ

П. А. Молдовяну,

канд. техн. наук, начальник службы главного метролога

ФГУП НИИ «Вектор»

Д. Н. Молдовян,

аспирант

Хо Нгок Зуй,

аспирант

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»

Для синтеза производительных алгоритмов электронной цифровой подписи предлагается использовать вычислительно сложную задачу извлечения корня большой простой степени в конечных мультипликативных группах четырехмерных векторов, заданных над кольцом специального вида. Показано, что строение данного типа групп описывается в терминах четырехмерной цикличности. Особенности строения использованы для разработки алгоритмов нахождения корней большой простой степени в случае делимости порядка группы на квадрат степени корня. Предложена новая, более производительная схема электронной цифровой подписи.

Ключевые слова — конечные группы, строение групп, вычислительно сложная задача, вычисление корней, цифровая подпись.

Введение

Ранее [1, 2] были предложены конечные алгебраические структуры, заданные в конечном векторном пространстве, для построения алгоритмов электронной цифровой подписи (ЭЦП) на основе сложности задачи дискретного логарифмирования. В работе [3] показано, что в специальных частных случаях в качестве примитива алгоритмов ЭЦП перспективна задача извлечения корней большой простой степени k в конечных простых полях с характеристикой $p \geq 2^{1024}$. Одним из требований обеспечения высокой вычислительной сложности задачи нахождения корней в группах известного порядка является делимость порядка группы на k^2 при достаточно большом размере числа k , т. е. при $|k| \geq 160$ бит. Задача извлечения корней может быть решена [4] в случае циклических групп посредством предварительного вычисления дискретного логарифма от подкоренного значения. Для простых конечных полей это обстоятельство накладывает требование использовать поля с характеристикой большого размера, что ограничивает производительность алгоритмов ЭЦП.

Для повышения производительности схем ЭЦП на основе сложности извлечения корней

в группах известного порядка предложено [5] использовать нециклические конечные группы двухмерных векторов. Благодаря особенностям строения конечных групп векторов в последнем случае построение стойких схем ЭЦП оказалось возможным при размере степени корня меньше 160 бит, т. е. при $|k| \geq 80$ бит. Интересно рассмотреть нециклические конечные группы многомерных векторов в качестве примитивов для схем ЭЦП, использующих сложность задачи вычисления корней. При этом с ростом размерности можно и дальше снижать размер степени корня с сохранением достаточно высокой трудности задачи извлечения корней, благодаря чему имеется потенциальная возможность повысить производительность алгоритмов ЭЦП. Однако с ростом размерности векторов в схемах ЭЦП может возникнуть потребность использовать более одного специально вычисляемого вектора в качестве открытого ключа, поскольку максимальное значение порядка при заданной общей длине вектора уменьшается. В связи с этим представляется компромиссным решением выбор размерности, равной четырем, когда при разработке алгоритмов ЭЦП можно ограничиться использованием двух векторов в качестве открытого ключа. При дальнейшем увеличении размерности векторов потре-

буется дальнейшее увеличение общего размера открытого ключа при незначительном дополнительном выигрыше в производительности.

Нециклические конечные коммутативные группы векторов, заданных над конечными полями, в общем случае имеют многомерное циклическое строение и содержат большое число циклических подгрупп одного и того же порядка [6]. Эти группы Γ относятся к конечным группам известного порядка, поскольку из условий задания группы легко вычисляется значение ее порядка Ω . Обозначим через $\Omega_{\max}^{\text{цикл}}$ максимальный порядок циклических подгрупп, содержащихся в Γ . С учетом особенностей строения групп векторов и результатов работ [3, 4] высокая сложность задачи извлечения корней степени k обеспечивается требованием делимости $\Omega_{\max}^{\text{цикл}}$ на k^2 и достаточно большим значением отношения $\Omega/\Omega_{\max}^{\text{цикл}}$.

В данной работе рассматривается математическая задача построения нециклических конечных групп четырехмерных векторов, удовлетворяющих отмеченным выше двум требованиям, и их применение для синтеза алгоритмов ЭЦП, основанных на сложности задачи извлечения корней большой простой степени.

Ниже используется термин многомерной циклическости в понимании работы [5], а именно, под μ -мерной циклическостью группы понимается, что ее минимальная система образующих включает μ элементов. В частности, каждый элемент системы образующих может иметь одно и то же значение порядка. Это случай однородной многомерной циклическости, который представляет особый интерес для построения алгоритмов ЭЦП.

Построение нециклических конечных групп четырехмерных векторов

Рассмотрим множество векторов вида $(a, b, c, d) = ae + bi + cj + dk$, где e, i, j и k — формальные базисные векторы; a, b, c и d — целые числа, принадлежащие конечному кольцу \mathbb{Z}_m , называемые координатами. Выражения ae, bi, cj и dk обозначают векторы $(a, 0, 0, 0), (0, b, 0, 0), (0, 0, c, 0)$ и $(0, 0, 0, d)$ соответственно и называются компонентами вектора (a, b, c, d) . Определим операцию сложения векторов как сложение одноименных координат: $(a, b, c, d) + (x, y, z, w) = (a + x, b + y, c + z, d + w)$, где знак «+» применен для обозначения двух разных операций — сложения элементов кольца \mathbb{Z}_m и сложения векторов, что не вносит неопределенности ввиду очевидности его интерпретации в каждом случае применения. Операцию умножения векторов $ae + bi + cj + dk$ и $xe + yi + zj + wk$ определим по правилу «умножения многочленов»:

$$(ae + bi + cj + dk) \circ (xe + yi + zj + wk) = axe \circ e + aye \circ i + aze \circ j + awe \circ k + bxi \circ e + byi \circ i + bzi \circ j + bwi \circ k + cxj \circ e + cyj \circ i + czj \circ j + cwj \circ k + dxk \circ e + dyk \circ i + dzk \circ j + dwk \circ k,$$

где координаты вектора умножаются как элементы кольца \mathbb{Z}_m , а операция \circ имеет более высокий приоритет по сравнению со сложением, и произведение всевозможных пар базисных векторов заменяются базисным вектором или однокомпонентным вектором в соответствии с правилом умножения, задаваемым табл. 1, в которой параметр $\varepsilon \in \mathbb{Z}_m$ называется коэффициентом растяжения, разные значения которого задают разные варианты операции умножения четырехмерных векторов. Таким образом, определенная операция умножения векторов (a, b, c, d) и (x, y, z, w) выполняется по правилу

$$(a, b, c, d) \circ (x, y, z, w) = (ax + \varepsilon bw + \varepsilon cz + \varepsilon dy)e + (ay + bx + cw + dz)i + (az + \varepsilon by + cx + dw)j + (aw + \varepsilon bz + \varepsilon cy + dx)k.$$

Легко проверить, что определенная операция умножения обладает свойствами ассоциативности и коммутативности, а нейтральным элементом по умножению является вектор $E = (1, 0, 0, 0)$.

Множество всех векторов $\{A\}$ такое, что каждому вектору A может быть сопоставлен обратный вектор A^{-1} , для которого выполняется соотношение $AA^{-1} = E$, образует конечную группу. Значение ее порядка Ω определяется выбором значений m и ε . Рассмотрим решение уравнений вида $AX = E$, которое можно представить следующим образом:

$$(ae + bi + cj + dk) \circ (xe + yi + zj + wk) = (ax + \varepsilon bw + \varepsilon cz + \varepsilon dy)e + (ay + bx + cw + dz)i + (az + \varepsilon by + cx + dw)j + (aw + \varepsilon bz + \varepsilon cy + dx)k = 1e + 0i + 0j + 0k.$$

Из последней записи вытекает, что для определения обратных значений следует решать следующую систему из четырех линейных сравнений с четырьмя неизвестными:

$$\begin{cases} ax + \varepsilon dy + \varepsilon cz + \varepsilon bw \equiv 1 \pmod m \\ bx + ay + dz + cw \equiv 0 \pmod m \\ cx + \varepsilon by + az + dw \equiv 0 \pmod m \\ dx + \varepsilon cy + \varepsilon bz + aw \equiv 0 \pmod m \end{cases} \quad (1)$$

■ Таблица 1. Правила умножения четырехмерных базисных векторов

Базисные векторы	Базисные векторы			
	e	i	j	k
e	e	i	j	k
i	i	εj	εk	εe
j	j	εk	εe	i
k	k	εe	i	j

Формирование конечных нециклических групп с требуемыми значениями порядка обеспечим выбором значения m , равного квадрату простого числа p , и выбором соответствующего значения коэффициента ε .

Утверждение 1. Пусть $m = p^2$, где p — простое число и $p \geq 3$. При значении $\varepsilon < p^2$ таком, что $p \mid \varepsilon$, формируется группа Γ четырехмерных векторов, порядок которой $\Omega = p^7(p - 1)$.

Доказательство: Рассмотрим множество векторов (a, b, c, d) таких, что $a \neq 0$ и a не делится на p . При условиях утверждения 1 главный определитель Δ системы сравнений (1), записанной для рассматриваемых векторов, является взаимно простым с модулем p^2 . Покажем, что определитель представим в виде $\Delta = a^4 + pQ$ при некотором целом числе Q . Для этого запишем определитель в виде суммы произведений всех элементов его первой строки на их алгебраические дополнения:

$$\Delta = aA_a + \varepsilon dA_{\varepsilon d} + \varepsilon cA_{\varepsilon c} + \varepsilon bA_{\varepsilon b} = aA_a + \varepsilon Q',$$

где Q' — целое число и алгебраическое дополнение элемента a

$$A_a = a(a^2 - \varepsilon bd) - \varepsilon b(a^2 - \varepsilon c^2) + \varepsilon c(a^2 - \varepsilon bd) = a^3 + \varepsilon Q'',$$

здесь Q'' — целое число. Следовательно: $\Delta = a^4 + \varepsilon Q^*$, и в силу делимости ε на p получаем $\Delta = a^4 + pQ$, где Q^* и Q — целые числа. Поскольку для рассматриваемых векторов $a \neq 0$ и простое p не делит a , то p не делит a^4 , следовательно, p не делит Δ , т. е. наибольший общий делитель Δ и p^2 равен 1, поэтому существует значение Δ^{-1} такое, что $\Delta^{-1}\Delta \equiv 1 \pmod{p^2}$. Таким образом, для каждого из рассматриваемых векторов система (1) имеет решение, т. е. эти векторы являются обратимыми. При этом операция умножения двух векторов дает третий вектор, в котором первая координата также не делится на p , т. е. операция умножения является замкнутой на рассматриваемом множестве векторов (a, b, c, d) . Следовательно, это множество является группой, порядок которой можно определить из того факта, что число возможных значений первой координаты равно функции Эйлера от модуля $\varphi(p^2) = p(p - 1)$, а число возможных значений второй, третьей и четвертой координат равно p^2 . Получаем следующую формулу для значения порядка построенной мультипликативной группы:

$$\Omega = p(p - 1) \cdot p^2 \cdot p^2 \cdot p^2 = p^7(p - 1).$$

Легко видеть, что в рассматриваемом множестве четырехмерных векторов нет другой группы

Γ' , в которую включена построенная группа Γ в качестве подгруппы. Действительно, порядок группы делится на порядок своей подгруппы. Поэтому если бы существовала указанная группа Γ' , то ее порядок Ω' должен был бы быть равным или превышать значение $2\Omega = 2p^7(p - 1)$. Но этого быть не может при $p \geq 3$, так как число ненулевых векторов равно $p^8 - 1$. Утверждение доказано.

Согласно теореме Силова [7], в группах, соответствующих условиям утверждения 1, содержатся подгруппы порядка, равного всем степеням числа p от 2 до 7, причем известна теорема, что любая подгруппа простого порядка является циклической, т. е. в построенной группе существуют циклические группы порядка p . Однако нас интересуют нециклические группы, содержащие циклические подгруппы, порядок которых делится на квадрат простого числа. Поэтому важным является выяснение вопроса существования циклических подгрупп порядка p^2, p^3, \dots, p^7 .

Утверждение 2. Максимальным значением порядка элементов группы Γ является значение $\omega_{\max} = p^2(p - 1)$.

Доказательство: Покажем, что в группе Γ содержатся векторы порядка $p^2(p - 1)$. Рассмотрим вектор $G_1 = (a, 0, c, 0) = ae + cj$, где a — первообразный корень по модулю p^2 и $1 \leq c \leq p - 1$. Возведем G_1 в степень s , используя формулу бинома Ньютона. Учитывая, что $\varepsilon^r = 0$ при $r \geq 2$, $j^r = 0$ при $r \geq 4$, $j^2 = \varepsilon e$ и $j^3 = \varepsilon j$, получим

$$\begin{aligned} (ae + cj)^s &= a^s e + sa^{s-1} cj + \\ &+ \frac{s(s-1)}{2} a^{s-2} c^2 \varepsilon e + \frac{s(s-1)(s-2)}{2 \cdot 3} a^{s-3} c^3 \varepsilon j = \\ &= \left(a^s + \frac{s(s-1)}{2} a^{s-2} c^2 \varepsilon \right) e + \\ &+ \left(sa^{s-1} c + \frac{s(s-1)(s-2)}{2 \cdot 3} a^{s-3} c^3 \varepsilon \right) j. \end{aligned}$$

Учитывая, что $p \mid \varepsilon$, скобка при e может быть равна 1 только в случае, когда в ней первое слагаемое (a^s) равно 1, а второе равно 0. Минимальное значение s , при котором это возможно, равно $p(p - 1)$, поскольку a — первообразный корень по модулю p^2 . При этом скобка при j не равна 0, так как c не делится на p и второе слагаемое в этой скобке делится на p^2 . Минимальное значение s , при котором вторая скобка равна нулю, равно p^2 . Таким образом: $(ae + cj)^s = (1, 0, 0, 0) = e$ при $s = p^2(p - 1)$ и $(ae + cj)^s \neq e$ при $s < p^2(p - 1)$, т. е. порядок рассматриваемого вектора равен $p^2(p - 1)$. Легко видеть, что при произвольных значениях a и c имеем $G_1^{p^2(p-1)} = e$.

Возведем вектор $G_1 + bj$, где b — произвольное значение, в степень s , используя формулу бинома Ньютона. Учитывая, что $i^r = 0$ при $r \geq 3$, $i^2 = \varepsilon j$:

$$(G_1 + bi)^s = G_1^s + sG_1^{s-1}bi + \frac{s(s-1)}{2}G_1^{s-2}b^2\epsilon j.$$

При $s = p^2(p - 1)$ правая часть последнего выражения равна $(1, 0, 0, 0)$, т. е. все векторы вида $V = G_1 + bj$ имеют порядок не больше значения $p^2(p - 1)$. Возведем вектор $V + dk$ при произвольном d в степень $p^2(p - 1)$, учитывая, что $k^r = 0$ при $r \geq 8$ и то, что все слагаемые, содержащие множитель p^2 , также равны нулю:

$$(V + dk)^{p^2(p-1)} = V^{p^2(p-1)} + p^2(p-1) \times \times V^{p^2(p-1)-1}dk + 0 + 0 + \dots + 0 = V^{p^2(p-1)} = e.$$

Таким образом, для всех четырехмерных векторов Z группы Γ выполняется условие $Z^{p^2(p-1)} = e$, т. е. $\omega_{\max} = p^2(p - 1)$. Утверждение 2 доказано.

Из утверждений 1 и 2 вытекает, что коммутативная группа Γ не может быть порождена одним элементом, т. е. она не является циклической. Известно ([8], с. 66–73), что конечные коммутативные группы являются прямым произведением примарных циклических подгрупп. Если взять из каждой такой подгруппы генератор, то их совокупность будет образовывать примарный базис — набор элементов, порядок которых равен степени простого числа, причем любой элемент группы может быть представлен единственным способом как произведение степеней элементов указанного набора. Элементы базиса, порядки которых являются взаимно простыми, порождают циклические подгруппы. Два или более таких элементов базиса можно заменить генератором порождаемой ими «непримарной» ци-

клической подгруппы, т. е. количество элементов в базисе может быть различным, если не требовать того, чтобы базис был примарным (существует большое число различных примарных базисов, но число элементов в них является одинаковым).

Покажем, что рассматриваемая группа Γ порождается базисом, включающим один элемент порядка $p(p - 1)$ и три элемента порядка p^2 . Элементом порядка $p(p - 1)$ является вектор $B_1 = (a, 0, 0, 0)$, где a — первообразный корень по модулю p^2 . В качестве базисных элементов порядка p^2 возьмем следующие три вектора: $B_2 = (a', b, 0, 0)$, $B_3 = (a', 0, c, 0)$ и $B_4 = (a', 0, 0, d)$, где a' — число порядка p по модулю p^2 и числа b, c и d не делятся на p . Записывая степени элементов B_1, B_2, B_3 и B_4 по формуле бинома Ньютона, легко показать, что их порядки равны заявленным значениям и порождаемые этими элементами циклические подгруппы пересекаются только в единичном элементе. Следовательно, их прямое произведение включает $p(p - 1)p^2p^2p^2 = \Omega$ различных элементов, т. е. на самом деле векторы B_1, B_2, B_3 и B_4 составляют базис нециклической группы Γ , строение которой можно охарактеризовать в терминах многомерной цикличности. Как показано выше, максимальный порядок циклических подгрупп, содержащихся в группе Γ , составляет $\Omega_{\max}^{\text{цикл}} = p^2(p - 1)$, т. е. порядок циклических групп делится на квадрат простого числа p , которое можно использовать в качестве степени корня, что делает эти группы перспективными для решения нашей задачи синтеза алгоритмов ЭЦП, основанных на вычислительной сложности нахождения корней p -й степени и обеспечивающих повышение про-

■ Таблица 2. Строение частных вариантов конечных групп Γ четырехмерных векторов над кольцом \mathbb{Z}_{p^2} (N_ω — число элементов порядка ω)

$p = 23^2; \epsilon = 23$		$p = 7^2; \epsilon = 14$		$p = 5^2; \epsilon = 15$		$p = 11^2; \epsilon = 22$	
ω	N_ω	ω	N_ω	ω	N_ω	ω	N_ω
2	1	2	1	2	1	2	1
11	10	3	2	4	2	5	4
22	10	6	2	5	624	10	4
23	279840	7	2400	10	624	11	14640
46	279840	14	2400	20	1248	22	14640
253	2798400	21	4800	25	77500	55	58560
506	2798400	42	4800	50	77500	110	58560
529	3404545606	49	821142	100	155000	121	19472530
1058	3404545606	98	821142	–	–	242	19472530
5819	34045456060	147	1642284	–	–	605	77890120
11638	34045456060	294	1642284	–	–	1210	77890120
$1 + \sum_{\omega} N_\omega$	74906159834	–	4941258	–	312500	–	19487171
$p^7(p - 1)$	74906159834	–	4941258	–	312500	–	194871710

изводительности по сравнению с алгоритмами, предложенными в работах [3, 4].

Для определения детального строения частных случаев групп Γ был выполнен вычислительный эксперимент с помощью специально разработанной программы для ЭВМ, в котором для заданного значения p определялся порядок каждого обратимого четырехмерного вектора и подсчитывалось число векторов, обладающих каждым возможным значением порядка. Эксперимент (табл. 2) подтвердил, что группы, соответствующие условиям утверждения 1, являются нециклическими и их строение согласуется с ранее полученными результатами по исследованию строения конечных групп многомерных векторов, заданных над простым полем [6]. В частности из табл. 2 видно, что группа Γ содержит подгруппу порядка p^4 , содержащую $p^4 - 1$ элементов порядка p и обладающую однородной (ее базис включает элементы равного порядка) четырехмерной циклическостью своего строения. Последние две строки таблицы иллюстрируют проверку полученных результатов.

Оценка сложности задачи извлечения корней в группах векторов

Оценка сложности задачи извлечения корней простой степени p в группах Γ требует выбора наиболее эффективного известного алгоритма решения этой задачи. Из приводимых в литературе алгоритмов решения этой задачи в мультипликативной группе поля $GF(p)$ при $p = Nk^2 + 1$ наименьшую вычислительную сложность при $|k| < 160$ бит и $|p| > 1024$ бит имеет алгоритм непосредственного вычисления корней [3], а при $|k| > 160$ бит и $|p| < 1024$ бит — алгоритм, включающий предварительное вычисление дискретного логарифма элемента, из которого вычисляется корень степени k [4]. Аналогичные алгоритмы вычисления корней могут быть построены и для рассматриваемых групп четырехмерных векторов с учетом строения этих групп. В общем случае векторов произвольной размерности, заданных над простыми полями, их строение детально рассмотрено в работе [6], где показано, что конечные группы векторов характеризуются строением, описываемым в терминах многомерной циклическости.

Интерпретация полученных экспериментальных и теоретических результатов по построенным в предыдущем разделе группам четырехмерных векторов в терминах многомерной циклическости и использование формул для определения количества элементов группы, имеющих заданное значение порядка, позволяет определить количество циклических подгрупп каждого воз-

можного значения порядка. Кроме того, из полученных экспериментальных результатов следует, что рассматриваемые группы четырехмерных векторов имеют четырехмерную циклическость и элементы группы могут быть порождены некоторыми четверками элементов, например G_1, G_2, G_3 и G_4 , как произведения некоторых степеней этой системы порождающих, состоящей из указанных четырех элементов. Таким образом, любой четырехмерный вектор A , принадлежащий группе Γ , может быть представлен в виде $A = G_1^i \circ G_2^j \circ G_3^h \circ G_4^u$, где i, j, h и u — целочисленные степени, причем $i, j, h, u < \Omega_{\max}^{\text{цикл}}$.

Предположим, что для элемента $Y = G_1^{i_y} \circ G_2^{j_y} \circ G_3^{h_y} \circ G_4^{u_y}$ уравнение $X = \sqrt[p]{Y}$ имеет решение. Пусть решением является некоторый вектор $X = G_1^{i_x} \circ G_2^{j_x} \circ G_3^{h_x} \circ G_4^{u_x}$. Тогда имеем

$$\begin{aligned} X^p &= \left(G_1^{i_x} \circ G_2^{j_x} \circ G_3^{h_x} \circ G_4^{u_x} \right)^p = \\ &= G_1^{pi_x} \circ G_2^{pj_x} \circ G_3^{ph_x} \circ G_4^{pu_x} = \\ &= G_1^{i_y} \circ G_2^{j_y} \circ G_3^{h_y} \circ G_4^{u_y}. \end{aligned}$$

Из последнего соотношения легко видеть, что вычисление корня можно свести к вычислению дискретного логарифма по четырехмерному основанию (G_1, G_2, G_3, G_4) . Решение последней задачи даст значение четырехмерного логарифма от Y , равное $(i_y, j_y, h_y, u_y) = (pi_x, pj_x, ph_x, pu_x)$, из которого легко найти (i_x, j_x, h_x, u_x) и $X = G_1^{i_x} \circ G_2^{j_x} \circ G_3^{h_x} \circ G_4^{u_x}$. Рассмотрим следующий алгоритм вычисления четырехмерного логарифма и оценим его трудоемкость.

1. Вычислить значения $V_1 = Y \circ G_1^{-i} \circ G_2^{-j}$ для всех $i, j \leq \Omega_{\max}^{\text{цикл}}$ и запомнить их в некотором массиве M_1 (трудоемкость этого шага W_1 примерно равна $W_1 = \omega^2$ операций возведения в степень, где $\omega = \Omega_{\max}^{\text{цикл}}$).

2. Упорядочить массив M_1 по значениям V_1 (трудоемкость этого шага равна $W_2 \approx \omega^2 \log_2 \omega^2$ операций сравнения).

3. Последовательно для $h = 0, 1, 2, \dots, \omega$ и $u = 0, 1, 2, \dots, \omega$ вычислять $V_2 = G_3^h \circ G_4^u$ и проверять, имеется ли такое значение в массиве M_1 , пока для некоторой пары значений $h = h_0$ и $u = u_0$ не будет получено значение $V_2 = G_3^{h_0} \circ G_4^{u_0}$, присутствующее в M_1 как значение V_1 и соответствующее некоторой паре значений $i = i_0$ и $j = j_0$ (трудоемкость этого шага W_3 не превышает $\omega^2 \log_2 \omega^2$ операций сравнения и ω^2 операций возведения в степень).

После завершения работы алгоритма имеем i_0, j_0, h_0, u_0
 $Y = G_1^{i_0} \circ G_2^{j_0} \circ G_3^{h_0} \circ G_4^{u_0}$ и $X = G_1^{i_0/p} \circ G_2^{j_0/p} \circ G_3^{h_0/p} \circ G_4^{u_0/p}$. В целом трудоемкость этого алгоритма можно оценить как $O(\omega^2) = O(p^4(p-1)^2)$ операций возведения в степень (операции сравнения имеют меньшую сложность), где $O(*)$ — обозначение порядка

величины *. Можно свести задачу нахождения четырехмерного логарифма в исходной группе к задаче нахождения четырехмерного логарифма в подгруппе порядка p^4 , имеющей четырехмерное циклическое строение. В последнем случае логарифм находится с помощью алгоритма, аналогичного рассмотренному выше, но имеющему значительно меньшую трудоемкость — $O(p^2)$ операций возведения в степень.

Рассмотрим алгоритм непосредственного вычисления корня p -й степени. Легко видеть, что $X^\omega = Y^{\omega/p} = E$, где $\omega = \Omega_{\max}^{\text{цикл}}$ и E — единичный вектор, поэтому имеем $Y^{\frac{\omega}{p^2}} = E^p$. В рассматриваемой группе содержится подгруппа Γ_4 порядка p^4 , все элементы которой, кроме единичного, имеют порядок p и являются корнями p -й степени из единичного элемента. Четыре случайно выбранных элемента G_{E1} , G_{E2} , G_{E3} и G_{E4} порядка p (их можно найти по способу, описанному в работе [9], с. 20–21, в виде $G_{E1} = B_1^{\omega/p}$, $G_{E2} = B_2^{\omega/p}$, $G_{E3} = B_3^{\omega/p}$ и $G_{E4} = B_4^{\omega/p}$, где B_1, B_2, B_3 и B_4 — векторы порядка ω) с вероятностью, близкой к 1, будут принадлежать различным подгруппам и составят четырехмерный генератор подгруппы Γ_4 , т. е. систему образующих, состоящую из четырех различных векторов порядка p . При некоторых степенях i, j, h и u выполняется $Y^{\frac{\omega}{p^2}} = G_{E1}^i \circ G_{E2}^j \circ G_{E3}^h \circ G_{E4}^u$. Это соотношение лежит в основе следующего алгоритма.

1. Вычислить значения $V_1 = Y^{\frac{\omega}{p^2}} \circ G_{E1}^{-i} \circ G_{E2}^{-j}$ для всех $i \leq p$ и $j \leq p$ и запомнить их в некотором массиве M1 (трудоемкость этого шага W_1 равна p^2 операций возведения в степень).

2. Упорядочить массив M1 по значениям V_1 (трудоемкость этого шага равна $W_2 \approx p^2 \log_2 p^2$ операций сравнения).

3. Последовательно для $h = 0, 1, 2, \dots, p$ и $u = 0, 1, 2, \dots, p$ вычислять $V_2 = G_{E3}^h \circ G_{E4}^u$ и проверять, имеется ли такое значение в массиве M1, пока для некоторой пары значений $h = h_0$ и $u = u_0$ не будет получено значение $V_2 = G_{E3}^{h_0} \circ G_{E4}^{u_0}$, присут-

ствующее в M1 как значение $V_1 = Y^{\frac{\omega}{p^2}} \circ G_{E1}^{-i_0} \circ G_{E2}^{-j_0}$, соответствующее некоторым показателям степеней $i = i_0$ и $j = j_0$ (трудоемкость этого шага равна $W_3 \leq O(p^2 \log_2 p^2)$ операций сравнения и $O(p^2)$ операций возведения в степень).

В целом трудоемкость этого алгоритма равна $O(p^2)$ операций возведения в степень. При значениях $|p| \geq 40$ бит найти корни простой степени p в рассматриваемых нециклических группах вычислительно невозможно, поскольку это требует совершения более 2^{80} операций возведения в степень. После выполнения алгоритма имеем

$$\begin{aligned} Y^{\frac{\omega}{p^2}} &= G_{E1}^{i_0} \circ G_{E2}^{j_0} \circ G_{E3}^{h_0} \circ G_{E4}^{u_0} = \\ &= B_1^{\frac{\omega}{p^2} i_0} \circ B_2^{\frac{\omega}{p^2} j_0} \circ B_3^{\frac{\omega}{p^2} h_0} \circ B_4^{\frac{\omega}{p^2} u_0} \Rightarrow Y^{\frac{\omega}{p^2} + p} = \\ &= B_1^{\frac{\omega}{p^2} i_0} \circ B_2^{\frac{\omega}{p^2} j_0} \circ B_3^{\frac{\omega}{p^2} h_0} \circ B_4^{\frac{\omega}{p^2} u_0} \circ Y^p. \end{aligned} \quad (2)$$

Легко видеть, что $\text{НОД}(\omega, \psi) = 1$, где $\psi = p + \frac{\omega}{p^2}$ —

целое число, поэтому существует и легко вычисляется значение $t = \psi^{-1} \pmod{\omega}$. Из (2) получаем формулу для определения искомого корня

$$\begin{aligned} Y &= \left(B_1^{\frac{\omega}{p^2} i_0 t} \circ B_2^{\frac{\omega}{p^2} j_0 t} \circ B_3^{\frac{\omega}{p^2} h_0 t} \circ B_4^{\frac{\omega}{p^2} u_0 t} \circ Y^t \right)^p \Rightarrow \\ &\Rightarrow \sqrt[p]{Y} = B_1^{\frac{\omega}{p^2} i_0 t} \circ B_2^{\frac{\omega}{p^2} j_0 t} \circ B_3^{\frac{\omega}{p^2} h_0 t} \circ B_4^{\frac{\omega}{p^2} u_0 t} \circ Y^t. \end{aligned} \quad (3)$$

Завершающие вычисления по формулам (2) и (3) не влияют на полученную оценку трудоемкости алгоритма непосредственного вычисления корней. Формула (3) дает одно значение корня, все остальные корни из Y могут быть найдены путем умножения полученного корня $\sqrt[p]{Y}$ на все корни из единичного вектора E . Это легко доказывается. Очевидно, что все корни $\sqrt[p]{Y}$ эквивалентны для рассмотренной ниже схемы ЭЦП, но это не критично для ее стойкости, поскольку их доля как элементов группы Γ составляет при используемых длинах простого числа p пренебрежимо малую величину, равную

$$\frac{p^4}{\Omega} = \frac{p^4}{p^7(p-1)} = \frac{1}{p^3(p-1)}.$$

Приведенные выше алгоритмы вычисления корня степени p легко записать и для общего случая μ -мерного циклического строения группы векторов и получить следующую формулу для сложности вычисления корня степени p :

$$W_\mu = O\left(\sqrt[p^\mu]{p^\mu}\right). \quad (4)$$

Алгоритм электронной цифровой подписи

Рассмотренная выше нециклическая группа четырехмерных векторов может быть использована для построения алгоритмов ЭЦП, основанных на сложности задачи нахождения корней большой простой степени k в конечных группах известного порядка. Для этой цели в качестве степени выбирается простое значение p такое, что $|p| \geq 40$ бит. Рассмотрим построение алгоритма ЭЦП. В качестве секретного ключа использу-

ется пара векторов X_1 и X_2 группы Γ таких, что их порядки равны $\omega(X_1) = \omega_{\max}$ и $\omega(X_2) = \omega_{\max} = p^2(p-1)$. Генерация векторов X максимального порядка ω_{\max} осуществляется следующим путем. Выбирается случайный вектор W такой, что $W^{p^2(p-1)} = E$, и для всех простых делителей δ числа ω_{\max} вычисляется вектор $V = W^{p^2(p-1)/\delta}$. Если для всех δ выполняется $V \neq E$, то W берется в качестве X .

Открытый ключ представляет собой пару четырехмерных векторов, генерируемых по формулам $Y_1 = X_1^p$ и $Y_2 = X_2^p$. Необходимость использовать в качестве открытого ключа два вектора Y_1 и Y_2 связана с тем, что в силу правила их вычисления их порядок равен 80-битовому (при $|p| = 40$ бит) значению $\omega_Y = p(p-1)$. Последнее означает, что возведение одного открытого ключа, используемого в качестве одного из параметров процедуры проверки подлинности ЭЦП, в степень, равную 160-битовому значению хэш-функции E , дает тот же результат, что и возведение этого ключа в степень, равную 80-битовому значению $E \bmod \omega_Y$. Чтобы устранить эффект урезания «эффективной» длины хэш-функции, в приводимой ниже схеме ЭЦП используются два вектора в качестве открытого ключа, а значение E представляется в виде конкатенации двух 80-битовых значений e_1 и e_2 , используемых при верификации ЭЦП как степени, в которые возводятся открытые ключи Y_1 и Y_2 соответственно.

Процедура генерации ЭЦП состоит в следующем.

1. Выбирается случайный элемент T группы Γ такой, что $\omega(T) \geq p^2$.

2. Вычисляется значение $R = T^p$.

3. Вычисляется значение хэш-функции F_H от подписываемого документа M , к которому предварительно присоединяются координаты r_1, r_2, r_3 и r_4 элемента R : $E = F_H(M \| r_1 \| r_2 \| r_3 \| r_4)$, где $\|$ — операция конкатенации. Значение E является первым элементом ЭЦП. Пусть, например, размер E равен 160 бит. Значение E представляется в виде конкатенации двух 80-битовых чисел: $E = e_1 \| e_2$.

4. Вычисляется второй элемент ЭЦП: $S = T \circ X_1^{e_1} \circ X_2^{e_2}$.

Сформированная ЭЦП (E, S) включает два элемента, первый из которых является числом, а второй — элементом группы Γ , т. е. четырехмерным вектором. Проверка подлинности ЭЦП осуществляется следующим образом.

1. Вычисляется значение $R' = Y_1^{\omega - e_1} \circ Y_2^{\omega - e_2} \circ S^p$.

2. Вычисляется значение хэш-функции $E' = F_H(M \| r'_1 \| r'_2 \| r'_3 \| r'_4)$, где r'_1, r'_2, r'_3 и r'_4 — координаты вектора $R' \in \Gamma$.

3. Сравниваются значения E и E' . Если $E = E'$, то ЭЦП признается подлинной.

■ Таблица 3. Сравнение производительности алгоритмов ЭЦП

Алгоритм ЭЦП	Размер ЭЦП, бит	Размер ОК, бит	Производительность, отн. ед.
ГОСТ Р 34.10-94	320*	1024	1
ГОСТ Р 34.10-2001	320*	320*	3,5
ECDSA	320	320	3,5
Предложенный ($ p \approx 40$ бит)	480	640	10

* В спецификации стандартов рекомендуются размеры значений ЭЦП и открытого ключа (ОК), превышающие 320 бит, что дает стойкость более 2^{80} .

Стойкость данного алгоритма ЭЦП определяется сложностью задачи извлечения корней, рассмотренной выше.

Сопоставление с известными алгоритмами

Сравнительная оценка производительности различных алгоритмов ЭЦП в случае уровня безопасности, равного 2^{80} операциям возведения в степень, представлена в табл. 3.

Алгоритм ГОСТ Р 34.10-94 основан на сложности дискретного логарифмирования в конечном простом поле, алгоритмы ГОСТ Р 34.10-2001 и ECDSA — на сложности дискретного логарифмирования в конечной группе точек эллиптической кривой (ЭК), а предложенный — на основе сложности задачи извлечения корней в нециклических группах, рассмотренных в данной статье. Более высокая производительность предложенного алгоритма обеспечивается тем, что в нем вычисления выполняются над элементами существенно меньшего размера по сравнению с первым алгоритмом, а групповая операция свободна от операции инверсии, которая присутствует как составная часть в операции сложения точек ЭК.

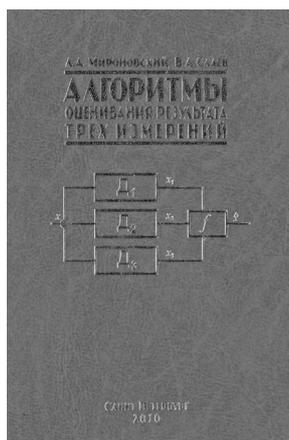
Заключение

Для синтеза алгоритмов ЭЦП, основанных на вычислительной сложности задачи нахождения корней большой простой степени в конечных группах известного порядка, предложены нециклические конечные группы четырехмерных векторов, координатами которых являются элементы кольца вычетов по модулю, равному квадрату простого числа p . Получена формула, выражающая порядок группы через значение p . Представлена схема ЭЦП, обладающая существенно более высокой производительностью по сравнению с известными алгоритмами ЭЦП.

Работа поддержана грантом РФФИ № 08-07-00096-а.

Литература

1. Молдовян Н. А. Алгоритмы аутентификации информации в АСУ на основе структур в конечных векторных пространствах // Автоматика и телемеханика. 2008. № 12. С. 163–177.
2. Доронин С. Е., Молдовян Н. А., Синев В. Е. Конечные расширенные поля для алгоритмов электронной цифровой подписи // Информационно-управляющие системы. 2009. № 1. С. 33–40.
3. Молдовян Н. А. Извлечение корней по простому модулю как криптографический примитив // Вестник СПбГУ. Сер. 10. 2008. Вып. 1. С. 100–105.
4. Молдовян А. А., Молдовян Н. А. Новые алгоритмы и протоколы для аутентификации информации в АСУ // Автоматика и телемеханика. 2008. № 7. С. 157–169.
5. Гурьянов Д. Ю., Дернова Е. С., Избаш В. И., Молдовян Д. Н. Алгоритмы электронной цифровой подписи на основе сложности извлечения корней в конечных группах известного порядка // Информационно-управляющие системы. 2008. № 5. С. 33–40.
6. Молдовян Н. А. Аутентификация информации в АСУ на основе конечных групп с многомерной циклическостью // Автоматика и телемеханика. 2009. № 8. С. 177–190.
7. Каргаполов М. И., Мерзляков Ю. И. Основы теории групп. — М.: Физматлит, 1996. — 287 с.
8. Кострикин А. И. Введение в алгебру: Ч. 3. Основные структуры алгебры. — М.: Физико-математическая литература, 2001. — 271 с.
9. Молдовян Н. А. Практикум по криптосистемам с открытым ключом. — СПб.: БХВ-Петербург, 2007. — 298 с.



Мироновский Л. А., Слаев В. А. Алгоритмы оценивания результата трех измерений. — СПб.: «Профессионал», 2010. — 192 с.: ил. ISBN 978-5-91259-041-2, УДК 389.

Монография состоит из пяти глав и трех приложений. В ней собраны, классифицированы и проанализированы алгоритмы оценивания, направленные на решение «задачи о трех измерениях».

В Главе I приведена классификация погрешностей измерений, а также методов оценивания, оптимизирующих выбранные критерии. Эти методы по виду критериев подразделяются на вероятностные, детерминированные, эвристические и диагностические. Описаны классические средние оценки и их свойства.

Глава II посвящена вероятностному и детерминированному подходам к оцениванию. В ней рассмотрены оценки максимального правдоподобия, марковские, байесовские, квадратические, модульные и степенные оценки, а также оценки, оптимизирующие составные и комбинированные критерии.

Глава III описывает принципы эвристического оценивания, основанные на математическом определении средних величин по Коши и Колмогорову. На этом пути строятся классические средние, линейные, квазилинейные, а также разностные квазилинейные и нелинейные оценки.

В Главе IV рассматриваются диагностические методы получения оценок, основанные на применении алгебраических инвариантов. Наличие алгебраических инвариантов позволяет осуществить отбраковку искаженных измерений методами технической диагностики по минимальному или максимальному расхождению. Алгоритмы оценивания скалярной величины по трем измерениям сведены в таблицу, в которой отражено более семидесяти различных оценок.

Глава V касается применения средних оценок для фильтрации сигналов. Охарактеризован принцип использования «гладкости» сигналов для борьбы с погрешностями, применение которого приводит к фильтрам с конечной памятью. Описаны медианные и диагностические фильтры, приведен пример фильтрации навигационной информации.

В Приложения вынесены современная терминология по характеристикам точности, соотношение между неопределенностями и характеристиками погрешности, а также статистические свойства получаемых оценок.

Для метрологов, приборостроителей и разработчиков алгоритмов, реализуемых в программно управляемых средствах измерений, а также для экспертов, осуществляющих их аттестацию. Может быть полезна студентам и аспирантам технических вузов.

Книгу можно приобрести за наличный и безналичный расчет во ВНИИМ им. Д. И. Менделеева: 190005, Санкт-Петербург, Московский пр., 19; контактный телефон +7 (812) 323-93-79; e-mail: abl@bi10.vniim.ru, Любомиров Андрей Борисович. Цена экземпляра 413 руб.

УДК 004.383.3

ЭНТРОПИЙНЫЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ УРОВНЯ АНЕСТЕЗИИ ПО ЭЭГ-СИГНАЛУ

А. П. Немирко,

доктор техн. наук, профессор

Л. А. Манило,

доктор техн. наук, доцент

А. Н. Калиниченко,

доктор техн. наук, старший научный сотрудник

С. С. Волкова,

магистрант

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»

Рассмотрены возможности применения энтропийных характеристик ЭЭГ-сигнала, вычисляемых во временной области, в задаче автоматического распознавания стадий анестезии. Обсуждаются методики вычисления условной и аппроксимированной энтропии, вопросы выбора информативных параметров, а также результаты их анализа для нескольких состояний, связанных с применением анестезирующих средств и отличающихся уровнями активности головного мозга.

Ключевые слова — энтропийные методы исследования, условная энтропия Шеннона, энтропия Колмогорова, автоматический анализ ЭЭГ-сигнала, распознавание стадий наркоза.

Введение

Решение задачи автоматического анализа глубины наркоза по сигналу электроэнцефалограммы (ЭЭГ) в настоящее время, безусловно, актуально, так как способствует более точной оценке текущего физиологического состояния пациента и дает возможность адекватно управлять процессом анестезии. Как известно, изменение уровня функциональной активности головного мозга вызывает характерные изменения, наблюдаемые в ЭЭГ-сигнале [1]. Высокий уровень активности мозга связан с повышением автономной активности отдельных нейронов. Это, в свою очередь, вызывает выраженную десинхронизацию в их работе и сопровождается шумоподобным ЭЭГ-сигналом. При снижении степени функциональной активности повышается уровень синхронизации нейронов во времени, что отражается на ЭЭГ появлением регулярных низкочастотных колебаний достаточно высокой амплитуды. Это состояние, характерное для стадии глубокого наркоза, соответствует меньшей информационной содержательности процессов суммарной электрической активности головного мозга.

Такое представление об особенностях ЭЭГ-сигнала, связанных с разными уровнями актив-

ности головного мозга, позволяет исследовать целый комплекс временных и частотных методов, предназначенных для анализа сложных сигналов, содержащих детерминированные, стохастические и хаотические компоненты. В качестве математической модели ЭЭГ-сигнала в разных стадиях наркоза можно рассматривать временной ряд, заданный последовательностью дискретных отсчетов, в котором степень регулярности находится в прямой зависимости от текущего уровня активности головного мозга. Наиболее адекватными данной модели являются методы анализа биосигнала, основанные на исследовании информационных характеристик, в частности, на оценке энтропийных параметров.

Методы вычисления энтропийных характеристик

Энтропия связана с оценкой степени беспорядка (хаотичности) в динамической системе и может быть использована для анализа сложности (непредсказуемости) ЭЭГ-сигнала и распознавания состояний, сопровождающих процесс анестезии: до начала подачи наркоза, глубокий наркоз, выход из наркоза, стадия окончательного

пробуждения. В случае полностью регулярного и предсказуемого ЭЭГ-сигнала, характерного для состояния глубокого наркоза, энтропия имеет малое значение. В состоянии же высокой активности головного мозга ЭЭГ-сигнал характеризуется большой сложностью и имеет более высокие значения энтропии.

Существуют различные способы вычисления энтропии сигнала, которые применимы для решения задач автоматического анализа ЭЭГ. Во временной области рассматривают, например, энтропию Шеннона или аппроксимированную энтропию (approximate entropy) [2–4]. В частотной области может быть вычислена спектральная энтропия, которая позволяет оценивать вклад в энтропию спектральных составляющих ЭЭГ-сигнала в области выбранного частотного диапазона [5]. В настоящей работе в целях определения глубины наркоза исследуются возможности применения параметров условной энтропии и энтропии Колмогорова, которые могут быть вычислены в процессе автоматического анализа фрагментов ЭЭГ-сигнала.

Первый способ анализа степени регулярности дискретных сигналов во временной области основан на вычислении условной энтропии. Эта характеристика в среднем оценивает потерю информации, связанную с появлением последнего символа в цепочке длиной L при условии получения всей подцепочки предшествующих символов длиной $L - 1$. В начале вычислений задаются два параметра: L — длина последовательности отсчетов, ξ — число интервальных оценок дискретных отсчетов сигнала $\{x(i)\}$, $i = 1, 2, \dots, N$ в диапазоне $\{x_{\min}, x_{\max}\}$. Процедура нахождения этого показателя предполагает выполнение следующей последовательности шагов.

1. Формирование для заданной выборки отсчетов $\{x(i)\}$, $i = 1, 2, \dots, N$ множества $(L - 1)$ -мерных последовательностей:

$$\{X_{L-1}(i) = x(i), x(i+1), \dots, x(i+L-2)\}, \\ i = 1, 2, \dots, (N - L + 2),$$

где N — длина выборки.

2. Представление их в виде цепочек символов вида

$$Z_{L-1}(i), \quad i = 1, 2, \dots, (N - L + 2),$$

получаемых посредством операций квантования и кодирования элементами из произвольного алфавита $A = \{a_p\}$, $p = 1, \dots, \xi$. Величина ξ определяется числом уровней квантования сигнала (обычно $\xi = 6 \dots 8$).

3. Вычисление значения безусловной энтропии:

$$E(L-1) = - \sum_{L-1} p_{L-1} \log p_{L-1},$$

где p_{L-1} — вероятность появления конкретной цепочки событий длиной $L - 1$ (в практических

расчетах оценкой вероятности является частота попадания цепочек символов в соответствующую ячейку фазового пространства).

4. Переход к оценке энтропии для L -точечных последовательностей. Повторение шагов 1–3 для выборок отсчетов длиной L . В результате выполнения этих преобразований формируется множество

$$\{X_L(i) = x(i), x(i+1), \dots, x(i+L-1)\}, \\ i = 1, 2, \dots, (N - L + 1)$$

и после представления дискретных последовательностей в виде цепочек символов длиной L вычисляется соответствующая оценка безусловной энтропии $E(L) = - \sum_L p_L \log p_L$.

5. Вычисление величины условной энтропии $E(L/L-1)$ в виде приращения, получаемого безусловной энтропией $E(L)$ при переходе от последовательности событий длиной $(L - 1)$ к последовательности длиной L :

$$E(L/L-1) = E(L) - E(L-1) = \\ = - \sum_L p_L \log p_L + \sum_{L-1} p_{L-1} \log p_{L-1}.$$

Этот показатель является эффективным индикатором появления последовательностей с хаотическими свойствами [6], что может быть использовано и при решении задачи анализа ЭЭГ в условиях анестезии. Условная энтропия стремится к нулю с увеличением L для процессов с выраженной регулярной составляющей и принимает постоянное положительное значение для чисто случайных процессов.

Второй способ основан на вычислении и анализе приближенной оценки энтропии Колмогорова (К-энтропии), что позволяет исследовать свойства ЭЭГ-сигнала с позиций теории нелинейной динамики. В качестве меры хаотичности дискретного сигнала в работе [3] предложено использовать аппроксимированную энтропию (*ApEn*). Эта характеристика применима для анализа последовательностей конечной длины, что делает возможным реализацию обработки ЭЭГ-сигнала в режиме непрерывного контроля состояния пациента. Процедура вычисления *ApEn*, а также исследование ее свойств подробно описаны в работах [7, 8].

Методику вычисления этой характеристики коротко можно представить следующим образом. Задаются значения двух параметров: m — длины анализируемых последовательностей отсчетов ($m = 2$) и r — величины порога, определяющего размеры ячеек фазового пространства ($r = 0,2 \cdot SD_x$, где SD_x — стандартное отклонение исходной выборки данных). Для дискретного сигнала $\{x(i)\}$, $i = 1, 2, \dots, N$ осуществляются следующие преобразования.

1. Формируются последовательности длиной m

$$X(i) = [x(i), x(i+1), \dots, x(i+m-1)],$$

$$i = 1, \dots, (N - m + 1).$$

2. Определяется расстояние между $X(i)$ и $X(j)$ в виде $d[X(i), X(j)] = \max_{k=0, \dots, (m-1)} [|x(i+k) - x(j+k)|]$.

3. Вычисляется $C_r^m(i) = N^m(i) / (N - m + 1)$, где $N^m(i)$ — количество значений $d[X(i), X(j)]$, удовлетворяющих условию $d[X(i), X(j)] \leq r$ ($j = 1, \dots, (N - m + 1)$).

4. Находится $\theta^m(r) = \frac{1}{N - m + 1} \sum_{i=1}^{N-m+1} \ln C_r^m(i)$.

5. Значение m увеличивается на 1, повторяются шаги 1–4 и находятся значения $C_r^{m+1}(i)$, $\theta^{m+1}(r)$.

6. Находится оценка $ApEn(m) = [\theta^m(r) - \theta^{m+1}(r)]$.

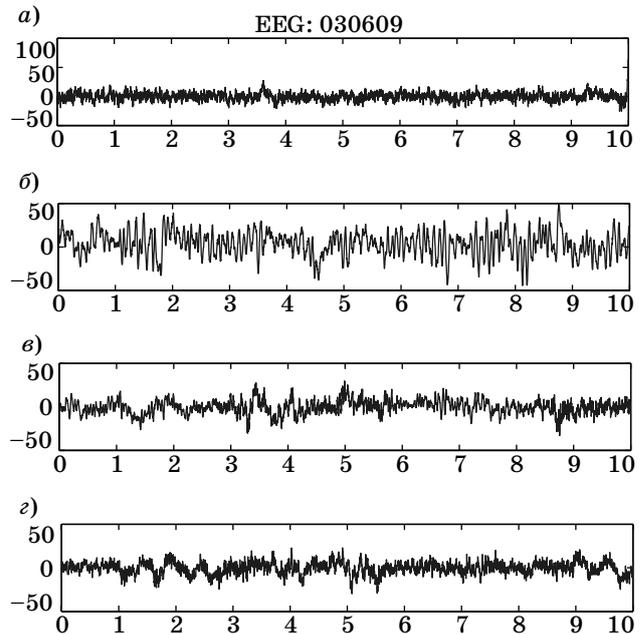
Как следует из пп. 2, 3 и 4, процедура вычислений реализует адаптивный механизм формирования ячеек фазового пространства. Это свойство аппроксимированной энтропии принципиально отличает ее от условной энтропии. Показано, что аппроксимированная энтропия применима как для распознавания регулярных (детерминированных) и стохастических сигналов, так и для анализа детерминированных хаотических процессов [3]. Показатель $ApEn(2)$ отражает степень сложности сигнала: чем выше его регулярность, тем меньше значение этой величины. Более полное представление о свойствах сигнала можно получить при анализе ряда значений $ApEn(m)$, $m = 1, \dots, 6$ [7, 8].

Анализ параметров энтропии ЭЭГ-сигнала в разных стадиях анестезии

Рассмотренные выше энтропийные характеристики применялись для анализа свойств ЭЭГ-сигнала в разных стадиях анестезии и оценки возможности распознавания стадии глубокого наркоза.

На рис. 1, *a–г* показаны четыре фрагмента ЭЭГ-сигнала, зарегистрированного на одном пациенте в разных стадиях проводимой анестезии. Частота дискретизации ЭЭГ-сигнала составляет 500 Гц, длительность фрагментов — 10 с. Для этих сигналов рассчитаны рассмотренные выше энтропийные показатели, причем длительность анализируемых фрагментов выбрана равной 5 с.

Пример расчета условной энтропии при заданном числе уровней квантования отсчетов сигнала $x(i)$ в диапазоне (x_{\min}, x_{\max}) , равном 6, приведен на рис. 2, I, *a–г*; рис. 2, II, *a–г* иллюстрирует результат вычисления аппроксимированной энтропии при значении $r = 0,2 \cdot SD_x$. Как видно из рисунков, в начальной области изменения пара-



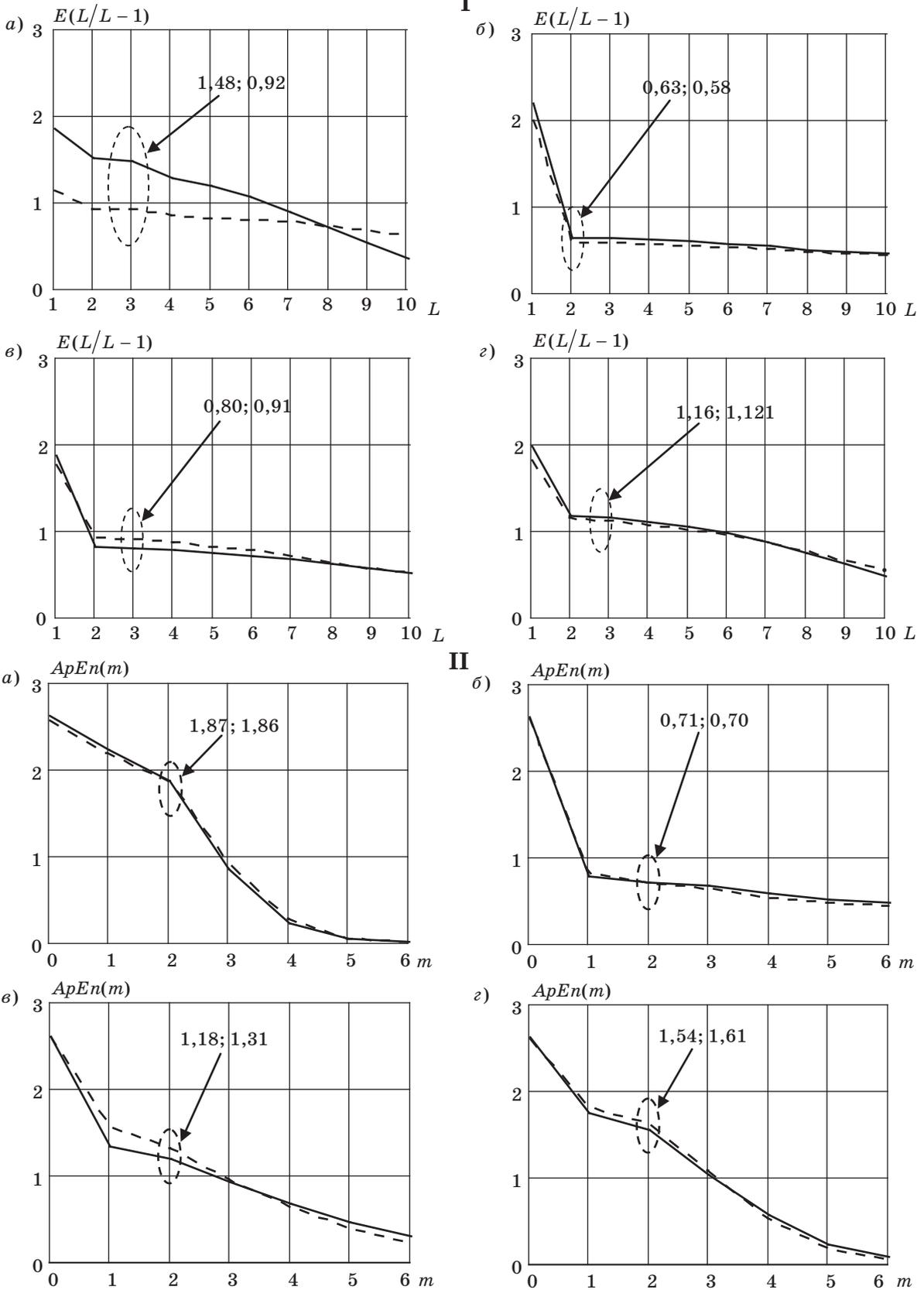
■ Рис. 1. Фрагменты ЭЭГ-сигнала при разных стадиях анестезии: *a* — до начала анестезии; *b* — глубокий наркоз; *c* — выход из анестезии; *г* — окончательное пробуждение

метров L и m кривые имеют явные отличия при разных функциональных состояниях головного мозга.

В качестве параметров оценивания уровня анестезии выбраны $E(L/L - 1)$, $L = 3$ и $ApEn(m)$, $m = 2$, т. е. значения условной и аппроксимированной энтропии, вычисляемые для коротких последовательностей отсчетов ЭЭГ при увеличении длины анализируемых выборок от 2 до 3 отсчетов.

Этот выбор обусловлен в первую очередь тем, что при анализе выборок большой длины возрастает число одиночных последовательностей, и из-за их нулевого вклада в оцениваемые показатели энтропии возникает эффект ложной регулярности сигнала. При выбранных значениях $L = 3$ и $m = 2$ надежность показателей энтропии значительно выше. Как следует из анализа численных значений энтропийных характеристик (см. рис. 2), оцениваемые параметры более чем в 2 раза уменьшают свои значения при переходе от активного состояния к стадии глубокого наркоза. Кроме того, выход из наркоза и переход к окончательному пробуждению сопровождается постепенным возрастанием значений $E(3/2)$ и $ApEn(2)$.

Для приведения показателей энтропии к шкале (0–100) предлагается использовать нормировку по величине абсолютной энтропии: $E(L/L - 1)$, $L = 1$ и $ApEn(m)$, $m = 0$ для условной и аппроксимированной энтропии соответственно. В этом случае следует ожидать значений энтропии, близких к 100, для сигнала ЭЭГ, зарегистрированного

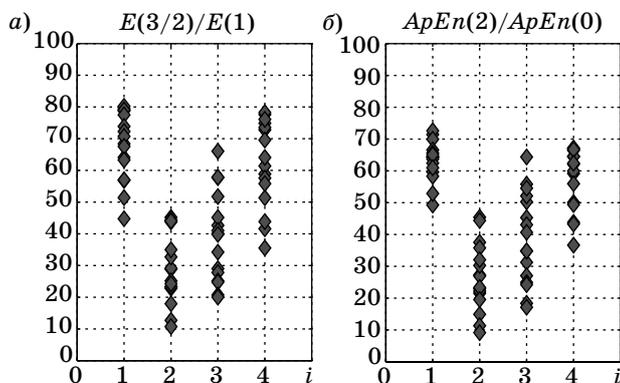


■ Рис. 2. Условная $E(L/L-1)$ (I) и аппроксимированная $ApEn(m)$ (II) энтропия для двух фрагментов сигналов ЭЭГ, соответствующих разным стадиям анестезии: а — до начала анестезии; б — глубокий наркоз; в — выход из наркоза; г — пробуждение

до начала анестезии и в стадии полного пробуждения. При глубоком наркозе, очевидно, энтропийные показатели будут иметь довольно малые значения.

Результаты вычисления этих показателей для выборки ЭЭГ-сигналов (64 реализации длиной 5 с каждая), зарегистрированных у восьми пациентов в 4 стадиях анестезии, представлены на рис. 3 в графическом виде как разброс точек на вертикальных линиях. Каждая точка — это результат вычисления энтропийной характеристики для одной 5-секундной реализации ЭЭГ, зарегистрированной у пациента во время проведения операции в одной из четырех стадий анестезии. Точечные оценки условной и аппроксимированной энтропии отображены на графике в удобной для восприятия шкале (0–100). Как видно из рисунка, на линиях 1 и 2 образованы слабопересекающиеся множества объектов для условной и непересекающиеся — для аппроксимированной энтропии. Очевидно, что при пороговом значении величины аппроксимированной энтропии на уровне 0,45 можно для исследуемой выборки данных решить задачу распознавания стадии глубокого наркоза. Стадии 3 и 4 образуют группы точек, занимающие промежуточное между состояниями 1 и 2 положение, что соответствует существующему представлению о процессе выхода из наркоза.

Сравнение эффективности рассмотренных способов вычисления показателей энтропии проводилось путем нахождения величины относительного разброса их нормированных значений для двух следующих друг за другом состояний (1 → 2, 2 → 3, 3 → 4). В качестве показателя эффективности выбран критерий J , широко используемый в теории линейного дискриминантного анализа при решении задач распознавания клас-



■ Рис. 3. Отображение параметров условной (а) и аппроксимированной (б) энтропии на направлении i , соответствующие четырем состояниям анестезии: 1 — до начала анестезии; 2 — глубокий наркоз; 3 — выход из наркоза; 4 — окончательное пробуждение

■ Оценка показателя разброса энтропийных параметров

Метод оценки	Параметр энтропии	Показатели разброса $J_{i,i+1}, i = 1, 2, 3$		
		$J_{1,2}$	$J_{2,3}$	$J_{3,4}$
Условная энтропия	$E(3/2)/E(1)$	2,85	0,77	0,54
Аппроксимированная энтропия	$ApEn(2)/ApEn(0)$	3,07	0,78	0,47

сов объектов. Данный критерий принимает максимальное значение в условиях наилучшей классификации двух состояний и определяется в виде

$$J_{i,i+1} = \frac{|m_i - m_{i+1}|^2}{\hat{s}_i^2 + \hat{s}_{i+1}^2}, \quad i = 1, 2, 3,$$

где m_i и m_{i+1} — средние значения вычисляемого параметра энтропии для двух смежных состояний анестезии i и $i + 1$; $\hat{s}_i^2 = \sum (y - m_i)^2$ — величина разброса для спроецированных на ось решений выборок y ; $\hat{s}_i^2 + \hat{s}_{i+1}^2$ — полный разброс внутри классов.

Всего в ходе эксперимента были проанализированы ЭЭГ 31 пациента. Сигналы ЭЭГ зарегистрированы во время проведения операций и идентифицированы в соответствии со стадиями проводимой анестезии. В таблице представлены значения показателя $J_{i,i+1}, i = 1, 2, 3$, полученные в результате обработки 124 реализаций ЭЭГ длительностью 10 с каждая.

Оценка энтропийных параметров проводилась по коротким 5-секундным фрагментам ЭЭГ-сигнала для двух смежных состояний: 1, 2 — до начала анестезии, глубокий наркоз; 2, 3 — глубокий наркоз, выход из анестезии; 3, 4 — выход из анестезии, полное пробуждение.

Как следует из анализа данных, приведенных в таблице, метод оценки аппроксимированной энтропии предпочтителен при распознавании двух альтернативных состояний: до начала анестезии (1) и глубокий наркоз (2). Параметр $ApEn(2)/ApEn(0)$ отличается большим по сравнению с $E(3/2)/E(1)$ значением $J_{1,2}$. В то же время метод оценки условной энтропии имеет небольшое преимущество по показателю $J_{3,4}$.

Заключение

Полученные результаты свидетельствуют о возможности распознавания по вычисляемым во временной области энтропийным характеристикам двух уровней функциональной активности головного мозга: высокая степень активности и глубокий наркоз. Это дает основу для дальнейшего ис-

следования энтропийного подхода в задаче распознавания стадий анестезии. Экспериментальный анализ рассмотренных в работе методов на представительной выборке ЭЭГ-сигналов позволит получить надежные оценки их эффективности, скорректировать оцениваемые показатели энтропии и выработать рекомендации по их использо-

ванию в задаче распознавания стадий наркоза в режиме непрерывного контроля состояния пациента.

Работа выполнялась при финансовой поддержке РФФИ (гранты: 09-01-00501, 10-01-00604) и Федерального агентства по науке и инновациям (госконтракт от 10.03.09 г. № 02.522.11.2020).

Литература

1. **Зенков Л. Р.** Клиническая электроэнцефалография (с элементами эпилептологии) / ТРТУ. — Таганрог, 1996. — 358 с.
2. **Bruhn J.** et al. Shannon entropy applied to the measurement of the electroencephalographic effects of desflurane // *Anesthesiology*. 2001. Vol. 95. P. 30–35.
3. **Nonlinear** Biomedical Signal Processing, Vol. 2: Dynamic Analysis and Modelling / Ed. by Metin Akay. — N. Y.: IEEE, 2001. — 341 p.
4. **Bruhn J., Ropcke H., Hoefft A.** Approximate entropy as an electroencephalographic measure of anesthetic drug effect during desflurane anesthesia // *Anesthesiology*. 2000. Vol. 92. P. 715–726.
5. **Viertio-Oja H.** et al. Description of the Entropy™ algorithm as applied in the Datex-Ohmeda S/5™ Entropy Module // *Acta Anaesthesiol. Scand.* 2004. Vol. 48. P. 154–161.
6. **Manilo L. A.** Detection of biocological signals with chaotic properties through assessment of conventional entropy // *Pattern Recognition and Image Analysis: New Information Technologies (PRIA-9-2008): Proc. of the 9th Intern. Conf. N. Novgorod, 2008.* Vol. 2. P. 11–14.
7. **Манило Л. А., Зозуля Е. П.** Автоматическое распознавание мерцательной аритмии с использованием оценок аппроксимированной энтропии // *Информационно-управляющие системы*. 2006. № 1. С. 21–27.
8. **Манило Л. А., Немирко А. П.** Аппроксимация энтропии Колмогорова при анализе хаотических процессов на конечных выборках // *Математические методы распознавания образов (ММРО-14): Сб. докл. 14-й Всерос. конф., Владимирская обл., г. Суздаль, 21–26 сентября 2009 г.* — М.: МАКС Пресс, 2009. — С. 405–407.

УВАЖАЕМЫЕ ЧИТАТЕЛИ!

Журнал «Информационно-управляющие системы» выходит каждые два месяца. Стоимость годовой подписки (6 номеров) для подписчиков России — 3600 руб., для зарубежных подписчиков — 4200 руб., включая НДС 18 % и почтовые расходы.

На электронную версию нашего журнала вы можете подписаться на сайте *ПУНЭБ* (<http://www.elibrary.ru>).

Подписку на печатную версию журнала можно оформить в любом отделении связи по каталогам:

«*Роспечать*»: № 48060 — годовой индекс, № 15385 — полугодовой индекс;

«*Пресса России*» — № 42476,

а также используя услуги посредников:

«*Издательский дом «Экономическая газета*»:

Москва, тел.: (499) 152-88-51, 661-20-30, e-mail: akdi@akdi.ru, izdatcat@eg-online.ru;

«*Северо-Западное Агентство «Прессинформ*»:

Санкт-Петербург, тел.: (812) 335-97-51, 337-23-05, факс: (812) 337-16-27,

e-mail: press@crp.spb.ru, zajavka@crp.spb.ru, сайт: <http://www.pinform.spb.ru>;

Подписное агентство «МК-Периодика» (РФ + 90 стран):

тел.: (495) 681-91-37, 681-87-47, факс: (495) 681-37-98,

e-mail: export@periodicals.ru, сайт: <http://www.periodicals.ru>;

«*Информнаука*» (РФ + ближнее и дальнее зарубежье):

тел.: (495) 787-38-73 (многоканальный), факс: (495) 152-54-81,

e-mail: Alfimov@viniti.ru, сайт: <http://www.informnauka.com>;

«*Артос-Гал*»:

Москва, тел.: (495) 603-27-28, 603-27-33, 603-27-34, факс: (495) 603-27-28,

сайт: <http://www.artos-gal.mpi.ru/index.html>;

«*Интерпочта*»:

Москва, тел.: (495) 500-00-60, 580-95-80,

e-mail: interpochta@interpochta.ru, сайт: <http://www.interpochta.ru> и др.

УДК 004.94:65.012.122(664.7)

СИСТЕМА ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ПЛАНИРОВАНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БАНКА АНАЛИТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

В. О. Новицкий,

канд. техн. наук, доцент

Московский государственный университет пищевых производств

Предлагается методика моделирования бизнес-процессов производственно-ресурсного планирования на основе создания банка аналитических моделей и использования его для систем управления одного из больших и важных классов предприятий агропромышленного комплекса — предприятий по хранению и переработке зерна. Проводится систематизация функций и задач управления. Приводятся фрагменты банка моделей оптимизационных задач планирования для зерновых и перерабатывающих компаний.

Ключевые слова — система управления, производственно-ресурсное планирование, математическая модель, оптимизация, банк моделей, критерий, зерновые и зерноперерабатывающие компании.

Введение

В настоящее время на многих промышленных предприятиях относительно высокая степень механизации и автоматизации технологических процессов соседствует с недостаточной управляемостью на уровне производственно-хозяйственной деятельности, что является большим недостатком в современных условиях конкурентной рыночной среды. Вместе с тем предприятия, работающие в различных секторах российской экономики, имеют много общих технологических, финансово-экономических, управленческих и других характеристик. Ввиду большой значимости сырья и его высокой доли в себестоимости продукции одной из основных функций управления для многих кластеров предприятий является планирование сырьевых ресурсов в производстве и торговле. В целях повышения эффективности управления предлагается для данных предприятий сформировать банки типовых моделей (БМ) бизнес-процессов (БП) производственно-ресурсного планирования и использовать его в составе подсистем поддержки принятия решений в качестве интеллектуальных компонентов корпоративных автоматизированных информационных систем управления (КАИСУ).

Анализ основных бизнес-процессов в системах управления зерноперерабатывающих компаний

Одним из важнейших для России является сектор агропромышленного комплекса по хране-

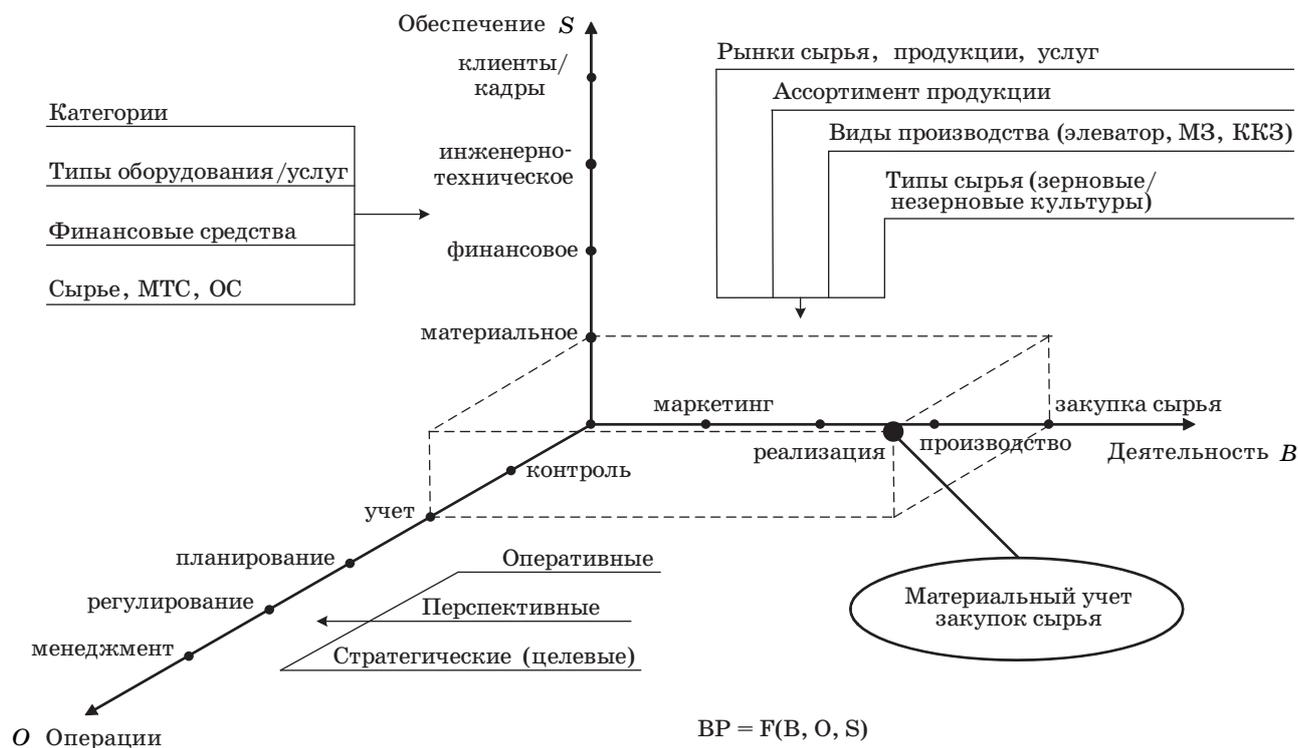
нию и переработке зерна, имеющий огромный потенциал и во многом определяющий продовольственную безопасность страны.

К группе предприятий этой отрасли относятся зерновые компании (с какими-либо из функций производства, хранения зерна и зернопродуктов, торговли на внутреннем и внешнем рынках), элеваторы и зерновые терминалы, мукомольные, крупяные и комбикормовые заводы, семенные, кукурузокалибровочные и маслозаводы и др., а также предприятия, включающие комбинации вышеуказанных производств (так называемые комбинаты хлебопродуктов), работающие с зерновыми, зернобобовыми и масличными культурами [1].

Понятие БП включает не только организационно-экономическую, но и производственную составляющую бизнеса, что является принципиальным для системы управления (СУ) зерноперерабатывающей компанией (ЗПК). Бизнес-процесс для ЗПК — это совокупность операций, направленных на формирование товарных партий и выработку продукции из зерна и оказание услуг по его хранению, переработке и реализации потребителям.

Таким образом, процесс управления мы рассматриваем как совокупность циклических действий, связанных с выявлением проблем, поиском и организацией выполнения принятых решений на двух уровнях [2, 3]:

— производственных (или технологических) БП;



■ Классификация и пространство БП в ЗПК: МТС — материально-технические средства; ОС — основные средства; МЗ — мукомольный завод; ККЗ — комбикормовый завод

— административных БП, выполняющих роль иерархической надстройки к управлению производственными процессами.

Функции управления в системах данного типа предприятий можно наглядно представить в виде пространства БП (рисунок).

Для реализации управления как интегративного свойства СУ ей необходимы ресурсы, которые, будучи ограничены, должны быть распределены эффективным образом. С этих позиций управление есть распределение ресурсов [4].

Чем большее число производственно-хозяйственных элементов и связей бизнеса задействовано в интегрированной бизнес-системе, тем больше в ней реализуется интегративных свойств, которые проявляются в виде снижения себестоимости, потенциала продвижения продукции на рынках, обновления активов, инноваций и др. На этой системной закономерности целостности базируются холдинговые структуры, обеспечивающие высокую конкурентоспособность предприятий. Управляющие компании в создаваемой иерархической структуре берут на себя и централизуют многие функции управления и таким образом уменьшают число степеней свободы, повышая устойчивость системы в целом.

С другой стороны, множество БП зерноперерабатывающего холдинга только тогда являются системой, когда они работают в соответствии с за-

данной иерархической структурой целей, имеют определенные рациональные взаимосвязи и реактивны к возмущениям из надсистем. Все это может обеспечить только эффективно выстроенная система управления компанией, охватывающая весь цикл функций, включающий сбор информации, учет, контроль, планирование, регулирование, прогнозирование, организацию и координацию производственно-хозяйственных процессов и операций, стратегическое (целевое) управление [5].

Бизнес-процесс может быть описан математической моделью — функционалом и множеством ограничений. Это является условием для постановки задач управления предприятием.

Общая постановка задачи

С учетом статических и динамических задач цикла функций управления на пространстве производственных и бизнес-процессов необходимо на основе разработанной методологии их исследования и моделирования создать комплексную интегрированную СУ производством для класса предприятий (например, ЗПК), которая базируется на принципах системного подхода и отвечает следующим основным требованиям: многоцелевой поиск; открытость; наличие единого комплекса оптимизационных моделей задач управления

(БМ); охват всех видов производств данного класса предприятий; скоординированность решения задач; интегрированность в структуру современной КАИСУ ЗПК, которая представляет собой интегрированную систему, включающую множество различных функциональных компонентов разных уровней управления.

Основные используемые взаимосвязанные системные категории: $\langle \text{цели} \rangle \leftrightarrow \langle \text{стратегии} \rangle \leftrightarrow \langle \text{ресурсы} \rangle$. Таким образом, разрабатываемый БМ для СУ ЗПК представляет собой комплекс математических моделей выбора и распределения ресурсов для всех видов производственной деятельности ЗПК, образующих основную логистическую цепочку: закупка сырья — производство — реализация и отгрузка продукции.

Банк аналитических моделей для СУ ЗПК

Банк моделей предназначен для накопления и использования модельных решений и синтеза систем управления ЗПК. Он позволяет использовать заранее подготовленные формальные математические модели и базы данных классификаторов как типовые компоненты для решения проблемных задач; из типовых компонентов на логическом уровне конструировать СУ для ЗПК; исследовать возможное поведение систем при различных стратегиях в различных условиях функционирования и развития. Из типовых компонентов БМ формируются модельные агрегаты, на основе которых реализуются соответствующие системы управления. Агрегат представляет собой унифицированную модель для описания функционирования разнородных элементов си-

стемы. Поэтому динамика большой, сложной СУ раскрывается через динамику взаимосвязанных между собой агрегативных моделей компонентов [6]. Интегративные свойства систем при агрегировании модельных компонентов отражаются в результатах поиска управленческих решений. В процессе проведения исследований и развития СУ банк моделей ЗПК пополняется новыми моделями, отражающими новые функции и свойства объектов [7].

В приведенных фрагментах БМ ЗПК сильные (целевые функции, табл. 1) и слабые (ограничения, табл. 2) критерии являются типовыми компонентами. Для их описания использованы выражения векторной алгебры со следующими обозначениями: X — операционные массы партий сырья; C_0, C — удельные начальные и конечные цены партий зерна; ΔC — маржинальные прибыли по торговым сделкам с учетом затрат на доставку, хранение и кредиты; ΔQ — нормированные отклонения показателей качества зерна от эталонов; Q — нормированные показатели качества сырья; ΔV — отклонения расчетных выходов продукции от базисных; φ — функция расчета выходов продукции в зависимости от значений показателей качества; H — приведенные нормы ввода ценного сырья; K — компоненты (% от масс партий); T — сроки поступления сырья.

Одни и те же критерии в разных случаях, при разных стратегиях (целях) управления могут выступать как сильные или как слабые. Для этого иногда требуется внести в критерий некоторые модификации, например в виде устремления к минимуму модуля разности фактического и эталонного значений показателя (перевод огра-

■ Таблица 1. Фрагмент банка моделей ЗПК — целевые функции

№ п/п	$f(X) \rightarrow \min$	Содержание	Вид критерия, упрощенный/полный	БП (задачи предметной области)
1	(C_0, X)	Стоимость сырья	Линейная (Л) / целочисленная линейная (ЦЛ)	Закупки зерна Расчет рецептов помольных смесей (ПС) Расчет рецептов комбикормов (КК) Планирование рецептов ПС и КК на период
2	$-(C, X)$	Объем продаж	Л / ЦЛ	Торговля зерном
3	$-(\Delta C, X)$	Стоимость услуг Прибыль	Л / ЦЛ	Планирование работ элеватора, МЗ Торговля зерном Закупка зерна
4	$(\Delta C, X)$ (C_0, X)	Рентабельность	Дробно-линейный/ЦЛ	Торговля зерном Закупка зерна
5	$-(1, X)$	Распродажа остатков Крупность партий (смесей)	Л / ЦЛ	Торговля зерном Расчет рецептов ПС
6	$(\Delta Q, X)$ $(1, X)$	Стабилизация качества смесей	Дробно-линейный / ЦЛ	Расчет рецептов ПС Планирование рецептов ПС на период
7	(Q, X)	Улучшение качества смесей	Л / ЦЛ	Расчет рецептов ПС Расчет рецептов КК

■ Таблица 2. Фрагмент банка моделей ЗПК — ограничения

№ п/п	Ограничения	Содержание	Вид	БП (задачи)
Ограничения вида $g(\mathbf{X}) \leq 0$				
1	$\mathbf{X}\Delta Q_i \geq 0$ $i = \overline{1, I}$	Требования к качеству зерна Требования к объему подработки (изменению качества)	Линейные	Закупка зерна Торговля зерном Планирование рецептов ПС и КК Расчет рецептов ПС Расчет рецептов КК Планирование работы элеватора
2	$\mathbf{X}\Delta V \geq 0$ $\Delta V = \varphi(\mathbf{Q})$	Обеспечение расчетных выходов не ниже базисных (эталона)	Кусочно-линейные	Закупка зерна для МЗ Расчет рецептов ПС
3	$g_1(\mathbf{L}, \mathbf{X}) \leq p^e(\mathbf{L})$ $g_1(\mathbf{L}, \mathbf{X}) \geq p^u(\mathbf{L})$	Обеспечение плана по выпуску продукции, продажам, услугам в объеме и ассортименте (\mathbf{L})	Линейные	Закупка зерна Расчет рецептов ПС Расчет рецептов КК Планирование рецептов ПС и КК Планирование работы элеватора и МЗ Торговля зерном (купля-продажа)
4	$g_2(\mathbf{K}, \mathbf{X}) \leq \mathbf{X}$	Сумма частей не больше целого (по массе)	Линейные	Планирование рецептов ПС и КК Торговля зерном Закупка зерна
5	$g_3(\mathbf{H}, \mathbf{X}) \leq 0$	Нормы ввода ценного сырья	Линейные	Планирование рецептов ПС и КК Закупка сырья
6	$\Delta C \geq b$	Нижний предел маржинальной прибыли	Линейные	Торговля зерном
7	$g_4(\mathbf{X}) \leq d$ $g_4(\mathbf{X}) = (q(\mathbf{X}), 1)$ $q(\mathbf{X}) = \{0; 1\}$	Число компонентов (отпускных силосов, дозаторов)	Нелинейные (релейные)	Расчет рецептов ПС
Ограничения вида $h(\mathbf{X}) = 0$				
8	$h_1(\mathbf{T}, \mathbf{X}) = 0$	Использование сырья планируемого поступления	Линейные	Планирование рецептов ПС и КК
9	$\exists n \in N$ $h_2(\mathbf{X}) = nW$	Объем сделки кратен вместимости вагона для различных культур (W)	Целочисленно-линейные	Торговля зерном Закупка сырья (завоз вагонами)

ничения в вид целевой функции для достижения цели стабилизации процесса).

В СУ ЗПК многие БП связаны между собой, например: закупка зерна и расчет рецептов [7], закупка зерна и планирование работы элеватора (прием, размещение, обработка, хранение зерна), расчет рецептов товарных партий и торговля зерном и др.

Реализации модельных компонентов на логическом уровне для различных интеллектуальных подсистем КАИСУ ЗПК описаны в многочисленных сборниках научных трудов МГУПП, Международной промышленной академии (МПА) и СПбГТУ. В частности для подсистемы планирования зерновых ресурсов мукомольного производства описание математических моделей БП закупки зерна, расчета рецептов ПС и планирования рецептов на период можно найти в работе [8]. Полученные модели идентифицируются в процессе адаптации на объектах внедрения, и на их основе вместе с интерфейсом учетных систем синтезируются готовые программные модули.

Заключение

Банк аналитических моделей, формируемый на основе типовых модельных компонентов — сильных и слабых критериев, является эффективным инструментом проектирования и эксплуатации автоматизированных систем управления для предприятий зерноперерабатывающей отрасли промышленности. БМ используется в системе поддержки принятия решений (СППР) для решения задач оптимального планирования и многокритериального выбора управленческих решений для ЗПК. Предлагаемый подход позволяет снизить затраты на разработку, адаптацию и внедрение интеллектуальных компонентов КАИСУ в зерновом секторе агропромышленного комплекса России. Подсистема планирования зерновых ресурсов мукомольного производства, наряду с СППР по торговле зерном, внедрена на ряде ведущих ЗПК Центрального и Южного Федеральных округов и награждена 2-й премией на VIII съезде мукомольных и крупяных предприятий России (2008 г.).

Литература

1. Берестнев Е. В., Петриченко В. Е., Новицкий В. О. Рекомендации по организации и ведению технологического процесса на мукомольных предприятиях. — М.: ДеЛи принт, 2008. — 176 с.
2. Доманин А. Б. Концепция управления предприятием на основе системного подхода к информации // Менеджмент в России и за рубежом. 2003. № 6. С. 123–165.
3. Стивенсон В. Д. Управление производством: Пер. с англ. — М.: Издательство Лаборатория базовых знаний, 1998. — 928 с.
4. Жилин Д. М. Теория систем: Опыт построения курса. Изд. 4-е, испр. — М.: Издательство ЛКИ, 2007. — 184 с.
5. Анфилатов В. С., Емельянов А. А., Кукушкин А. А. Системный анализ в управлении: учеб. пособие / Под ред. А. А. Емельянова. — М.: Финансы и статистика, 2005. — 368 с.
6. Денисов А. А., Колесников Д. Н. Теория больших систем управления: учеб. пособие для вузов. — Л.: Энергоиздат, 1982. — 288 с.
7. Новицкий В. О. Исследование объектов и постановка задач управления для зерновых и зерноперерабатывающих компаний на основе методологии системного анализа // Системный анализ в проектировании и управлении: Сб. науч. тр. XIII Междунар. науч.-практ. конф. Ч. 1. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2009. С. 311–315.
8. Мерцалов А. Н., Новицкий В. О. Постановка и методы решения задач оптимизации рецептов зерновых смесей // Высокоэффективные пищевые технологии, методы и средства для их реализации: Сб. докл. V юбилейной школы-конф. с междунар. участ. / МГУПП. М., 2007. С. 358–360.

УВАЖАЕМЫЕ АВТОРЫ!

При подготовке рукописей статей редакция просит Вас руководствоваться следующими рекомендациями.

Объем статьи (текст, таблицы, иллюстрации и библиография) не должен превышать эквивалента в 16 страниц, напечатанных на бумаге формата А4 на одной стороне через 1,5 интервала в Word шрифтом Times New Roman размером 13.

Обязательными элементами оформления статьи являются: индекс УДК, инициалы и фамилия автора (авторов), ученая степень, звание, полное название организации; заглавие, аннотация (5–7 строк) и ключевые слова на русском и английском языках, подрисуночные подписи.

Формулы набирайте в Word, при необходимости можно использовать формульный редактор; для набора одной формулы не используйте два редактора; при наборе формул в формульном редакторе знаки препинания, ограничивающие формулу, набирайте вместе с формулой; для установки размера шрифта никогда не пользуйтесь вкладкой Other..., используйте вкладку Define; в формулах не отделяйте пробелами знаки: + = –.

При наборе символов в тексте помните, что символы, обозначаемые латинскими буквами, набираются светлым курсивом, русскими и греческими — светлым прямым, векторы и матрицы — прямым полужирным шрифтом.

Иллюстрации в текст не заверстываются и предоставляются отдельными исходными файлами, поддающимися редактированию:

— рисунки, графики, диаграммы, блок-схемы изготавливаются в векторных программах: Visio 4, 5, 2002–2003 (*.vsd); Coreldraw (*.cdr); Excel; Word; AdobeIllustrator; AutoCad (*.dxf); Компас; Matlab (экспорт в формат *.ai);

— фото и растровые — в формате *.tif, *.png с максимальным разрешением (не менее 300 pixels/inch).

В редакцию предоставляются:

— сведения об авторе (фамилия, имя, отчество, место работы, должность, ученое звание, учебное заведение и год его окончания, ученая степень и год защиты диссертации, область научных интересов, количество научных публикаций, домашний и служебный адреса и телефоны, факс, e-mail), фото авторов: анфас, в темной одежде на белом фоне, должны быть видны плечи и грудь, высокая степень четкости изображения без теней и отблесков на лице, фото можно представить в электронном виде в формате *.tif, *.png с максимальным разрешением — не менее 300 pixels/inch при минимальном размере фото 40 × 55 мм;

— экспертное заключение.

Список литературы составляется по порядку ссылок в тексте и оформляется следующим образом:

— для книг и сборников — фамилия и инициалы авторов, полное название книги (сборника), город, издательство, год, общее количество страниц;

— для журнальных статей — фамилия и инициалы авторов, полное название статьи, название журнала, год издания, номер журнала, номера страниц;

— ссылки на иностранную литературу следует давать на языке оригинала без сокращений;

— при использовании web-материалов указывайте адрес сайта и дату обращения.

Более подробную информацию см. на сайте: www.i-us.ru

УДК 519.866

ГЕНЕЗИС РЫНОЧНОЙ СИСТЕМЫ ПРЕДПРИЯТИЯ

Л. В. Степанов,

канд. техн. наук, доцент

Институт менеджмента, маркетинга и финансов

Анализируются экономические предпосылки формирования рынка и важность этого процесса для деятельности предприятия. Предложена математическая модель формирования множества условных коалиций предприятий производственного и потребительского сегментов экономического пространства, формализовано определение состава рынка.

Ключевые слова — рыночная система, формирование рынка, математическое моделирование, теория игр, теория принятия решений.

Введение

Рыночная система представляет собой общность экономических отношений, складывающихся между определенными субъектами, по поводу совместного использования (купили или продажи) каких-либо товаров или услуг.

Однако совокупное экономическое пространство любого предприятия существенно шире. Его формируют все субъекты не только напрямую, но и косвенно связанные с использованием, управлением, производством или потреблением определенных товаров и услуг. Так, деятельность некоторого производителя может зависеть от дистрибьюторов, промоутеров и других предприятий, не участвовавших в процессе создания товара или услуги.

Во внешней среде субъекта экономического пространства производятся различные по характеристикам товары или услуги, и далеко не все из них совпадают по составу и значениям. При этом может возникать сложность рассмотрения их производителей как конкурентов и, следовательно, включения в состав единого рыночного процесса. Например, товары «VIP» и «эконом» классов могут относиться к одной товарной группе, но иметь отличный друг от друга состав количественных и качественных характеристик.

В современной экономической литературе [1, 2] часто выделяют различные условия возникновения рынка. Они носят весьма общий характер и не дают представления о сущности этого процесса.

В связи с этим необходимо формализовать механизм формирования рынка, позволяющий чет-

ко определить границу внешней среды предприятия. Разработка данной модели устранил неопределенность и абстрактность в рассмотрении рынка и создаст базис для анализа процессов на нем.

Поэтому возникает потребность в исследовании динамики состояния рынка в конкурентных условиях, и одним из основных инструментов этих исследований могут являться формализованные теоретико-игровые модели.

Центральным элементом экономического пространства (1) будем рассматривать субъект рынка (B), т. е. предприятие, с позиции которого анализируется рыночный процесс. Другими элементами являются предприятия-производители (P^{pr}), выпускающие некоторые товары и услуги для реализации, и предприятия-потребители (P^{pt}) данной продукции.

Относительно центра они формируют определенную внешнюю среду.

Тогда все экономическое пространство E можно описать:

$$E = \langle B; P^{pr}; P^{pt} \rangle. \quad (1)$$

В связи с этим можно поставить цель первого этапа моделирования процесса формирования рынка R и сформулировать ее в терминах теории игр — определить множество условных коалиций предприятий в экономическом пространстве субъекта.

Моделирование определения множества условных коалиций предприятий

Для решения задачи определения множества коалиций S применим подход [3–5], основанный

на использовании математического ожидания случайной величины вектора Шепли и позволяющий на основании качественного описания элементов множества предприятий и использования ряда параметров экономического характера получить на множестве E конечное число коалиций S .

На данном этапе необходимо найти наиболее целесообразные коалиции S предприятий. Фактически это задача определения структуры экономического пространства субъекта.

Глобально следует различать две подсистемы: множество производителей P^{pr} и множество потребителей P^{pt} . Основываясь на принципе декомпозиции и на различии целей производителей множества P^{pr} и потребителей множества P^{pt} , состав S следует рассматривать независимо для производителей и потребителей.

Таким образом, генеральную стратегию определения коалиций S предлагается строить на общности признаков H товаров или услуг участников экономического пространства. Будем считать, что субъект может оценить все свойства каждого предприятия с помощью вектора критериев

$$K = \{K_1, K_2, \dots, K_q, \dots, K_z\}. \quad (2)$$

В связи с тем, что критерии K (2) могут иметь различную значимость и влияние на решение задачи, следует рассмотреть следующие способы [6] определения множества коалиций предприятий в случае множества критериев:

1) метод выбора альтернатив по обобщенному критерию при равнозначности заданных критериев;

2) лексикографический метод в случае упорядоченности критериев по важности.

Первый возможный путь решения задачи — выбор альтернатив по обобщенному критерию *максимина*.

Сущность модернизации заключается в использовании для формирования коалиций интервальной оценки ζ .

Пусть каждому из критериев K_q (2) можно на основании экспертной информации поставить в соответствие множество оценок H_{qj} для всех предприятий (производителей или потребителей) из E . Количество критериев K_q во многом зависит от конкретных экономических условий и определяется экспертно. Тогда можно утверждать, что каждому предприятию P_j соответствует оценка H_{qj} для каждого из введенных критериев K_q , и алгоритм состоит из следующих этапов.

1. Для каждого критерия вычислить максимальную критериальную оценку по каждому из критериев:

$$H_{q\max} = \max H_{qj}, q = \overline{1, z},$$

где z — число характеристик по K_q -му критерию.

2. Вычислить приведенные нормализованные оценки предприятия по критериям:

$$H_{qj}^* = \frac{H_{qj}}{H_{q\max}}.$$

3. Вычислить минимальную критериальную оценку для каждого предприятия:

$$H_{j\min} = \min H_{qj}^*.$$

4. Сформировать коалиции S на основе величины степени схождения ζ предприятий:

а) задаются левая и правая границы степени схождения $\zeta_1, \zeta_2 \in [0, 1]$, величины выбираются случайным образом с учетом $\zeta_1 < \zeta_2$;

б) коалиция S_y формируется из предприятий, для которых при заданных значениях степени схождения выполняется условие

$$\zeta_1 \leq H_{j\min} < \zeta_2;$$

в) изменяя значения левой ζ_1 и правой ζ_2 границ степени схождения, можно получить множество коалиций S .

Если поиск множества коалиций проводится по *максимаксному* принципу, то на третьем шаге необходимо вычислить величину $H_{j\max}$ и использовать ее в дальнейшем.

В общем случае поиск множества условных коалиций может быть затруднен, поскольку в различных практических задачах вес критериев может быть разным или их значения могут быть противоречивы. Поэтому целесообразно данную процедуру строить по иерархическому принципу, т. е. установить некоторую упорядоченность примененных критериев.

Предлагается применить метод поиска по лексикографически упорядоченным критериям, что обеспечивает быстрый машинный выбор перспективных вариантов коалиций. Сначала выделяется множество предприятий с наилучшей оценкой по наиболее важному критерию, а затем выбираются те участники экономического пространства, которые имеют лучшую оценку по следующему критерию из упорядоченных по важности. Сущность предлагаемой модернизации заключается в использовании уровня α для формирования коалиций. Рассмотрим алгоритм, реализующий эту процедуру.

1. Критерии K (2) упорядочиваются по важности: K_1, K_2, K_3 и т. д.

2. Лицо, принимающее решение (ЛПР), назначает уровень $\alpha \in [0, 1]$, для которого определяется множество лучших предприятий в соответствии с шагами:

а) определить нижнюю (n) и верхнюю (v) границы α -уровневых подмножеств для оценки предприятия по рассматриваемому критерию:

$$н(H_{qj}) = \inf_{H_{qj} \geq \alpha} d, \quad в(H_{qj}) = \sup_{H_{qj} \geq \alpha} d,$$

где d — значение оценки j -го предприятия H_{qj} для α -уровня;

б) для каждой пары предприятий j и $j + 1$ из P вычислить показатели взаимного превышения критериальных оценок $\zeta_{H_{qj} H_{qj+1}}(H_{qj} > H_{qj+1})$ и $\zeta_{H_{qj+1} H_{qj}}(H_{qj} < H_{qj+1})$:

$$\zeta_{H_{qj} H_{qj+1}} = \frac{в(H_{qj}) - в(H_{qj+1})}{в(H_{qj}) - н(H_{qj})};$$

$$\zeta_{H_{qj+1} H_{qj}} = \frac{н(H_{qj+1}) - н(H_{qj})}{в(H_{qj}) - н(H_{qj})},$$

где $H_{qj}, H_{qj+1} \in H$;

с) вычислить показатели функции принадлежности μ_{qj} j -го предприятия к множеству лучших по q -критерию:

$$\mu_{qj} = \sup \times$$

$$\times \left\{ 0, \left(\max_{H_{qj}, H_{qj+1} \in H} \zeta_{H_{qj}, H_{qj+1}} - \max_{H_{qj}, H_{qj+1} \in H} \zeta_{H_{qj+1}, H_{qj}} \right) \right\}.$$

3. Если множество по рассматриваемому q -критерию содержит не одну альтернативу с $\mu_{qj} \geq \alpha$, то выбирается следующий критерий по важности и этапы п. 2 повторяются.

4. Изменяя значение уровня α , можно получить множество коалиций S .

Использование того или иного подхода к определению множества коалиций предприятий зависит от особенностей самого экономического пространства. В случаях, когда постановке задачи заранее заданы дополнительные требования или ограничения, для выбора перспективных вариантов целесообразно использовать лексикографический метод, так как именно он позволяет наиболее полно их учесть.

Каждый из представленных алгоритмов содержит определенную модернизацию, которая является новой по сравнению с базовой структурой методов, лежащих в основе этих алгоритмов. Возможность изменений подтверждается практической реализацией их на ЭВМ в составе пакета прикладных программ выбора и распределения ресурсов [7].

В качестве ЛПП на всех этапах выступает субъект экономического пространства. Предложенные и применяемые им методы достаточно мобильны относительно качества оптимизирующих параметров. Если условия постановки задачи требуют повышения точности решения, то ЛПП может выделить дополнительные критерии.

Таким образом, экономическое пространство субъекта может быть представлено как два множества коалиций предприятий-производителей и предприятий-потребителей:

$$E = \langle B; S^{Pr}; S^{Pt} \rangle, \quad (3)$$

причем

$$S^{Pr} = \{S_y^{Pr}\}, \quad S^{Pt} = \{S_y^{Pt}\},$$

где S_y^{Pr} — y -я коалиция производителей; S_y^{Pt} — y -я коалиция потребителей товаров или услуг.

Коалиции являются пересекающимися в своей подсистеме, так как предприятия одной коалиции могут входить в состав другой или одна коалиция может содержать другую частично или полностью.

Однако далеко не каждая коалиция может рассматриваться как потенциальный рынок субъекта экономического пространства. Поэтому возникает следующая задача определения оптимальных коалиций предприятий (производителей и потребителей), совокупность которых сформирует рынок субъекта R .

Модель определения оптимальной коалиции предприятий

В процессе определения множества коалиций экономического пространства (3) использовался вектор критериев K , позволяющий достаточно полно описать каждое предприятие. Процесс его формирования осуществлял субъект исходя из имеющейся в его распоряжении информации, полученной на основе мониторинга экономической ситуации. Главной задачей определения множества коалиций являлась локализация предприятий по принципу однородности, которая независимо проводилась в рамках производственного и потребительского сегментов экономического пространства субъекта, что обеспечивало структурирование этого пространства. На той стадии было вполне допустимо, в основе вектора критериев, использовать макроэкономические показатели, характеризующие предприятия.

Фактически определение оптимальной коалиции является следующим этапом локализации предприятий экономического пространства вокруг субъекта. В этой связи в процессе моделирования следует повысить структурированность и перейти к двум критериям:

K^C — обобщенному ценовому (стоимостному) критерию;

K^{NC} — обобщенному неценовому критерию.

В основу построения модели определения оптимальной коалиции предприятий предлагается положить подходы теории принятия решений, в соответствии с которыми каждый из введенных критериев можно рассматривать с точки зрения общего понятия полезности, т. е. j -е предприятие должно оцениваться в смысле целесо-

образности его учета как участника единого рыночного процесса с субъектом экономического пространства.

Возникает задача построения функции полезности в случае критериев K^C и K^{NC} .

Пусть $V: \{H\} \rightarrow [0, 1]$ — функция полезности. Тогда необходимо определить ее аналитический вид с точностью до произвольного монотонного преобразования.

Допущение 1. Пусть функция V такова, что в области допустимых значений имеет $(m+1)$ частных производных по K^C и K^{NC} , т. е. предпочтительность изменяется непрерывно по мере изменения значений по критериям.

Используя разложение в ряд Тейлора, функцию полезности V можем представить в виде

$$\begin{aligned}
 V(H_{K^C} + \Delta H_{K^C}, H_{K^{NC}} + \Delta H_{K^{NC}}) = & \\
 = V(H_{K^C}, H_{K^{NC}}) + & \\
 + \left(\frac{\partial V}{\partial H_{K^C}} \Delta H_{K^C} + \frac{\partial V}{\partial H_{K^{NC}}} \Delta H_{K^{NC}} \right) + \dots + & \\
 + \frac{1}{m!} \left(\frac{\partial V}{\partial H_{K^C}} \Delta H_{K^C} + \frac{\partial V}{\partial H_{K^{NC}}} \Delta H_{K^{NC}} \right)^m + T_m, & (4)
 \end{aligned}$$

где H_{K^C} и $H_{K^{NC}}$ — оценки предприятия по критериям K^C и K^{NC} соответственно; T_m — остаточный член формулы Тейлора.

Тогда для пары $(H_{K^C}, H_{K^{NC}})$ можно на основе процедуры замещения получить $(m + 1)$ индифферентных точек и записать систему линейных уравнений относительно неизвестных значений производных:

$$\left\{ \begin{aligned}
 & \left(\frac{\partial V}{\partial H_{K^C}} \Delta H_{K^C 1} + \frac{\partial V}{\partial H_{K^{NC}}} \Delta H_{K^{NC} 1} \right) + \dots + \\
 & + \frac{1}{m!} \left(\frac{\partial V}{\partial H_{K^C}} \Delta H_{K^C 1} + \frac{\partial V}{\partial H_{K^{NC}}} \Delta H_{K^{NC} 1} \right)^m + \\
 & + T_{m1} = 0, \\
 & \dots \\
 & \left(\frac{\partial V}{\partial H_{K^C}} \Delta H_{K^C g} + \frac{\partial V}{\partial H_{K^{NC}}} \Delta H_{K^{NC} g} \right) + \dots + \\
 & + \frac{1}{m!} \left(\frac{\partial V}{\partial H_{K^C}} \Delta H_{K^C g} + \frac{\partial V}{\partial H_{K^{NC}}} \Delta H_{K^{NC} g} \right)^m + \\
 & + T_{mg} = 0, \\
 & \dots
 \end{aligned} \right. \quad (5)$$

где $(H_{K^C} + \Delta H_{K^C}, H_{K^{NC}} + \Delta H_{K^{NC}})$ — g -я точка, индифферентная точке $(H_{K^C}, H_{K^{NC}})$; m — количество частных производных, причем $g = 1, m + 1$;

T_{mg} — остаточный член при определении значений полезности разложением (4) в точке g , характеризующий точность представления функции полезности в виде ряда Тейлора.

Если предположить, что $T_{mg} = 0$ для всех g , то для проверки этого условия должно выполняться условие равенства определителя системы линейных уравнений относительно неизвестных значений, производных нулю. Это необходимое условие для проверки равенства $T_{mg} = 0$, а с учетом допущения 1 и достаточное. Таким образом, если при выбранном порядке m в формуле Тейлора определитель системы линейных уравнений относительно неизвестных значений производных (5) не равен нулю, то $T_{mg} \neq 0$. Тогда следует увеличить m , дополнительно установив недостающее количество индифферентных точек.

Допущение 2. Функция полезности, формализующая предпочтения субъекта, монотонна и выпукла (или вогнута) на каждом из K^C и K^{NC} .

На основании предложенной процедуры можно получить аналитический вид функции V , заданной на векторе критериев \mathbf{K} , характеризующих ценовые и неценовые свойства предприятия. Полученная функция полезности обладает свойством непрерывности и позволяет на основании интерполяции рассчитывать ее значения за границами выбранных первоначально интервалов. Другими словами, у субъекта появляется возможность прогнозировать вероятное изменение показателей предприятий. Это имеет большое практическое значение.

Если величину оценки каждого из критериев можно задать в виде некоторого интервала, т. е. степень неопределенности исходных данных высока, то для построения функции полезности предлагается воспользоваться методом [6, 8], основанным на декомпозиции многомерных нечетких функций полезности. Рассмотрим его применение к задаче построения функции полезности в случае двух независимых критериев K^C и K^{NC} .

Критерии K^C и K^{NC} назовем взаимно независимыми по полезности, если K^C не зависит по полезности от K^{NC} , а K^{NC} не зависит по полезности от K^C , что полностью согласуется с определением независимости по полезности критериев, введенным в работе [6].

Обозначим $V(H_{K^C}, H_{K^{NC}})$ функцию полезности, где H — множества оценок по критериям K^C и K^{NC} .

Если критерии K^C и K^{NC} являются взаимно независимыми по полезности, то, используя метод [6] декомпозиции многомерных функций при независимых критериях по полезности, функцию $V(H_{K^C}, H_{K^{NC}})$ можно представить в виде

$$V(H_{K^C}, H_{K^{NC}}) = t^{K^C} v^-(H_{K^C}) + \frac{v^+(H_{K^C}) - v^-(H_{K^C})}{v^+(H_{K^C}^0)} \times \\ \times t^{K^{NC}} v^-(H_{K^{NC}}) + t^{K^{NC}} V(H_{K^{NC}}^0) \times \\ \times \frac{v^+(H_{K^C}) - v^-(H_{K^C}) v^+(H_{K^{NC}}) - v^-(H_{K^{NC}})}{v^+(H_{K^C}^0) v^+(H_{K^{NC}}^0)},$$

где $V(H_{K^C}), V(H_{K^{NC}})$ — нормализованные условные функции полезности поставщика по критериям K^C и K^{NC} соответственно, такие, что левые v^- и правые v^+ границы носителей для значений условной функции полезности V равны $v^-(H_{K^C}^0) = 0, v^+(H_{K^C}^1) = 1, v^-(H_{K^{NC}}^0) = 0, v^+(H_{K^{NC}}^1) = 1$ соответственно; $t^{K^C}, t^{K^{NC}}$ — положительные шкалирующие константы функции полезности $V(H_{K^C}, H_{K^{NC}})$, определяемые следующим образом:

$$t^{K^{NC}} = \frac{v^+(H_{K^C}^0)}{1 + v^-(H_{K^C}^1)(v^+(H_{K^{NC}}^0) - 1)}; \quad (6)$$

$$t^{K^C} = t^{K^{NC}} \frac{v^+(H_{K^{NC}}^0)}{v^+(H_{K^C}^0)}. \quad (7)$$

Левые границы $v^-(H_{K^C}), v^-(H_{K^{NC}})$ носителей для $V(H_{K^C}), V(H_{K^{NC}})$ определяют, зная их правые границы $v^+(H_{K^C}), v^+(H_{K^{NC}})$:

$$v^-(H_{K^C}) = \frac{v^+(H_{K^C}) - v^+(H_{K^C}^0)}{1 - \sigma t^{K^C} v^+(H_{K^C}^0)}; \quad (8)$$

$$v^-(H_{K^{NC}}) = \frac{v^+(H_{K^{NC}}) - v^+(H_{K^{NC}}^0)}{1 - \sigma t^{K^{NC}} v^+(H_{K^{NC}}^0)}, \quad (9)$$

где σ — некоторая константа, содержащая подобные члены выражений (8) и (9):

$$\sigma = \frac{v^+(H_{K^C}^0) - v^+(H_{K^C}^1) + v^-(H_{K^C}^1)}{t^{K^C} v^+(H_{K^C}^0) v^-(H_{K^C}^1)}. \quad (10)$$

В выражениях (6)–(10) H^0 и H^1 — оценки критериев K^C и K^{NC} .

Точность получаемого результата существенно зависит не только от формализации исходных данных, но и от того, сколько критериев введены субъектом для предприятий.

Таким образом, используя разложение в ряд Тейлора или декомпозицию многомерных функций в случае независимых критериев, можно определить значения функции полезности для

каждого предприятия (производителей и потребителей) экономического пространства субъекта.

Тогда каждая коалиция S (например, производителей) представляет собой некоторое объединение:

$$S_y = \bigcup_j \frac{pr_j}{V_j(K^C, K^{NC})},$$

где $V_j(H_{K^C}, H_{K^{NC}})$ — значение функции полезности pr_j производителя.

Отсюда следует, что функция полезности коалиции в целом

$$V_{S_y} = \bigcup_j V_j(K^C, K^{NC}),$$

где $pr_j \in S_y$.

При этом условии значение полезности может быть рассчитано как среднее для всех ее элементов:

$$V_{S_y} = \frac{\sum_{j \in S_y} V_j(K^C, K^{NC})}{|S_y|},$$

где $S_y \in E$.

Подобный расчет необходимо производить независимо для всех коалиций S подсистем производителей и потребителей экономического пространства E .

В качестве критерия оптимизации предлагается принять максимум функции полезности. Тогда применение критерия оптимизации к коалициям производителей и потребителей товаров или услуг позволяет сузить экономическое пространство E до рынка R и получить множества PR и PT :

$$PR = S^{pr} \setminus \max V_{S_y^{pr}}; \quad PT = S^{pt} \setminus \max V_{S_y^{pt}}.$$

В результате можно определить состав множества производителей и множества потребителей, формирующих в совокупности для субъекта рынок товаров или услуг R :

$$R = PT \cup PR.$$

Заключение

В основе предложенного подхода лежит использование базовых положений теории принятия решения и, в частности, оптимизация функции полезности, применение которой к задаче моделирования процесса формирования рынка является элементом новизны данного научного исследования.

Для построения функции полезности использовались два способа: разложение в ряд Тейлора и декомпозиция многомерных функций. Их применение к задаче определения состава производителей и потребителей рынка R потребовало

формирования двух совокупных критериев, отражающих ценовые и неценовые различия предприятий. Учет неценовых особенностей участников рынка является общим весомым отличием данной работы.

Важно отметить, что предлагаемый путь решения не содержит чрезвычайно сложных за-

висимостей и легко реализуем на ЭВМ. Данное обстоятельство особенно ценно для некоторых видов конкуренции (совершенной и монополистической), в которых принимает участие значительное количество предприятий, что приводит к возрастанию объемов вычислительных операций.

Литература

1. Акулов В. Б., Акулова О. В. Экономическая теория: учеб. пособие / ПетрГУ. — Петрозаводск, 2002. — 115 с.
2. Борисов Е. Ф. Экономическая теория: учеб. пособие. 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Юрайт, 1999. — 384 с.
3. Ауман Р., Шепли Л. Значения для неатомических игр. — М.: Мир, 1977. — 230 с.
4. Дюбин Г. Н. О функции Шелли для игр с бесконечным числом игроков // Теоретико-игровые вопросы принятия решений. — Л.: Наука, 1978. — 310 с.
5. Дюбин Г. Н., Суздаль В. Г. Введение в прикладную теорию игр. — М.: Наука, 1981. — 336 с.
6. Борисов А. Н., Алексеев А. В., Меркурьев Г. В. Обработка нечеткой информации в системах принятия решений. — М.: Радио и связь, 1989. — 304 с.
7. Степанов Л. В., Сербулов Ю. С., Сипко В. В. Пакет прикладных программ для выбора и принятия решений в задачах поставки сырья на промышленное предприятие // Инф. листок № 289–97. — Воронеж: ЦНТИ, 1997. — 2 с.
8. Кини Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения: Пер. с англ. / Под ред. И. Ф. Шахнова. — М.: Радио и связь, 1981. — 560 с.

ПАМЯТКА ДЛЯ АВТОРОВ

Поступающие в редакцию статьи проходят обязательное рецензирование.

При наличии положительной рецензии статья рассматривается редакционной коллегией. Принятая в печать статья направляется автору для согласования редакторских правок. После согласования автор представляет в редакцию окончательный вариант текста статьи.

Процедуры согласования текста статьи могут осуществляться как непосредственно в редакции, так и по e-mail (80x@mail.ru).

При отклонении статьи редакция представляет автору мотивированное заключение и рецензию, при необходимости доработать статью — рецензию. Рукописи не возвращаются.

Редакция журнала напоминает, что ответственность за достоверность и точность рекламных материалов несут рекламодатели.

АНДРЕЕВ
Сергей
Дмитриевич



Научный сотрудник Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации РАН. В 2006 году окончил Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения по специальности «Комплексная защита объектов информатизации». В 2009 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором 40 научных публикаций. Область научных интересов — беспроводные системы связи, системы массового обслуживания, мобильные и энергоэффективные системы. Эл. адрес: corion@mail.ru

АРТЕМЕНКО
Юрий
Николаевич



Заведующий отделом проектирования и координации работ Физического института им. П. Н. Лебедева РАН. В 1975 году окончил Московский авиационный институт по специальности «Производство летательных аппаратов». В 2005 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором более 50 научных публикаций и двух запатентованных изобретений. Область научных интересов — методы математического моделирования, оценивания и управления механическими системами, антенные системы и комплексы для решения радиоастрономических задач. Эл. адрес: feli@asc.rssi.ru

ВЕРЕМЕЙ
Евгений
Игоревич



Профессор, заведующий кафедрой компьютерных технологий и систем Санкт-Петербургского государственного университета, почетный работник высшего профессионального образования РФ. В 1972 году окончил Днепропетровский государственный университет им. 300-летия воссоединения Украины с Россией. В 1995 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. Является автором более 100 научных публикаций. Область научных интересов — теория оптимального управления, компьютерное моделирование систем управления, прикладные задачи управления движением морских судов и управления процессами стабилизации плазмы. Эл. адрес: e_veremey@mail.ru

ВИНЕЛЬ
Алексей
Викторович



Старший научный сотрудник лаборатории информационных технологий в системном анализе и моделировании Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации РАН. В 2005 году окончил Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения по магистерскому направлению «Информационные системы в экономике». В 2007 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором более 30 научных публикаций. Область научных интересов — случайный множественный доступ, анализ и оценка производительности беспроводных сетей передачи данных. Эл. адрес: vinel@ieeee.org

ВОЛКОВА
Светлана
Сергеевна



Магистрант кафедры биомедицинской электроники и охраны среды Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ». В 2008 году получила степень бакалавра техники и технологии в «ЛЭТИ» по направлению «Биомедицинская инженерия». Область научных интересов — обработка биомедицинских сигналов, информационные системы, технологии распознавания образов. Эл. адрес: svetlan-nute@yandex.ru

ГОРОДЕЦКИЙ
Андрей
Емельянович



Доктор технических наук, профессор, заведующий лабораторией методов и средств автоматизации Института проблем машиноведения РАН, заслуженный деятель науки и техники. В 1965 году окончил Ленинградский политехнический институт им. М. И. Калинина. В 1993 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором более 150 научных публикаций и 70 изобретений. Область научных интересов — математическое моделирование, оптимальное управление, идентификация и диагностика. Эл. адрес: gorodetsky@mail23.ipme.ru

**ДУБАРЕНКО
Владимир
Васильевич**



Ученый секретарь Института проблем машиноведения РАН. В 1963 году окончил Ленинградский военно-механический институт по специальности «Механика», в 1965 году — по специальности «Системы управления». В 2002 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором 70 научных публикаций. Область научных интересов — интеллектуальные системы и системы управления. Эл. адрес: dvv@msa.impe.ru

**ДУДИН
Александр
Николаевич**



Гражданин Белоруссии. Профессор, заведующий научно-исследовательской лабораторией прикладного вероятностного анализа Белорусского государственного университета. В 1976 году окончил Белорусский государственный университет по специальности «Прикладная математика». В 1992 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. Является автором более 250 научных публикаций. Область научных интересов — теория массового обслуживания и ее приложения, теория случайных процессов, прикладная теория вероятностей. Эл. адрес: dudin@bsu.by

**КАЛИНИЧЕНКО
Александр
Николаевич**



Доцент кафедры биомедицинской электроники и охраны среды Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ». В 1977 году окончил Ленинградский электротехнический институт им. В. И. Ульянова (Ленина). В 2008 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором более 90 научных публикаций. Область научных интересов — методы цифровой обработки и анализа биомедицинских сигналов. Эл. адрес: ank-bs@yandex.ru

**КЛЮЧАРЁВ
Александр
Анатольевич**



Доцент кафедры компьютерной математики и программирования Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения, почтенный работник высшего профессионального образования РФ. В 1971 году окончил Севастопольский приборостроительный институт по специальности «Общая радиотехника». В 1982 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором более 50 научных публикаций и 10 изобретений. Область научных интересов — обработка экспериментальных данных, системы автоматизации натурного эксперимента, информационно-измерительные системы. Эл. адрес: ak@aanet.ru

**КОСТИКОВА
Елена
Валентиновна**



Преподаватель кафедры математического моделирования и эконометрии Санкт-Петербургского государственного университета водных коммуникаций. В 1993 году окончила Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» по специальности «Электронные вычислительные машины». Область научных интересов — проектирование устройств и систем обработки сигналов изображений. Эл. адрес: Kostikovaev@mail.ru

**КУЧМИН
Андрей
Юрьевич**



Старший научный сотрудник лаборатории механики управляемых систем Института проблем машиноведения РАН. В 2005 году окончил Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения. В 2007 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором 22 научных публикаций и двух запатентованных изобретений. Область научных интересов — математическое моделирование в естественных науках, искусственный интеллект и принятие решений, математические проблемы теории управления и др. Эл. адрес: radiotelescope@yandex.ru

**МАЗГАЛИН
Дмитрий
Вениаминович**



Аспирант Института математики и механики Уральского отделения РАН, ассистент кафедры информатики и процессов управления Уральского государственного университета им. А. М. Горького.

В 2007 году окончил Уральский государственный университет им. А. М. Горького по специальности «Математика. Прикладная математика».

Является автором шести научных публикаций.

Область научных интересов — теория оптимального управления, компьютерная графика, алгоритмы шифрования.

Эл. адрес: dmazgalin@rambler.ru

**МАНИЛО
Людмила
Алексеевна**



Профессор кафедры биомедицинской электроники и охраны среды Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ», почетный работник высшего профессионального образования РФ. В 1970 году окончила Ленинградский электротехнический институт им. В. И. Ульянова (Ленина) по специальности «Электронно-медицинская аппаратура».

В 2007 году защитила диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором более 90 научных публикаций.

Область научных интересов — распознавание образов, автоматический анализ биомедицинских сигналов, медицинские диагностические системы.

Эл. адрес: lmanilo@yandex.ru

**МОЛДОВЯН
Дмитрий
Николаевич**



Младший научный сотрудник Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации РАН.

В 2009 году окончил Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» по специальности «Компьютерная безопасность». Является автором 15 научных публикаций и четырех изобретений.

Область научных интересов — применение конечных алгебраических структур в алгоритмах и протоколах криптографии с открытым ключом.

Эл. адрес: mdn.spectr@mail.ru

**МОЛДОВЯНУ
Петр
Андреевич**



Начальник службы главного метролога ФГУП НИИ «Вектор».

В 1980 году окончил Ленинградский технологический институт им. Ленсовета по специальности «Автоматизация технологических процессов».

В 2004 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором более 40 научных публикаций и пяти изобретений.

Область научных интересов — информационная безопасность.

Эл. адрес: spectrz@mail.ru

**НЕМИРКО
Анатолий
Павлович**



Профессор кафедры биомедицинской электроники и охраны среды Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ», заслуженный работник высшей школы РФ.

В 1967 году окончил Ленинградский электротехнический институт им. В. И. Ульянова (Ленина).

В 1985 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук.

Является автором более 180 научных публикаций.

Область научных интересов — распознавание образов и обработка сигналов, методы автоматического анализа биомедицинских сигналов и др.

Эл. адрес: apn-bs@yandex.ru

**НОВИКОВ
Федор
Александрович**



Заведующий лабораторией астрономического программирования Института прикладной астрономии РАН.

В 1974 году окончил математико-механический факультет Ленинградского государственного университета.

В 1983 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук.

Является автором 45 научных публикаций, в том числе монография.

Область научных интересов — прикладная математика, технологии программирования.

Эл. адрес: fedornovikov@rambler.ru

НОВИЦКИЙ
Владимир
Олегович



Доцент кафедры автоматизированных систем и вычислительной техники Московского государственного университета пищевых производств, докторант. В 1983 году окончил Московский технологический институт пищевой промышленности. В 1987 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором 110 научных публикаций, семи свидетельств об официальной регистрации программ для ЭВМ и авторского свидетельства на изобретение. Область научных интересов — теория систем и системный анализ, математическое программирование, теория управления, корпоративные информационные системы и др.
Эл. адрес: nvo60@mail.ru

ОКУНЕВ
Константин
Евгеньевич



Ассистент кафедры компьютерной математики и программирования Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. В 2000 году окончил Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения по специальности «Электронные вычислительные машины». Является автором пяти научных публикаций. Область научных интересов — разработка систем на кристалле, системы реального времени, встраиваемые системы.
Эл. адрес: konstantin.okunev@guap.ru

СТЕПАНОВ
Леонид
Викторович



Доцент кафедры информационных технологий Института менеджмента, маркетинга и финансов, г. Воронеж. В 1990 году окончил Воронежскую государственную технологическую академию по специальности «Автоматизированные системы управления технологическими процессами». В 1998 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором более 60 научных публикаций, в том числе двух монографий. Область научных интересов — теория принятия решений, нейросетевые технологии, моделирование экономических систем, технологии разработки программных продуктов и систем.
Эл. адрес: stepanovlv@yandex.ru

ТАРАСОВА
Ирина
Леонидовна



Доцент, старший научный сотрудник Института проблем машиноведения РАН. В 1978 году окончила Ленинградский политехнический институт им. М. И. Калинина. В 1998 году защитила диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором более 50 научных публикаций. Область научных интересов — математическое моделирование, оптимальное управление, идентификация и диагностика.
Эл. адрес: til@msa2.ipme.ru

ТИХОНОВА
Ульяна
Николаевна



Аспирант кафедры прикладной математики Санкт-Петербургского государственного политехнического университета, стажер-исследователь в лаборатории астрономического программирования Института прикладной астрономии РАН. В 2008 году окончила Санкт-Петербургский государственный политехнический университет по специальности «Прикладная математика и информатика». Является автором семи научных публикаций. Область научных интересов — формализация знаний, UML, проблемно-ориентированные языки, теория трансляции, автоматное программирование.
Эл. адрес: ulyana.tikhonova@gmail.com

ТОКАРЧУК
Андрей
Михайлович



Аспирант кафедры вычислительных систем и сетей Московского государственного университета путей сообщения. В 2008 году окончил Московский государственный университет путей сообщения по специальности «Вычислительные машины, комплексы, системы и сети». Защитил диплом на тему «Нечетко-нейронная система безопасности web-сайта». Область научных интересов — системы объектно-реляционного отражения, работа с базами данных, разработка и эксплуатация web-сайтов и интернет-сервисов.
Эл. адрес: netandreas@gmail.com

**ТЮРЛИКОВ
Андрей
Михайлович**



Доцент кафедры безопасности информационных систем Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. В 1980 году окончил Ленинградский институт авиационного приборостроения по специальности «Информационные системы управления». В 1986 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором более 80 научных публикаций. Область научных интересов — многоабонентные системы связи, системы дистанционного обучения, протоколы передачи данных в реальном масштабе времени, алгоритмы сжатия видеоинформации. Эл. адрес: turlikov@mail.ru

**ФАХМИ
Шакиб
Субхиевич**



Доцент кафедры систем автоматизации проектирования Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ». В 1987 году окончил Ленинградский электротехнический институт им. В. И. Ульянова (Ленина) по специальности «Электронные вычислительные машины». В 1993 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором более 70 научных публикаций. Область научных интересов — проектирование видеосистем на кристалле, обработка нестационарных сигналов изображений. Эл. адрес: Shakeebf@mail.ru

**ЧЕРНЫШЕВ
Кирилл
Романович**



Старший научный сотрудник Института проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН. В 1985 году окончил факультет прикладной математики Московского института электронного машиностроения. В 1999 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Является автором более 80 научных публикаций. Область научных интересов — идентификация систем управления. Эл. адрес: myau@ipu.ru

**ХО
Нгок Зуй**



Гражданин Вьетнама. Аспирант кафедры автоматизированных систем обработки информации и управления Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ». В 2009 году окончил Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ». Является автором четырех научных публикаций. Область научных интересов — компьютерная безопасность, криптография. Эл. адрес: aimezthngocduy207@yahoo.com

УДК 004.05

Проблемы создания систем адаптации космических радиотелескопов

Артеменко Ю. Н., Городецкий А. Е., Дубаренко В. В., Кучмин А. Ю., Тарасова И. Л. Информационно-управляющие системы, 2010. № 3. С. 2–8.

Рассматриваются основные проблемы управления радиотелескопом и его адаптации в условиях космоса. Изложены общие принципы управления зеркальной системой космического телескопа «Миллиметрон». Рассмотрены варианты конструкций механики подсистем адаптации. Проанализированы свойства и характеристики различных материалов при низких температурах. Приведены оценки динамических характеристик конструкций элементов зеркальной системы.

Ключевые слова — космический радиотелескоп, система автоматического управления, криогенные температуры, электроприводы.

Список лит.: 11 назв.

УДК 519.71

Вероятностные неравенства чебышевского типа в одной задаче робастного управления

Чернышев К. Р. Информационно-управляющие системы, 2010. № 3. С. 9–12.

Рассмотрена одна постановка задачи робастного управления по вероятностному критерию, предложенная сравнительно недавно в литературе. В ее рамках анализируется проблема существования робастного управления, для решения которой построены критерии, основанные на применении вероятностных неравенств чебышевского типа.

Ключевые слова — вероятностный критерий, робастное управление, неравенства Чебышева и Гаусса, плотность распределения.

Список лит.: 5 назв.

УДК 517.977.5

Синтез H_∞ -оптимальных систем с ограниченными управлениями в сингулярной ситуации

Веремей Е. И. Информационно-управляющие системы, 2010. № 3. С. 13–20.

Рассматривается задача об оптимальном подавлении входных возмущений, действующих на линейную стационарную систему с одним входом и одним выходом, с учетом ограниченности ресурсов управления. В качестве минимизируемого функционала принимается H_∞ -норма передаточной функции замкнутой системы. Предлагается единый подход к синтезу обратных связей в вырожденном случае, когда оптимальная передаточная функция не является равномерно пропускающей.

Ключевые слова — обратная связь, оптимизация, функционал, передаточная функция, пространство H_∞ , норма.

Список лит.: 7 назв.

УДК 004.05

Problems of development of space radio-telescope adaptation systems

Artemenko Yu. N., Gorodetskiy A. E., Dubarenko V. V., Kuchmin A. Yu., Tarasova I. L. IUS, 2010. N 3. P. 2–8.

The main problems of control and adaptation of the space radio-telescope are discussed. A general dish pointing concept of the space radio-telescope «Millimtron» is suggested. The mechanical designs of the adaptation subsystems are described. The properties and characteristics of materials at the cryogenic temperature are analyzed. The estimations of dynamic properties of elements of dish system are shown.

Keywords — space radio-telescope, automatic control system, cryogenic temperatures, antenna-system electric drivers.

Refs: 11 titles.

УДК 519.71

Probabilistic Chebyshev type inequalities in a robust control problem

Chernyshov K. R. IUS, 2010. N 3. P. 9–12.

A control problem statement, recently proposed in scientific publications, is discussed. Within this problem framework, the existence of robust controls is investigated. To solve the problem, some criteria, based on applying probabilistic Chebyshev type inequalities, are proposed.

Keywords — probabilistic criterion, robust control, Chebyshev and Gauss inequalities, distribution density

Refs: 5 titles.

УДК 517.977.5

H_∞ -optimal synthesis with limited controls for singular situation

Veremey E. I. IUS, 2010. N 3. P. 13–20.

The problem of external disturbances rejection is considered for SISO controlled systems on the base of the problem of H_∞ -optimization, taking into account given restrictions for control signals. The unified approach is proposed to design feedback control for the singular situation, when the optimal transfer function of a closed system is not all-pass.

Keywords — feedback, optimization, functional, transfer function, H_∞ -space, norm.

Refs: 7 titles.

УДК 62.505

Построение способа управления ракетой-носителем при использовании в качестве управления программных угловых скоростей разворотов

Мазгалин Д. В. Информационно-управляющие системы, 2010. № 3. С. 21–28.

Рассматривается построение оптимального управления выведения ракеты-носителя на эллиптическую орбиту на безатмосферном активном участке при непрерывной работе двигательной установки с нерегулируемой тягой. Угловые скорости разворотов ракеты-носителя по углу тангажа и углу рыскания принимаются за управляющие параметры. В качестве критерия оптимальности задается максимум массы ракеты-носителя на момент вывода на орбиту. Определяются структура управления и способ нахождения параметров управления ракетой-носителем.

Ключевые слова — оптимальное управление, моделирование движения объекта, принцип максимума Понтрягина.

Список лит.: 8 назв.

УДК 004.434

Автоматный метод определения проблемно-ориентированных языков (Часть 3)

Новиков Ф. А., Тихонова У. Н. Информационно-управляющие системы, 2010. № 3. С. 29–37.

В статье описывается новый метод определения синтаксиса и семантики проблемно-ориентированных языков с помощью диаграмм классов и диаграмм автоматов. В третьей части статьи описывается задание операционной семантики системами взаимодействующих автоматов на примере мини-языка множеств.

Ключевые слова — проблемно-ориентированный язык, абстрактный синтаксис, метамодель, автоматное программирование.

Список лит.: 5 назв.

УДК 681.3

Сопряженное проектирование на базе реконфигурируемых систем на кристалле

Костикова Е. В., Фахми Ш. С. Информационно-управляющие системы, 2010. № 3. С. 38–43.

С увеличением сложности систем и возможностей технологии проектирования СБИС класса «система на кристалле» все более необходимым становится создание интегрированных САПР БИС/СБИС с программируемой структурой. В статье рассматривается весь маршрут физического прототипирования на примере разработки умножителя с использованием аппаратно-программных средств САПР на базе технологии «система на кристалле».

Ключевые слова — система на кристалле, уровень регистровых передач, сложно-функциональные блоки, программируемые логические интегральные схемы.

Список лит.: 13 назв.

УДК 62.505

Designing a method to control carrier rocket when angular velocity of rotation is used as a control program

Mazgalin D. V. IUS, 2010. N 3. P. 21–28.

In the following article a design of optimal control of launching a carrier into an elliptical orbit in a non-atmospheric active region, engaging uninterrupted operation of the propulsion system with unregulated traction, is discussed. The angular velocity of the carrier on the pitch and the yaw angle are set as the control parameters. The maximum mass of the carrier at the time of orbiting is set as the optimality criterion. A management structure and a method of finding the parameters of the carrier control are defined.

Keywords — optimal control, simulation of motion of the object, the Pontryagin maximum principle

Refs: 8 titles.

УДК 004.434

An automata based method for domain specific languages definition (Part 3)

Novikov F. A., Tikhonova U. N. IUS, 2010. N 3. P. 29–37.

A new method for domain specific language definition is proposed. The method allows to define both syntax and semantics with class and state machine diagrams. In the third part of the article setting operational semantics by the systems of interacting automata is described using as an example the mini-language of sets.

Keywords — domain specific language, abstract syntax, metamodel, automata based programming.

Refs: 5 titles.

УДК 681.3

Co-design engaging chip-based reconfigurable systems

Kostikova E. V., Fakhmi Sh., S. IUS, 2010. N 3. P. 38–43.

With the increase of system complexity and the technological possibilities in the design of VLSI «system on chip», designing integrated EDA with programmed structure is becoming more and more attractive and indispensable. In this paper the entire physical prototyping route is reviewed by the example of developing a multiplier using EDA hardware-software means based on the «system on chip» technology.

Keywords — system on chip, RTL, IP-cores, FPGA.

Refs: 13 titles.

УДК 681.3

Программная модель системы на кристалле

Окунев К. Е., Ключарев А. А. Информационно-управляющие системы, 2010. № 3. С. 44–50.

Предлагается формализованное описание программной модели систем на кристалле как системы реального времени. Модель строится на основе совмещения связанных автоматных, графовых и вероятностных составляющих системы и входных воздействий. Приводятся примеры использования рассмотренной модели для определения интерфейсных блоков и их анализа с помощью характеристик типа «пересечений уровня».

Ключевые слова — системы на кристалле, совместная разработка программного и аппаратного обеспечения.

Список лит.: 9 назв.

УДК 004.424

Применение грид-систем при развертывании web-сайта

Токарчук А. М. Информационно-управляющие системы, 2010. № 3. С. 51–55.

Рассматривается построение отказоустойчивой распределенной грид-системы по обработке запросов к web-сайту.

Ключевые слова — грид, web-сайт, распределение нагрузки, отказоустойчивые системы.

Список лит.: 4 назв.

УДК 004.7

Анализ алгоритмов распространения тревожного сообщения с глобальным знанием в беспроводных сетях передачи данных с линейной топологией

Винель А. В., Дудин А. Н., Андреев С. Д., Тюрликов А. М. Информационно-управляющие системы, 2010. № 3. С. 56–60.

Рассматриваются алгоритмы распространения тревожного сообщения от некоторого узла-инициатора ко всем узлам сети передачи данных, расположенных в некоторой географической области. Разрабатываются аналитические методы расчета вероятностно-временных характеристик таких алгоритмов для случая линейной топологии сети и фиксированной вероятности успеха одношаговой передачи. Обсуждается применимость полученных результатов к исследованию спонтанных автомобильных сетей.

Ключевые слова — спонтанные автомобильные сети, активная дорожная безопасность, многошаговая передача, распространение тревожного сообщения, ретрансляция.

Список лит.: 7 назв.

UDK 681.3

System on chip programming model

Okunev K. E., Klucharev A. A. IUS, 2010. N 3. P. 44–50.

A formalized representation of the System on a Chip's programming model is proposed in this article. The model is based on the combination of finite state machines, graphs and probability components of the system and incoming signals. A programming model of the interface component is provided as an example of an application of this approach when using a «level cross» characteristic for its analysis.

Keywords — system-on-a-chip (SoC), co-design of hardware and software.

Refs: 9 titles.

UDK 004.424

Grid system application for web-site deployment

Tokarchuk A. M. IUS, 2010. N 3. P. 51–55.

This article reviews fault-tolerant distributed Grid system deployment for processing requests to the web site.

Keywords — grid, web site, load balancing, fault-tolerant systems.

Refs: 4 titles.

UDK 004.7

An analysis of warning dissemination algorithms with global knowledge for wireless networks with linear topology.

Vinel A. V., Dudin A. N., Andreev S. D., Turlikov A. M. IUS, 2010. N 3. P. 56–60.

In this paper dissemination algorithms to transfer warning messages from the originator node to the remaining recipient nodes within a specified geographic area are discussed. Analytical methods are developed to obtain time-probabilistic characteristics of these algorithms for linear network topology and fixed success probability of one-hop transmission. Applicability of the obtained results to the vehicular ad-hoc networks is discussed.

Keywords — vehicular ad-hoc networks, active road security, multi-hop transmission, warning message dissemination, relaying.

Refs: 7 titles.

УДК 681.3

Конечные группы с четырехмерной цикличностью как примитивы цифровой подписи

Молдовяну П. А., Молдовян Д. Н., Хо Нгок Зуй. Информационно-управляющие системы, 2010. № 3. С. 61–68.

Для синтеза производительных алгоритмов электронной цифровой подписи предлагается использовать вычислительно сложную задачу извлечения корня большой простой степени в конечных мультипликативных группах четырехмерных векторов, заданных над кольцом специального вида. Показано, что строение данного типа групп описывается в терминах четырехмерной цикличности. Особенности строения использованы для разработки алгоритмов нахождения корней большой простой степени в случае делимости порядка группы на квадрат степени корня. Предложена новая, более производительная схема электронной цифровой подписи.

Ключевые слова — конечные группы, строение групп, вычислительно сложная задача, вычисление корней, цифровая подпись.

Список лит.: 9 назв.

UDK 681.3

Finite vector groups with four-dimension cyclicity as primitives of the digital signature

Moldovyanu P. A., Moldovyan D. N., Ho Ngoc Duy. IUS, 2010. N 3. P. 61–68.

A difficult task of finding large prime degree roots in finite multiplicative groups of vectors defined over rings of special type for the synthesis of the high-performance digital signature algorithms is proposed. It has been shown that the structure of such groups possesses the four-dimension cyclicity. The structure features of the group have been used to develop an algorithm for finding large prime degree roots. A new high performance digital signature scheme has been proposed. *Keywords* — finite groups, group structure, computationally difficult problem, computing roots, digital signature

Refs: 9 titles.

УДК 004.383.3

Энтропийные методы оценки уровня анестезии по ЭЭГ-сигналу

Немирко А. П., Манило Л. А., Калиниченко А. Н., Волкова С. С. Информационно-управляющие системы, 2010. № 3. С. 69–74.

Рассмотрены возможности применения энтропийных характеристик ЭЭГ-сигнала, вычисляемых во временной области, в задаче автоматического распознавания стадий анестезии. Обсуждаются методики вычисления условной и аппроксимированной энтропии, вопросы выбора информативных параметров, а также результаты их анализа для нескольких состояний, связанных с применением анестезирующих средств и отличающихся уровнями активности головного мозга.

Ключевые слова — энтропийные методы исследования, условная энтропия Шеннона, энтропия Колмогорова, автоматический анализ ЭЭГ-сигнала, распознавание стадий наркоза.

Список лит.: 8 назв.

UDK 004.383.3

Entropy methods of anesthesia depth estimation based on EEG analysis

Nemirko A. P., Manilo L. A., Kalinichenko A. N., Volkova S. S. IUS, 2010. N 3. P. 69–74.

Possibilities of EEG based time-domain entropy characteristics used for the anesthesia stages recognition are discussed. Conditional and approximated entropy techniques, as well as the results of their use for the analysis of several stages of anesthesia related to different levels of human brain activity, are considered.

Keywords — entropy methods, Shannon conditional entropy, Kolmogorov entropy, automated EEG analysis, anesthesia stages assessment

Refs: 8 titles.

УДК 004.94:65.012.122(664.7)

Система производственного планирования с использованием банка аналитических моделей

Новицкий В. О. Информационно-управляющие системы, 2010. № 3. С. 75–79.

Предлагается методика моделирования бизнес-процессов производственно-ресурсного планирования на основе создания банка аналитических моделей и использования его для систем управления одного из больших и важных классов предприятий агропромышленного комплекса — предприятий по хранению и переработке зерна. Проводится систематизация функций и задач управления. Приводятся фрагменты банка моделей оптимизационных задач планирования для зерновых и перерабатывающих компаний.

Ключевые слова — система управления, производственно-ресурсное планирование, математическая модель, оптимизация, банк моделей, критерий, зерновые и зерноперерабатывающие компании.

Список лит.: 8 назв.

УДК 519.866

Генезис рыночной системы предприятия

Степанов Л. В. Информационно-управляющие системы, 2010. № 3. С. 80–85.

Анализируются экономические предпосылки формирования рынка и важность этого процесса для деятельности предприятия. Предложена математическая модель формирования множества условных коалиций предприятий производственного и потребительского сегментов экономического пространства, формализовано определение состава рынка.

Ключевые слова — рыночная система, формирование рынка, математическое моделирование, теория игр, теория принятия решений.

Список лит.: 8 назв.

УДК 004.94:65.012.122(664.7)

Production planning system with bank of analytical models

Novitskiy V. O. IUS, 2010. N 3. P. 75–79.

A method of modeling the business processes of production and resource planning through the establishment of a bank of analytical models and its use for control systems with respect to one of the large and important classes of agricultural enterprises — enterprises for grain storage and processing — is proposed. A systematization of the functions and objectives of management are offered. Fragments of the bank models of planning optimization problems for grain and processing companies are suggested.

Keywords — control system, production and resource planning, mathematical model, optimization, bank of models, criterion, grain and grain processing companies.

Refs: 8 titles.

УДК 519.866

Genesis of the enterprise market system

Stepanov L. V. IUS, 2010. N 3. P. 80–85.

This paper analyzes the economic prerequisites for the formation of the market and the importance of this process for the enterprise. A mathematical model for the formation of coalitions of enterprises of segments of the economic space and the formalization of the composition enterprise of the market is proposed.

Keywords — a market system, a market formation, mathematical modeling, a game theory, decision theory.

Refs: 8 titles.

**II СПЕЦИАЛИЗИРОВАННАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
«ПЕРЕДОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ АВТОМАТИЗАЦИИ:
АПСС-Сибирь 2010»
(АВТОМАТИЗАЦИЯ: Проекты. Системы. Средства)**



15 сентября 2010 г., г. Новосибирск

www.pta-expo.ru

Адрес: г. Новосибирск, бизнес-центр «РосЕвро-Плаза», Димитрова пр., д. 2, 6-й этаж, конференц-зал.

Тематические разделы конференции «АПСС-Сибирь 2010»:

- Автоматизация промышленного предприятия.
- Автоматизация технологических процессов.
- Автоматизация зданий (оборудование, технологии, программное обеспечение).
- IT в АСУП.

Основной целью конференции «АПСС-Сибирь 2010» является стимулирование развития рынка автоматизации в Сибирском федеральном округе. Участие в конференции будет способствовать решению самых актуальных задач для предприятий: увеличению роста продаж; сохранению и укреплению своих позиций на рынке, мониторингу и анализу текущего состояния рынка; поддержанию существующих контактов в СФО; презентации продуктов, проектов и решений.

В 2009 году в работе конференции приняли участие более 100 специалистов по автоматизации Сибирского и Уральского округов. Передовые проекты, инновационные решения и современное оборудование представили ведущие компании в сфере промышленной автоматизации, такие как Beckhoff, Phoenix Contact, WAGO PROSOFT, «Модульные Системы Торнадо», «Витэк Сибирь», Rittal, МЗТА, «Бриз», Panasonic. Для участников «АПСС-Сибирь 2010» разработана специальная программа «Минимум затрат при максимуме возможностей», которая способствует комплексному участию в конференции: выступление с докладом в рамках делового мероприятия, предоставление рабочего места и уникальная программа продвижения.

Важной особенностью конференции является тщательно отобранная целевая аудитория. Организатор «АПСС-Сибирь 2010» компания «ЭКС-ПОТРОНИКА» подчеркивает, что право посещения мероприятия получают только те специалисты, которые документально подтвердят свою принадлежность к работе в сфере тематических разделов конференции.

По данным анкетирования в 2009 году, посетители конференции представляли такие отрас-

ли промышленности, как машиностроение и приборостроение, энергетика и нефтегаз, строительство, легкая и пищевая промышленность, металлургия, химия, нефтехимия, деревообработка, сельское хозяйство, ВПК, транспорт и другие. Среди слушателей конференции присутствовали представители завода Сибирского технологического машиностроения, Западно-Сибирской железной дороги, НОВОСИБИРСКГОРТЕПЛО-ЭНЕРГО, Новосибирского приборного центра, Новосибирского приборостроительного завода, завода «Молния», Машсибпроекта, Новосибирского вторцветмета, Красцветмета, Новосибирского авиационного производственного объединения им. В. П. Чкалова, компаний «Сибирский Берег», «ГЛОБАЛЬНЫЕ НЕФТЕГАЗОВЫЕ СИСТЕМЫ», Berker, «Газпромнефть-Новосибирск», «Евразтехника Риц АСУТП Сибирь» и многие другие.

К участию в конференции приглашаются ведущие российские и зарубежные компании разработчики, дистрибьюторы и системные интеграторы решений и технологий, оборудования и компонентов для автоматизации процессов производства.

Официальную поддержку конференции оказывают Департамент промышленности, инноваций и предпринимательства мэрии г. Новосибирска, Новосибирская торгово-промышленная палата, Межрегиональное объединение сибирских электротехнических предприятий (МОСЭП), Архитектурный клуб.

Официальный сайт мероприятия:
<http://www.pta-expo.ru>

По вопросам участия обращайтесь:

Новосибирск
Тел./факс: (383) 230-27-25
E-mail: nsk@pta-expo.ru
Контактное лицо: Долгих Ольга

Москва
Тел.: (495) 234-2210
E-mail: info@pta-expo.ru
Контактное лицо: Самойлова Татьяна

В соответствии с решением Исполкома ISA Европейского, Ближневосточного и Африканского регионов, проходившего в городе Милане, Италия, 7 мая 2010 года, объявлены победители VI Европейского конкурса на лучшую студенческую научную работу ISA (ESPC-2010).



Большого успеха добились студенты и аспиранты ГУАП.

Золотыми медалями награждены:
**Евгений Бакин, Георгий Куюмчев,
Алексей Тыртычный.**

Серебряными медалями награждены:
Дмитрий Бычков, Юрий Гамов, Марк Поляк.

Бронзовыми медалями награждены:
**Дмитрий Вавровский, Константин Гурнов,
Екатерина Иванова, Андрей Петренко.**