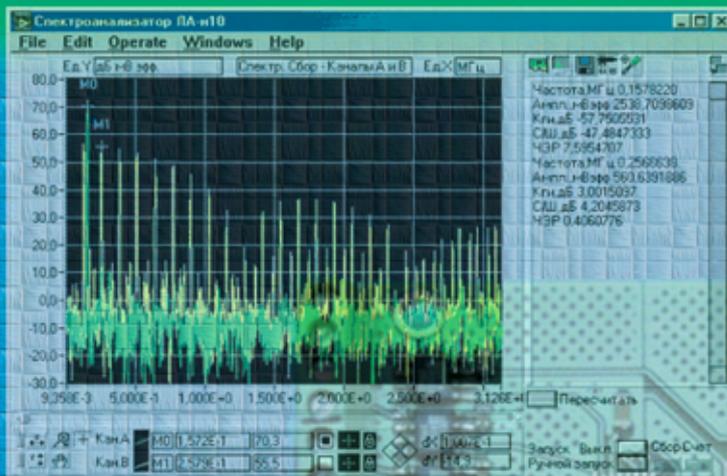


# ИНФОРМАЦИОННО- УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ

НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ



5(30)/2007

5(30)/2007

# ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ

РЕЦЕНЗИРУЕМОЕ ИЗДАНИЕ

**Учредитель**

ОАО «Издательство «Политехника»»

**Главный редактор**

М. Б. Сергеев,  
доктор технических наук, профессор

**Зам. главного редактора**

Г. Ф. Мощенко

**Редакционный совет:**

**Председатель** А. А. Оводенко,  
доктор технических наук, профессор  
В. Н. Васильев,  
доктор технических наук, профессор  
В. Н. Козлов,  
доктор технических наук, профессор  
Ю. Ф. Подоплекин,  
доктор технических наук, профессор  
Д. В. Пузанков,  
доктор технических наук, профессор  
В. В. Симаков,  
доктор технических наук, профессор  
А. Л. Фрадков,  
доктор технических наук, профессор  
Л. И. Чубраева,  
доктор технических наук, профессор, чл.-корр. РАН  
Р. М. Юсупов,  
доктор технических наук, профессор, чл.-корр. РАН

**Редакционная коллегия:**

В. Г. Анисимов,  
доктор технических наук, профессор  
Е. А. Крук,  
доктор технических наук, профессор  
В. Ф. Мелехин,  
доктор технических наук, профессор  
А. В. Смирнов,  
доктор технических наук, профессор  
В. И. Хименко,  
доктор технических наук, профессор  
А. А. Шальто,  
доктор технических наук, профессор  
А. П. Шепета,  
доктор технических наук, профессор  
З. М. Юлдашев,  
доктор технических наук, профессор

**Редактор:** А. Г. Ларионова

**Корректор:** Т. В. Звертановская

**Дизайн:** М. Л. Черненко, А. Н. Колешко

**Компьютерная верстка:** Т. М. Каргапольцева

**Ответственный секретарь:** О. В. Муравцова

**Адрес редакции:** 190000, Санкт-Петербург,

Б. Морская ул., д. 67, ГУАП, РИЦ

Тел.: (812) 494-70-36

Факс: (812) 494-70-18

E-mail: 80x@mail.ru; ius@aanet.ru

Сайт: www.i-us.ru

Журнал зарегистрирован в Министерстве РФ по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций. Свидетельство о регистрации ПИ № 77-12412 от 19 апреля 2002 г.

Журнал входит в «Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание ученой степени доктора и кандидата наук».

Журнал распространяется по подписке. Подписку можно оформить через редакцию, а также в любом отделении связи по каталогам: «Пресса России» – № 42476; «Роспечать» («Газеты и журналы») – № 15385

© Коллектив авторов, 2007

**ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ И УПРАВЛЕНИЕ**

*Тихонов Э. П. Алгоритмическое описание и сравнительный анализ свойств сигма-дельта АЦП (Часть 2)* 2

*Дубаренко В. В., Кучмин А. Ю. Метод повышения качества наведения большого радиотелескопа миллиметрового диапазона с адаптивной зеркальной системой* 14

**ЗАЩИТА ИНФОРМАЦИИ**

*Ерош И. Л., Сергеев А. М., Филатов Г. П. О защите цифровых изображений при передаче по каналам связи* 20

**КОДИРОВАНИЕ И ПЕРЕДАЧА ИНФОРМАЦИИ**

*Беззатеев С. В., Литвинов М. Ю., Трояновский Б. К. Использование помехоустойчивых кодов для шифрации видеоинформации* 23

*Линский Е. М., Евсеев Г. С. Сравнение алгоритмов надежной передачи пакетов для сенсорных сетей* 27

*Козлов А. В. Декодирование LDPC-кодов в дискретном канале flash-памяти* 31

**СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ**

*Мироновский Л. А., Шинтяков Д. В. Частотные характеристики фазовращательных и бисингулярных систем* 36

**УПРАВЛЕНИЕ В МЕДИЦИНЕ И БИОЛОГИИ**

*Клюха А. А., Морозова Т. Ю. Об одном методе анализа данных в задаче психологической диагностики* 42

**УПРАВЛЕНИЕ В СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ**

*Осипов Л. А., Кричевский А. М. Оценка и применение моделей временных рядов с долгой памятью в экономических задачах* 45

**КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ**

*Бронштейн И. Г., Лившиц И. Л., Сергеев М. Б., Унчун Чо. Теория и практика расчета малогабаритных объективов для оптико-информационных систем* 52

*Крук Е. А., Прохорова В. Б. Расчет вероятностных характеристик для дискретных каналов с памятью* 56

**ХРОНИКА И ИНФОРМАЦИЯ**

*III Всероссийская научно-техническая конференция «Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем-2008» (МЭС-2008)* 58

**СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ**

**АННОТАЦИИ** 63

ЛР № 010292 от 18.08.98.

Сдано в набор 11.09.07. Подписано в печать 18.10.07. Формат 60x84<sup>1</sup>/<sub>8</sub>.

Бумага офсетная. Гарнитура SchoolBookC. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 7,5. Уч.-изд. л. 9,0. Тираж 1000 экз. Заказ 556

Оригинал-макет изготовлен в редакционно-издательском центре ГУАП. 190000, Санкт-Петербург, Б. Морская ул., 67.

Отпечатано с готовых диапозитивов в редакционно-издательском центре ГУАП. 190000, Санкт-Петербург, Б. Морская ул., 67.

УДК 681.314

## АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ И СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СВОЙСТВ СИГМА-ДЕЛЬТА АЦП (Часть 2)

**Э. П. Тихонов,**

канд. техн. наук, доцент

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет

*Предложено аналитическое описание алгоритма работы сигма-дельта АЦП в виде нелинейного отображения, на основании которого осуществлено исследование его характеристик и выполнен аналитическими методами и посредством имитационного моделирования сравнительный анализ особенностей его функционирования.*

*We propose a non-linear mapping that describes the algorithm of work of the delta-sigma analog-to-digital converter. This model is used to investigate the characteristics of the converter and give a comparative analysis of its features.*

(Окончание. Начало см. в № 4, 2007)

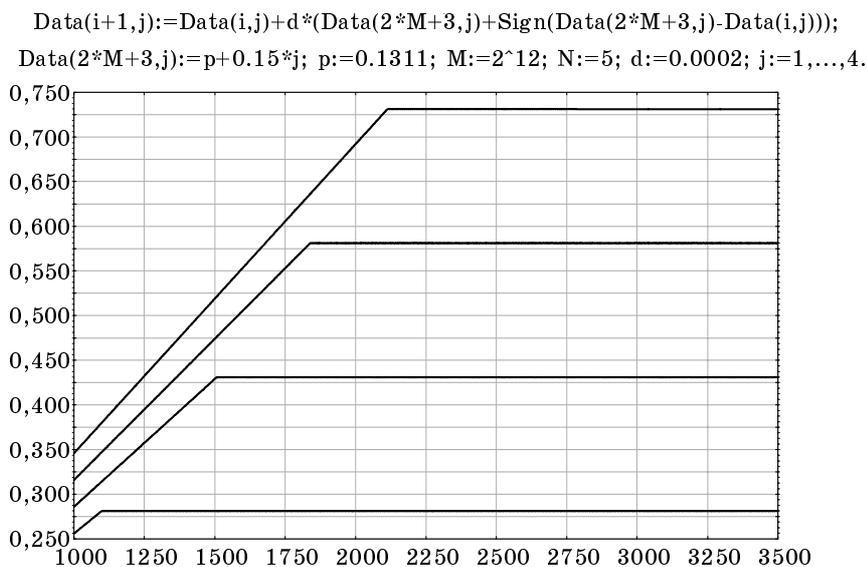
В первой части статьи был получен алгоритм, описывающий работу  $\Sigma\Delta$  АЦП в виде

$$E(n) = E(n-1) + q \{ \text{sign}[x - E(n-1)] + \lambda \}. \quad (14)$$

Напомним обозначения, приведенные в алгоритме:  $x$  — входной сигнал;  $\lambda = x/E_0$ ;  $E_0$  — диапазон преобразования;  $0 \leq \lambda \leq 1$ ;  $q = \beta = E_0/2^N$  при  $f_t = 2^N$ . Сравнение алгоритмов (6) и (14) показывает практически их аналитическую идентичность с точностью до слагаемого  $\lambda$  и размерностью множителя перед индикаторной функцией. Следовательно, динамические свойства данных алгоритмов в переходном режиме функционирования будут также идентичны, причем в установившемся режиме работы уравнивающая величина переходит в алгоритме (14) от нулевого начального значения точно так же, как и в следящем алгоритме. Это утверждение прослеживается на графиках рис. 7, полученных в результате имитационного моделирования алгоритма (14).

При выбранном масштабе изображения графиков уравнивающих величин для указанных значений входного сигнала невозможно визуально обнаружить аттрактор в установившемся режиме работы. Однако при графическом изображении установившегося режима функционирования алгоритма (14), т. е. после переходного процесса, уже

в другом масштабе аттракторы визуально сразу же обнаруживаются. Действительно, на рис. 8 приведены в матричной форме графики, описывающие изменение фазовых портретов аттракторов для одного из фиксированных значений входного сигнала в установившемся режиме. Матричная реконструкция двумерных фазовых портретов построена для разности между входным сигналом  $x$  и уравнивающей величиной методом запаздывания при фиксированном значении входного сигнала с последовательным сдвигом на один такт относительно исходной разности с нулевым сдвигом до трех тактов включительно. По диагонали матрицы указаны гистограммы разностей, изменяющихся в пределах аттрактора. Геометрическая форма аттрактора меняется в зависимости от изменения входного сигнала, т. е. параметра отображения (14), и тем самым форма аттрактора, характеризующего динамику уравнивающей величины  $\Sigma\Delta$  АЦП в установившемся режиме работы, в отличие от просто следящего алгоритма, несет информацию о величине входного сигнала. Это четко устанавливается по диаграммам рассеяния (рис. 9), которые представляют собой фактически фазовые портреты аттракторов, построенных так же, как и на рис. 8, в форме диаграмм Вороного при преобразовании различных значений входного сигнала. На диагонали матрицы указаны гистограммы значений уравнивающей величины, изменяющейся в пределах аттрактора. Введенные обо-



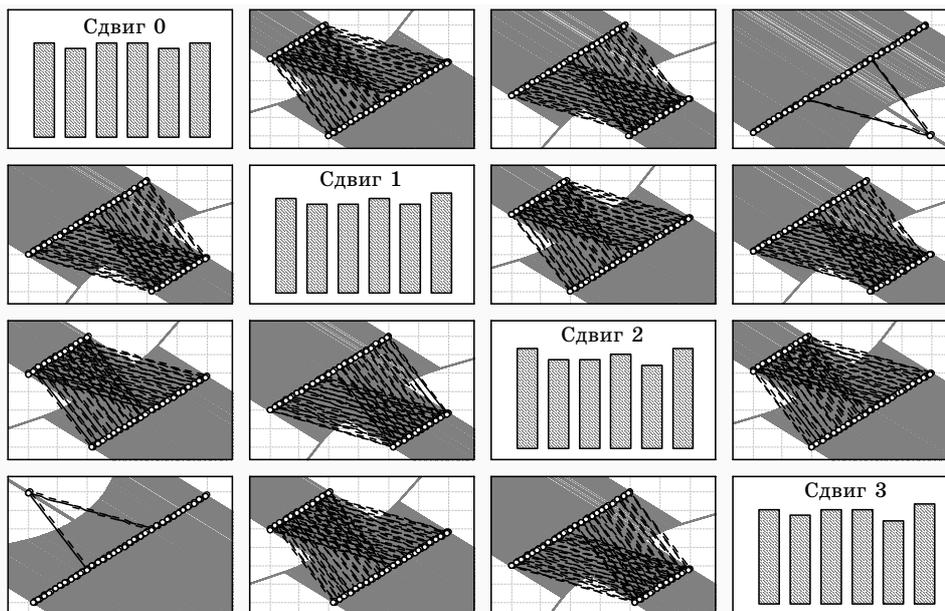
■ Рис. 7. Траектории уравнивающих физических величин, построенных в соответствии с алгоритмом (14) для различных значений входного сигнала  $x = p$ ;  $\beta = d$ ;  $E(n + 1) = \text{Data}(i + 1, j)$ ;  $E(n) = \text{Data}(i, j)$

значения соответствуют обозначениям рис. 8. В соответствии с методикой построения диаграмм Вороного фазовое пространство, «вмещающее» аттрактор, разделяется на области вокруг точек, определяющих значения уравнивающей величины в области аттрактора в зависимости от изменения числа итераций. Для краткости назовем указанные точки точками уравнивающей

величины. Принцип формирования каждой области состоит в том, что эта область содержит все точки фазового пространства, максимально близкие к соответствующим точкам уравнивающей величины. Достаточно быстрого визуального анализа фазовых портретов рис. 8 и 9, чтобы убедиться в том, что, в отличие от следящего алгоритма, нет совпадающих фазовых портретов для раз-

$$\text{Data}(i, 2*N+j):=0.35323-\text{Data}(i+1, j);$$

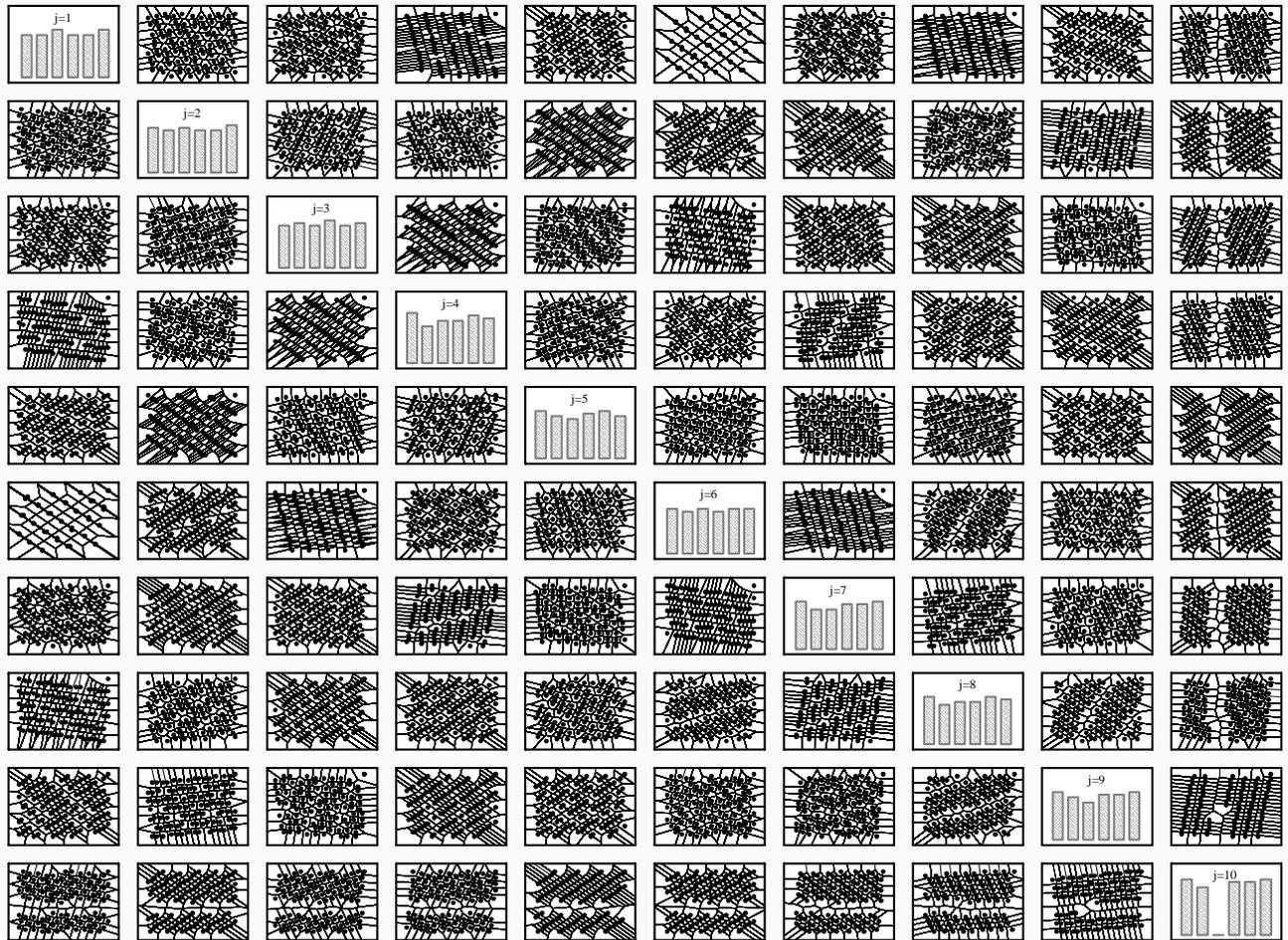
$$\text{Data}(i+1, j):=\text{Data}(i, j)+d*(0.35323+\text{Sign}(0.35323-\text{Data}(i, j)));$$



■ Рис. 8. Матричная реконструкция двумерных фазовых портретов разности между входным сигналом  $x$  и уравнивающей величиной:  $p = 0,35323$ ;  $M = 2^{13}$  — объем выборки;  $d$  — шаг итерации;  $\text{Data}(i, j)$  — уравнивающая величина  $E(n)$

$$p:=0.0835; M:=2^{13}; N:=10; d:=2^{(-13)}; s:=0.000; k:=0.1;$$

$$\text{Data}(M+2,j):=p+(J-1)*k;$$

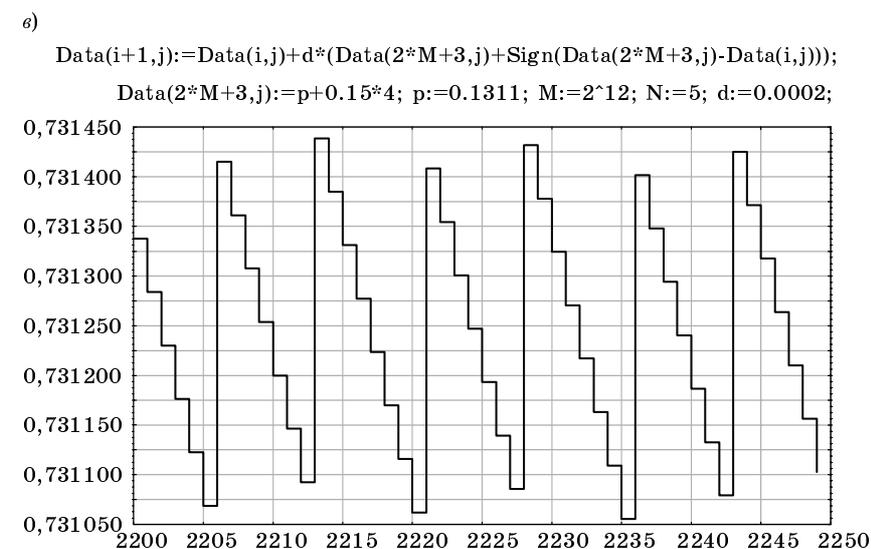
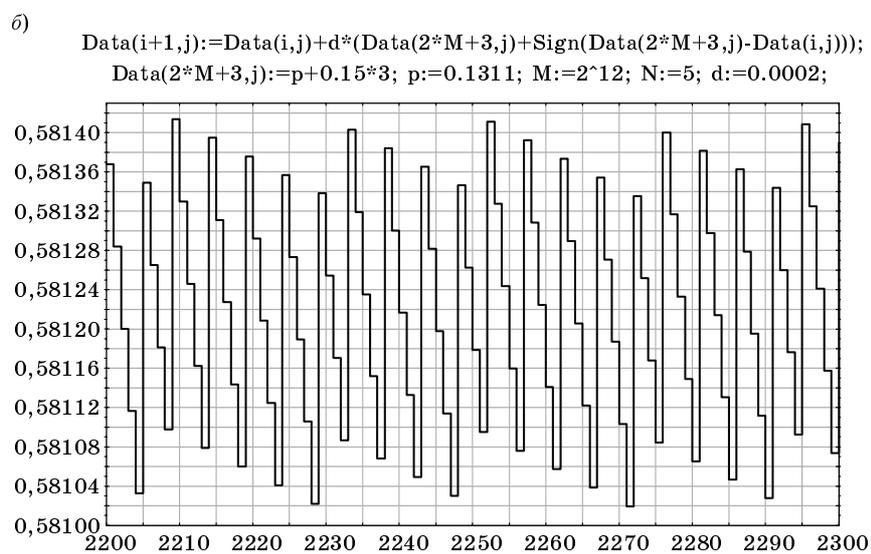
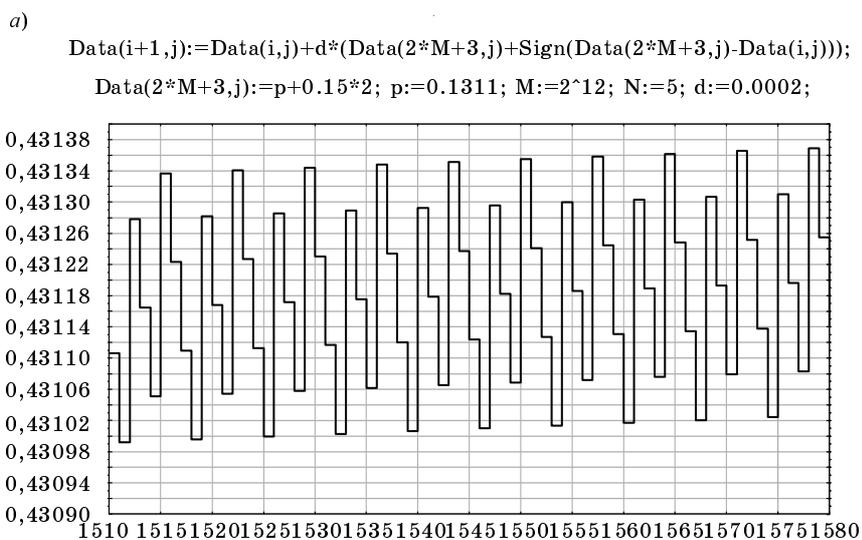


■ *Рис. 9. Матричная реконструкция двумерных фазовых портретов при различных значениях входного сигнала  $x$  с последовательным сдвигом результатов преобразования изменяющегося входного сигнала относительно начального значения, равного 0,0835*

ных значений входного сигнала. Привязка формы аттрактора к значению входного сигнала  $x = p$  как раз и создает предпосылки для обработки значений знаковой функции отдельным цифровым фильтром, выведенным из основного замкнутого контура «собственно» АЦП, с целью получения результата преобразования с высокой точностью. Такая дополнительная к основному контуру обработка информации становится возможной благодаря тому, что в установившемся режиме математическое ожидание знаковой функции в усредненном алгоритме (14), как это будет показано ниже, соответствует неподвижной точке усредненного решения отображения в области аттрактора, следствием чего является равенство математического ожидания знаковой функции входному сигналу. Адекватная аналитическая запись алгоритма работы  $\Sigma\Delta$  АЦП и сравнение его принципа функционирования с широко известными алгоритмами позволяют получить ответы на целый ряд воп-

росов, связанных с особенностями работы данного алгоритма. Такое сравнение с результатами дополнительного исследования следящего алгоритма, проведенного в первой части статьи, в свете последних достижений в области нелинейных динамических систем [11–16] снимет некоторый ореол таинственности, сопутствующий принципу действия  $\Sigma\Delta$  АЦП. Обратим внимание на то, что введение параметра  $\lambda$  в алгоритме (14) существенно изменяет фазовый портрет уравнивающей величины по сравнению со следящим алгоритмом в установившемся режиме, т. е. в области аттрактора.

Анализ гистограмм распределения вероятностей уравнивающей величины в аттракторе, расположенных по диагонали матричной реконструкции фазовых портретов рис. 8 и 9, дает дополнительную очень интересную информацию о характере самого аттрактора. Все гистограммы близки по форме к равномерному распределению,



■ Рис. 10. Графики, описывающие динамику уравновешивающей физической величины в области аттрактора в зависимости от изменения числа тактов преобразования  $p$  для значений сигналов, равных для графиков: а — 0,4311; б — 0,5811; в — 0,7311

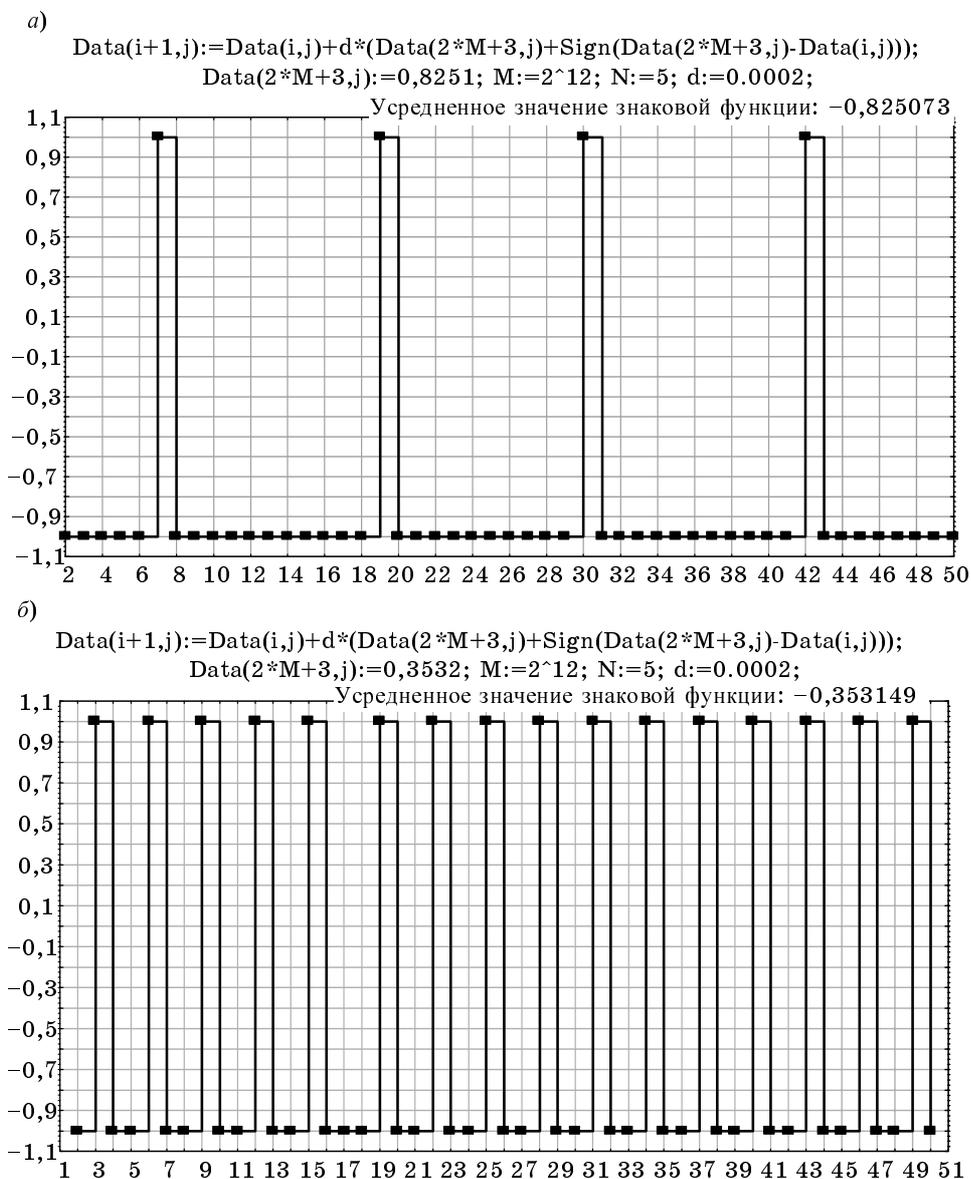
что, казалось бы, говорит об эффекте перемешивания, поэтому эти аттракторы формально можно было бы отнести по принятой классификации [11–17] к так называемым стохастическим аттракторам. Однако по визуальному анализу траекторий, представленных на рис.10, аттракторы можно проклассифицировать скорее как квазистохастические, а не стохастические. На рис. 10 в установленном режиме изображены фрагменты траектории уравнивающей величины (решения отображений) в установленном режиме, т. е. в аттракторе.

В формировании этих фрагментов непосредственно участвует знаковая функция, так как эти фрагменты функционально связаны со значениями знаковой функции, которые приведены на

рис. 11. При этом интервал распределения аттрактора, как это следует из рис. 10, приблизительно равен удвоенному значению приведенного параметра  $q$  или удвоенному значению шага итерации в алгоритме (14).

Целью дальнейшего анализа является проведение необходимых доказательств следующих положений, соответствующих отображениям (7) и (14), и сопутствующих им исследований, а именно:

- 1) существование аттрактора;
- 2) существование неподвижной (стационарной, особой) точки для усредненного значения уравнивающей величины в области аттрактора;
- 3) установление закона распределения уравнивающей величины в аттракторе;



■ Рис. 11. Графики, характеризующие изменения знаковой функции в области аттракторов в зависимости от изменения входного сигнала, принимающего значения для графиков: а —  $(-0,8251)$ ; б —  $(-0,3531)$

4) выявление условий построения градуировочной характеристики на основе достижения равенства усредненного значения знаковой функции входному сигналу в стационарной точке;

5) исследование влияния аддитивной помехи на сходимость и существование стационарной точки в условиях воздействия помех.

Сразу же отметим, что доказательство существования неподвижной точки усредненного значения уравновешивающей величины непосредственно связано с установлением закона распределения уравновешивающей величины в аттракторе.

Для проведения необходимых доказательств и количественного анализа алгоритма (14) представим входной сигнал в виде следующей, знакомой по первой части статьи эквивалентной записи:

$$x = E_0 \sum_{i=1}^N a_{xi} 2^{-i} + \gamma,$$

где  $\gamma$  — погрешность усечения, изменяющаяся с равномерным законом распределения вероятностей в пределах  $0 \leq \gamma \leq q$ ; коэффициенты  $a_{xi}$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) в зависимости от  $x$  принимают значения, равные либо единице, либо нулю.

Тогда алгоритм (14) при отсутствии помех перепишем в виде

$$E(n) = E(n-1) + q \left\{ \text{sign} \left[ E_0 \sum_{i=1}^N a_{xi} 2^{-i} + \gamma - E(n-1) \right] + \lambda \right\}$$

или, поделив правую и левую части на величину  $E_0$ , получим

$$K(n) = K(n-1) + 2^{-N} \times \left\{ \text{sign} \left[ \sum_{i=1}^N a_{xi} 2^{-i} + \gamma_{\text{нq}} - K(n-1) \right] + \sum_{i=1}^N a_{xi} 2^{-i} + \gamma_{\text{нq}} \right\}, \quad (15)$$

где

$$K(n) = \frac{E(n)}{E_0}; \quad K(n-1) = \frac{E(n-1)}{E_0};$$

$$\text{sign} \left\{ E_0 \left[ \frac{E_0}{E_0} \sum_{i=1}^N a_{xi} 2^{-i} + \frac{\gamma}{E_0} - \frac{E(n-1)}{E_0} \right] \right\} =$$

$$= \text{sign} \left[ \sum_{i=1}^N a_{xi} 2^{-i} + \gamma_{\text{нq}} - K(n-1) \right],$$

$$E_0 \geq 0, \quad \gamma_{\text{нq}} = \frac{\gamma}{E_0}.$$

Нормированная погрешность усечения  $\gamma_{\text{нq}}$  имеет равномерный закон распределения существенно меньше единицы. Для упрощения анализа при-

няты следующие значения основных параметров:  $\beta = q = E_0 2^{-N}$ , начальное значение  $K(0) = 0$ .

При фиксированном входном сигнале, представленном в виде  $x_{x0} = q \sum_{i=1}^N a_{x0i} 2^{-i} + \gamma$ , введем также

обозначения для  $\lambda = \lambda_0 = \frac{x_{x0}}{E_0} = \sum_{i=1}^N a_{x0i} 2^{-i} + \gamma_{\text{нq}}$ .

Приращение кода  $K(n)$  в отображении (15) на каждом такте итерации точно так же, как в следящем алгоритме, но уже на другую величину, равную  $2^{-N}(\lambda_0 + 1)$ , будет осуществляться до тех пор, пока для аргумента под знаковой функцией при  $n = m$  приращение кода  $K(m-1)$  и, следовательно, уравновешивающей величины не превысит значение входного сигнала  $x_0$ . При этом возникает вопрос: возможно ли достижение в пределах допустимой разрядности представления в двоичном коде в виде точного равенства

$$K(m) = (\lambda_0 + 1) 2^{-N} m = \lambda_0.$$

Иначе говоря, можно ли получить для  $N_p$ -разрядного двоичного кода, эквивалентного  $m$ , равенство

$$\sum_{i=1}^{N_p} a_i 2^{-i} = 2^N \frac{\lambda_0}{(\lambda_0 + 1)} = 2^N \frac{\sum_{i=1}^N a_{x0i} 2^{-i} + \gamma_{\text{нq}}}{\sum_{i=1}^N a_{x0i} 2^{-i} + \gamma_{\text{нq}} + 1}$$

или

$$q \sum_{i=1}^{N_p} a_i 2^{-i} = q 2^N \frac{\sum_{i=1}^N a_{x0i} 2^{-i} + \gamma_{\text{нq}}}{\sum_{i=1}^N a_{x0i} 2^{-i} + \gamma_{\text{нq}} + 1}, \quad (16)$$

где число  $m$  в двоичном эквиваленте соответствует

равенству  $m = \sum_{i=1}^{N_p} a_i 2^{-i}$  при установленных значениях

$a_i = 1$  или  $0$  для  $i = 1, \dots, N_p$ . Ответ на этот вопрос раскрывает причину возникновения аттрактора в отображении (14). Теория чисел [21] говорит о том, что равенство (16) можно получить, если справа будет стоять некоторое натуральное число, что в рассматриваемом случае достичь практически невозможно. Именно поэтому сходимость алгоритма будет обеспечиваться только в некоторую окрестность для установленного на входе значения сигнала  $x_0$ , определяемую аттрактором алгоритма (отображения) (см. рис. 8 и 9). В результате последующих тактов итерации для фиксированного входного сигнала получаем устойчивое движение траектории уравновешивающей величины, следовательно, и ее нормированного значения  $K(m)$  в малой окрестности (области). Как показывает имитационное моделирование, окрестность не

превышает  $2q$ , причем значение уравнивающей величины в этой окрестности распределено по равномерному закону. Иначе говоря, отображение (15) при увеличении числа тактов итерации до бесконечности образует аттрактор, отличный от геометрической формы аттрактора, достигаемой в следящем алгоритме. Причем зависимость геометрии аттрактора от входного сигнала возникает из-за добавления к симметричной относительно нуля знаковой функции постоянной величины, обуславливаемой значением входного сигнала, что и приводит к асимметричному изменению уравнивающей величины в отображении (15) и, тем самым, к возникновению аттрактора. То есть наличие аттрактора говорит о локальной неустойчивости алгоритма (15). Для того чтобы сохранить глобальную устойчивость алгоритма или устойчивость алгоритма в среднем, необходимо, чтобы среднее значение уравнивающей величины для фиксированного значения сигнала было бы равно постоянной величине. Доказательство выполнения этого требования для отображения (15) приведено в приложении. Именно за счет выполнения этого требования обеспечивается уже после выхода уравнивающей величины в область аттрактора при дальнейшем увеличении числа итераций эффект достижения равенства усредненного значения знаковой функции, выраженного в двоичном эквиваленте, искомому значению входного сигнала. Такое дополнительное усреднение и осуществляется в  $\Sigma$  АЦП в цифровой форме. Для того чтобы доказать данное утверждение аналитически, определим математическое ожидание справа и слева в алгоритме (15) по числу итераций (фактически осуществим усреднение по времени). В результате получим

$$M_n \{E(n)\} = M_n \{E(n-1)\} + qM_n \{\text{sign}[x - E(n-1)] + \lambda\}.$$

Учитывая, что в области аттрактора для стационарной точки выполняется равенство (см. приложение)

$$M_n \{E(n)\} = M_n \{E(n-1)\} = \text{const},$$

получаем для приведенного к диапазону преобразования  $E_0$  входного сигнала равенство

$$M_n \{\text{sign}[x - E(n-1)]\} = M_n \{-\lambda\} = -\lambda,$$

которое и определяет при надлежащем масштабировании, т. е. после умножения результата усреднения на величину кванта, градуировочную характеристику  $\Sigma$  АЦП.

Высокую точность за счет увеличения числа разрядов  $N$ , но не превышающего некоторого заданного значения в равенстве

$$\sum_{i=1}^N a_{xi} 2^{-i} + \gamma_{\text{нq}} = \lambda,$$

теоретически можно получить в результате временного усреднения при  $n \rightarrow \infty$ , т. е.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} M \left\{ \text{sign} \left[ E_0 \sum_{i=1}^N a_{xi} 2^{-i} + \gamma - E(m+n) \right] \right\} = -\lim_{n \rightarrow \infty} \{\lambda\}$$

или

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} M \left\{ \text{sign} \left[ E_0 \sum_{i=1}^N a_{xi} 2^{-i} + \gamma - E(m+n) \right] \right\} = \\ = -\sum_{i=1}^N a_{xi} 2^{-i} + \lim_{n \rightarrow \infty} M \{\gamma_{\text{нq}}\}, \end{aligned} \quad (17)$$

где  $M \{...\}$  — оператор цифрового усреднения случайной последовательности, состоящей из положительных и отрицательных единиц, или эквивалентной ей последовательности, состоящей из нулей или единиц;  $E(m+n)$  — значение уравнивающей величины, изменяющейся в пределах аттрактора при увеличении числа итераций после переходного процесса, равного  $m$ .

Выполним в (17) сначала усреднение справа:

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} M \left\{ \text{sign} \left[ E_0 \sum_{i=1}^N a_{xi} 2^{-i} + \gamma - E(m+n) \right] \right\} = \\ = -\sum_{i=1}^N a_{xi} 2^{-i} + \frac{1}{2^N} \int_0^q \gamma d\gamma = -\sum_{i=1}^N a_{xi} 2^{-i} + \frac{1}{2^{N+1}}. \end{aligned}$$

Для того чтобы выполнить усреднение слева, заметим, что после переходного периода разность между входным сигналом и уравнивающей величиной, являющейся аргументом знаковой функции, описывается некоторой линейной функцией  $f(q\lambda, n)$  от входного сигнала и числа итераций. Следовательно, результат усреднения слева как раз и определяет двоичный эквивалент установленного на входе  $\Sigma$  АЦП значения входного сигнала с высокой точностью, так как погрешность квантования определяется числом разрядов, полученных в двоичном эквиваленте после цифрового усреднения знаковой функции. С учетом вышеизложенного замечания предельное равенство (17) можно также представить в виде

$$1 - 2F_\gamma(f(q\lambda)) = -\lambda, \quad (18)$$

где  $F_\gamma(f(q\lambda))$  — условная функция распределения вероятностей при фиксированном  $\lambda$  в области аттрактора;  $f(q\lambda)$  — некоторая линейная функция, которая выражает положительную разность между входным сигналом и уравнивающей величиной в области аттрактора через параметры  $q$  и  $\lambda$ . Дифференцируя справа и слева полученное равенство (18) по  $\lambda$ , убеждаемся, что производная функции распределения вероятностей  $F_\gamma(f(q\lambda))$  равна постоянной величине

$$2 \frac{dF_{\gamma}(f(q\lambda))}{d\lambda} = 2qw(\gamma) = 1 = \text{const.}$$

Откуда следует, что искомая плотность распределения вероятностей разности между входным сигналом и уравнивающей величиной соответствует равномерной плотности распределения вероятностей уравнивающей величины в области аттрактора. При этом размер аттрактора зависит от параметра  $q = \alpha E_0$ , т. е. от величины шага итерации и, следовательно, от диапазона преобразования. Теоретические выводы подтверждают результаты моделирования, представленные на рис. 7–11. Некоторый разброс гистограмм относительно равномерного распределения в рис. 7–9 связан с конечным значением объема выборки, т. е. с конечным числом итераций усреднения в области аттрактора.

Если выразить знаковую функцию через индикаторную функцию, то алгоритм (14) трансформируется в алгоритм комбинированный с известным алгоритмом аналого-цифрового преобразования по методу считывания или просто с алгоритмом считывания, который задан в виде [19, 20]

$$E(n) = E(n-1) + qh[x - E(n-1)].$$

Исследование трансформированного алгоритма методически осуществляется аналогично исходному алгоритму.

Таким образом, результаты аналитико-имитационного исследования алгоритма  $\Sigma\Delta$  АЦП и анализа особенностей его функционирования показывают, что этот алгоритм относится к классу нелинейных отображений [9–14], которые в настоящее время интенсивно разрабатываются. Причем использование данного класса нелинейных отображений для решения такой чисто технической задачи как построение специализированных микросхем  $\Sigma\Delta$  АЦП с характеристиками, существенно превосходящими соответствующие характеристики традиционных АЦП, подтверждает факт необычных возможностей нелинейных отображений. Это еще раз свидетельствует о причинах распространенности подобных отображений в живой природе [27]. Исследование и анализ нелинейных отображений в большинстве случаев чрезвычайно сложны, тем не менее, достигнутые на современном этапе успехи стимулируют эти исследования для более сложных случаев технических приложений, в том числе при учете влияния различных дестабилизирующих факторов.

Следует отметить также вопрос, связанный с так называемой децимацией (отбрасыванием младших разрядов) на выходе цифрового фильтра, который упоминается в источниках фирмы Analog Devices. Этот прием использовался автором статьи еще в конце 60-х годов в адаптивном АЦП Ф770, а теоретически эта процедура исследовалась в работе [28].

Рассмотрим теперь вопрос влияния на свойства алгоритма  $\Sigma\Delta$  АЦП аддитивной помехи. Механизмы возникновения и влияния аддитивной помехи в  $\Sigma\Delta$  АЦП и в других типах АЦП, в том числе в следящем, на результаты преобразования заметно отличаются. Действительно, в  $\Sigma\Delta$  АЦП входной сигнал проходит через большее число аналоговых элементов (см. рис. 1) и в нем присутствует операция интегрирования. Поэтому адекватный алгоритм  $\Sigma\Delta$  АЦП с учетом воздействия аддитивных помех выглядит следующим образом:

$$E(n) = E(n-1) + \alpha \{ \text{sign}[x + \xi_1 - E(n-1)] + x + \xi_2 \},$$

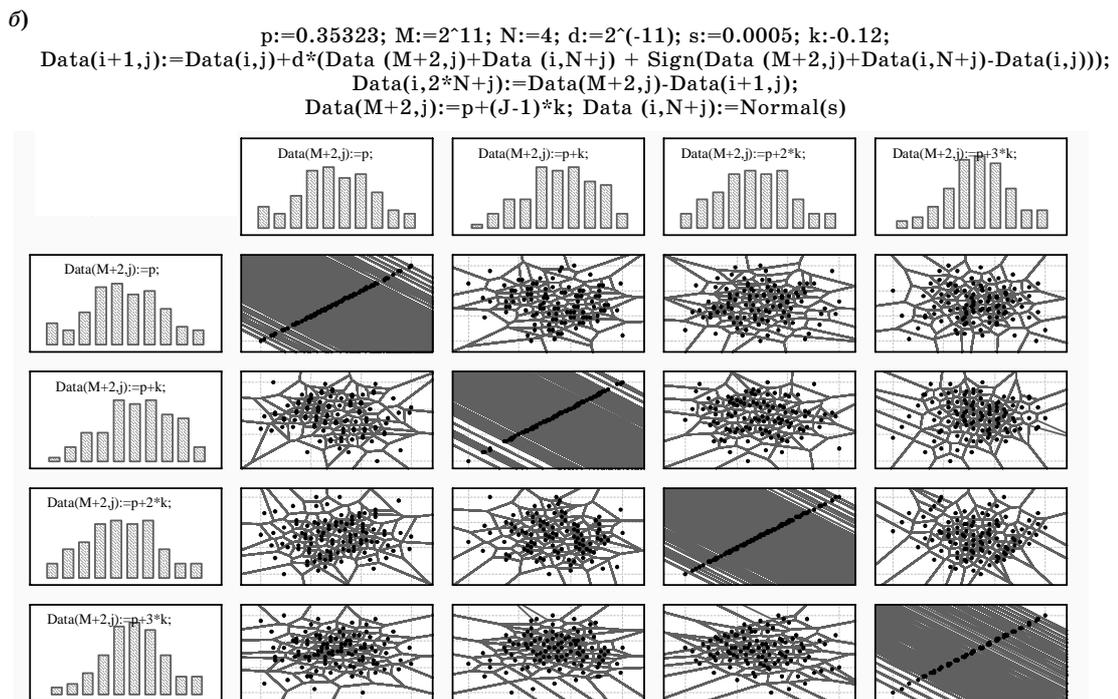
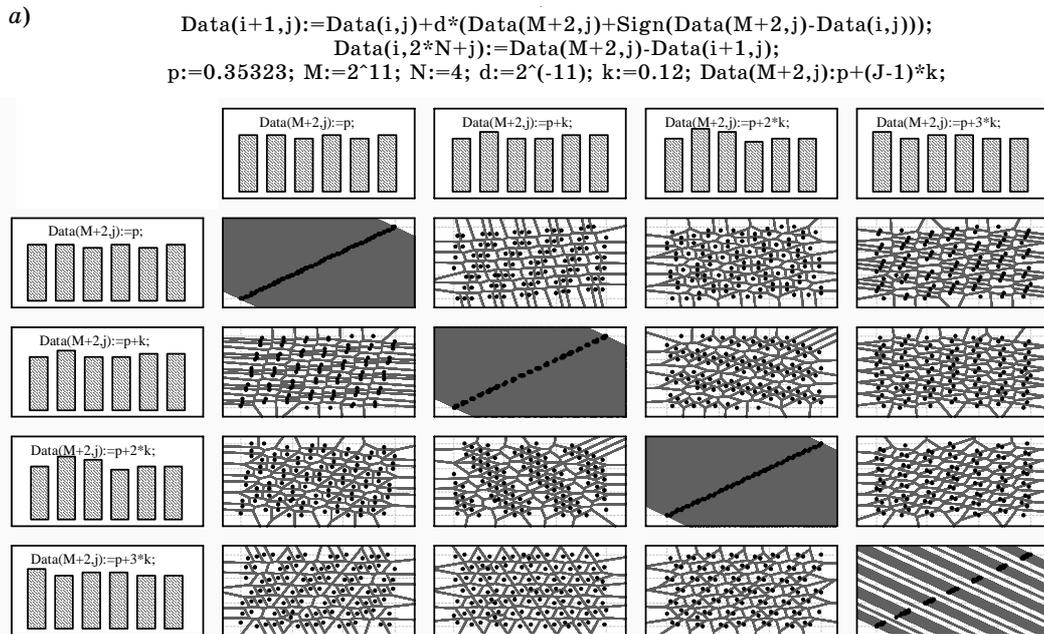
где  $\xi_1$  — аддитивная помеха с учетом усреднения ее на интеграторе и влияния помехи сравнивающего устройства;  $\xi_2$  — аддитивная помеха, учитывающая непосредственное влияние внешних цепей на выходе аналогового сумматора.

Для дальнейшего анализа с целью некоторого упрощения будем считать, что в обоих случаях воздействует одна и та же помеха  $\xi$ . Тогда выражение (17) представляется в виде

$$\begin{aligned} \lim_{m \rightarrow \infty} M \left\{ \text{sign} \left[ E_0 \sum_{i=1}^N a_{xi} 2^{-i} + \gamma + \xi \right] \right\} = \\ = - \sum_{i=1}^N a_{xi} 2^{-i} + \lim_{m \rightarrow \infty} M \{ \gamma_{nq} + \xi \}. \end{aligned}$$

Если помеха имеет нулевое значение, то, как это следует из (18) и вывода в приложении, она не оказывает заметного влияния на исходную градуировочную характеристику и даже приводит, как показал моделирование, к уменьшению погрешности смещения. Однако сложение помехи с погрешностью усечения может привести к образованию несимметричной плотности распределения суммарной случайной величины  $\gamma + \xi$  в случае несовпадения математических ожиданий слагаемых, что вызывает некоторое увеличение систематической составляющей погрешности преобразования при усреднении знаковой функции.

Количественную оценку динамики случайной составляющей погрешности преобразования с учетом воздействия помехи целесообразно осуществить посредством имитационного моделирования. Прежде всего, рассмотрим влияние аддитивной помехи на изменение геометрии аттрактора по диаграммам Вороного. На рис. 12 приведены гистограммы и фазовые портреты аттракторов, соответствующие погрешностям преобразования для различных входных сигналов без учета и при учете воздействия аддитивной помехи. Визуально заметно различие гистограмм и фазовых портретов аттракторов при отсутствии и воздействии помех. Количественные оценки погрешностей для уравнивающей величины и результатов преобразования после цифрового усреднения в условиях

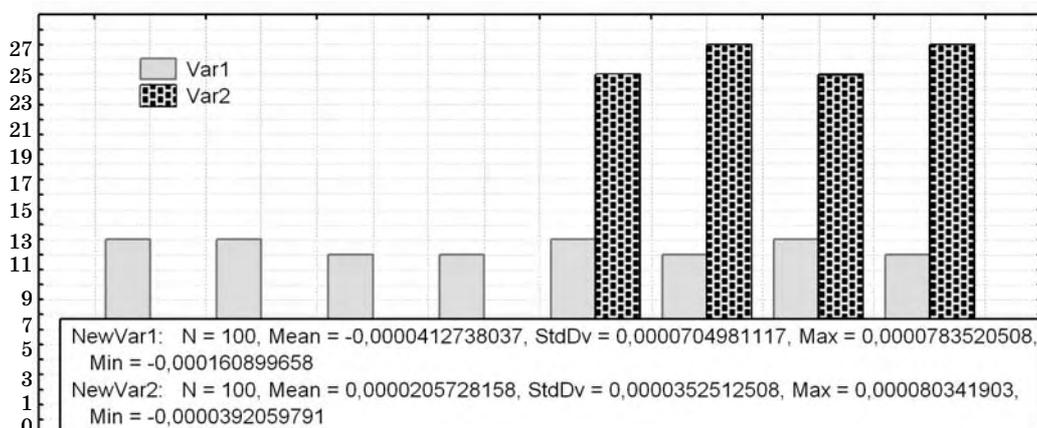


■ Рис. 12. Матричная реконструкция двумерных фазовых портретов разности между входным сигналом  $x$  и уравнивающей величиной при изменяющемся входном сигнале при отсутствии (а) и при воздействии (б) помех

отсутствия и воздействия помех выполняются для соответствующих гистограмм по первым двум моментам, полученным по результатам имитационного моделирования. На матрицах рис. 12 указаны гистограммы значений разности между входным сигналом и уравнивающей величиной, изменяющейся в пределах аттрактора. На рис. 13 приведены совмещенные гистограммы с указанием оценок средних значений и СКО для уравни-

вающей величины ( $\text{Var}1$ ) и результата цифрового усреднения ( $\text{Var}2$ ), выполненного по указанному на рис. 13 алгоритму экспоненциального сглаживания. Цифровое усреднение, как это и требуется в соответствии с алгоритмом  $\Sigma\Delta$  АЦП, осуществлено дополнительно для знаковой функции в отсутствие помехи.

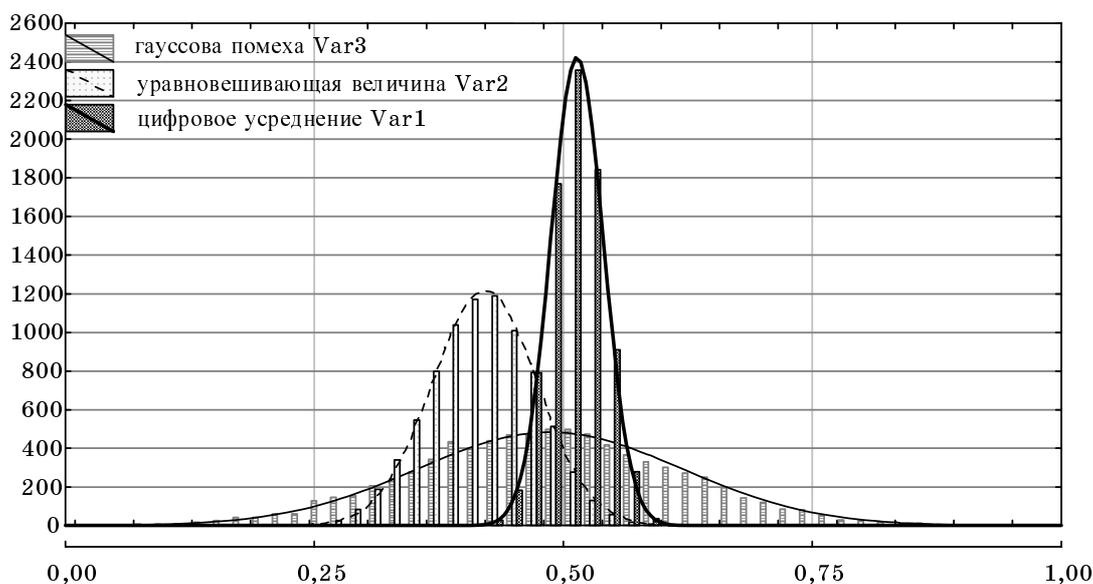
Для того чтобы проследить количественно влияние воздействия аддитивной помехи, на рис. 14



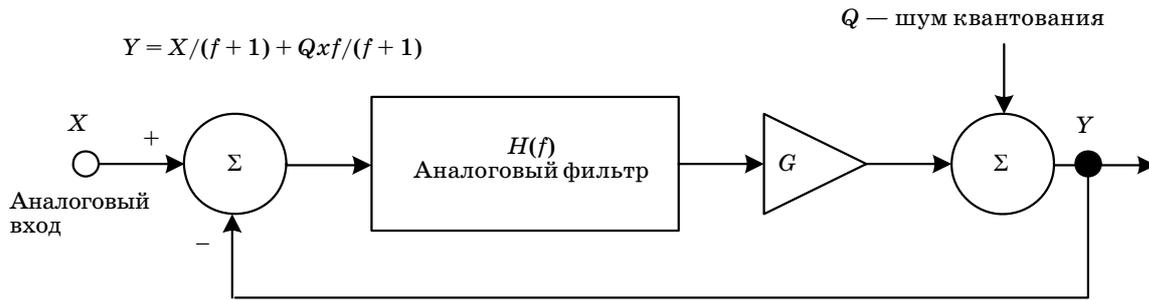
■ **Рис. 13.** Гистограммы распределения с указанием оценок средних значений и СКО для уравнивающей величины и результата цифрового усреднения

приведены совмещенные гистограммы с указанием оценок средних значений и СКО для результата цифрового усреднения знаковой функции (Var1), погрешности установления уравнивающей величины (Var2) и помехи (Var3). Усреднение выполнено для знаковой функции при воздействии помехи. Сопоставление приведенных на рис. 14 графиков и значений соответствующих характеристик и параметров подтверждает сделанные аналитические выводы о свойствах алгоритма  $\Sigma\Delta$  АЦП. Результаты моделирования подтвердили, что увеличение постоянной сглаживания для цифрового алгоритма экспоненциального сглаживания приводит к пропорциональному уменьшению погрешности преобразования при прочих фиксированных параметрах алгоритма.

В заключение для сравнения с вышеприведенным анализом обратим внимание на известное классическое описание принципа действия  $\Sigma\Delta$  АЦП первого порядка [2–8, 29], которое сводится, например, после некоторой обобщенной редакции по указанным источникам, не искажающей, а лишь улучшающей смысл основного содержания, к следующему. «Входная (аналоговая) часть  $\Sigma\Delta$  АЦП представляет собой сигма-дельта-модулятор, преобразующий входной сигнал в двоичную последовательность, образующую непрерывный поток нулей и единиц, следующих с частотой  $f_t$ . Замкнутая цепь обратной связи состоит из вычитающего устройства, интегратора, компаратора (1-бит АЦП), 1-бит ЦАП. Двоичная последовательность поступает на вход ЦАП, а его выходной



■ **Рис. 14.** Гистограммы и аппроксимирующие их гауссовы плотности распределения вероятностей с указанием оценок средних значений и СКО для помехи, уравнивающей величины и результата цифрового усреднения



■ Рис. 15. Линейная модель  $\Sigma\Delta$ -модулятора

сигнал вычитается в темпе с поступлением из входного сигнала. Из теории обратной связи (!) следует, что средняя величина напряжения на выходе ЦАП при достаточном петлевом усилении может достигать значения на входе модулятора. Интегратор в этом случае можно рассматривать как фильтр, амплитуда отклика которого пропорциональна  $1/f_t$ . Компаратор синхронизируется тактовыми импульсами, следующими с частотой  $f_t$ , и, таким образом, он преобразует медленный входной сигнал в сигнал переменного тока высокой частоты, меняющейся в зависимости от среднего значения напряжения на входе. Далее  $\Sigma\Delta$  АЦП можно также рассматривать как синхронный преобразователь напряжения в частоту со следующим за ним счетчиком. Число единиц, подсчитанное в заданном количестве отсчетов выходного потока данных, счетчик выдаст как цифровое значение входного воздействия. Однако прямой метод накопления подходит только для постоянных или медленно меняющихся входных сигналов из-за низкой скорости преобразования, так как только за  $2^N$  тактов цикла можно достичь эффективного разрешения, соответствующего  $N$ -бит. Для повышения скорости преобразования применяют специальные способы распараллеливания процессов, а для уменьшения числа отсчетов на выходе АЦП применяется децимация».

Данное описание дает только интуитивно-качественное представление о работе  $\Sigma\Delta$  АЦП и никак не способствует сравнительному количественному анализу особенностей его работы в свете известных типов АЦП. Количественный анализ в известных публикациях фирмы-изготовителя сводится к следующему. «Анализ (количественный анализ) сигма-дельта АЦП лучше всего производить в частотной области, используя линейную модель (рис. 15). Отметим, что здесь интегратор представлен как аналоговый фильтр с заданной передаточной характеристикой  $H(f)$ , имеющей амплитудную зависимость, обратно пропорциональную частоте. Квантователь показан как каскад усиления, предшествующий сумматору шума квантования. Одним из преимуществ частотного подхода является то, что для описания поведения сигналов можно пользоваться простой алгеброй.

Выходная величина  $Y$  может быть представлена как разность  $X - Y$ , умноженная на передаточную функцию аналогового фильтра и на коэффициент передачи усиливающего звена, а затем сложенная с шумом квантования  $Q$ . Если положить коэффициент передачи равным единице, а передаточную функцию представить как  $1/f_t$ , то в результате получим

$$Y = (X - Y)/f_t + q = X/(f_t + 1) + qf_t/(f_t + 1).$$

Отсюда следует, что на частоте  $f_t = 0$  выполняется равенство  $Y = X$ . С увеличением частоты  $f_t$  величина  $X$  уменьшается, а значение шумовой компоненты возрастает. Так как аналоговый фильтр действует как ФНЧ на сигнал и как ФВЧ на шум квантования, такие модуляторы с фильтрами часто называют шумообразующими.»

Таким образом, известный анализ алгоритма работы  $\Sigma\Delta$  АЦП, по мнению автора, конечно, дает в определенной степени качественное и даже количественное представление об особенностях его функционирования, однако далеко не раскрывает сущность и теорию его работы.

### Приложение

Математическое ожидание алгоритма (14) без учета помехи при фиксированном входном сигнале находится путем усреднения правой и левой частей алгоритма по числу итераций, т. е. по времени. Если же вычесть правую и левую части алгоритма (14) из входного сигнала, то, выполняя аналогичное усреднение, приходим к нижеприведенным выражениям:

$$\begin{aligned} M_n \{V(n)\} &= M_n \{V(n-1)\} + \\ &+ qM_n \{\text{sign}[x - E(n-1)] + \lambda\} = \\ &= M_n \{V(n-1)\} - q \{ [2F_V(V(n-1)) - 1] - \lambda \} \cong \\ &\cong M_n \{V(n-1)\} - q [2F_V(0) + 2w_V(0)V(n-1) - 1] + q\lambda, \end{aligned} \quad (\text{П1})$$

где  $V(n) = x - E(n)$ ,  $V(n-1) = x - E(n-1)$  – разность между входным сигналом и уравнивающим

ющей величиной на  $n$ -м и  $(n - 1)$ -м тактах итерации, причем  $E(0) = 0$ . Так как знаковая функция до выхода решения в область аттрактора на  $m$ -м такте итерации для всех  $n \leq m$  равна единице, а в момент входа в аттрактор уравнивающая величина  $E(m) = mq = \text{const}$ , то

$$\begin{aligned} M_n \{V(m+1)\} &= V(m) \{1 - 2qw_V(0)\} - q\lambda; \\ M_n \{V(m+2)\} &= V(m) \{1 - 2qw_V(0)\}^2 - \\ &\quad - q\lambda \{1 - 2qw_V(0)\} - q\lambda = \\ &= M_n \{V(m+k)\} = V(m+k-1) \times \\ &\quad \times \{1 - 2qw_V(0)\}^k - q\lambda \sum_{i=0}^{k-1} [1 - 2qw_V(0)]^i = \\ &= V(m+k-1) \{1 - 2qw_V(0)\}^k - q\lambda \frac{1 - [1 - 2qw_V(0)]^k}{1 - [1 - 2qw_V(0)]}; \end{aligned}$$

### Литература

27. **Пригожин И.** От существующего к возникающему: Время и сложность в физических науках: Пер. с англ. / Под ред., с предисл. и послесл. Ю. К. Климонтовича. 2-е изд., доп. М.: Едиториал УРСС, 2002. 288 с.
28. **Павлов В. В., Тихонов Э. П.** Автоматическое устройство для контроля динамических погрешно-

$$\lim_{k \rightarrow \infty} V(m+k) = -\alpha x. \quad (\text{П2})$$

Полученный результат вытекает из условия, что значение уравнивающей величины в аттракторе распределено равномерно с плотностью  $w_V(V(n+k)) = 1/2q$ ,  $q = \alpha E_0$ ,  $x = E_0 \lambda$ , и доказывает, что в аттракторе математическое ожидание разности между входным сигналом и уравнивающей величиной равно постоянной величине и не зависит от номера итераций. Следовательно, математическое ожидание уравнивающей величины при постоянном входном сигнале в аттракторе определяет его особую или стационарную точку для усредненного в области аттрактора алгоритма  $\Sigma\Delta$  АЦП. Отметим, что численный расчет и оценка этих параметров по результатам имитационного моделирования практически совпадают.

- стей аналого-цифровых преобразователей // Проектирование средств электроизмерительной техники: Сб. науч. тр. ВНИИЭП. 1984. С. 3–12.
29. **Брайэнт Дж.** Mixed-Signal and DSP Design Techniques. SIGMA-DELTA ( $\Sigma\Delta$ ) АЦП. Гл. 3. <http://vadis7.chat.ru/articl.htm>.

УДК 629.735.33

# МЕТОД ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА НАВЕДЕНИЯ БОЛЬШОГО РАДИОТЕЛЕСКОПА МИЛЛИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА С АДАПТИВНОЙ ЗЕРКАЛЬНОЙ СИСТЕМОЙ

**В. В. Дубаренко,**

доктор техн. наук, профессор

**А. Ю. Кучмин,**

аспирант

Институт проблем машиноведения Российской академии наук

*Рассматривается задача повышения качества наведения электрической оси зеркальной системы крупного полноповоротного радиотелескопа миллиметрового диапазона посредством добавления в контур управления малоинерционного элемента — облучателя, установленного на адаптивную платформу. Предложен обобщенный критерий качества управления зеркальной системой радиотелескопа. Рассмотрена методика синтеза системы управления адаптивной платформой.*

*The problem of improving the quality of pointing an electric axis of a millimeter wave large radiotelescope dish system by including a receiver installed on an adaptive platform is discussed in this paper. The generalized criterion of the quality of a radiotelescope dish system control system is suggested. A technique of an adaptive platform control system synthesis is discussed.*

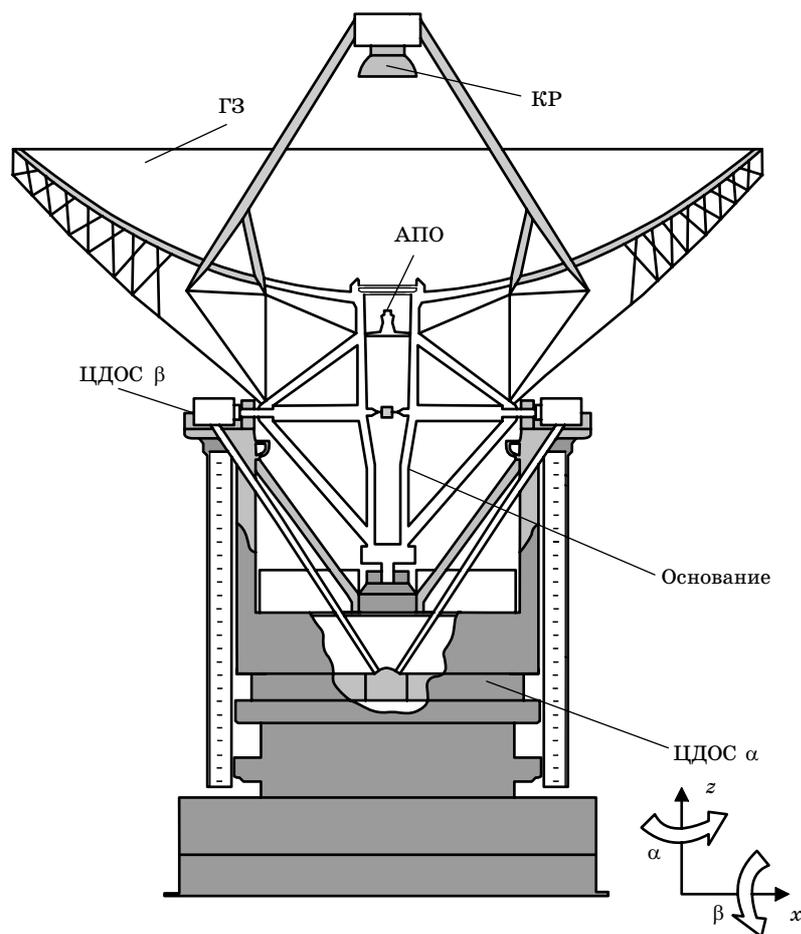
## Введение

Развитие современной радиоастрономии в миллиметровом диапазоне радиоволн возможно лишь на основе полноповоротных зеркальных радиотелескопов (РТ), обеспечивающих получение больших коэффициентов усиления и высокой разрешающей способности. В настоящее время в странах Европы и в США идут работы над созданием и модернизацией полноповоротных РТ с диаметром главного зеркала более 50 м для слежения за удаленными космическими объектами, излучающими в миллиметровом диапазоне радиоволн. В нашей стране наиболее перспективным подобным проектом является строительство 70-метрового радиотелескопа РТ-70 с рабочей длиной волны 1–3 мм на плато Суффа в Узбекистане.

Увеличение диаметров зеркал и уменьшение рабочих длин волн (1–10 мм) повышает требования к точности профилей отражающих поверхностей и их качеству. На длине волны 1 мм среднеквадратическое отклонение формы зеркала от теоретического не должно превышать 100 мкм. При наведении подобных РТ на космические источники излучения элементы зеркальной системы (ЗС) деформируются из-за действия гравитационных

сил, неравномерного нагрева и охлаждения, ветровой нагрузки. Поэтому эффективный прием миллиметровых волн малой мощности возможен только на крупных радиотелескопах с адаптивными ЗС, способными скомпенсировать эти деформации. Например, на 100-метровом РТ GBT (США) главное зеркало (ГЗ) выполнено в виде параболоида, составленного из отдельных щитов. Положение щитов ГЗ меняется при помощи электромеханических актуаторов так, чтобы обеспечить минимальное среднеквадратическое отклонение от рассчитанного аппроксимирующего параболоида (АП). Наведение ГЗ осуществляется по углу азимута и углу места при помощи двух электроприводов. Положение контррефлектора (КР) изменяется при помощи пятиступенного привода так, чтобы фокус и фокальная ось ГЗ и фокус и фокальная ось КР совмещались с минимальными ошибками. Пятидесятиметровый РТ GTM (Мексика) помимо адаптивных ГЗ и КР имеет перископическое зеркало, установленное на гидравлическом приводе и направляющее принимаемый сигнал на выбранный приемник.

Радиотелескоп РТ-70 (рис. 1) представляет собой двухзеркальную систему схемы Грегори с фо-



■ **Рис. 1.** Радиотелескоп РТ-70:  $\alpha$  — угол азимута;  $\beta$  — угол места; ЦДОС  $\alpha$  — цифровой датчик обратной связи азимутальной оси; ЦДОС  $\beta$  — цифровой датчик обратной связи угломестной оси; АПО — адаптивная платформа облучателя

кусным расстоянием 24,2 м. Имеет адаптивное ГЗ — параболоид вращения диаметром 70 м, составленное, как и у GBT, из щитов, установленных на электромеханические актуаторы. Наведение ГЗ осуществляется по углу азимута и углу места при помощи двух электроприводов. КР оснащен пятиступенным приводом, позволяющим ему перемещаться по трем линейным и двум угловым координатам.

Коррекция поверхности ГЗ и перемещение КР — очень медленный процесс, позволяющий эффективно компенсировать весовые деформации и термодформации, но не обеспечивающий коррекцию деформаций, вызванных ветровой нагрузкой. Даже при отсутствии ветровой нагрузки вершина и фокус АП отличаются от начального недеформированного параболоида. Поэтому необходимо перенаправить электромагнитное излучение (ЭМИ) в облучатель, установленный в старом фокусе. Было решено добавить в конструкцию малоинерционный элемент, компенсирующий как статические, так и динамические ошибки наведения. Рассматривались два альтернативных варианта: первый — использовать перископическое зеркало по анало-

гии с GТМ; второй — использовать подвижный облучатель. В ходе исследований было установлено [1], что перенаправление ЭМИ в стационарный облучатель посредством перископического зеркала вызывает большие потери мощности принимаемого сигнала. Более предпочтительным является использование подвижного облучателя, так как в этом случае потерь намного меньше.

Исследования механических свойств пространственной металлоконструкции (ПМК) [2] и электродинамических свойств ЗС РТ-70 [1] позволяют сформулировать требования к приводу облучателя (таблица). Облучатель должен перемещаться по трем линейным ( $x$ ,  $y$  и  $z$ ) и двум угловым ( $\beta$  и  $\theta$ )

■ **Требования к перемещениям облучателя при слежении**

Частота колебаний 2,5 Гц					
мм			угл. мин		
$x$	$y$	$z$	$\beta$	$\theta$	$\alpha$
47	47	10	6,7	6,7	—

координатам, где  $\beta$  — поворот относительно оси  $x$ , а  $\theta$  — поворот относительно оси  $y$ . Облучатель должен отслеживать изменение направления ЭМИ, вызванное ошибками наведения ГЗ и КР, и положение вторичного фокуса при различных профилях отражающей поверхности ГЗ.

### Обобщенный критерий качества наведения ЗС РТ

Для РТ-70 введены ошибки наведения ЗС на космический источник радиоизлучения (КИР):

- 1) угловое рассогласование между фокальной осью ГЗ, проходящей через вершину и фокус АП ГЗ, и линией визирования КИР  $\Phi_{\text{КИР}}^{5\text{ф.о}}$ ;
- 2) угловое рассогласование между фокальной осью КР и фокальной осью ГЗ  $\Phi_{7\text{ф.о}}^{5\text{ф.о}}$ ;
- 3) линейное рассогласование фокусов АП ГЗ и аппроксимирующего эллипсоида КР  $r_{7f}^{5f}$ ;
- 4) линейное рассогласование между фазовым центром (ФЦ) вблизи вторичного фокуса и фокусом приемника  $r_{\text{пф}}^{7\text{ФЦ}}$ ;
- 5) угловое рассогласование между системой координат (СК) ФЦ вблизи вторичного фокуса и СК фокуса приемника  $\Phi_{\text{пф}}^{7\text{ФЦ}}$ .

Обычно наведение РТ рассматривалось как выставление поверхностей ЗС в заданные положения, рассчитываемые исходя из данных о траектории КИР. При этом каждый привод считался независимым и замыкался по своему датчику. В результате в системе наведения РТ отсутствовала главная обратная связь. Такой подход был приемлем при приеме сигналов с большими длинами волны (метровыми, дециметровыми). Для миллиметрового диапазона необходимо введение главной обратной связи.

При наличии мощного источника излучения возможно использовать его сигнал для определения ошибок наведения. Известны методы автосопровождения по сигналу, такие как коническое сканирование, метод равносигнальной зоны и т. д. Отличительной особенностью РТ является предельно малая мощность принимаемых сигналов. Длительное время экспозиции (от нескольких часов до нескольких недель) и длительное время обработки сигналов (обычно после серии наблюдений делается предположение о наличии или отсутствии КИР) не позволяют применить ни один из известных методов автосопровождения при наблюдении за КИР. Поэтому была предложена электродинамическая модель (ЭДМ) ЗС для имитирования процесса автосопровождения во время наблюдений. В качестве обобщенного критерия качества предлагается использовать значение мощности принимаемого сигнала как функцию от координат КИР и перечисленных выше ошибок наведения:

$$J = \Phi \left( \alpha_{\text{КИР}}, \beta_{\text{КИР}}, \Phi_{\text{КИР}}^{5\text{ф.о}}, \Phi_{7\text{ф.о}}^{5\text{ф.о}}, r_{7f}^{5f}, r_{\text{пф}}^{7\text{ФЦ}}, \Phi_{\text{пф}}^{7\text{ФЦ}} \right),$$

где  $\alpha_{\text{КИР}}$  — угол азимута КИР;  $\beta_{\text{КИР}}$  — угол места КИР. Тогда цель управления может быть сформу-

лирована как максимизация  $J$  при ограничениях на перемещение элементов ЗС:  $\Delta q^{\min} < \Delta q < \Delta q^{\max}$ ,  $\Delta \dot{q}^{\min} < \Delta \dot{q} < \Delta \dot{q}^{\max}$ , где  $\Delta q$  — отклонения центров инерции элементов ЗС от юстировочных положений;  $\Delta q^{\min}$  — минимальные предельные значения для  $\Delta q$ ;  $\Delta q^{\max}$  — максимальные предельные значения для  $\Delta q$ ;  $\Delta \dot{q}$  — скорости отклонения центров инерции элементов ЗС от юстировочных положений;  $\Delta \dot{q}^{\min}$  — минимальные предельные значения для  $\Delta \dot{q}$ ;  $\Delta \dot{q}^{\max}$  — максимальные предельные значения для  $\Delta \dot{q}$ . Максимизирование  $J$  означает, что система управления не только выставляет отражающие поверхности ЗС, но и оптимизирует их положение для наилучшего приема сигнала. Функционал  $J$  находится как аппроксимация зависимостей мощности сигнала от ошибок наведения (или от перемещений элементов ЗС) рядом. Коэффициенты разложения определяются при моделировании влияния положения и профилей элементов ЗС на распределение поля в ЗС РТ и верифицируются при автосопровождении мощных источников излучения. Функционал  $J$  имеет максимальное значение, равное единице, в том случае, когда все ошибки наведения равны нулю, что соответствует идеальному случаю. На практике  $J$  всегда меньше единицы и различным комбинациям ошибок могут соответствовать одинаковые значения  $J$ .

### Уравнения движения адаптивной платформы облучателя

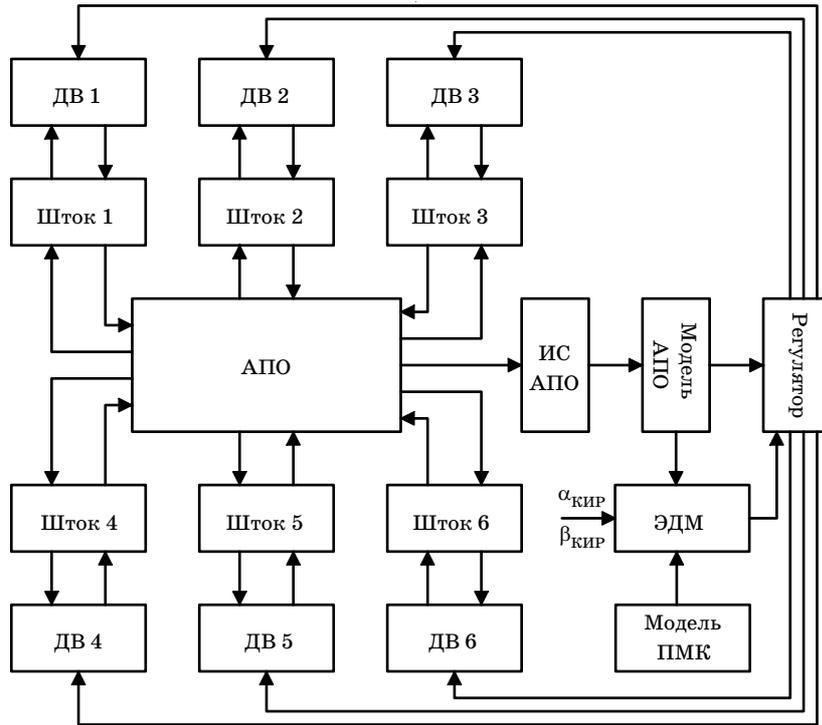
Облучатель установлен на подвижную платформу, перемещаемую шестью толкателями (рис. 2). Каждый толкатель состоит из штанги, электродвигателя и шарикоподшипникового винтового домкрата, позволяющего изменять длину толкателя посредством выдвижения штанги. Каждый толкатель соединен с платформой и жестким элементом основания двумя двухступенными шарнирами, позволяющими толкателям свободно вращаться по двум углам.

Примем следующую расчетную схему: платформу с расположенным на ней облучателем будем считать абсолютно твердым телом; толкатели имеют массу намного меньшую, чем платформа и облучатель, поэтому будем считать их безмассовыми, а также упруго деформируемыми.

Для РТ определена базовая система координат  $E_0 = (\mathbf{o}_0, [e^0])$ , где индекс 0 служит для обозначения СК;  $\mathbf{o}_0$  — вектор начала СК;  $[e^0]$  — три базисных вектора единичной длины (базис), направления которых совпадают с направлением осей СК. Введем подвижные декартовы системы координат:  $E_{\text{п}} = (\mathbf{o}_{\text{п}}, [e^{\text{п}}])$ , помещенную в центре инерции АПО и связанную с ней;  $E_{\text{ос}} = (\mathbf{o}_{\text{ос}}, [e^{\text{ос}}])$ , помещенную в центре инерции основания РТ и связанную с ней;  $E_{\text{пс}} = (\mathbf{o}_{\text{пс}}, [e^{\text{пс}}])$ , определяющую начальное положение АПО.

Уравнения движения АПО имеют вид:

$$\dot{V}_{\text{п}} = \Theta_{\text{п}}^{-1} [F_{\text{п}} + G_{\text{п}} - \Phi_{\text{п}} \Theta_{\text{п}} V_{\text{п}}],$$



■ Рис. 2. Адаптивная платформа облучателя: ДВ — двигатель; ИС АПО — измерительная система положения АПО

$$\begin{aligned} \dot{q}_\Pi &= \mathbf{M}_\Pi^{-1} [\mathbf{V}_\Pi - \mathbf{L}_\Pi^T \mathbf{M}_{oc} \dot{q}_{oc}], \\ \mathbf{G}_\Pi &= [\mathbf{c}_\Pi^T \mathbf{c}_{oc}^T m_\Pi \mathbf{g}_0; \mathbf{0}; \mathbf{0}; \mathbf{0}], \\ \mathbf{g}_0 &= [0, 0, -9, 8]^T, \quad \mathbf{q}_\Pi = [r_\Pi^{nc, pc}; \varphi_\Pi], \\ e_{\Pi i}^\Pi &= \mathbf{c}_\Pi^T \frac{r_{\Pi c}^{oc, oc} + r_\Pi^{nc, pc} + \mathbf{c}_\Pi r_{\Pi i}^{\Pi, \Pi} - r_{\Pi i}^{oc, oc}}{r_{\Pi c}^{oc, oc} + r_\Pi^{nc, pc} + \mathbf{c}_\Pi r_{\Pi i}^{\Pi, \Pi} - r_{\Pi i}^{oc, oc}}, \\ \dot{q}_\Pi &= [\dot{r}_\Pi^{nc, pc}; \dot{\varphi}_\Pi], \\ F_{\Pi i} &= \begin{bmatrix} -C_{\Pi i} e_{\Pi i}^\Pi \Delta l_{ci} - D_{\Pi i} e_{\Pi i}^\Pi \Delta \dot{l}_{ci} \\ -\langle r_{\Pi i}^{\Pi, \Pi} \rangle C_{\Pi i} e_{\Pi i}^\Pi \Delta l_{ci} - \langle r_{\Pi i}^{\Pi, \Pi} \rangle D_{\Pi i} e_{\Pi i}^\Pi \Delta \dot{l}_{ci} \end{bmatrix}, \\ R_{дв i} &= \frac{C_{\Pi i} \Delta l_{ci} + D_{\Pi i} \Delta \dot{l}_{ci}}{i_{ред i}}, \\ \Delta l_{ci} &= \left| r_{\Pi c}^{oc, oc} + r_\Pi^{nc, pc} + \mathbf{c}_\Pi r_{\Pi i}^{\Pi, \Pi} - r_{\Pi i}^{oc, oc} \right| - \frac{\alpha_{дв i}}{i_{ред i}} - l_{\Pi i}, \\ \Delta \dot{l}_{c, i} &= e_{\Pi i}^{\Pi, T} \dot{r}_{\Pi i}^{\Pi, \Pi} + e_{\Pi i}^{\Pi, T} \mathbf{c}_\Pi \langle r_{\Pi i}^{\Pi, \Pi} \rangle^T \boldsymbol{\varepsilon}_\Pi \dot{\varphi}_\Pi - \frac{\Omega_{дв i}}{i_{ред i}}, \end{aligned}$$

где  $\mathbf{V}_\Pi$  — проекции линейных и угловых скоростей движения АПО в  $E_\Pi$  относительно  $E_0$ ;  $\boldsymbol{\Theta}_\Pi$  — матрица инерции АПО как твердого тела [1];  $F_\Pi$  — проекции сил упругого взаимодействия в  $E_\Pi$ , действующих на АПО;  $G_\Pi$  — проекции силы тяжести в  $E_\Pi$ ;

$\Phi_\Pi$  — матрица, образованная из элементов  $V_\Pi$  [1];  $q_n$  и  $\dot{q}_\Pi$  — обобщенные координаты и обобщенные скорости АПО;  $\mathbf{M}_\Pi$  — матрица, определяющая переход от обобщенных скоростей к  $V_\Pi$  [1];  $\mathbf{L}_\Pi$  — матрица преобразования СК от  $E_0$  к  $E_\Pi$  [1];  $\dot{q}_{oc}$  — линейные и угловые скорости перемещения  $E_{oc}$  относительно  $E_0$ ;  $\mathbf{M}_{oc}$  — матрица, определяющая переход от  $\dot{q}_{oc}$  к их проекциям в  $E_\Pi$ ;  $\mathbf{c}_\Pi$  — матрица вращения, определяющая угловое положение  $E_\Pi$  относительно  $E_{nc}$ ;  $\mathbf{c}_{oc}$  — матрица вращения, определяющая угловое положение  $E_{oc}$  относительно  $E_0$ ;  $r_\Pi^{nc, pc}$  — проекции вектора перемещения центра инерции АПО относительно начального положения в  $E_{nc}$ ;  $\varphi_\Pi$  — три угла простейших вращений, определяющие угловое положение  $E_\Pi$  относительно  $E_{nc}$ ;  $e_{\Pi i}^\Pi$  — проекции в  $E_\Pi$  вектора, задающего линию действия силы упругого взаимодействия  $i$ -го штока;  $r_{\Pi c}^{oc, oc}$  — линейные координаты  $E_{nc}$  в  $E_{oc}$ ;  $r_{\Pi i}^{\Pi, \Pi}$  — координаты точки крепления  $i$ -го штока на АПО в  $E_\Pi$ ;  $r_{\Pi i}^{oc, oc}$  — координаты точки крепления  $i$ -го штока на основании в  $E_{oc}$ ;  $\langle r_{\Pi i}^{\Pi, \Pi} \rangle$  — кососимметрическая матрица, образованная из элементов  $r_{\Pi i}^{\Pi, \Pi}$ ;  $C_{\Pi i}$  и  $D_{\Pi i}$  — коэффициенты жесткости и демпфирования  $i$ -го штока;  $\Delta l_{ci}$  и  $\Delta \dot{l}_{ci}$  — упругая деформация и скорость упругой деформации  $i$ -го штока;  $i_{ред i}$  — передаточное число редуктора;  $R_{дв i}$  — реакция на двигатель;  $l_{\Pi i}$  — начальная длина  $i$ -го штока;  $\alpha_{дв i}$  — угол поворота ротора двигателя;  $\boldsymbol{\varepsilon}_\Pi$  — матрица Эйлера;  $\Omega_{дв i}$  — угловая скорость двигателя.

### Алгоритм управления адаптивной платформой облучателя

С помощью ЭДМ ЗС рассчитывается область пространства вблизи облучателя с максимальной интенсивностью ЭМИ. Выходом ЭДМ является система координат, образованная вектором Пойтинга в этой точке и векторами электрической и магнитной напряженности поля, положение которой задается тремя углами и тремя линейными координатами. Цель управления: перевести АПО из начального положения в желаемое, выданное ЭДМ. Для этого рассчитываются желаемые удлинения штоков актуаторов и подаются на отработку приводов. Кооперативное управление штоками представляет сложную задачу, решаемую только методами оптимального управления.

Основной проблемой при слежении АПО за ФЦ является предельно малый временной интервал, в течение которого необходимо определить управляющее воздействие. Хорошо разработаны методы управления, основанные на прямом методе Ляпунова, например, метод скоростного градиента и его модификации, подробно изложенные в работах А. Л. Фрадкова [3]. Для того чтобы обеспечить устойчивое сопровождение КИР, необходимо, чтобы траектория АПО в фазовом пространстве не выходила за линейные ограничения, рассчитываемые из параметров ЗС РТ. Метод скоростного градиента не учитывает ограничения, поэтому предложена его модификация.

Динамика АПО с учетом динамики электродвигателей как динамического объекта (ДО) описывается уравнениями  $\mathbf{A}\ddot{e} + \mathbf{B}\dot{e} + \mathbf{C}e = \mathbf{D}u$ ,  $e = y - y_g$ , где  $e$  — векторная ошибка наведения по всем обобщенным координатам ДО;  $y$  — обобщенные координаты ДО;  $y_g$  — желаемые значения обобщенных координат ДО;  $u$  — управление;  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$  — матрицы параметров ДО. Введены ограничения на фазовые координаты:  $y^{\max}$ ,  $y^{\min}$  — максимальные и минимальные значения обобщенных координат;  $v^{\max}$ ,  $v^{\min}$  — максимальные и минимальные значения обобщенных скоростей;  $U^{\max}$  — максимальные по модулю значения управляющих воздействий;  $e^{\max}$  — максимально допустимые по модулю значения ошибок управления. Решается задача обеспечения максимального быстродействия при линейных ограничениях. Модифицированная функция Ляпунова имеет вид

$$V(e, e_v, t) = e^T \Delta_e e + \delta_E E(e, e_v) + \sum_{i=1}^s \left[ \exp(\delta_i^y \bar{y}^{\max}) + \exp(\delta_i^y \bar{y}^{\min}) + \exp(\delta_j^v \bar{v}^{\min}) + \exp(\delta_j^v \bar{v}^{\max}) \right] > 0,$$

где  $e_v = \dot{e}$  — скорость изменения ошибки управления;  $\Delta_e$  — диагональная матрица положительных весовых коэффициентов при ошибках наведения;

$\delta_E$  — весовой коэффициент при полной энергии механической системы;  $E(e, \dot{e}) = 0,5\dot{e}^T \mathbf{A}\dot{e} + 0,5e^T \mathbf{C}e$  — полная энергия системы;  $\bar{y}^{\max}$  — отклонение текущего положения ДО от максимальных значений:  $\bar{y}^{\max} = y_g - y^{\max} + e$ ;  $\bar{y}^{\min} = y^{\min} - y_g - e$  — отклонение текущего положения ДО от минимальных значений  $y^{\min}$ ;  $v_g = \dot{y}_g$ ;  $\bar{v}^{\min} = v^{\min} - v_g - e_v$ ;  $\bar{v}^{\max} = v_g - v^{\max} + e_v$ ;  $\delta_i^y$ ,  $\delta_j^v$  — положительные весовые коэффициенты.

В дискретном виде функция Ляпунова имеет вид

$$V[k] = e[k]^T \Delta_e e[k] + \delta_E E[k] + \sum_{i=1}^s \left[ \exp(\delta_i^y \bar{y}^{\max}[k]) + \exp(\delta_i^y \bar{y}^{\min}[k]) + \exp(\delta_j^v \bar{v}^{\min}[k]) + \exp(\delta_j^v \bar{v}^{\max}[k]) \right] > 0,$$

где  $k$  — номер такта. Исходя из прямого метода Ляпунова, для того чтобы система была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы первая конечная разность  $\Delta V[k] \leq 0$ , а чтобы система имела максимальное быстродействие, необходимо, чтобы  $\Delta V[k]$  имела минимальное значение.

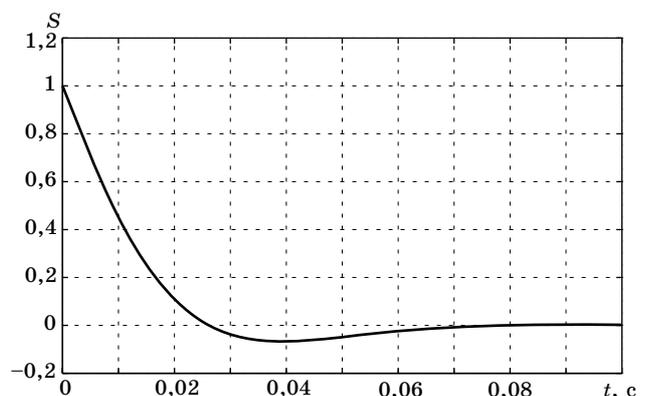
Уравнения ДО в дискретном виде в нормальной форме Коши имеют вид

$$\begin{bmatrix} e[k+1] \\ e_v[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_{11} & \Lambda_{12} \\ \Lambda_{21} & \Lambda_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e[k] \\ e_v[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{H}_2 \end{bmatrix} u[k],$$

где  $\Lambda$ ,  $\mathbf{H}$  — матрицы параметров дискретного ДО.

Управление, обеспечивающее минимум  $DV[k]$ , находится из условия  $\nabla_{u[k]}(DV[k]) = 0$ :

$$u[k] = -\text{diag}(U^{\max}) \text{sign} \left( \left[ \mathbf{H}_1^T \Delta_e \mathbf{H}_1 + 0,5\delta_E \mathbf{H}_1^T \mathbf{C} \mathbf{H}_1 + 0,5\delta_E \mathbf{H}_2^T \mathbf{A} \mathbf{H}_2 + \mathbf{H}_1 \Delta_e \mathbf{H}_1^T + 0,5\delta_E \mathbf{H}_1 \mathbf{C} \mathbf{H}_1^T + 0,5\delta_E \mathbf{H}_2 \mathbf{A} \mathbf{H}_2^T \right]^{-1} \times \left( \left[ 2\mathbf{H}_1^T \Delta_e \Lambda_{11} + \delta_E \mathbf{H}_1^T \mathbf{C} \Lambda_{11} + \delta_E \mathbf{H}_2^T \mathbf{A} \Lambda_{21} \right] e[k] + \right. \right.$$



■ Рис. 3. Нормированная ошибка наведения  $S = e^T \Delta_e e$



УДК 621.391.1

## О ЗАЩИТЕ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПРИ ПЕРЕДАЧЕ ПО КАНАЛАМ СВЯЗИ

**И. Л. Ерош,**

доктор техн. наук, профессор

**А. М. Сергеев,**

ассистент

**Г. П. Филатов,**

соискатель

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

*Рассматриваются особенности изображений и требования к их преобразованию для защиты от несанкционированного использования при передаче по каналам связи.*

*We investigate the requirements on the transformation of images for protection against unauthorized access during their transfer via communication channels.*

### Введение

При построении систем слежения за статичными или движущимися объектами часто требуется передавать изображения этих объектов на различные расстояния. В качестве коммуникационных сред используются каналы связи стандартов GSM, CDMA, инфраструктура Internet и др. Использование перечисленных коммуникационных сред для информационного взаимодействия между устройствами позволяет строить глобально распределенные информационно-управляющие системы [1].

При этом взаимодействие в системе требуется организовать таким образом, чтобы передаваемые изображения, часто составляющие коммерческую или служебную тайну, невозможно было перехватить или, тем более, подменить.

### Требования к средствам защиты

Ввиду того, что актуальность передаваемых изображений может составлять единицы или десятки часов, а передающие устройства в таких системах реализуются в виде встраиваемых автономных модулей с ограниченным вычислительным ресурсом, система защиты может быть не очень сложной, что позволяет использовать классические методы с небольшой длиной ключа или разрабатывать простые методы, обеспечивающие высокую скорость формирования защищенного изображения.

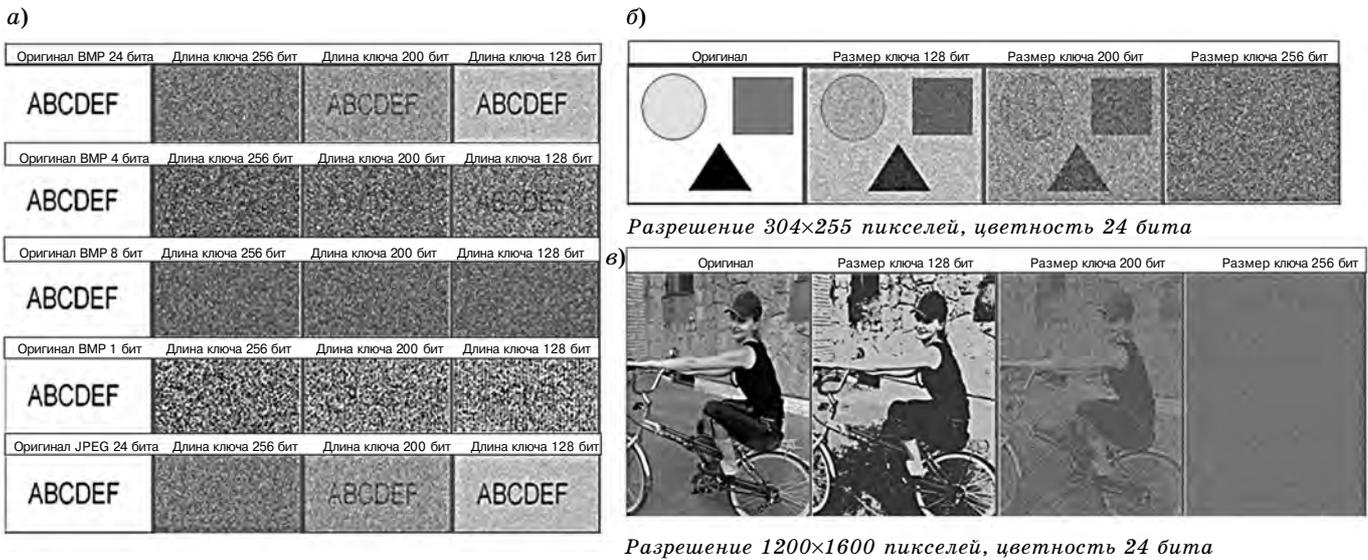
Эксперименты с преобразованием изображений с использованием различных известных крипто-

графических систем [2] при небольшой длине ключа показали, что часто после выполнения процедуры преобразования результирующие данные значительно отличаются от исходных, но на визуализированном защищенном изображении остаются контуры, характерные светлые или темные области, по которым возможно узнавание передаваемого изображения, а в ряде случаев – значительное восстановление с использованием программных систем типа Adobe Photoshop®.

Опыт создания программного обеспечения для улучшения качества видеоизображений, полученных в сложных условиях (расфокусировка, плохая освещенность и др.), показал, что имеется реальная возможность значительного восстановления исходного изображения с применением к защищенному визуализированному изображению методов гамма-коррекции, эквализации гистограммы или соляризации [3], обеспечивающих увеличение визуальной различимости фрагментов изображений.

Учитывая тот факт, что человеческое зрение на сегодня является лучшей системой распознавания образов, цифровое представление защищенных изображений и их визуализация на экране дисплея требуют особых подходов при разработке методов защиты и предварительной обработки изображений.

Основное внимание, очевидно, должно быть уделено разрушению не цифровых данных, представляющих собой в электронном виде изображение, а непосредственно самого изображения, его характерных признаков.



■ **Рис. 1.** Пример использования поточного шифра RC4 для изображения текста (а), разноцветного рисунка (б) и фотографии (в)

Пример использования RC4 для защиты различных типов изображений приведен на рис. 1.

Поскольку изображения — уникальные цифровые данные, воспринимаемые зрительно и ассоциативно после обработки соответствующим кодеком, то в связи с этим для их (как особого рода информации) преобразования сформулируем особые требования:

- пиксели с одинаковой яркостью должны преобразовываться в пиксели с разной яркостью, что обеспечит разрушение контуров изображения;
- характерные области на исходном изображении должны попадать в различные области в преобразованном изображении.

Для устранения контуров на преобразованном изображении можно обеспечить перемешивание фрагментов пикселей яркости. Для этого коды пикселей выстраиваются в единую битовую строку, после чего нарезаются новые фрагменты, не кратные исходным. Так, например, если пиксель представляется  $S$ -битовым словом и число элементов разрешения равно  $K \times N$ , то результирующая

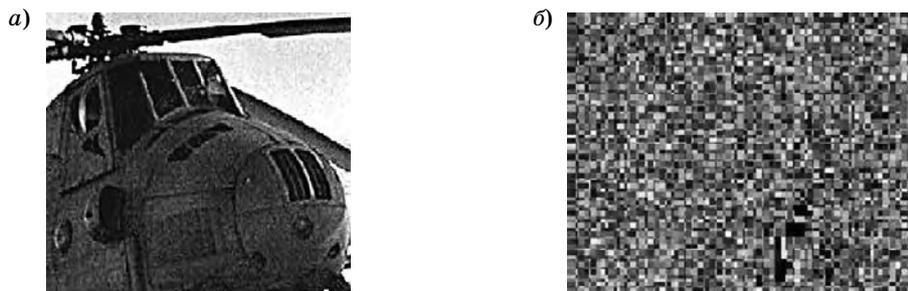
строка одного кадра (изображения) содержит  $S \times K \times N$  бит. Выбрав размер нового пикселя в  $P$  бит, получим число новых пикселей

$$M = S \times K \times N / P.$$

В работе [4] предлагается использовать для формирования защищенных изображений матричное преобразование. Для этого выполняется умножение неособенных матриц над полем GF(2) на вектор-столбцы фрагментов изображений.

В качестве базовых операций матричных преобразований при этом используются не арифметические, а логические операции. Формирование защищенных изображений на передающей стороне распределенной системы и обратное преобразование изображений на приемной стороне выполняются очень быстро, поскольку не требуют значительных вычислительных затрат [4].

На рис. 2 представлен результат преобразования исходного цветного изображения в защищенное с реализацией сформулированных выше требований и использованием матричного преобразо-



■ **Рис. 2.** Защита изображения матричным преобразованием: а — исходное изображение; б — защищенное изображение

вания. Следует подчеркнуть, что контуры и характерные области на преобразованном изображении полностью отсутствуют.

## Заключение

Эксперименты показали, что выполнение сформулированных выше требований в процессе процедуры преобразования изображения неособенными матрицами над полем  $GF(2)$  обеспечивает полное разрушение изображения и его характерных признаков.

При необходимости усиление защиты передаваемых двоичных данных, а также электронного

представления изображений может быть обеспечено за счет двойного и тройного преобразований, выполняемых уже над защищенными ранее изображениями по известной вычислительной процедуре [4].

Как известно, выполнение матричных преобразований наиболее эффективно на параллельных структурах. При этом предпочтительна реализация преобразований на параллельной структуре, организованной на программируемой логике в виде специализированного вычислителя требуемой конфигурации [5], что позволяет полностью сохранить передающее устройство в классе автономных встраиваемых устройств.

## Литература

1. **Сергеев М. Б., Чудиновский Ю. Г.** IP-сеть как основа построения распределенных информационно-управляющих систем // Информационно-управляющие системы для подвижных объектов. СПб.: Политехника, 2002. С. 33–42.
2. **Bruce Schneier** Applied Cryptography: Protocols, Algorithms, and Source Code in C; John Wiley and Sons, Inc., New York, NY, USA; Second edn.; 1996.
3. **Сергеев М. Б., Соловьев Н. В., Стадник А. И.** Методы повышения контрастности растровых изображений для систем цифровой обработки видеoinформации // Информационно-управляющие системы. 2007. № 1(26). С. 2–7.
4. **Ерош И. Л., Сергеев М. Б.** Скоростное шифрование разнородных сообщений // Вопросы передачи и защиты информации: Сб. ст. / СПбГУАП. СПб., 2006. С. 133–155.
5. **Бубликов А. В., Ерош И. Л., Сергеев М. Б.** Особенности использования булевых функций для организации криптографических преобразований потоковой информации // Информационно-управляющие системы. 2003. № 6. С. 54–57.

УДК 681.3

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОМЕХОУСТОЙЧИВЫХ КОДОВ ДЛЯ ШИФРАЦИИ ВИДЕОИНФОРМАЦИИ

**С. В. Беззатеев,**

канд. техн. наук, доцент

**М. Ю. Литвинов,**

соискатель

**Б. К. Трояновский,**

канд. техн. наук, доцент

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

*Рассматривается вариант модификации схемы Мак Элиса для преобразования видеоинформации с целью обеспечения ее конфиденциальности при передаче и хранении. Предлагаемая схема позволяет решить специфическую задачу уничтожения контуров и фоновых текстур в процессе обработки исходного изображения и в то же время исключить необходимость синхронизации приемного и передающего устройств.*

*In this article, a variant of the Mac Eliece scheme for modification of video information with the purpose to provide its secure transmission and storage is discussed. The suggested scheme allows for solving the specific task of destroying the outlines and background textures of the original image during processing without necessity to synchronize the receiver and the transmitter.*

### Введение

В настоящее время проблема обеспечения конфиденциальности при хранении видеоизображения получила дальнейшее развитие в связи с широким использованием корпоративных цифровых копировальных аппаратов ([http://www.sharppusa.com/files/cop\\_dow\\_Security\\_Solutionsbro.pdf](http://www.sharppusa.com/files/cop_dow_Security_Solutionsbro.pdf)). Для того чтобы исключить «узнаваемость» контуров или фоновых текстур в зашифрованном сообщении для обработки видеоизображения, принято использовать либо потоковый шифр, либо блочный шифр в режиме изменяющегося ключа. В работе [1] анализировалась эффективность использования упрощенного алгоритма шифрования ГОСТ 28147–89 с изменяющимся ключом для обработки видеоинформации. Существенной проблемой такого подхода является необходимость обеспечения синхронного использования ключевой последовательности на приемной и передающей стороне и соответственно необходимость синхровставок в передаваемую информацию. Кроме того, в таких системах и передающая, и приемная сторона обладают всей необходимой информацией (ключ, алгоритм, устройство) для шифрации и дешифрации передаваемых и обрабатываемых сообщений. Таким образом, компрометация передающего устройства приведет к раскрытию всей конфиденциальной информации.

Во многих случаях передающее устройство, в отличие от приемного, находится вне контролируемой зоны и соответственно может быть доступно злоумышленнику. При такой постановке задачи особенно важным видится разработка системы обработки (шифрации) видеоинформации, имеющей несимметричную схему, т. е. системы, в которой получение доступа к устройству обработки информации на передающей стороне не приводит к полной компрометации всей системы.

### Система Мак Элиса несимметричного шифрования, использующая коды, исправляющие ошибки

Хорошо известно, что задача декодирования помехоустойчивого кода с исправлением случайных ошибок в пределах корректирующей способности кода в общем случае является NP-сложной задачей. Сложность декодирования может быть существенно снижена (до полиномиальной) при наличии у кода конструктивного алгоритма декодирования. Одним из классов кодов, имеющих такой конструктивный алгоритм декодирования, являются коды, предложенные В. Д. Гоппой в 1970 г. [2]. Коды Гоппы задаются двумя объектами — множеством локаторов (номераторов) позиций  $L$  и многочленом Гоппы  $g(x)$ .

$q$ -ичный вектор длины  $n$   $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$  является кодовым словом  $(L, g)$ -кода Гоппы, если выполняется следующее сравнение:

$$\sum_{i=1}^n a_i \frac{1}{x - \alpha_i} \equiv 0 \pmod{g(x)},$$

где  $L = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ ,  $\alpha_i \in GF(q^m)$  и  $g(x)$  — многочлен с коэффициентами из  $GF(q^m)$ , не имеющий среди своих корней элементов из  $L$ , т. е.  $g(\alpha_i) \neq 0$ ,  $q^m \geq n$  и  $q$  — простое или степень простого числа.

Для выполнения процедуры кодирования используется порождающая матрица кода  $\mathbf{G}$ . То есть, чтобы получить кодовое слово  $(n, k)$ -кода, соответствующее некоторому информационному сообщению  $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_k)$ , достаточно умножить вектор  $\mathbf{p}$  на порождающую матрицу кода  $\mathbf{G}$ :

$$\mathbf{a} = \mathbf{p}\mathbf{G}.$$

Для построения порождающей матрицы  $(L, g)$ -кода сначала необходимо построить проверочную матрицу  $\mathbf{H}$ , используя множество  $L$  и многочлен  $g(x)$ :

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ g(\alpha_1) & g(\alpha_2) & \dots & g(\alpha_n) \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_n \\ g(\alpha_1) & g(\alpha_2) & \dots & g(\alpha_n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_1^{t-1} & \alpha_2^{t-1} & \dots & \alpha_n^{t-1} \\ g(\alpha_1) & g(\alpha_2) & \dots & g(\alpha_n) \end{pmatrix},$$

где  $t = \deg g(x)$ .

Имея проверочную матрицу  $\mathbf{H}$ , легко построить порождающую матрицу кода  $\mathbf{G}$ :  $\mathbf{G}\mathbf{H}^T = \mathbf{0}$ , используя метод Гаусса приведения матрицы  $\mathbf{H}$  к диагональному виду. Для получения матрицы, обеспечивающей шифрующее преобразование, необходимо дополнительно выбрать две матрицы. Произвольную неособую (имеющую обратную) матрицу  $\mathbf{A}$  размером  $k \times k$  и произвольную перестановочную матрицу  $\mathbf{P}$  размером  $n \times n$ .

Таким образом, шифруемая информация будет разбиваться на  $q$ -ичные блоки  $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_k)$  длиной  $k$  и подвергаться следующему преобразованию:

$$\mathbf{c} = \mathbf{p} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{P} \oplus \mathbf{e},$$

где  $\mathbf{A}$  — неособенная (обратимая) матрица  $(k \times k)$ ;  $\mathbf{G}$  — порождающая матрица кода Гоппы  $(k \times n)$ ;  $\mathbf{P}$  — произвольная перестановочная матрица  $(n \times n)$ ;  $\mathbf{e}$  — случайный вектор ошибки весом  $t/2$ .

Алгоритм декодирования-дешифрации выглядит следующим образом.

1. Принятое сообщение умножается на матрицу  $\mathbf{P}^{-1}$ , обратную к перестановочной матрице  $\mathbf{P}$ :

$$\mathbf{c} \cdot \mathbf{P}^{-1} = (\mathbf{p} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{P} \oplus \mathbf{e}) \mathbf{P}^{-1} =$$

$$\begin{aligned} &= \mathbf{p} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{P}^{-1} \oplus \mathbf{e} \cdot \mathbf{P}^{-1} = \\ &= \mathbf{p} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{G} \oplus \mathbf{e} \cdot \mathbf{P}^{-1} = \mathbf{p}' \cdot \mathbf{G} \oplus \mathbf{e}', \end{aligned}$$

где  $\mathbf{p}' = \mathbf{p} \cdot \mathbf{A}$  — измененное информационное сообщение;  $\mathbf{e}' = \mathbf{e} \cdot \mathbf{P}^{-1}$  — случайный вектор ошибки весом  $t/2$ .

Таким образом, получится кодовое слово  $(L, g)$ -кода, сложенное со случайным вектором ошибки.

2. Зная многочлен Гоппы  $g(x)$  и множество локаторов позиций, можно найти и исправить вектор ошибок  $\mathbf{e}'$ , используя конструктивный алгоритм декодирования (Берликэмппа—Мэсси, Евклида).

3. Зная порождающую матрицу кода  $\mathbf{G}$  и матрицу  $\mathbf{A}$ , легко восстановить сначала измененное информационное сообщение  $\mathbf{p}'$ , а затем и исходное информационное сообщение  $\mathbf{p}$ :

$$\mathbf{p}' \cdot \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{p} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{p}.$$

### Модификация схемы Мак Элиса для шифрации видеоизображения

Для эффективного использования описанной схемы необходимо выбрать параметры  $(L, g)$ -кода, обеспечивающие эффективную обработку исходной информации и достаточный уровень защищенности. Как известно [3], защищенность такой схемы, даже в случае разглашения информации о параметрах кода (длина кодового слова, длина информационного сообщения и число исправляемых ошибок), определяется числом различных многочленов Гоппы степени  $t$ :

$$N = O\left(\frac{q^t}{t}\right),$$

где коэффициенты многочленов Гоппы выбираются из поля  $GF(q)$ .

Например, при выборе двоичного кода (256, 128, 33) с многочленом Гоппы степени 16 и коэффициентами из  $GF(2^8)$  мы получим систему, защищенность которой будет оцениваться величиной  $O(2^{124})$ .

На передающем (шифрующем) устройстве имеется лишь информация об открытом ключе (матрица  $\mathbf{G}' = \mathbf{A} \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{P}$  и генератор ошибок заданного веса  $t$ ). Получение информации о шифрующей матрице не позволяет определить многочлен Гоппы, а следовательно, не дает возможности исправлять случайные ошибки, «накладываемые» на передаваемое изображение. Использование такого алгоритма обработки видеоизображения позволяет решить сразу две задачи:

— нет необходимости синхронизировать приемное и передающее устройства (зная многочлен Гоппы на приемном устройстве, всегда можно исправить любые ошибки весом до  $t$ );

— передающее устройство не содержит конфиденциальной информации, и его компрометация не позволяет правильно декодировать искаженное видеоизображение.

Следует отметить, что особенностью шифрования видеоизображения является наличие довольно большого числа информационных блоков, имеющих одно и то же значение (фоновые текстуры, контуры и т. д.). Для обеспечения преобразования совпадающих информационных блоков в различные зашифрованные сообщения в рассмотренном выше алгоритме используются векторы ошибок весом до  $t$ . Однако при наличии достаточного числа (больше трех) одинаковых информационных блоков можно использовать мажоритарный метод исправления ошибок. Для предотвращения такой атаки можно использовать сгенерированный случайный вектор ошибки для «искажения» значения информационного блока. Легко оценить число таких возможных «искажений»

$$K = \binom{n}{t}.$$

Рассмотрим некоторые способы «искажения» информационного сообщения, аналогичные используемым в схеме Мак Элиса для «искажения» кодового слова.

Схема Rao-Nam [4] предполагает использование для этой цели специального кодового слова, заранее выбранного из общего списка кодовых слов. То есть для каждого вектора ошибки, являющегося лидером смежного класса в таблице стандартной расстановки кода, выбирается соответствующее кодовое слово, список таких кодовых слов является элементом секретного ключа. Процедура шифрования в соответствии со схемой Rao-Nam выглядит следующим образом:

$$c = \mathbf{p} \cdot \mathbf{G}' \oplus \mathbf{e}' \cdot \mathbf{P},$$

где  $\mathbf{e}' = \mathbf{e} \oplus l$ ,  $l$  — кодовое слово, соответствующее вектору ошибки  $\mathbf{e}$ ,  $wt(\mathbf{e}) \leq t$ ;  $\mathbf{G}' = \mathbf{A} \cdot \mathbf{G}$ .

Очевидно, что эта процедура может быть переписана в следующем виде:

$$c = (\mathbf{p} \oplus \lambda) \cdot \mathbf{G}' \oplus \mathbf{e} \cdot \mathbf{P},$$

где  $\lambda$  — информационное сообщение, соответствующее кодовому слову  $l$ :  $l = \lambda \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{G}$ .

Очевидным недостатком данной схемы является необходимость хранить кодовые слова  $\{l\}$  или информационные сообщения  $\{m\}$ , соответствующие всем лидерам смежных классов, как на приемной, так и на передающей стороне.

Второй известной модификацией схемы Мак Элиса является схема, предложенная в работах [5, 6] и использующая структуру схемы Эль Гамала. В этой схеме зашифрованное сообщение состоит из трех частей  $c_1, c_2, c_3$  и получается следующим образом:

$$c_1 = \mathbf{p} \cdot (\mathbf{G}' \oplus \mathbf{S}_m \cdot \mathbf{D}_m) \oplus \mathbf{e} \cdot (\mathbf{P} \cdot \mathbf{X} \oplus \mathbf{S}_e \cdot \mathbf{D}_e),$$

где  $\mathbf{e}$  — случайный вектор ошибки длиной  $n$ ,  $wt(\mathbf{e}) \leq t$ ;  $\mathbf{G}' = \mathbf{A} \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{X}$ ;  $\mathbf{X}$  — несингулярная матрица  $n \times n$ ;  $\mathbf{S}_m$  — случайная матрица  $k \times n$ ;  $\mathbf{D}_m$  — случайная матрица  $n \times n$ ;  $\mathbf{P}$  — случайная перестано-

вочная матрица  $n \times n$ ;  $\mathbf{S}_e$  — случайная матрица  $k \times n$ ;  $\mathbf{D}_e$  — случайная матрица  $n \times n$ ;

$$c_2 = \mathbf{e} \cdot \mathbf{S}_e;$$

$$c_3 = \mathbf{p} \cdot \mathbf{S}_m;$$

$$c = c_1 \parallel c_2 \parallel c_3.$$

Открытым ключом, используемым на передающей стороне для преобразования исходной информации  $\mathbf{p}$ , являются матрицы  $\mathbf{G}' \oplus \mathbf{S}_m \cdot \mathbf{D}_m$ ,  $\mathbf{P} \times \mathbf{X} \oplus \mathbf{S}_e \cdot \mathbf{D}_e$ ,  $\mathbf{S}_e$ ,  $\mathbf{S}_m$ .

С точки зрения решаемой нами задачи — уничтожения структуры видеоизображения, данная схема оказывается неприемлемой из-за наличия в каждом зашифрованном сообщении компоненты  $c_3$ , которая будет иметь одинаковые значения для одинаковых исходных сообщений, т. е. одинаковые фрагменты изображения могут быть легко распознаны по этой компоненте.

Третьим вариантом, также имеющим структуру схемы Эль Гамала, является вариант схемы Мак Элиса, предложенный в работе [7]. Здесь, так же как и в предыдущем случае, зашифрованное сообщение состоит из трех компонент  $c_1, c_2, c_3$  и получается следующим образом:

$$c_1 = (c_1^1, c_1^2, \dots, c_1^i, \dots, c_1^k), \quad c_1^i = p_i \beta_i \text{ mod } q,$$

где  $\beta_i$  — случайные числа из  $GF(q)$ ;

$$c_2 = \begin{pmatrix} \beta_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \beta_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \beta_k \end{pmatrix} (\mathbf{G}' \oplus \mathbf{R}') \oplus \mathbf{E} \cdot \mathbf{P}',$$

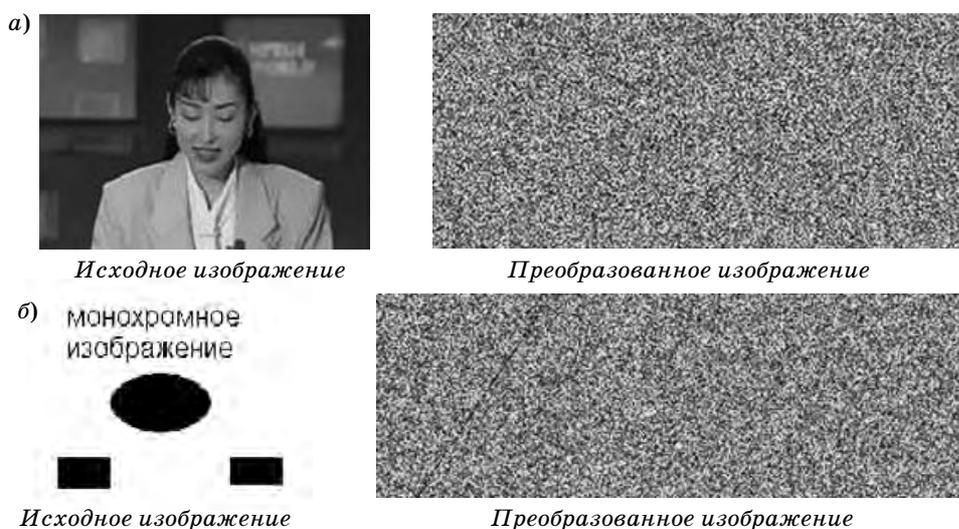
где  $\mathbf{E}$  — случайная матрица  $n \times n$ , над  $GF(q)$  каждая строка которой имеет не более  $t$  ненулевых элементов;  $\mathbf{R}'$  — случайная матрица  $k \times n$  с элементами из  $GF(q)$ ;  $\mathbf{P}'$  — случайная перестановочная матрица  $n \times n$  с элементами из  $GF(q)$ ;  $\mathbf{G}'$ ,  $\mathbf{R}'$  и  $\mathbf{P}'$  — матрицы, составляющие открытый ключ;

$$c_3 = \mathbf{T} \mathbf{G}' \oplus \mathbf{E},$$

где  $\mathbf{T}$  — произвольная матрица  $k \times k$  с элементами из  $GF(q)$ .

Очевидно, что такой вариант модификации схемы Мак Элиса в большей степени подходит для решения нашей задачи — разрушения структуры изображения, однако основным недостатком данной схемы является более чем трехкратное увеличение объема передаваемой информации.

В данной статье для решения поставленной задачи предлагается некоторая модификация схемы Rao-Nam, вариант которой для обеспечения повышения информационной скорости передачи информации и скрытности рассмотрен в работе [8]. Использование такой модификации позволяет избе-



■ Пример использования модифицированной схемы Мак Элиса

жать хранения массива кодовых слов на передающей и приемной стороне для их использования в качестве секретного ключа. Вместо хранения такого массива предлагается использовать некоторое преобразование вектора  $\mathbf{e}$  длиной  $n$  в вектор  $\mathbf{f}$  длиной  $k$ . Простейшим и эффективным вариантом такого преобразования может быть хэш-функция, т. е. предлагаемая схема может быть описана следующим образом [8]:

$$\mathbf{c} = (\mathbf{p} \oplus \mathbf{f}) \cdot \mathbf{G}' + \mathbf{e} \cdot \mathbf{P},$$

где  $\mathbf{f} = \text{hash}(\mathbf{e})$ .

В работе [8] описанный выше метод использовался для повышения информационной скорости передачи зашифрованных данных. Для решения рассматриваемой задачи — максимального изменения структуры изображения возможно также использование случайных чисел, генерируемых в виде векторов ошибки  $\mathbf{e}$ ,  $wt(\mathbf{e}) \leq t$  для создания случайной несингулярной матрицы  $\mathbf{A}^*$  размерности

$k \times k$ :  $\mathbf{f}: \mathbf{e} \rightarrow \mathbf{A}^*$ . Полученную матрицу  $\mathbf{A}^*$  можно использовать для преобразования исходной информации следующим образом:

$$\mathbf{c} = \mathbf{p} \cdot \mathbf{G}' + \mathbf{e} \cdot \mathbf{P},$$

где  $\mathbf{G}' = \mathbf{A}^* \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{P}$ .

Для рассмотренного выше примера (256, 128, 33) кода Гоппы число возможных различных векторов ошибки весом 16 составляет величину  $O(2^{82})$  и соответственно каждый из  $2^{128}$  информационных векторов может быть преобразован с помощью случайного вектора  $\mathbf{f}$  или матрицы  $\mathbf{A}^*$  в один из  $2^{82}$  возможных случайных информационных векторов. Очевидно, что такая модификация схемы Мак Элиса позволяет избежать преобразования одинаковых фрагментов видеоизображения в мало отличающиеся (не более чем в  $2t$  позициях) зашифрованные сообщения.

Пример работы рассмотренной системы при выбранных параметрах кода изображен на рисунке а, более сложный случай — на рисунке б.

## Литература

1. Беззатеев С. В., Литвинов М. Ю., Трояновский Б. К., Филатов Г. П. Выбор алгоритма преобразования, обеспечивающего изменение структуры изображения // Информационно-управляющие системы. 2006. № 6. С. 2–5.
2. Гоппа В. Д. Новый класс линейных помехоустойчивых кодов // Проблемы передачи информации. 1970. Т. 6. № 3. С. 24–30.
3. McEliece R. J. A public-key cryptosystem based on algebraic coding theory, DSN Progress Report, Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, CA. Jan/Feb. 1978. P. 114–116.
4. T. R. N. Rao, Kil-Myun Nam. Private-key algebraic-code encryptions // IEEE Trans. on Information Theory. 1989. Vol. 35. N 4. P. 829–833.
5. Krouk E. A new public-key cryptosystem: Proceedings of the 6<sup>th</sup> Joint Swedish-Russian International Workshop on Information Theory. 1993. P. 285–286.
6. Gabidulin E. M. Public-key cryptosystem based on linear codes. 1995.
7. Jian-feng M. A., Teechye Chiam, Kot Chichung Alex. A novel encryption method with its application in the copyright protection of digital data // Journal of Software. 2002. Vol. 13. N 3. P. 330–334.
8. Фам Суан Нгиа. Модификации алгоритма Мак Элиса для повышения показателей качества радиосистем передачи информации: Автореф. дис. ... канд. техн. наук / Рязанский государственный радиотехнический университет. Рязань. 23 мая 2007.

УДК 621.391.037.372

## СРАВНЕНИЕ АЛГОРИТМОВ НАДЕЖНОЙ ПЕРЕДАЧИ ПАКЕТОВ ДЛЯ СЕНСОРНЫХ СЕТЕЙ

**Е. М. Линский,**

науч. сотрудник

**Г. С. Евсеев,**

канд. техн. наук, доцент

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Сенсорная сеть состоит из устройств с ограниченными ресурсами. Часто сенсорная сеть развертывается в неконтролируемом окружении, что приводит к низкой физической защищенности отдельных узлов, т. е. узлы могут быть захвачены злоумышленником. Основным источником ненадежности при передаче пакетов в сенсорной сети являются компрометированные узлы, удаляющие пересылаемые через них пакеты. Статья посвящена сравнению алгоритмов надежной передачи для сенсорной сети, которые противодействуют этой атаке.

A sensor network consists of devices with limited resources. There are scenarios, where a sensor network is deployed in a hostile environment. This leads to low physical security of sensors, i. e. sensors could be captured by adversaries. The main source of unreliability in packet forwarding protocol is compromised nodes that drop forwarded packets. This paper compare reliable packet forwarding protocols that act against this attack.

### Введение

Сенсорная сеть состоит из множества сенсоров, случайным образом распределенных по исследуемой поверхности, и базовой станции. Сенсор — это автономное беспроводное устройство с ограниченными ресурсами. Задачей сенсора является сбор информации и ее передача базовой станции. Ресурс источника питания сенсора обычно ограничен, что фактически определяет время жизни сенсора, тесно связан с его вычислительными возможностями и влияет на мощность передатчика. Сфера применения сенсорных сетей довольно обширна: мониторинг окружающей среды, раннее диагностирование поломок устройств в промышленности, управление дорожным движением, контроль за безопасностью объектов.

Сенсорная сеть часто разворачивается в неконтролируемом окружении. Поэтому сенсор может быть захвачен и его программное обеспечение может быть заменено. Такой сенсор называется компрометированным узлом или атакующим. Действия атакующих направлены на нарушение работы основных протоколов сенсорной сети, в том числе и протокола передачи пакетов. Основной атакой, влияющей на надежность передачи, является атака, в рамках которой компрометированный узел выборочно удаляет передаваемые через

него пакеты [1]. Компрометированный узел не может удалить все передаваемые через него пакеты, так как в этом случае он будет обнаружен.

В работах [2–4] были рассмотрены алгоритмы передачи для сенсорной сети, которые предназначены для противодействия описанной атаке. Общая идея этих алгоритмов состоит в том, что для передачи используются несколько независимых маршрутов. Предложенные алгоритмы можно разделить на две группы: неадаптивные [3, 4] и адаптивные [2]. Неадаптивный алгоритм в отличие от адаптивного не использует информацию о качестве маршрутов (вероятность ошибки, энергопотребление и т. д.) и не меняет своих параметров в зависимости от этих характеристик. Можно выделить два основных неадаптивных алгоритма: алгоритм случайной передачи (СП) [4] и алгоритм избыточной передачи (ИП) [3]. В алгоритме СП отправитель случайным образом выбирает один из маршрутов и посылает по нему пакет. В алгоритме ИП по всем маршрутам направляется по одной копии исходного пакета. Алгоритм адаптивной избыточной передачи (АИП) [2] является усовершенствованием алгоритма избыточной передачи. На основе информации о качестве маршрутов для каждого из маршрутов определяется количество копий, которое должно быть по нему послано.

Целью данной работы является численное сравнение адаптивных и неадаптивных алгоритмов.

### Сравнение алгоритмов

Качество алгоритма передачи оценивается по двум характеристикам: вероятности ошибки передачи и энергозатратам при передаче. Вероятность ошибки при передаче — это вероятность того, что до получателя не дойдет ни одна копия пакета. Сравнение проводится следующим образом: вычисляются энергозатраты алгоритмов при одинаковой вероятности ошибки. Для алгоритмов СП и ИП предполагается, что передача осуществляется  $n$  раз.

Вначале рассмотрим ситуацию с двумя маршрутами. Пусть имеется два независимых маршрута с характеристиками  $\{p_1, E_1\}$  и  $\{p_2, E_2\}$ , где  $p_i \in [0; 0,5)$  — вероятность потери пакета на маршруте  $i$ , а  $E_i$  — энергопотребление при передаче одного пакета по маршруту  $i$ . Задана вероятность ошибки при передаче  $p$ , требуется определить количество энергии, затраченное на передачу однопакетного сообщения каждым из алгоритмов.

Ниже представлены системы ограничений для каждого из алгоритмов. В методах СП и ИП для достижения необходимой вероятности ошибки требуется выполнить передачу  $n$  раз, и, соответственно, формулы имеют вид

$$\begin{cases} (0,5p_1 + 0,5p_2)^n \leq p \\ E = 0,5n(E_1 + E_2) \rightarrow \min \end{cases};$$

$$\begin{cases} (p_1 p_2)^n \leq p \\ E = n(E_1 + E_2) \rightarrow \min \end{cases}.$$

В алгоритме АИП по первому маршруту посылаются  $n_1$  копий пакета, а по второму —  $n_2$  копий. Величины  $n_1$  и  $n_2$  определяются решением целочисленной оптимизационной задачи

$$\begin{cases} p_1^{n_1} p_2^{n_2} \leq p \\ E = n_1 E_1 + n_2 E_2 \rightarrow \min \end{cases}.$$

Для сравнения требуется рассмотреть три случая:

1) оба маршрута имеют одинаковые характеристики;

2) один маршрут лучше другого хотя бы по одному из параметров;

3) маршруты являются несравнимыми, т. е. у одного маршрута ниже вероятность ошибки, а у другого — ниже затраты энергии на передачу одного пакета.

Пусть  $k \geq 1$  и  $s \geq 1$  — некоторые коэффициенты. Рассмотрим маршруты со следующими характеристиками:  $\{p_1 = p_0, E_1 = sE_0\}$  и  $\{p_2 = kp_0, E_2 = E_0\}$ .

Тогда системы ограничений могут быть переписаны в следующем виде.

Для алгоритма СП система имеет вид

$$\begin{cases} (0,5p_0(1+k))^n \leq p \\ E = 0,5nE_0(s+1) \rightarrow \min \end{cases},$$

откуда  $E$  может быть вычислено как

$$E_I = \frac{\log(p)E_0(s+1)}{2\log(0,5p_0(1+k))}.$$

Для алгоритма ИП система имеет вид

$$\begin{cases} (kp_0^2)^n \leq p \\ E = nE_0(s+1) \rightarrow \min \end{cases};$$

из этой системы следует, что затраты энергии выражаются формулой

$$E_{II} = \frac{\log(p)E_0(s+1)}{\log(kp_0^2)}.$$

Для алгоритма АИП система принимает вид

$$\begin{cases} p_0^{n_1} (kp_0)^{n_2} \leq p \\ E = E_0(n_1 s + n_2) \rightarrow \min \end{cases}.$$

Ограничение для алгоритма АИП может быть переписано в виде линейной функции:

$$n_1 \frac{\log(p_0)}{\log(p)} + n_2 \frac{\log(kp_0)}{\log(p)} \geq 1.$$

Тогда решением системы является одна из двух точек:  $(n_1 > 0, n_2 = 0)$  либо  $(n_1 = 0, n_2 > 0)$ .

Таким образом, энергозатраты для данного маршрута равны

$$E_{III} = \min \left( sE_0 \frac{\log(p)}{\log(p_0)}, E_0 \frac{\log(p)}{\log(kp_0)} \right).$$

Можно сказать, что в случае двух маршрутов алгоритм АИП всегда ведет передачу только по одному из них.

Простыми выкладками можно показать, что в первом случае (маршруты имеют одинаковые характеристики) алгоритмы обеспечивают одинаковый расход энергии. А в двух других случаях выполняется соотношение

$$E_I \geq E_{II} \geq E_{III}.$$

Очевидно, что наиболее предпочтительным является алгоритм адаптивной передачи, так как он обеспечивает минимальный расход энергии.

Теперь рассмотрим случай  $N$  маршрутов. Пусть имеется  $N$  маршрутов с вероятностями ошибки  $\{p_i\}_{i \in [1, N]}$  и энергозатратами  $\{E_i\}_{i \in [1, N]}$  и задана требуемая вероятность ошибки передачи  $p$ . Ниже приведены системы ограничений для алгоритмов СП, ИП и АИП.

Система для алгоритма СП имеет вид

$$\begin{cases} \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_i \right)^n \leq p \\ E = \frac{n}{N} \sum_{i=1}^N E_i \rightarrow \min \end{cases};$$

из этой системы может быть получено выражение для энергозатрат при передаче одного пакета

$$E_I = \frac{\log(p)}{N \log\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_i\right)} \sum_{i=1}^N E_i.$$

Система ограничений для алгоритма ИП имеет вид

$$\begin{cases} \left( \prod_{i=1}^N p_i \right)^n \leq p \\ E = n \sum_{i=1}^N E_i \rightarrow \min \end{cases},$$

откуда может быть получена формула для энергозатрат

$$E_{II} = \frac{\log(p)}{\log\left(\prod_{i=1}^N p_i\right)} \sum_{i=1}^N E_i.$$

Для алгоритма АИП система ограничений принимает вид

$$\begin{cases} \prod_{i=1}^N p_i^{n_i} \leq p \\ E_{III} = \sum_{i=1}^N E_i n_i \rightarrow \min \end{cases}.$$

Эта система определяет задачу целочисленно-го линейного программирования. Получить конечное выражение для энергозатрат  $E_{III}$ , как это было сделано для случая двух маршрутов, не представляется возможным. Сравнение энергозатрат  $E_I$ ,  $E_{II}$  и  $E_{III}$  будет проведено с помощью моделирования.

При моделировании использовались следующие параметры.

1. Требуемая вероятность ошибки при передаче  $p = 10^{-3}$ .

2. Вероятность потери пакета на маршруте  $p_i$  генерировалась как случайное число, равномерно распределенное в интервале  $p < p_i \leq 0,49$ . Маршруты с большей вероятностью ошибки считаются непригодными для использования.

3. Энергозатраты на маршруте — величина  $E_i$  генерировалась как случайное число в интервале  $0 < E_i \leq 100$ .

4. Для того чтобы протестировать алгоритмы на более сложных примерах, после генерации параметры маршрутов сортировались таким образом, чтобы маршрутам с минимальной вероятностью ошибки соответствовали максимальные временные и энергетические затраты.

5. В соответствии с размером рассматриваемых сетей используется от 3-х до 15 маршрутов.

6. Решение оптимизационной задачи для алгоритма АИП проводилось с помощью метода ветвей и границ.

На рис. 1 представлены графики энергозатрат для алгоритмов СП ( $E_I$ ), ИП ( $E_{II}$ ) и АИП ( $E_{III}$ ) в зависимости от числа используемых маршрутов.

Из графиков видно, что алгоритм АИП характеризуется наименьшими энергозатратами. На рис. 2 показано отношение энергозатрат алгоритмов ИП и АИП.

Из графика видно, что с увеличением числа маршрутов выигрыш алгоритма АИП увеличивается.

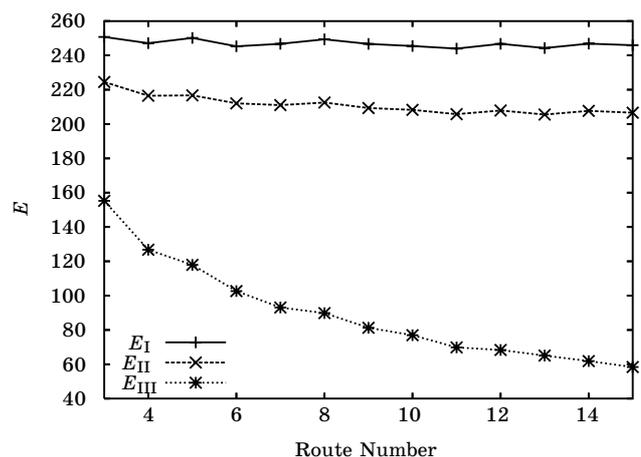


Рис. 1. Энергозатраты при передаче для алгоритмов СП ( $E_I$ ), ИП ( $E_{II}$ ) и АИП ( $E_{III}$ )

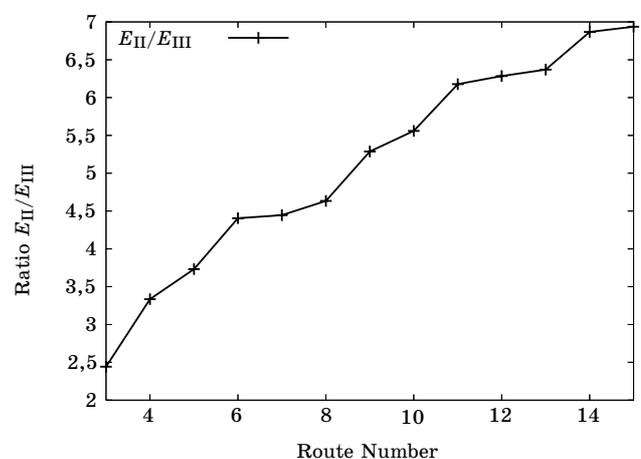


Рис. 2. Отношение энергозатрат при передаче для алгоритмов ИП и АИП

Качественное объяснение полученного выигрыша может быть дано следующим образом. В алгоритмах СП и ИП не используется информация о характеристиках маршрутов, т. е. они полагаются равноценными. Поэтому выигрыш адаптивный алгоритм должен давать тем больший, чем менее равноценными данные маршруты являются.

В отличие от неадаптивных алгоритмов, для которых передача ведется по всем имеющимся маршрутам, адаптивный алгоритм на основе решения оптимизационной задачи выбирает подмножество маршрутов и передает только по ним.

### Литература

1. **Karlof C., Wagner D.** Secure routing in wireless sensor networks: Attacks and countermeasures // First IEEE International Workshop on Sensor Network Protocols and Applications. 2002. P. 113–127.
2. **Linsky E., Evseev G. S.** Reliable packet transmission for sensor networks // Proc. of XI international symposium on problems of redundancy in information and control systems. 2007. P. 284–288.
3. **Deng J., Han R., Mishra S.** Intrusion-tolerant routing for wireless sensor networks // Elsevier Journal on Computer Communications, Special Issue on Dependable Wireless Sensor Networks. 2005. P. 146–156.
4. **Wood D., Fang L., Stankovic J. A., He T.** SIGF: A family of configurable, secure routing protocols for wireless sensor networks // ACM SASN. 2006. P. 35–48.

### Выводы

В данной статье проведено сравнение протоколов надежной передачи для сенсорной сети. Были рассмотрены протоколы случайной, избыточной и адаптивной избыточной передачи. При одинаковой вероятности ошибки передачи сравнивались суммарные энергозатраты, так как эта характеристика является особо важной для сенсорной сети. Сравнение показало, что предложенный алгоритм превосходит существующие аналоги. Преимущество алгоритма обусловлено тем, что в отличие от существующих алгоритмов он использует информацию о характеристиках маршрутов.

УДК 681.3.07

## ДЕКОДИРОВАНИЕ LDPC-КОДОВ В ДИСКРЕТНОМ КАНАЛЕ FLASH-ПАМЯТИ

А. В. Козлов,  
аспирант

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Рассматривается система коррекции ошибок в устройствах flash-памяти с многоуровневыми ячейками на основе LDPC-кодов. Предлагается метод выставления надежностей для битов ячейки памяти, основанный на разработанной модели flash-памяти. Продемонстрирована эффективность совместного использования данного метода и вероятностных LDPC-декодеров в сравнении с «жесткими» декодерами.

This paper presents a multilevel cell (MLC) Flash memory error correction system based on LDPC codes. A method of setting up cell bits reliability is described. This method was devised using a new discrete Flash memory model. The effectiveness of combined use of this method and probabilistic LDPC decoders was demonstrated comparing to hard decoders.

### Введение

В устройствах flash-памяти с многоуровневыми ячейками (MLC flash-память) проблемы возникновения искажений во время записи/чтения, а также одновременного хранения становятся критичными для их надежности. В MLC-памяти на одном транзисторе с плавающим затвором хранится два бита информации с использованием четырех уровней порогового напряжения. Однако использование модуляций больших порядков ведет к более непредсказуемому программированию ячеек, менее надежному чтению и хранению. В связи с этим использование помехоустойчивых кодов для защиты данных становится необходимым [1–4]. Коды с низкой плотностью проверок на четность (LDPC) [5] показывают хорошие практические результаты при использовании вероятностного декодирования, однако в устройствах flash-памяти получение «мягкого» выхода канала для таких декодеров является непрактичным. В связи с этим встает задача декодирования LDPC-кодов в дискретном канале с использованием надежностей. В данной работе предлагается метод выставления надежностей, которые могут быть использованы при вероятностном декодировании LDPC-кодов.

### Модель системы

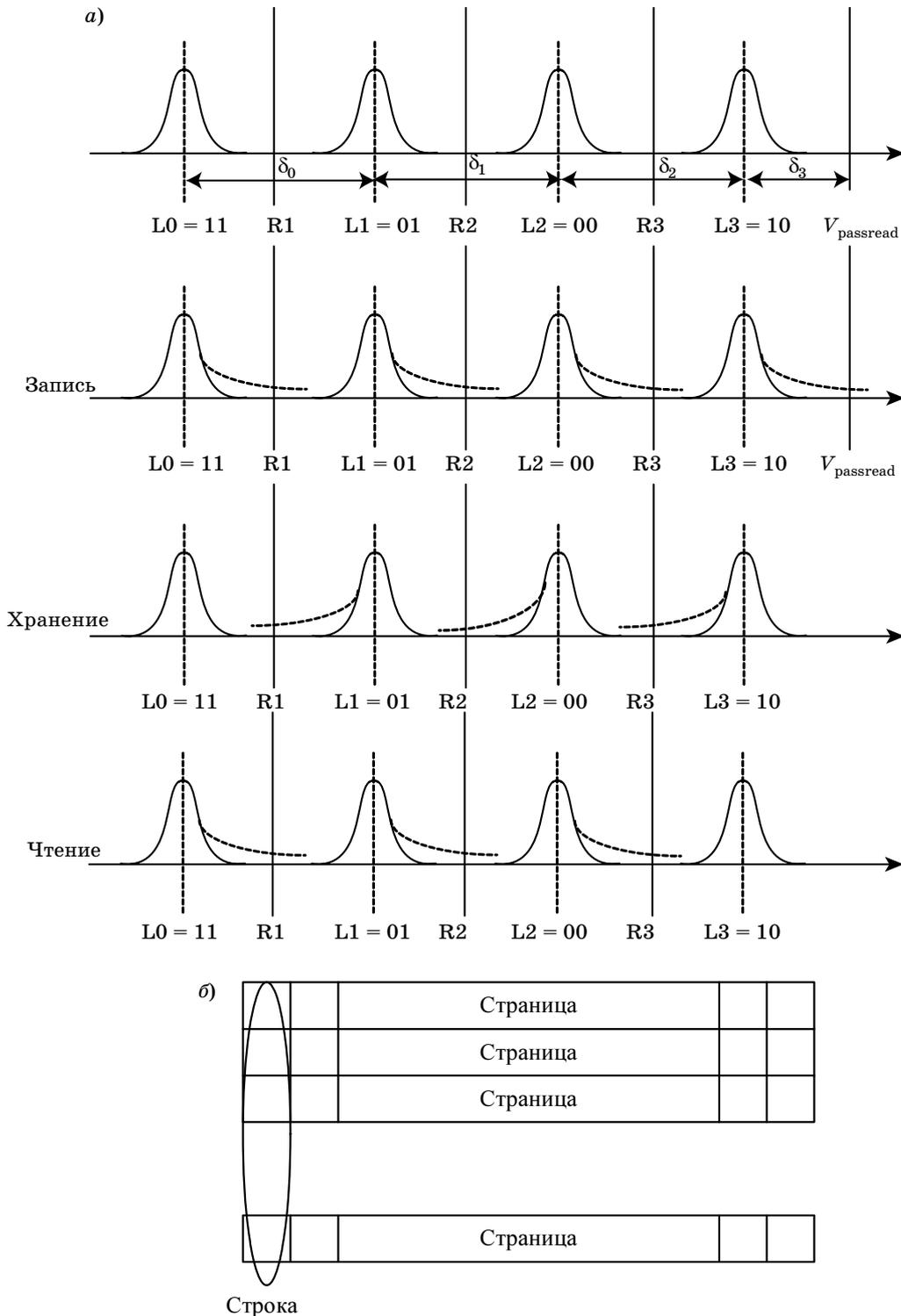
#### Структура памяти

Рассмотрим ячейку MLC flash-памяти с четырьмя уровнями порогового напряжения L0, L1, L2, L3 (рис. 1, а). Каждая такая ячейка хранит два информационных бита, а уровни L0, L1, L2, L3

соответствуют информационным парам 11, 01, 00, 01. Несмотря на то что два информационных бита физически принадлежат к одной ячейке, исходя из структуры памяти, они лежат в разных логических страницах. С точки зрения кодирования, это означает, что старшие и младшие биты лежат в двух разных кодовых словах. Таким образом, физическая страница состоит из  $N$  ячеек ( $N$  — длина кодового слова) и из двух логических страниц и соответственно содержит в себе два кодовых слова. Физические страницы группируются в блоки, а ячейки в блоке на одних и тех же позициях кодовых слов группируются в строки (рис. 1, б). Важно отметить, что строки имеют единое электрическое соединение, поэтому при определенных условиях возможен сбой всей строки. С точки зрения возникновения ошибок, операции над flash-памятью могут быть разделены на три группы: записи, чтения и хранения. Рассмотрим их поочередно.

#### Ошибки записи

В устройствах flash-памяти помещение электронов на плавающий затвор (операция программирования или записи) является недостаточно предсказуемым. Операция записи осуществляется несколькими импульсами, при этом существует система контроля того, что ячейка имеет недостаточный уровень порогового напряжения, однако возможность контроля программирования сверх требуемого уровня отсутствует. Поэтому основным источником ошибок при записи является перепрограммирование ячеек в более высокий уровень порогового напряжения. Отдельно необходимо рассмотреть перепрограммирова-



■ Рис. 1. Модель ячейки памяти (a) и структура блока памяти (б)

ние ячейки сверх уровня  $V_{passread}$ , это приводит к сбою всей строки памяти в уровень L3, так как данная ситуация приводит к

блокировке тока в строке. Учитывая экспоненциальный характер (см. рис. 1, a) поведения функций плотности распределений для порогового напряжения, можно использовать следующую аппроксимацию для матрицы переходных вероятностей между уровнями:

$$WR = \begin{pmatrix} \approx 1 & W_{wr} & W_{wr} \exp\left(\frac{\beta(\delta_0 + \delta_1)}{2}\right) & W_{wr} \exp\left(\frac{\beta(\delta_0 + 2\delta_1 + \delta_2)}{2}\right) + Z_{wr} \\ \approx 0 & \approx 1 & X_{wr} & X_{wr} \exp\left(\frac{\beta(\delta_0 + \delta_1)}{2}\right) + Z_{wr} \\ \approx 0 & \approx 0 & \approx 1 & Y_{wr} + Z_{wr} \\ \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 1 \end{pmatrix},$$

где  $W_{wr}$  — вероятность перепрограммирования уровня L0 в L1;  $Z_{wr}$  — вероятность перепрограммирования в уровень L3 всей строки, которая выражается из вероятности  $p$  перепрограммирования сверх порогового напряжения  $V_{passread}$  и размера строки  $S$ ,  $Z_{wr} = 1 - (1 - p)^S$ ,  $p \sim cycles$ ;  $cycles$  — это число циклов программирования/стирания для блока;  $Y_{wr}$  — вероятность перепрограммирования уровня L2 в L3;  $W_{wr}, X_{wr}, Z_{wr} \sim cycles$ ;  $X_{wr}$  — вероятность перепрограммирования уровня L1 в L2;  $\beta$  — параметр;  $\delta_i$  — разности между средними значениями пороговых напряжений соседних уровней (см. рис. 1, а).

**Ошибки хранения**

Во время хранения у некоторых ячеек возможна утечка электронов с плавающего затвора под действием электрического поля ячейки с высоким уровнем порогового напряжения. Таким образом, некоторые ячейки теряют их заряд со временем. Данный механизм утечки ускоряется с ростом числа циклов программирования/стирания. Процесс хранения может быть описан следующей матрицей переходных вероятностей:

$$RET = \begin{pmatrix} \approx 1 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 \\ \approx X_{ret} \exp\left(\frac{\beta(\delta_0 + 2\delta_1 + \delta_2)}{2}\right) & \approx 1 & \approx 0 & \approx 0 \\ \approx X_{ret} \exp\left(\frac{\beta(\delta_0 + 2\delta_1 + \delta_2)}{2}\right) & \approx X_{ret} \exp\left(\frac{\beta(\delta_1 + \delta_2)}{2}\right) & \approx 1 & \approx 0 \\ \approx X_{ret} \exp\left(\frac{\beta(\delta_0 + 2\delta_1 + \delta_2)}{2}\right) & \approx X_{ret} \exp\left(\frac{\beta(\delta_1 + \delta_2)}{2}\right) & \approx X_{ret} & \approx 1 \end{pmatrix},$$

где  $X_{ret}$  — вероятность перехода из уровня L3 в уровень L2 во время хранения;  $X_{ret} \sim cycles \cdot time^\alpha$ ;  $time$  — время хранения, ч,  $\alpha$  — коэффициент ускорения утечки. Остальные вероятности перехода экспоненциально меньше вследствие того, что электрическое поле ячейки уменьшается пропорционально ее пороговому напряжению.

**Ошибки чтения**

Поданное напряжение чтения является причиной того, что свободные электроны могут попасть на плавающий затвор. Таким образом, некоторые ячейки могут заряжаться при их интенсивном чтении. Данный механизм, так же как и механизм утечки во время хранения, сильно ускоряется в зависимости от электрического поля. Так как направление поля в данном случае противоположно, наибольшее число ошибок происходит в ячейках с уровнем L0. Таким образом, процесс интенсивного чтения может быть описан следующей матрицей переходных вероятностей:

$$RD = \begin{pmatrix} \approx 1 & X_{rd} & X_{rd} \exp\left(\frac{\beta(\delta_0 + \delta_1)}{2}\right) & X_{rd} \exp\left(\frac{\beta(\delta_0 + 2\delta_1 + \delta_2)}{2}\right) \\ \approx 0 & \approx 1 & X_{rd} \exp\left(\frac{\beta(\delta_0 + \delta_1)}{2}\right) & X_{rd} \exp\left(\frac{\beta(\delta_0 + 2\delta_1 + \delta_2)}{2}\right) \\ \approx 0 & \approx 0 & \approx 1 & X_{rd} \exp\left(\frac{\beta(\delta_0 + 2\delta_1 + \delta_2)}{2}\right) \\ \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 1 \end{pmatrix},$$

где  $X_{rd}$  — вероятность перехода из уровня L0 в L1,  $X_{rd} \sim cycles \times nreads^\gamma$ ;  $nreads$  — число чтений,  $\gamma$  — коэффициент ускорения.

**Выставление надежностей для битов ячейки**

*Вычисление надежностей из матриц переходных вероятностей*

Для того чтобы вычислить логарифмы отношений правдоподобий для битов ячейки после полного цикла обращения (операции записи, хранения, чтения), вычислим матрицу переходных вероятностей  $P$ , которая содержит в себе вероятности переходов после всех трех операций. Для этого воспользуемся свойством, что произведение стохастических матриц — также стохастическая матрица:

$$P = WR \cdot RET \cdot RD.$$

Зная матрицу  $P$  и используя знание двоичных меток уровней (см. рис. 1, а), получим:

$$LLR_{msbL0} = \log\left(\frac{P_{11} + P_{41}}{P_{21} + P_{31}}\right);$$

$$LLR_{lsbL0} = \log\left(\frac{P_{11} + P_{21}}{P_{31} + P_{41}}\right);$$

$$LLR_{msbL1} = \log\left(\frac{P_{12} + P_{41}}{P_{22} + P_{32}}\right);$$

$$LLR_{lsbL1} = \log\left(\frac{P_{22} + P_{12}}{P_{32} + P_{42}}\right);$$

$$LLR_{msbL2} = \log\left(\frac{P_{13} + P_{43}}{P_{23} + P_{33}}\right);$$

$$LLR_{lsbL2} = \log\left(\frac{P_{12} + P_{13}}{P_{33} + P_{43}}\right);$$

$$LLR_{msbL3} = \log\left(\frac{P_{44} + P_{14}}{P_{24} + P_{34}}\right);$$

$$LLR_{lsbL3} = \log\left(\frac{P_{14} + P_{24}}{P_{44} + P_{34}}\right),$$

где  $LLR_{msbLi}$  и  $LLR_{lsbLi}$  — это логарифмы отношений правдоподобий для уровня  $L_i$  старшего и младшего бита соответственно.

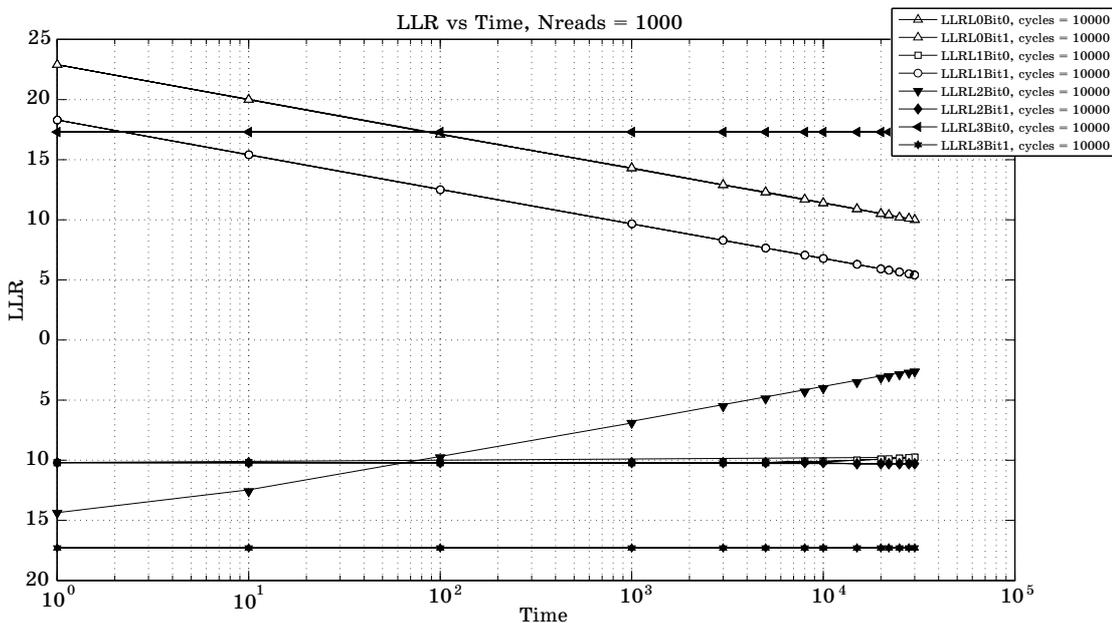
*Упрощенное вычисление надежностей*

В связи с тем, что вычисление логарифмов отношений правдоподобий, полученных по вышеописанному методу, имеет высокую сложность, в данной работе предлагается упрощенный метод вычисления надежностей. При вычислении логарифмов отношений правдоподобий можно пренебречь членами произведения вероятностей, порядок которых больше одного. Это позволяет получить следующие упрощенные выражения:

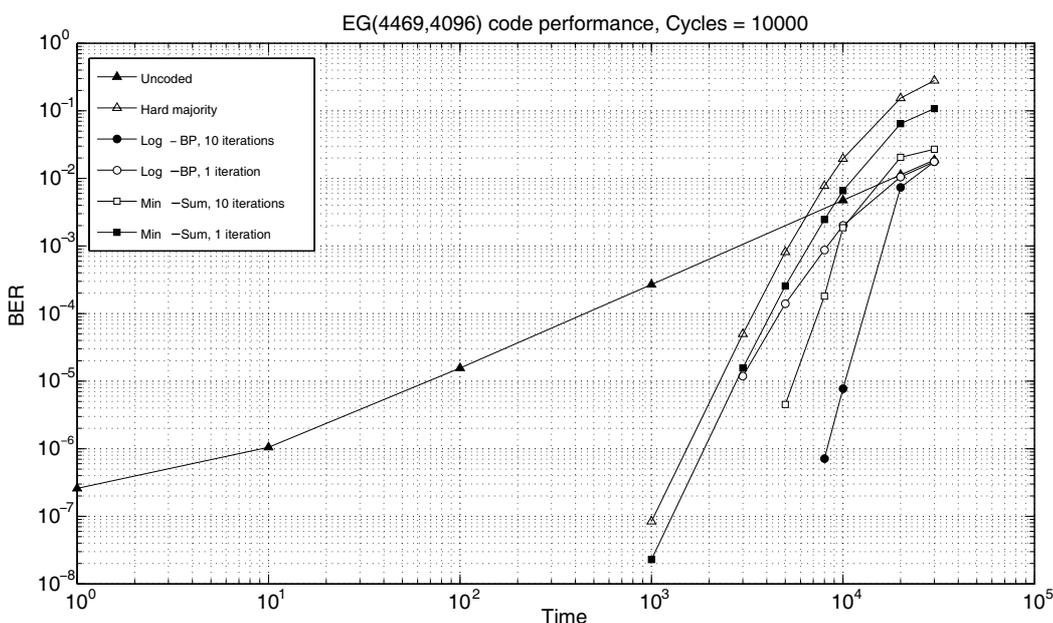
$$K_1 = \exp\left(\frac{\beta(\delta_0 + 2\delta_1 + \delta_2)}{2}\right);$$

$$K_2 = \exp\left(\frac{\beta(\delta_0 + \delta_1)}{2}\right);$$

$$K_3 = \exp\left(\frac{\beta(\delta_1 + \delta_2)}{2}\right);$$



■ Рис. 2. Зависимость надежностей от времени хранения



■ Рис. 3. Производительность кода EG (4469, 4096) с различными декодерами

$$LLR_{msbL0} = \log\left(\frac{K_1 X_{ret} + 1}{2K_1 X_{ret}}\right);$$

$$LLR_{lsbL0} = \log\left(\frac{K_1 X_{ret} + 1}{2K_1 X_{ret}}\right);$$

$$LLR_{msbL1} = \log\left(\frac{K_1 X_{ret} + W_{wr} + X_{rd}}{K_3 X_{ret} + 1}\right);$$

$$LLR_{lsbL1} = \log\left(\frac{W_{wr} + X_{rd} + 1}{2K_3 X_{ret}}\right);$$

$$LLR_{msbL2} = \log\left(\frac{K_2 X_{rd} + X_{ret}}{K_2 X_{rd} + W_{wr} + 1}\right);$$

$$LLR_{lsbL2} = \log\left(\frac{K_2 X_{rd} + W_{wr} + X_{rd}}{X_{ret} + 1}\right);$$

$$LLR_{msbL3} = \log\left(\frac{K_1(W_{wr} + X_{rd}) + Z_{wr} + 1}{K_3 X_{wr} + 2K_1 X_{rd} + 2Z_{wr} + Y_{wr}}\right);$$

$$LLR_{lsbL3} = \log\left(\frac{K_1(W_{wr} + 2X_{rd}) + K_3 X_{wr} + 2Z_{wr}}{K_1 X_{rd} + Z_{wr} + Y_{wr} + 1}\right).$$

В качестве примера на рис. 2 показана зависимость надежностей битов от времени хранения.

## Литература

1. A New Reliability Model for Post-Cycling Charge Retention of Flash Memories / Hanmant P. Belgal et al // Annual International Reliability Physics Symposium. Dallas. Texas, 2002. P. 7–20.
2. Multi-Level Memory Systems Using Error Control Codes / Hsie-Chia Chang et al // IEEE ISCAS. 2004. P. 393–396.
3. Fei Sun, Siddharth Devarajan, Ken Rose, and Tong Zhang. Multilevel Flash Memory On-Chip Error

## Результаты моделирования

Для того чтобы продемонстрировать эффективность предложенного метода выставления надежностей, были промоделированы различные декодеры LDPC-кодов. Рис. 3 иллюстрирует производительность евклидово-геометрического LDPC-кода (4469, 4096) с различными «жесткими» и «мягкими» декодерами. Как видно из графиков вероятности ошибки, использование «мягких» декодеров совместно с предложенным методом выставления надежностей дает выигрыш порядка 3,5–4 раза по времени хранения по сравнению с «жесткими» декодерами. Аналогичные выигрыши могут быть получены в терминах числа циклов программирования/стирания и числа чтений.

## Заключение

В данной работе был предложен метод выставления надежностей для прочитанных бит из flash-памяти. Данный метод получен с использованием разработанной дискретной модели flash-памяти. Результаты моделирования показывают, что применение вероятностных декодеров LDPC-кодов совместно с информацией о надежностях позволяет добиться значительного выигрыша.

Correction Based on Trellis Coded Modulation // IEEE ISCAS. 2006. P. 1443–1446.

4. Stefano Gregori, Alessandro Cabrini, Osama Khouri, and Guido Torelli. On-Chip Error Correcting Techniques for New-Generation Flash Memories // Proceedings of the IEEE. April 2003. Vol. 91. N 4. P. 602–616.
5. Галлагер Р. Дж. Коды с малой плотностью проверок на четность. М.: Мир, 1966. 144 с.

УДК 681.5.013

# ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ФАЗОВРАЩАТЕЛЬНЫХ И БИСИНГУЛЯРНЫХ СИСТЕМ

**Л. А. Мироновский,**

доктор техн. наук, профессор

**Д. В. Шинтяков,**

аспирант

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Исследуется взаимосвязь частотных характеристик с сингулярными числами линейных систем. В общем случае эта взаимосвязь сложна, но для систем с сингулярными числами высокой кратности удается выразить эту зависимость в простой форме. Рассматриваются два случая высокой кратности: случай равных сингулярных чисел и случай, когда сингулярные числа образуют две группы. Исследованы свойства, структура и подходы к синтезу систем.

In this article, a relation between frequency responses and Hankel singular values of linear control systems is discussed. In general, this relation is complex, but in the case of high multiplicity singular values, it can be expressed in a simple form. Two such cases are reviewed, the case of only one unique singular value, and the case of two unique values. Properties, structures and synthesis approaches for such systems are presented.

## Введение

Частотные характеристики широко используются в инженерной практике при контроле и диагностике систем автоматического управления, эллиптических фильтров и других технических систем. Они несут информацию об усилительных свойствах и фазовых сдвигах системы на разных частотах, позволяют судить о запасе устойчивости, работоспособности и т. д.

В статье исследуется взаимосвязь частотных характеристик с сингулярными числами системы. Ганкелевы сингулярные числа сравнительно недавно привлекли внимание инженеров и исследователей в связи с современной методикой синтеза робастных регуляторов (так называемые  $\mu$ -синтез и теория  $H_\infty$ ). Косвенным свидетельством их полезности служит наличие в составе популярного программного пакета MATLAB команд, использующих вычисление этих характеристик.

В известных работах в основном исследовался случай систем с различными ганкелевыми сингулярными числами, в то время как наиболее отчетливо их взаимосвязь с частотными характеристиками проявляется в случае чисел высокой кратности. В данной статье исследуется случай максимальной кратности, когда все сингулярные числа одинаковы либо образуют две группы одинаковых чисел. Такие системы названы моносингулярными и бисингулярными соответственно.

## Фазовращательные и моносингулярные системы

В качестве предметной области будем рассматривать линейные динамические системы с одним входом  $u(t)$  и одним выходом  $y(t)$ , заданные описанием в пространстве состояний

$$\dot{X} = AX + bu, \quad y = cX, \quad (1)$$

где  $A$  — квадратная матрица порядка  $n$ ;  $b$  и  $c$  — вектор-столбец и вектор-строка.

Классический способ определения ганкелевых сингулярных чисел основан на рассмотрении грамианов управляемости и наблюдаемости  $W_c$  и  $W_o$  — симметричных квадратных матриц, задаваемых равенствами:

$$W_c = \int_0^{\infty} e^{At} bb^T e^{A^T t} dt, \quad W_o = \int_0^{\infty} e^{A^T t} c^T c e^{At} dt.$$

При помощи линейной замены переменных состояния систему (1) можно привести к сбалансированному представлению, в котором грамианы  $W_c$  и  $W_o$  диагональны и равны:

$$W_c = W_o = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_n), \quad \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n \geq 0.$$

Диагональные элементы  $\sigma_1, \dots, \sigma_n$  называются ганкелевыми сингулярными числами системы.

Сбалансированное представление системы единственно, если все сингулярные числа различны по величине. При наличии кратных сингулярных чисел оно определено с точностью до некоторой ортогональной замены переменных.

В общем случае линейная система порядка  $n$  имеет  $k$  различных по абсолютной величине сингулярных чисел  $\sigma_1, \dots, \sigma_k$  с кратностями  $r_1, \dots, r_k$ ,

где  $\sum_{i=1}^k r_i = n$ . Далее исследуются случаи  $k = 1$  и  $k = 2$ ,

отвечающие максимальной кратности сингулярных чисел.

В наибольшей степени свойства кратных сингулярных чисел проявляются в системах, все сингулярные числа которых равны.

**Определение 1.** Система (1) называется *моносингулярной*, если все ее ганкелевы сингулярные числа равны по величине:  $\sigma_1 = \sigma_2 = \dots = \sigma_n = \sigma$ .

Моносингулярные образуют особый класс линейных систем, обладающих рядом специфических свойств. Такие системы достаточно хорошо известны в математике и инженерной практике. Типичным примером моносингулярной системы в радиотехнике является так называемое фазовращательное звено, обладающее постоянной амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ).

Матрицы описания любой моносингулярной системы в пространстве состояний (1) при помощи подходящей замены переменных могут быть приведены к виду

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -b_1 & \sqrt{b_2} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\sqrt{b_2} & 0 & \sqrt{b_3} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -\sqrt{b_3} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \sqrt{b_n} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\sqrt{b_n} & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{b} = b_1 \sqrt{2\sigma} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{c} = s\mathbf{b}^T. \quad (2)$$

Здесь  $b_i$  — коэффициенты Рауса системы;  $\sigma$  — ганкелево сингулярное число;  $s = \pm 1$ ; матрица  $\mathbf{A}$  представлена в канонической форме Шварца [1].

Моносингулярная система в таком виде обладает всеми свойствами сбалансированного представления (грамианы управляемости и наблюдаемости равны и диагональны). Представление (2) однозначно, существует для каждой устойчивой моносингулярной системы и различно для различных систем. Оно содержит минимальное количество свободных параметров и представляет собой каноническую форму моносингулярной системы.

Описанию (2) соответствует передаточная функция

$$Q(p) = s\sigma \frac{A(-p)}{A(p)} + d, \quad (3)$$

где  $A(p) = |pE - A|$  — характеристический полином системы;  $d$  — константа.

Это канонический вид передаточной функции моносингулярной системы.

Заметим, что ганкелевы сингулярные числа системы не меняются при умножении передаточной функции на  $-1$  или добавлении к ней константы.

Амплитудно-фазовая характеристика (диаграмма Найквиста) моносингулярной системы (3) имеет вид окружности радиусом  $\sigma$  с центром в точке  $d$  или  $-d$ .

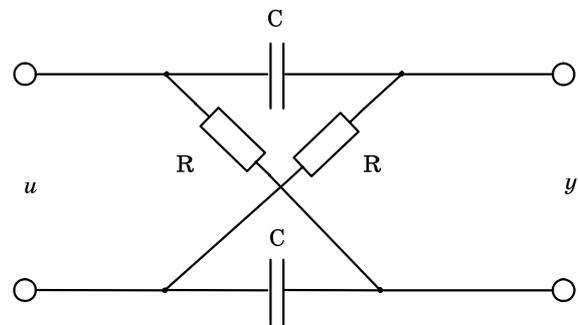
Приведем два примера моносингулярных систем.

**Пример 1.** На рис. 1 показана электрическая схема простейшей фазовращательной цепи. Ее передаточная функция имеет вид  $Q(p) = \frac{Tp - 1}{Tp + 1}$ ,  $T = RC$ ,

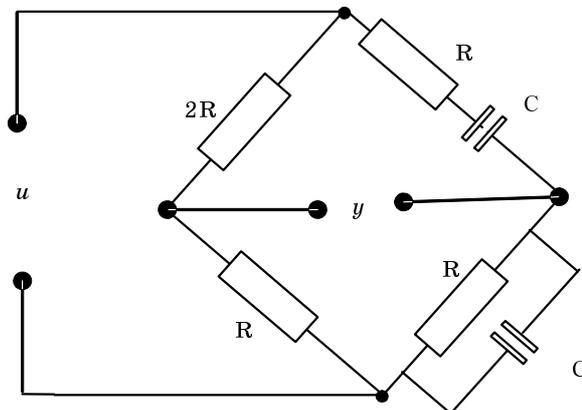
а ганкелево сингулярное число равно единице.

**Пример 2.** На рис. 2 показана схема моста Вина—Робинсона, который используется при построении генераторов синусоидальных колебаний.

Его передаточная функция определяется следующим выражением:



■ Рис. 1. Пассивное фазовращательное звено



■ Рис. 2. Мост Вина—Робинсона

$$Q(p) = \frac{1}{3} \cdot \frac{(Tp)^2 + 1}{(Tp)^2 + 3Tp + 1}, \quad T = RC.$$

Диаграмма Найквиста имеет вид окружности радиусом  $\sigma = 1/6$ , проходящей через начало координат.

Моносингулярные системы, у которых коэффициент  $d$  в формуле (3) равен 0, будем называть *центрированными*. АЧХ центрированной моносингулярной системы постоянно и тождественно равна  $\sigma$  (значению ее сингулярного числа), а диаграмма Найквиста имеет вид окружности с центром в начале координат.

Задача синтеза моносингулярной системы с заданным сингулярным числом  $\sigma$  и характеристическим полиномом  $A(p)$  решается при помощи формулы (3). Если исходными данными считать полюсы системы  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , то надо перейти к нуль-полюсному представлению передаточной функции.

Программная реализация соответствующих процедур в пакетах MATLAB и MAPLE не вызывает затруднений.

### Бисингулярные системы

Перейдем к рассмотрению систем с двумя группами кратных сингулярных чисел. Они являются более сложным объектом, чем моносингулярные системы, и обладают рядом замечательных свойств [2].

**Определение 2.** Система (1) называется *бисингулярной*, если ее ганкелевы сингулярные числа могут принимать только два различных значения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ .

Для любой бисингулярной системы существует сбалансированное представление, характеризующее матрицами:

$$A = \begin{bmatrix} & & k_{12} & 0 & \dots & 0 \\ & A_1 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & 0 & 0 & \dots & 0 \\ k_{21} & 0 & \dots & 0 & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & & A_2 \end{bmatrix};$$

$$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ b_2 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}; \quad c = [b_1 s_1 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad b_2 s_2 \quad 0 \quad \dots \quad 0], \quad (4)$$

где  $k_{12} = -\frac{b_1 b_2}{s_1 s_2 \sigma_1 + \sigma_2}$ ;  $k_{21} = -\frac{b_1 b_2}{s_1 s_2 \sigma_2 + \sigma_1}$ ;  $s_1 = \pm 1$ ;  $s_2 = \pm 1$ ;  $A_1, A_2$  — трехдиагональные матрицы Шварца вида (2), их размеры определяются кратностью сингулярных чисел.

Доказательство возможности такого представления опирается на каноническую форму, описанную в работе Обера [3].

Соответствующая структурная реализация бисингулярной системы имеет вид композиции двух моносингулярных блоков с перекрестными связями (рис. 3). Блоки имеют передаточные функции

$$Q_1(p) = \sigma_1 \frac{A_1(-p)}{A_1(p)}, \quad Q_2(p) = \sigma_2 \frac{A_2(-p)}{A_2(p)},$$

$$A_1(p) = |pE - A_1|, \quad A_2(p) = |pE - A_2|. \quad (5)$$

Построенная таким образом система будет иметь сингулярные числа, равные  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , их кратность равна порядку блоков.

Пользуясь схемой, найдем ее передаточную функцию [2]:

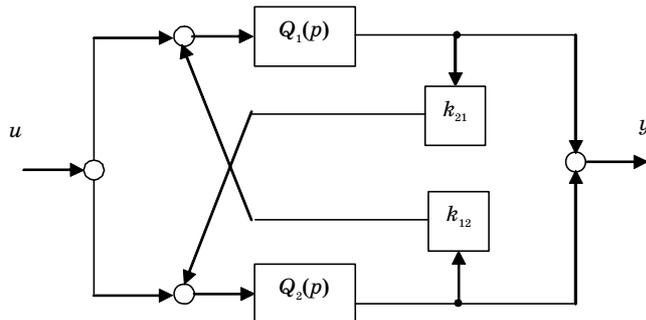
$$Q(p) = (\sigma_1 + \sigma_2) \times$$

$$\times \frac{1 + Q_1(p)Q_2(p) + \frac{\sigma_1}{\sigma_2} Q_1(p) + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} Q_2(p)}{Q_1(p)Q_2(p) - Q_1(p) - Q_2(p) - 1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_2} - \frac{\sigma_2}{\sigma_1}}. \quad (6)$$

Подставив в формулу (6) передаточные функции базовых блоков (5) и значения коэффициентов  $k_{12}, k_{21}$ , получим передаточную функцию бисингулярной системы с сингулярными числами  $\sigma_1, \sigma_2$ :

$$Q(p) = (\sigma_1 + \sigma_2) \times$$

$$\times \frac{A_1(p)A_2(p) + A_1(-p)A_2(-p) + \frac{\sigma_1}{\sigma_2} A_1(p)A_2(-p) + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} A_1(-p)A_2(p)}{A_1(-p)A_2(-p) - A_1(-p)A_2(p) - A_1(p)A_2(-p) - \left(1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_2} - \frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right) A_1(p)A_2(p)}, \quad (7)$$



■ Рис. 3. Каноническая реализация бисингулярной системы

где  $A_1(p)$ ,  $A_2(p)$  — характеристические полиномы базовых блоков. Эта формула решает задачу синтеза бисингулярных систем любого порядка с заданными сингулярными числами и характеристическими полиномами базовых блоков.

При необходимости ее можно умножить на  $-1$  и добавить к ней произвольную константу  $d$ , так как это не повлияет на значения сингулярных чисел.

### Синтез бисингулярных систем с заданным характеристическим полиномом

При синтезе бисингулярных систем по формуле (7) мы задаем характеристические полиномы двух базовых блоков  $A_1(p)$  и  $A_2(p)$ , но не имеем возможности заранее задать характеристический полином системы. Рассмотрим задачу синтеза бисингулярных систем с заданным характеристическим полиномом  $A(p)$  и ганкелевыми сингулярными числами  $\sigma_1, \sigma_2$ . Для этого воспользуемся фазовым представлением передаточной функции, описанным в работе Гловера [4].

Пусть  $Q(p)$  — устойчивая рациональная передаточная функция порядка  $n$  с ганкелевыми сингулярными числами  $\sigma_1 > \sigma_2 > \dots > \sigma_k$ , где число  $\sigma_i$  имеет кратность  $r_i$ , и  $r_1 + r_2 + \dots + r_k = n$ . Тогда существует представление  $Q(p)$  вида

$$Q(p) = d + \sigma_1 \Phi_1(p) + \sigma_2 \Phi_2(p) + \dots + \sigma_k \Phi_k(p),$$

где  $\Phi_i(p)$  — устойчивые фазовращательные передаточные функции. Такое представление единственно.

В случае центрированной бисингулярной системы это представление принимает вид [5]

$$\begin{aligned} Q(p) &= \sigma_1 \Phi_1(p) + \sigma_2 \Phi_2(p) = \\ &= s_1 \sigma_1 \frac{a(-p)}{a(p)} + s_2 \sigma_2 \frac{a(-p)}{a(p)} \cdot \frac{A(-p)}{A(p)}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $a(p)$  — полином степени  $r_1$ ;  $A(p)$  — характеристический полином степени  $n = r_1 + r_2$ ;  $s_1 = \pm 1$ ;  $s_2 = \pm 1$ .

Формула (8) служит основой для синтеза бисингулярной системы с заданным характеристическим полиномом. Из нее следует, что чис-

литель передаточной функции  $Q(p) = \frac{B(p)}{A(p)}$  центрированной бисин-

гулярной системы может быть найден из соотношений

$$\begin{aligned} C(p) &= s_1 \sigma_1 A(p) + s_2 \sigma_2 A(-p) = \prod_{i=1}^n (p - c_i); \\ B(p) &= \prod_{i=1}^{r_2} (p - c_i) \prod_{i=r_2+1}^n (p + c_i), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\sigma_1 > \sigma_2$  — значения сингулярных чисел;  $r_1, r_2$  — их кратности.

Для доказательства этих соотношений приведем слагаемые в формуле (8) к общему знаменателю:

$$Q(p) = \frac{a(-p)(s_1 \sigma_1 A(p) + s_2 \sigma_2 A(-p))}{a(p)A(p)} = \frac{a(-p)C(p)}{a(p)A(p)}.$$

Поскольку корни полинома  $a(p)$  не являются полюсами  $Q(p)$ , полином  $C(p)$  должен делиться на  $a(p)$ . Разложим его на множители:

$$\begin{aligned} C(p) &= s_1 \sigma_1 A(p) + s_2 \sigma_2 A_2(-p) = \\ &= \prod_{i=1}^n (p - c_i). \end{aligned}$$

Тогда множество корней полинома  $a(p)$  является подмножеством корней  $C(p)$ :

$$a(p) = \prod_{i=r_2+1}^n (p - c_i).$$

Следовательно:  $B(p) =$

$$= a(-p)C(p) / a(p) = \prod_{i=1}^{r_2} (p - c_i) \times$$

$$\times \prod_{i=r_2+1}^n (-p + c_i), \text{ что и требова-}$$

лось доказать.

Отсюда вытекает следующий алгоритм синтеза бисингулярных систем с заданным характеристическим полиномом  $A(p)$  и сингулярными числами  $\sigma_1, \sigma_2$  кратности  $r_1, r_2$ .

**Шаг 1.** Записываем искомую передаточную функцию в виде  $Q(p) = B(p) / A(p)$ , где полином  $B(p)$  подлежит определению.

**Шаг 2.** Формируем вспомогательный полином

$$C(p) = s_1 \sigma_1 A(p) + s_2 \sigma_2 A(-p),$$

$$s_1 = \pm 1, \quad s_2 = \pm 1,$$

и разбиваем его на вещественные сомножители  $C(p) = \alpha(p) \times \beta(p)$  порядков  $r_1, r_2$ .

**Шаг 3.** Числитель искомой передаточной функции находим по формуле  $B(p) = \alpha(p) \beta(-p)$ .

Число решений определяется количеством возможных факторизаций полиномов  $C(p)$  на вещественные сомножители  $\alpha(p), \beta(p)$  заданных порядков  $r_1, r_2$ . Если ни одной такой факторизации нет, то решения не существует.

**Пример 3.** Пусть задан характеристический полином чет-

вертого порядка  $A(p) = p^4 + 2p^3 +$

$+ 35p^2 + 10p + 24$  и сингулярные числа  $\sigma_1 = 3, \sigma_2 = 2$  кратности  $r_1 = r_2 = 2$ . Требуется синтезировать бисингулярную систему с этими параметрами.

Полагая  $s_1 = 1, s_2 = -1$ , формируем полином  $C(p) = \sigma_1 A(p) - \sigma_2 A(-p)$ :

$$\begin{aligned} C(p) &= 3(p^4 + 2p^3 + 35p^2 + 10p + 24) - \\ &- 2(p^4 - 2p^3 + 35p^2 - 10p + 24) = \\ &= p^4 + 10p^3 + 35p^2 + 50p + 24. \end{aligned}$$

Разбиваем его на вещественные сомножители

$$C(p) = (p+4)(p+3)(p+2)(p+1).$$

Имеется 6 вариантов разложения на сомножители второго порядка.

Принимаем  $\alpha(p) = (p+4)(p+3), \beta(p) = (p+2) \times (p+1)$  и находим полином  $B(p)$ :

$$\begin{aligned} B(p) &= \alpha(p)B(-p) = \\ &= (p+4)(p+3)(-p+2)(-p+1) = \\ &= p^4 + 4p^3 - 7p^2 - 22p + 24. \end{aligned}$$

Следовательно, искомая передаточная функция имеет вид

$$Q(p) = \frac{p^4 + 4p^3 - 7p^2 - 22p + 24}{p^4 + 2p^3 + 35p^2 + 10p + 24}.$$

Приведем ее фазовое представление (8):

$$\begin{aligned} Q(p) &= -3 \frac{p^2 - 3p + 2}{p^2 + 3p + 2} + \\ &+ 2 \frac{p^2 - 3p + 2}{p^2 + 3p + 2} \cdot \frac{p^4 - 2p^3 + 35p^2 - 10p + 24}{p^4 + 2p^3 + 35p^2 + 10p + 24}. \end{aligned}$$

Мы получили одно из решений задачи. Для получения шести остальных надо рассмотреть другие варианты выбора  $s_1, s_2, \alpha(p), \beta(p)$ .

### Частотные характеристики бисингулярных систем

Частотные характеристики бисингулярных систем обладают замечательным свойством. Для любой бисингулярной системы существует значение коэффициента прямой связи с входа на выход, при котором АЧХ будет иметь вид равноволновых колебаний, заключенных в интервале между суммой сингулярных чисел  $\sigma_1 + \sigma_2$  и их разностью  $\sigma_1 - \sigma_2$ .

Сформулируем это свойство как отдельную теорему.

**Теорема.** АЧХ  $K(\omega)$  центрированной бисингулярной системы целиком лежит в горизонтальной полосе  $\sigma_1 - \sigma_2 \leq K(\omega) \leq \sigma_1 + \sigma_2$ , ширина которой равна удвоенному значению меньшего сингулярного числа.

Для доказательства теоремы воспользуемся фазовым представлением (8) передаточной функции центрированной бисингулярной системы:

$$Q(p) = \sigma_1 \Phi_1(p) + \sigma_2 \Phi_2(p).$$

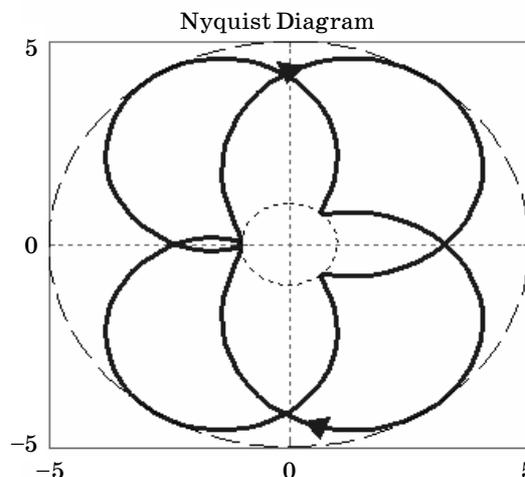
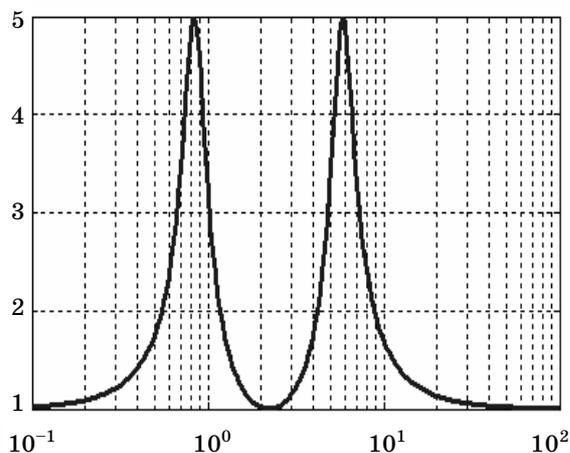
Ее АЧХ определяется формулой

$$K(\omega) = |Q(i\omega)| = |\sigma_1 \Phi_1(i\omega) + \sigma_2 \Phi_2(i\omega)|,$$

где  $\omega$  – частота. Известно, что модуль суммы двух комплексных чисел заключен в интервале между суммой и разностью модулей слагаемых. В нашем случае модули слагаемых равны  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , откуда сразу получаем, что  $|\sigma_1 - \sigma_2| \leq K(\omega) \leq |\sigma_1 + \sigma_2|$ .

**Следствие.** Диаграмма Найквиста центрированной бисингулярной системы целиком лежит в круговой полосе (кольце)  $|\sigma_1 - \sigma_2| \leq |Z| \leq \sigma_1 + \sigma_2$ .

Если система не является центрированной, то, добавляя подходящее слагаемое  $d$  к передаточной функции, ее можно сделать центрированной. Это означает, что диаграмму Найквиста любой бисингулярной системы можно целиком накрыть круговой полосой (кольцом)  $\sigma_1 - \sigma_2 \leq |Z - d| \leq \sigma_1 + \sigma_2$ .



■ Рис. 4. Частотные характеристики бисингулярной системы четвертого порядка

**Пример 4.** Рассмотрим в качестве иллюстрации центрированную бисингулярную систему четвертого порядка с передаточной функцией

$$Q(p) = \frac{p^4 + 4p^3 - 7p^2 - 22p + 24}{p^4 + 2p^3 + 35p^2 + 10p + 24}$$

и ганкелевыми сингулярными числами  $\sigma_1 = 3$ ,  $\sigma_2 = 2$ . Ее АЧХ и диаграмма Найквиста, полученные в пакете MATLAB, приведены на рис. 4. Из него видно, что график АЧХ колеблется между уровнями 5 и 1, равными сумме и разности сингулярных чисел. Годограф Найквиста заключен между concentрическими окружностями радиусов 5 и 1.

### Заключение

В статье дано определение и исследованы свойства специального класса линейных стационарных систем – моносингулярных и бисингулярных. Ганкелевы сингулярные числа таких систем принимают одно либо два значения. Описаны канонические формы этих систем. Разработан алгоритм синтеза бисингулярных систем с заданным характеристическим полиномом. Доказана теорема о равноволновом характере АЧХ центрированных бисингулярных систем.

Представляется, что полученные результаты могут использоваться для решения задач аппроксимации, идентификации и технической диагностики.

### Литература

1. Anderson B. D. O., Jury E. I., Mansour M. Schwarz matrix properties for continuous and discrete time systems // Intern. J. Control. 1976. Vol. 23. P. 1–16.
2. Шинтяков Д. В., Мироновский Л. А. Фазовращательные и бисингулярные системы // Восьмая научная сессия ГУАП / ГУАП. СПб., 2005. С. 513–516.
3. Ober R. J. Balanced parameterization of classes of linear systems // SIAM J. Control and Optimization. 1991. Vol. 29. N 6. P. 1251–1287.
4. Glover K. All optimal Hankel-norm approximations of linear multivariable systems // Intern. J. Control. 1984. Vol. 39. N 6. P. 1115–1193.
5. Курмаев И. Р., Мироновский Л. А. Фазовое разложение Гловера для бисингулярных систем // Научная сессия ГУАП: Сб. докл. В 3 ч. / ГУАП. СПб., 2006. Ч. 2. С. 126–128.

### ПАМЯТКА ДЛЯ АВТОРОВ

*Поступающие в редакцию статьи проходят обязательное рецензирование.*

При наличии положительной рецензии статья рассматривается редакционной коллегией. Принятая в печать статья направляется автору для согласования редакторских правок. После согласования автор представляет в редакцию окончательный вариант текста статьи.

Процедуры согласования текста статьи могут осуществляться как непосредственно в редакции, так и по e-mail (80x@mail.ru).

При отклонении статьи редакция представляет автору мотивированное заключение и рецензию, при необходимости доработать статью — рецензию. Рукописи не возвращаются.

*Редакция журнала напоминает, что ответственность за достоверность и точность рекламных материалов несут рекламодатели.*

УДК 004.652.6

## ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ АНАЛИЗА ДАННЫХ В ЗАДАЧЕ ПСИХОЛОГИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ

**А. А. Ключа,**

доктор психол. наук

Главное управление кадров Министерства обороны РФ

**Т. Ю. Морозова,**

канд. физ.-мат. наук, доцент

Московский государственный университет приборостроения и информатики

Приводится метод построения модели предметной области на основе интеллектуального анализа данных. Метод базируется на теории решеток Биркгофа и представляет сформировавшийся в последнее время логико-алгебраический подход, известный как формальный концептуальный анализ. Метод применен к структурированию и формированию логических правил для установления диагноза при клинико-психологическом обследовании.

*This paper presents a way to build the initial model of a domain using a knowledge based system. The method is based on the Birkhoff's lattice theory and represents the recently formed logic-algebra approach known as Formal Conceptual Analysis. We will apply this technique to structure and formulate the logical rules used to state the diagnosis during clinical and psychological inspections.*

Методы интеллектуального анализа данных (Data Mining) [1] применяются для автоматического обнаружения эмпирических закономерностей и использования их при решении задач классификации, распознавания образов и прогнозирования. Особенность этих методов состоит в их ориентации на задачи, для которых использование традиционных статистических методов вызывает большие затруднения. Имеются в виду задачи анализа данных очень большого объема; пораженных шумами; с признаками, измеренными в разнотипных шкалах; при отсутствии оснований для выдвижения гипотез о законах распределения плохо обусловленных таблиц (количество признаков сравнимо с количеством объектов) и т. д.

Целью технологии анализа данных является производство нового знания, выявление отношения в данных. К методам анализа данных следует отнести так называемый формальный концептуальный анализ (ФКА), недостаточно освещенный в отечественной научной литературе и, возможно, поэтому не получивший широкого применения в задачах структурирования данных и формирования баз данных. Формальный концептуальный анализ, введенный Рудольфом Вилле [2], является математическим подходом к анализу данных, базирующимся на теории решеток Биркгофа [3]. Он позволяет получить из неструктурированной информации структурированную. Может широко использоваться в прикладных областях, например в психологии.

Для введения ФКА прежде всего необходимо определить термин *контекст* или *формальный контекст*. Формальный контекст — это тройка  $(G, M, I)$ , где  $G$  — множество объектов;  $M$  — множество атрибутов и  $I$  — бинарные отношения между объектами и атрибутами:  $I \subseteq G \times M$ .

Следующие определения будут полезными для дальнейшего изложения:

1. На прямом произведении  $G \times M$  двух множеств существует частичный порядок, если  $(x_1, y_1) \leq (x_2, y_2)$  тогда и только тогда, когда  $x_1 \leq x_2$  в  $G$  и  $y_1 \leq y_2$  в  $M$ .

2. Решеткой называется множество  $L$ , в котором любые два его элемента имеют точную верхнюю грань, т. е. «объединение»  $x \vee y$ , и точную нижнюю грань, или «пересечение»  $x \wedge y$ .

Представим контекст психических расстройств в виде таблицы, в которой цифрами обозначены различные формы шизофрении: 1 — параноидальная, 2 — кататоническая, 3 — гебефреническая, 4 — простая, 5 — приступообразная, 6 — фебрильная; а буквами русского алфавита — признаки заболеваний в виде множества атрибутов  $M$ .

Таблица может быть интерпретирована следующим образом. Каждый символ «+» помечает пару, являющуюся элементом инцидентного отношения  $I$ .

Например, бинарное отношение (параноидальная шизофрения, 1) означает, что заболевание параноидальная шизофрения (объект) обладает

Атрибут		Объект					
		1	2	3	4	5	6
Возрастные особенности (А)		+	+	+			
Развитие	Стремительное (Б)					+	+
	Другое (В)	+	+	+			
Галлюцинации	Стойкие (Г)	+			+		
	Эпизодические (Д)			+			
Особенности речи (Е)			+		+		
Сознание	Онейроидное помрачение сознания (Ж)		+				
	Стойкий бред (З)	+	+				
	Другое (И)	+	+	+	+	+	+
Эмоции	Специфические (К)		+			+	
	Неспецифические (Л)	+	+	+	+	+	+
Моторика	Специфическая (М)		+				
	Неспецифическая (Н)	+	+	+	+	+	+
Поведение	Специфическое (О)			+			+
	Неспецифическое (П)	+	+	+	+	+	+
Потеря контакта с окружающим миром (Р)							+
Соматические проявления (С)							+

симптомом «наличие у больного стойких галлюцинаций различных типов» (атрибут). Таким образом,  $(g, m) \in I$  означает, что «объект  $g$  обладает свойством  $m$ ».

Главным понятием в ФКА является *формальный концепт*. Концепт  $(A, N)$  определяет пару — объект  $A \subseteq G$  и атрибут  $N \subseteq M$ , которые удовлетворяют некоторым условиям.  $A$  называют экстен- том,  $N$  — интен- том концепта, а множество всех свойств, которыми они обладают, — содержанием (интенционалом). Чтобы определить необходи- мость и достаточность условий для формального концепта, представим два оператора, допустив  $A \subseteq G$ :

$$A' = \{m \in M \mid \forall g \in A : (g, m) \in I\},$$

и соответственно  $N \subseteq M$ :

$$N' = \{g \in G \mid \forall m \in N : (g, m) \in I\}.$$

Приведенные определения означают, что мно- жество  $A'$  содержит все атрибуты, которые явля- ются общими для всех объектов  $A$ , а множество  $N'$  есть множество всех объектов, которые обладают всеми свойствами множества  $N$ .

Тогда пара  $(A, N)$  есть формальный концепт, если и только если

$$A' = N \text{ и } A = N'.$$

Это свойство говорит о том, что все объекты концепта содержат все его атрибуты. Это свиде- тельствует о том, что такое заболевание как пара- ноидальная шизофрения характеризуется в пер- вую очередь нарушениями сознания и сферы вос- приятия, поражает эмоциональную сферу, двига- тельную сферу, воздействует на мотивацию и волю и как следствие вызывает изменения в поведении.

Для формальных концептов природа отноше- ния подконцепт/надконцепт может быть опреде- лена следующим образом:

$$(A_1, N_1) \leq (A_2, N_2) \Leftrightarrow A_1 \subseteq A_2, N_1 \subseteq N_2.$$

Это отношение выявляет дуализм между атри- бутами и объектами концептов. Концепт  $C_1 = (A_1, N_1)$  является подконцептом концепта  $C_2 = (A_2, N_2)$ , если множество его объектов являются подмноже- ством объектов  $C_2$ . Таким образом, множество всех формальных концептов образуют так называемую концептуальную решетку.

Если контекст задан тройкой  $(G, M, I)$ , то инфинум такой решетки образуется множеством  $\{\emptyset, M\}$ , супремум формируется множеством  $(G, \emptyset)$ .

Линейная диаграмма является графическим представлением концептуальной решетки. Она позволяет исследовать и интерпретировать отношения между концептами, объектами и признаками, является эквивалентным представлением контекста, т. е. она содержит точно такую же информацию, как таблица отношений, в которых каждому узлу соответствует концепт из данного контекста.

На диаграмме каждый объект обладает свойствами, приписанными узлу, и свойствами узлов, с которыми этот узел связан дугами снизу вверх. С другой стороны, учитывая дуализм между объектами и свойствами (атрибутами), относительно свойств можно утверждать, что каждое свойство соответствует объектам, приписанным данному узлу, и тем объектам, с узлами которых данный узел связан дугами сверху вниз.

Приведем пример построения решетки концептов для анализа состояния пациента. В таблице задан формальный контекст  $K = (G, M, I)$ , где  $G$  — множество состояний,  $M$  — их свойства,  $I$  — бинарное отношение между состояниями и свойствами. При построении решетки совпадающие столбцы таблицы можно интерпретировать как наличие одного или/и другого признака. Поэтому на линейной диаграмме признаки заключены в скобки. Эта ситуация также может свидетельствовать о линейной зависимости между столбцами.

На рисунке изображена концептуальная решетка контекста «наличие психического расстройства у пациента».

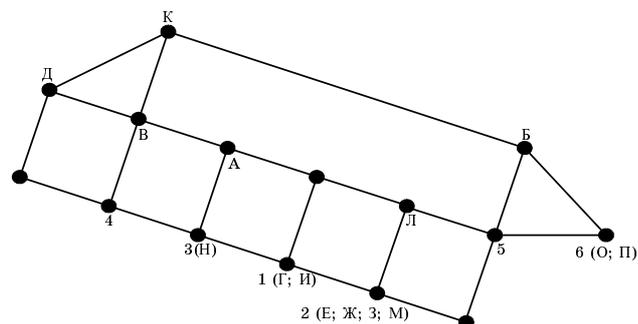
Граф состоит из узлов, которые представляют собой концепты, и ребер, соединяющих эти узлы. Два узла  $C_1$  и  $C_2$  соединены тогда и только тогда, когда  $C_1 \leq C_2$  и нет такого концепта  $C_3$ , что  $C_1 \leq C_3 \leq C_2$ .

Каждый объект и атрибут введен в граф только один раз. Атрибуты и объекты распространяются вдоль граней графа, как своего рода наследование. Атрибуты распространяются вдоль граней к основанию графа. Таким образом, высший элемент графа (верхняя грань контекста) соответствует  $\{G, \emptyset\}$ , где  $G$  — множество объектов. Элемент основания графа (нижняя грань контекста) соответствует  $\{\emptyset, M\}$ , где  $M$  — множество атрибутов.

Имена атрибута отмечаются буквами, а имена объекта отмечены цифрами около узла графа.

Таким образом, граф показывает связи между объектами и атрибутами.

По решетке можно проследить все свойства, которыми обладает то или иное состояние, — это множество всех свойств, лежащих выше узла, по-



■ Наличие психического расстройства у пациента

меченного названием состояние. Каждый узел решетки соответствует концепту.

Заметим, что если для всех объектов контекста, для которых справедливо некоторое свойство  $X$ , справедливо также некоторое свойство  $Y$ , то является истинной и импликация. Иными словами, если импликация  $X \rightarrow Y$  истинна для контекста  $K = (G, M, I)$  и любому объекту  $g \subseteq G$  применим каждый признак из посылки  $X$ , то к нему применим также признак из заключения импликации  $Y$ , где  $X \subseteq M$  и  $Y \subseteq M$ .

Проблема данного подхода состоит в том, что большое количество признаков влечет за собой большой размер таблицы. Другая проблема в том, что результирующая таблица не может содержать полной информации о каждом объекте и, кроме того, информация может быть противоречивой. Противоречия обнаруживаются при непосредственном рассмотрении формального контекста. Эти противоречия решаются при консультации со специалистом. Данная проблема не может быть решена, например, при наличии в модели некоторой ошибки.

Несмотря на это ФКА делает связи между понятиями (концепциями) явными и тем самым помогает из неструктурированной информации получить структурированную, что позволяет делать выводы и принимать решения.

## Литература

1. Дюк В., Самойленко А. Data mining. СПб.: Питер, 2001. 505 с.
2. Биркгоф Г. Теория решеток. М.: Наука, 1984. 337 с.
3. Ganter B., Wille R. Formale concept analysis: mathematical foundation. New York: Springer—Verlag, 1997. 93 с.

УДК 519.258

## ОЦЕНКА И ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ С ДОЛГОЙ ПАМЯТЬЮ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ

**Л. А. Осипов,**

доктор техн. наук, профессор

**А. М. Кричевский,**

аспирант

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

*Рассмотрены модели временных рядов, характеризующихся наличием долговременной зависимости (долгой памяти). Для идентификации таких рядов предложено использовать модели класса ARIMA (p, d, q) с дробным показателем d. Показаны пути оценки параметра «памяти» временного ряда, решения задачи прогнозирования в таких рядах.*

*Time series models with long memory are considered. For the identification of such time series the ARIMA (p, d, q) model with fractional parameter d is proposed. Ways of estimation of the «memory» parameter and methods of forecasting in such time series are also studied.*

Изучение временной структуры рядов различной природы, например экономика, телекоммуникация, астрономия и т. п., играет ключевую роль в моделировании и получении прогнозных оценок в различных областях науки и техники. В последнее время значительный интерес проявился к временным рядам (ВР), которые можно охарактеризовать термином «временные ряды с долгой памятью» — *time series with long memory* [1]. Существующие синонимы для этих рядов: долговременная зависимость (*long-range dependence*), сильная зависимость (*strong dependence*) или персистентность (*persistence*). Под рядами с долгой памятью понимаются не только стационарные ряды, но также и нестационарные, в которых зависимость от времени спадает очень медленно.

Естественно предположить, что долгая память может быть обнаружена в данных, занимающих достаточно большой промежуток времени. Но, как и в других областях статистики, теория конечной выборки является обычно математически трудной даже в простых моделях и требует строгих допущений. В теории большой выборки необходимо обеспечить правила вывода, которые становятся более надежными при увеличении объема выборки. Однако эта теория может поставить значительные более трудные математические проблемы в долговременной памяти временных рядов, чем в кратковременной памяти.

Долгая память обычно описывается в виде автоковариаций или спектральной плотности. Положим, что  $X_t$ ,  $t = 0, \pm 1, \dots$  является временным рядом. Если ряд стационарный, то  $E(X_t) = \mu$ ,  $\text{cov}(X_t, X_{t+j}) = \rho(j)$  не зависят от  $t$ . В случае, если  $X_t$  имеет непрерывную функцию распределения, то его спектральная плотность выражается следующим образом:

$$S(f) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \rho(j) e^{-ijf}, \quad -\pi < f < \pi. \quad (1)$$

Здесь  $S(f)$  — неотрицательная четная функция с периодом  $2\pi$  при ее продолжении за диапазон Найквиста  $[-\pi, +\pi]$ .

Принято считать, что ряд  $X_t$  имеет долговую память, если

$$S(0) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \rho(j) = \infty, \quad (2)$$

т. е.  $S(f)$  имеет полюс на нулевой частоте.

Противоположная ситуация с нулевым значением спектральной плотности на нулевой частоте:

$$S(0) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \rho(j) = 0, \quad (3)$$

определяет отрицательную зависимость или антиперсистентность.

Учитывая выражения (2), (3), можно сказать, что ряд  $X_t$  имеет короткую память, если

$$0 < S(0) < \infty.$$

Кратко поясним возникновение новой модели, отталкиваясь от методологии Бокса—Дженкинса [2]. Наиболее распространенными моделями для стационарных ВР являются модели авторегрессии и скользящего среднего. Авторегрессионную модель порядка  $p$ , которая сокращенно обозначается  $AR(p)$  (*autoregressive process*), можно записать в виде

$$X_t = \Phi_1 X_{t-1} + \Phi_2 X_{t-2} + \dots + \Phi_p X_{t-p} + a_t, \quad (4)$$

где  $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_p$  — весовые коэффициенты.

Выражение (4) определяет *процесс авторегрессии порядка  $p$* , в котором текущее значение ряда в момент  $t$  выражается через конечное число прошлых значений и величину возмущения  $a_t$ , не зависящую от прошлого. С помощью оператора сдвига  $B = X_{t-1}/X_t$  модель (4) можно записать в эквивалентной форме

$$(1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - \dots - \Phi_p B^p) y_t = a_t,$$

которая после введения оператора авторегрессии  $\Phi(B)$  принимает вид

$$\Phi(B) X_t = a_t. \quad (5)$$

Модель скользящего среднего (*moving average*) предполагает, что в ошибках модели в предшествующие периоды сосредоточена информация по всей предыстории ряда. Эта модель порядка  $q$  запишется в виде

$$X_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}, \quad (6)$$

где символы  $\theta_1, \dots, \theta_q$  используются для обозначения конечного набора весовых параметров.

Соотношение (6) определяет *процесс скользящего среднего порядка  $q$* , или сокращенно  $MA(q)$ , который представляет собой линейную комбинацию текущего и прошлых значений шума  $a_t$ . Используя оператор сдвига, можно записать для процесса (6) эквивалентное выражение

$$X_t = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) a_t \equiv \theta(B) a_t. \quad (7)$$

Моделями  $AR(p)$  и  $MA(q)$  за счет выбора их порядков  $p$  и  $q$  можно удовлетворительно описывать многие реальные процессы. Однако на практике для достижения большей гибкости в подгонке моделей к наблюдаемым ВР иногда целесообразно объединить в одной модели и авторегрессию, и скользящее среднее; при этом цель должна состоять в построении наиболее экономных моделей, дающих хорошую аппроксимацию с помощью небольшого числа параметров. Достижению этого помогает рассмотрение *смешанных моделей авторегрессии — скользящего среднего*, т. е. моделей  $ARMA(p, q)$ , которые имеют вид

$$X_t = \Phi_1 X_{t-1} + \dots + \Phi_p X_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}, \quad (8)$$

или в другой эквивалентной форме через операторы  $\Phi(B), \theta(B)$

$$\Phi(B) y_t = \theta(B) a_t. \quad (9)$$

Модель (8) может интерпретироваться как линейная модель множественной регрессии, в которой в качестве объясняющих переменных выступают прошлые значения самой зависимой переменной, а в качестве регрессионного остатка — скользящие средние из элементов белого шума.

Существует неограниченное число различных проявлений нестационарности. Однако можно выделить обширный класс встречающихся в приложениях ВР со специфической однородной нестационарностью, которая удовлетворительно описывается стохастической моделью, являющейся модифицированной формой модели  $ARMA$ . Условие стационарности модели (9) означает, что корни полинома  $\Phi(B)$  лежат вне единичного круга [2]. Естественный путь получения нестационарного процесса, описываемого таким же уравнением, заключается в ослаблении этого ограничения. В частности, оказывается, что во многих случаях наблюдаемые в реальности процессы хорошо описываются моделями типа (9), у которых один или несколько корней  $\Phi(B)$  равны единице. Такой класс моделей называется *процессами авторегрессии — проинтегрированного скользящего среднего*. В английской аббревиатуре такой процесс запишется как  $ARIMA$  (с добавлением к уже известному сокращению  $ARMA$  слова *integrated*).

Рассмотрим модель

$$\varphi(B) X_t = \theta(B) a_t, \quad (10)$$

где в отличие от равенства (9)  $\varphi(B)$  — нестационарный оператор авторегрессии порядка  $p + d$ , такой, что  $d$  корней уравнения  $\varphi(B) = 0$  равны единице, а остальные  $p$  корней лежат вне единичного круга; оператор же скользящего среднего  $\theta(B)$  по-прежнему обладает порядком  $q$  и является обратимым (все его корни лежат вне единичного круга).

Тогда можно записать, что

$$\varphi(B) = \Phi(B)(1 - B)^d,$$

где  $\Phi(B)$  — уже стационарный порядка  $p$  оператор авторегрессии (т. е. с корнями вне единичного круга). Если ввести оператор разности  $\Delta = 1 - B, \Delta X_t = X_t - X_{t-1}$ , то  $\varphi(B)$  запишется как  $\varphi(B)\Delta^d X_t = \theta(B) a_t$  и модель (10) можно представить в виде

$$\Phi(B)\Delta^d X_t = \theta(B) a_t. \quad (11)$$

Здесь  $d$ -я разность ряда  $X_t$  вычисляется по формуле

$$w_t \equiv \Delta^d X_t = (1 - B)^d X_t$$

и, следовательно, удовлетворяет уравнению

$$\Phi(B) w_t = \theta(B) a_t, \quad (12)$$

т. е. является уже стационарным обратимым процессом  $ARMA(p, q)$ .

Таким образом, процесс  $X_t$ , описываемый уравнением (11), можно получить  $d$ -кратным суммированием (или интегрированием) процесса  $\{w\}$ , являющегося в соответствии с (12) процессом  $ARMA$ . Вследствие этого процесс, задаваемый моделью (11), называют процессом  $ARIMA$ . Если в формуле (11) оператор авторегрессии  $\Phi(B)$  имеет порядок  $p$ , а оператор скользящего среднего  $\theta(B)$  — порядок  $q$ , то кратко модель (11) записывается как  $ARIMA(p, d, q)$ . В частности, при  $d = 0$  эта более общая модель сводится к смешанной модели  $ARMA(p, q)$ . Тем самым модель  $ARIMA(p, d, q)$  охватывает широкий класс как стационарных (при  $d = 0$ ), так и нестационарных (при  $d \geq 1$ ) процессов.

В работах [3, 4] было впервые предложено рассмотреть дробные значения  $d$  из интервала  $d \in (-1/2, 1/2)$ , что привело к дробной (*fractional*) авторегрессионной модели скользящего среднего порядков  $p, d, q$  ( $ARFIMA(p, d, q)$  или  $FARIMA(p, d, q)$ ).

Примем, что  $X_t$  удовлетворяет следующему дифференциальному уравнению:

$$(1 - B)^d X_t = a_t, \quad a_t \sim N(0, \sigma_a^2). \quad (13)$$

При расширении показателя  $d$  в (13) до нецелых степеней результатом является ряд с преобразованием, которое включает в себя разложение члена  $(1 - B)^d$  по биномиальной теореме для нецелых показателей:

$$(1 - B)^d = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \binom{d}{k} B^k,$$

где

$$\binom{d}{k} = \frac{d(d-1)(d-2)\dots(d-k-1)}{k!}.$$

Применяя это разложение к  $X_t$ , получаем

$$(1 - B)^d X_t = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \binom{d}{k} B^k X_t = \sum_{k=0}^{\infty} A_k X_{t-k} = a_t,$$

где коэффициенты авторегрессии  $A_k$  выражаются через гамма-функцию:

$$A_k = (-1)^k \binom{d}{k} = \frac{\Gamma(k+d)}{\Gamma(-d)\Gamma(k+1)}.$$

Грейнджер и Хоскинг показали [3, 4], что характеристики таких временных рядов обладают важными свойствами: например,  $X_t$  является стационарным и обратимым для  $d \in (-1/2, 1/2)$ . Кроме того, оказывается, что положительная или отрицательная зависимость определяются знаком при параметре  $d$ , т. е. автокорреляционные коэффициенты процесса  $X_t$  имеют тот же знак, что и  $d$ .

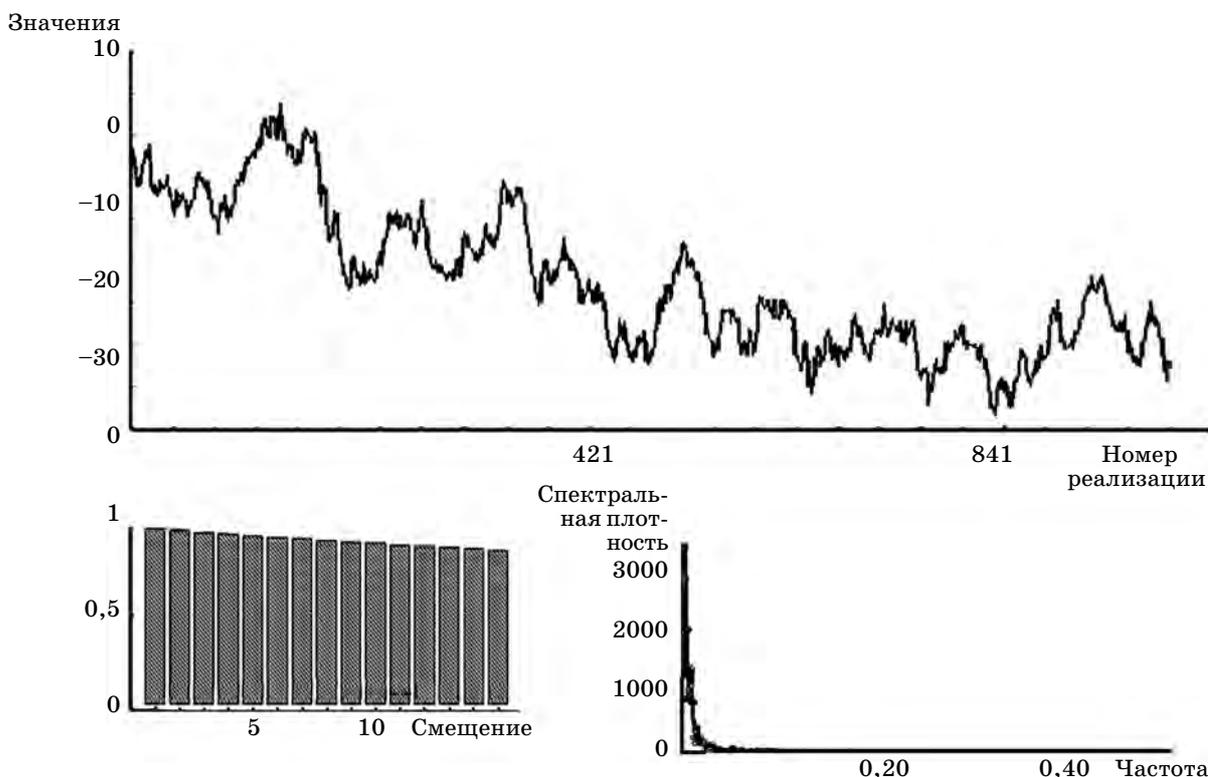
Медленный спад автокорреляций объясняется тем, что при положительном  $d$  сумма последних сходится к бесконечности, а при отрицательном  $d$  — к нулю.

Простейшей реалистической моделью для стационарного ряда является параметрическая модель, которая выражает  $\rho(j)$  для всех  $j$  и  $S(f)$  для всех  $f$  как параметрическую функцию только двух параметров:  $d$  и неизвестного масштабного фактора. Возможно, что самой ранней такой моделью явился фрактальный шум, концепция которого возникла из рассмотрения самоподобия.

Определим самоподобный процесс следующим образом [1]: непрерывный стохастический процесс  $\{y(t); -\infty < t < \infty\}$  является самоподобным с параметром самоподобия  $H \in (0; 1)$ , если для любого  $a > 0$  процесс  $\{y(at); -\infty < t < \infty\}$  имеет то же распределение, что и процесс  $\{a^H y(t); -\infty < t < \infty\}$ .

У каждого реального самоподобного процесса должен быть наибольший и наименьший масштаб: нельзя бесконечно увеличивать или уменьшать масштаб. Например, в случае броуновского движения (БД), представляющего образец самоподобного процесса, диапазон масштабов, в пределах которого сохраняется самоподобие, охватывает много порядков величины: от размеров сосуда с жидкостью (допустим, 0,1 м) до длины свободного пробега молекул между столкновениями, которая для малых частиц может достигнуть  $10^{-9}$  м. Во многих случаях объект считается самоподобным, если его можно масштабировать с коэффициентом подобия 10 и меньше (до трех дискретных шагов) [5]. Оценим спектральную плотность броуновской функции  $S(f)$ , которую определим как проекцию БД на одно пространственное направление в зависимости от времени. БД порождается независимыми приращениями и имеет плоский спектр. Следовательно, сумма (интеграл) приращений обладает спектральной плотностью, пропорциональной  $f^{-2}$ . Отметим, что в общем случае зависимость спектральной плотности от частоты характеризуется степенным законом вида  $f^{-\beta}$ . Среди шумов большой известностью пользуется белый шум со спектральным показателем  $\beta = 0$ . Иначе говоря, спектр белого шума не зависит от частоты. Проинтегрировав белый шум один раз по времени, получаем коричневый шум (проекцию БД на одно пространственное измерение), который имеет спектральную плотность, пропорциональную  $f^{-2}$ . Но белый и коричневый шумы далеко не исчерпывают все спектральные возможности: между ними располагается розовый шум со спектром  $f^{-1}$ , а за коричневым — черный, пропорциональный  $f^{-\beta}$ , где  $\beta > 2$ .

В качестве примера самоподобного процесса приведем результаты моделирования коричневого и розового шумов. Генерирование коричневого шума сводится к суммированию независимых случайных чисел и реализуется сравнительно легко посредством табличного расчета в Excel. На рис. 1 приведена реал-



■ Рис. 1. Реализация процесса коричневого шума вместе с автокорреляционной функцией и спектральной плотностью

лизация процесса, определяющего коричневый шум вместе с автокорреляционной функцией и спектральной плотностью: и автокорреляционная функция, и спектральная плотность свидетельствуют о наличии долгой памяти в коричневом шуме.

Сравнительно простой метод генерирования розового шума состоит в том, чтобы сложить несколько релаксационных процессов со значениями времен релаксации  $\tau$ , образующими самоподобную прогрессию с коэффициентом подобия 10 (или еще меньше — для лучшей сходимости).

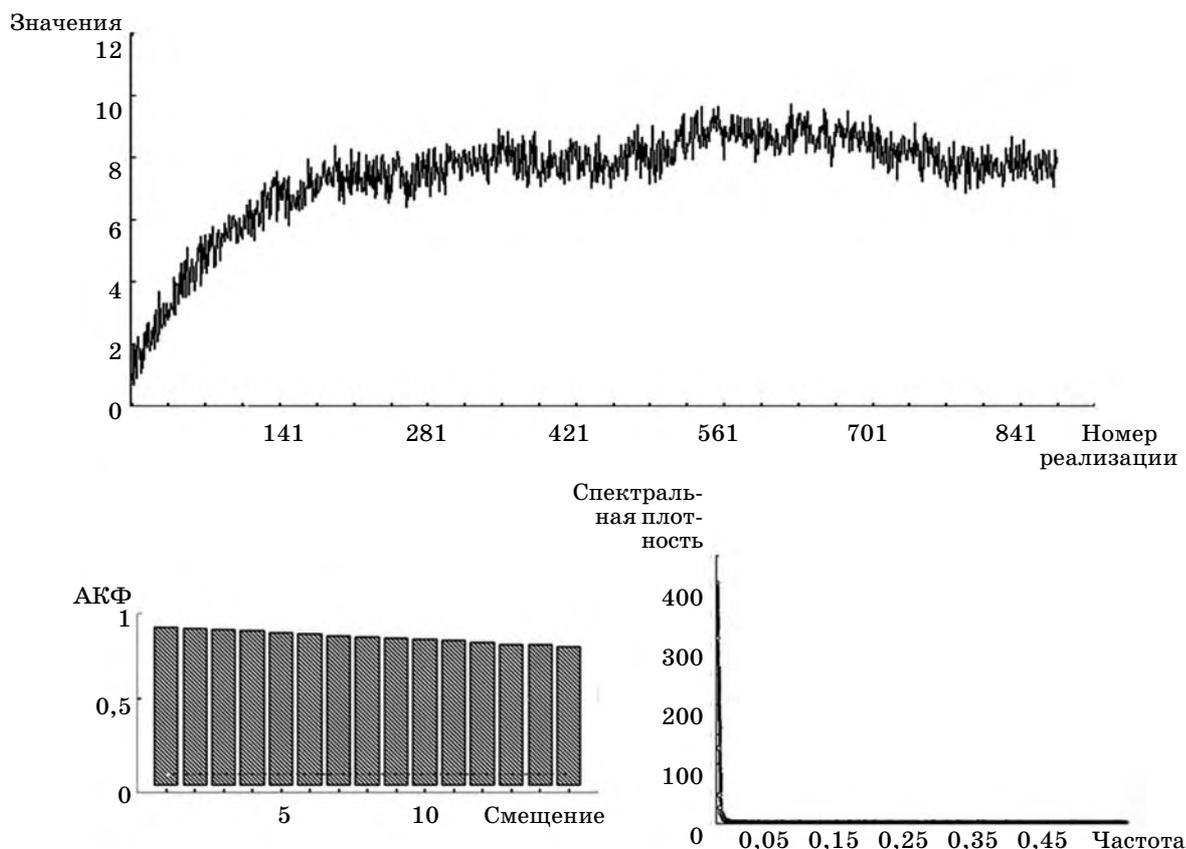
Релаксационный процесс с дискретными значениями времени  $x_n$  можно задавать с помощью генератора случайных чисел, который позволяет получать независимые случайные числа  $r_n$ , подставляемые затем в рекуррентное соотношение [5]

$$x_{n+1} = \rho x_n + \sqrt{1 - \rho^2} r_n, \quad x_0 = 0, \quad (14)$$

где  $\rho$  — требуемый коэффициент корреляции между соседними случайными значениями. Со временем релаксации  $\tau$  этот коэффициент связан соотношением  $\rho = \exp(-1/\tau)$ . Таким образом, для набора значений времени релаксации, каждое из которых в 10 раз превосходит предыдущее ( $\tau = 1, 10, 100, \dots$ ), коэффициенты корреляции получаются вычислением последовательных корней десятой степени (т. е.  $\rho = 0,37; 0,90; 0,99, \dots$ ). Результаты

расчета, выполненные по (14), приведены на рис. 2 вместе с автокорреляционной функцией и спектральной плотностью.

При использовании модели класса *ARFIMA* ( $p, d, q$ ) важно правильно определить параметры этой модели. Неверное определение параметров  $p$  и  $q$  приводит к несогласованной оценке коэффициентов *AR*- и *MA*-моделей, но ошибка в оценке  $d$  дает неверную интерпретацию обеих моделей из-за потери идентификации. Асимптотическое поведение спектра указывает на то, что при моделировании рядов с короткой памятью несущественно влияние очень низких частот и очень длинных лагов, т. е. в ситуациях доминирования  $d$ . Вследствие этого становится понятно, что оценки  $d$  должны основываться на информации о низких частотах или длинных лагах. С точки зрения требований устойчивости, оценки должны быть основаны на очень малой части данных при увеличении объема выборки данных, поэтому естественно ожидать более медленной скорости сходимости, чем для оценок, полученных по модели с целыми значениями параметров. Однако в очень длинных временных рядах (в экономике, метеонаблюдениях) доступное число степеней свободы может быть достаточным для обеспечения адекватной точности. Такие оценки обычно называются *полупараметрическими* (*semiparametric*) [1].



■ Рис. 2. Реализация процесса розового шума вместе с автокорреляционной функцией и спектральной плотностью

Существует несколько методов для оценки параметра  $d$ , являющихся в то же время и тестами для обнаружения долгой памяти во временных рядах. Параметр  $d$  можно оценить во временной или частотной областях [6].

Во временной области для получения оценки  $d$  используется асимптотическое представление для ковариаций [1]

$$\rho(j) \sim c_1 j^{2d-1} \text{ при } j \rightarrow \infty,$$

где  $c_1 > 0$  — постоянная;  $j$  — временной лаг.

В этом случае для формирования оценки  $d$  могут быть применены несколько подходов:

- нелинейная регрессия выборочных автоковариаций;
- обычный метод наименьших квадратов для построения регрессии задержанных выборочных автоковариаций;
- метод максимального правдоподобия.

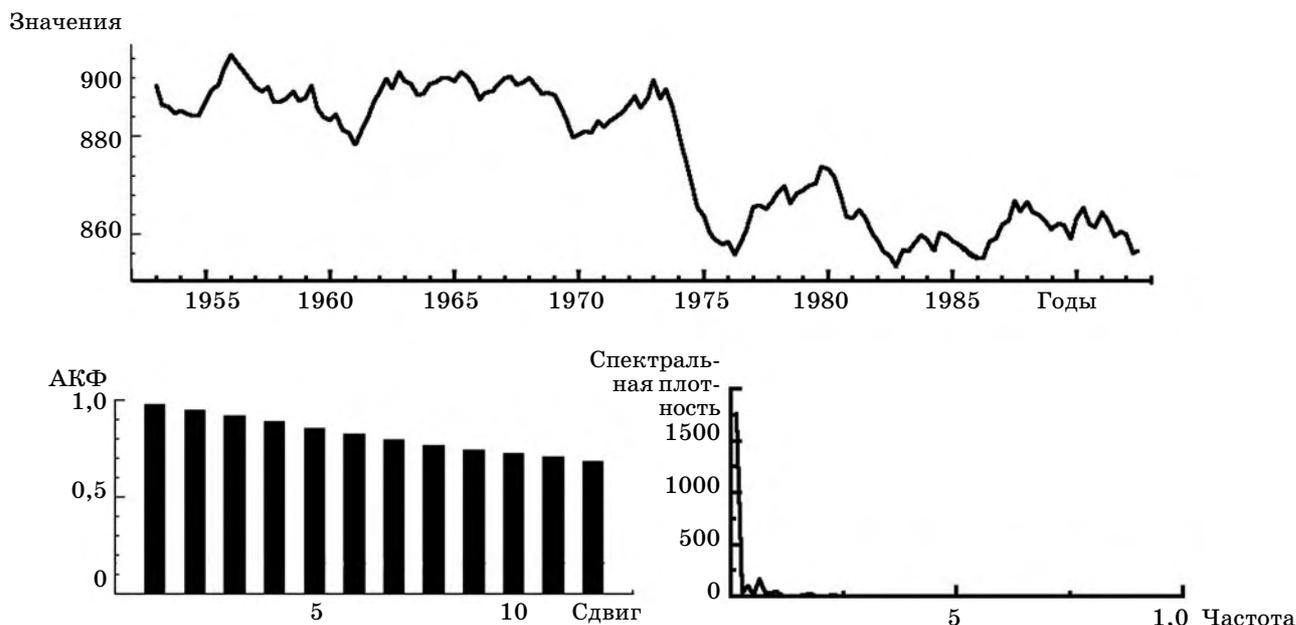
Однако распределения этих оценок достаточно сложны, поэтому использование предложенных оценок носит ограниченный характер.

В частотной области одна из первых оценок  $d$  была предложена в работе [7]. Сущность метода заключа-

ется в построении уравнения регрессии логарифма периодограммы на низких частотах как функции частоты: ожидаемый наклон зависит от параметра  $d$ . Использовалось только несколько первых ординат периодограммы, и авторы работы пришли к выводу, что результирующая оценка регрессии для  $d$  может описать характеристику долгой памяти ВР без искажения ее свойствами краткой памяти процесса.

Для экспериментальной проверки изложенного в отношении ВР с долгой памятью здесь воспользуемся данными из экономики за 1953–1992 гг. Изменение выбранного параметра во времени показано на рис. 3. Характер автокорреляционной функции и периодограммы, являющейся оценкой спектральной плотности, указывает на то, что рассматриваемый временной ряд, скорее всего, обладает долгой памятью и характер его изменения можно описать моделью *ARFIMA* ( $p, d, q$ ).

Для анализа ВР, показанного на рис. 3, воспользуемся модулем динамического моделирования PcGive из программного пакета GiveWin2.20. Этот модуль позволяет идентифицировать и тестировать модель и оценивать ее параметры.

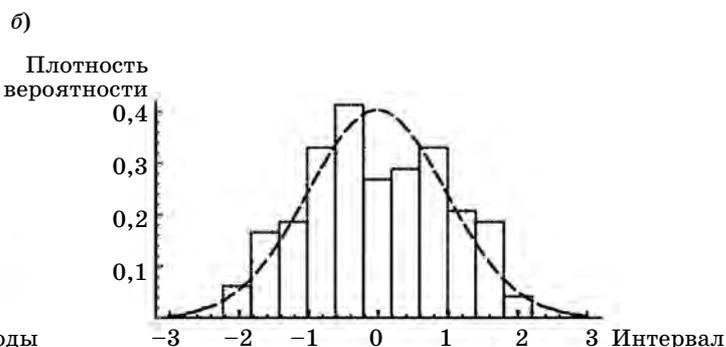
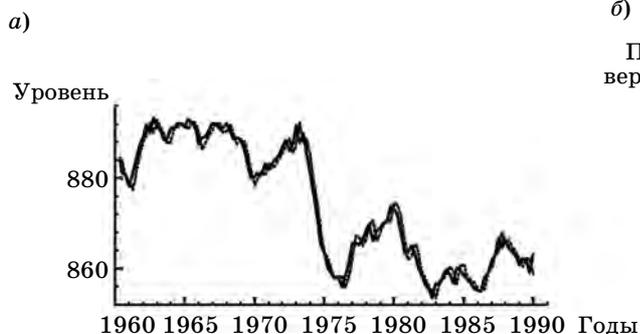
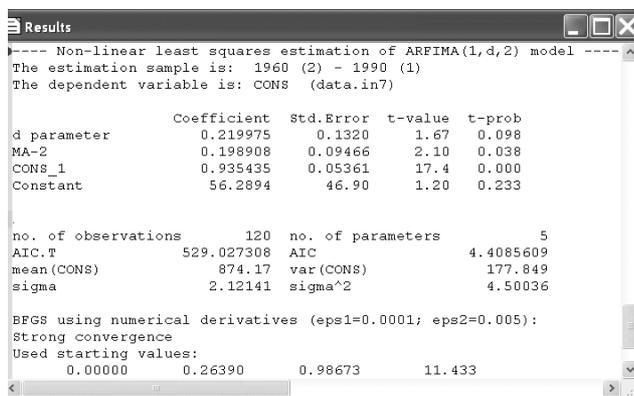


■ Рис. 3. Временной ряд, автокорреляционная функция, периодограмма

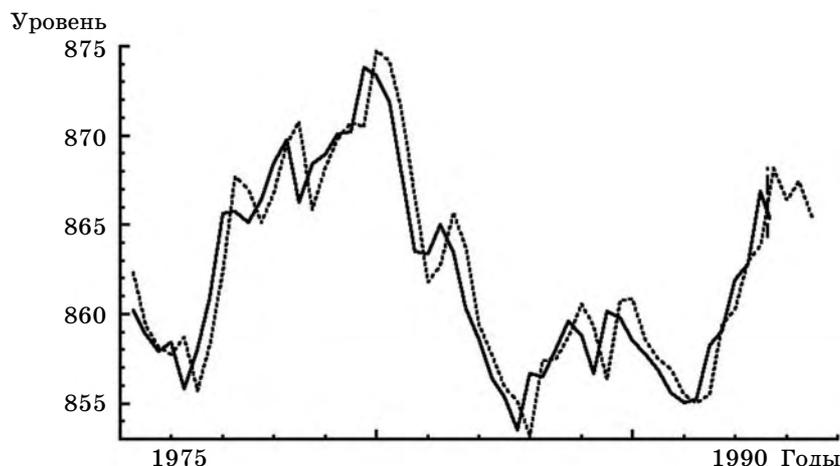
Для оценки параметров модели в данном модуле используются точный метод максимального правдоподобия (*Exact Maximum Likelihood — EML*) и нелинейный метод наименьших квадратов (*Nonlinear Least Squares — NLS*). Решение задачи выполняется в форме последовательного диалога за несколько шагов, в частности: выбор данных для анализа, установка параметров модели, оценка параметров модели. Для данного ряда была выбрана модель *ARFIMA(1, d, 2)*. Параметр *d* оценивался с помощью нелинейного метода наименьших квадратов. Результаты расчетов параметров модели приведены в таблице.

Значения *AR-1* и *MA-1* не приводятся, так как при редактировании модели были выбраны фик-

■ Результаты расчетов



■ Рис. 4. Исходный (—) и подобранный (---) ряды (а) и гистограмма остатков и кривая нормального распределения (б)



■ Рис. 5. Прогноз ряда на 4 интервала времени вперед: — — исходный ряд; - - - - — подобранный ряд

сированные лаги для  $AR-1$  и  $MA-1$ , равные единице.

На рис. 4, а приведены исходный ВР и подобранный, который описывается моделью  $ARFIMA(1, d, 2)$  при  $d = 0,22$ . На рис. 4, б приведена гистограмма остатков для проверки адекватности модели.

Подобранную модель можно использовать и для прогноза. Например, на рис. 5 видно, что предсказанные значения сохраняют тенденцию ряда.

Таким образом, в работе показана возможность использования моделей ВР с долгой памятью для анализа и прогнозирования.

## Литература

1. Time Series with Long Memory / Ed. P. M. Robinson. Oxford University Press, 2003.
2. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Вып. 1. М.: Мир, 1974.
3. Granger C. W., Joyeux R. E. An introduction to long-memory series models and fractional differencing // Journal of Time Series Analysis. 1980. Vol. 1. P. 15–29.
4. Hosking J. R. M. Fractional differencing // Biometrika. 1981. Vol. 68. P. 165–176.

5. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы / НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». Ижевск, 2005.
6. Breidt F. J., Crato N., Lima P. The detection and estimation of long memory in stochastic Volatility // Journal of Econometrics. 1998. Vol. 73. P. 325–348.
7. Geweke J., Porter-Hudak S. The estimation of long memory time series models // Journal of Time Series Analysis. 1983. Vol. 4. P. 221–238.

УДК 681.5:681.7.067.2

## ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА РАСЧЕТА МАЛОГАБАРИТНЫХ ОБЪЕКТИВОВ ДЛЯ ОПТИКО-ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ

**И. Г. Бронштейн,**

директор

Центр оптико-информационных технологий и систем

**И. Л. Лившиц,**

канд. техн. наук, старший научный сотрудник

Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий,  
механики и оптики

**М. Б. Сергеев,**

доктор техн. наук, профессор

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

**Унчун Чо,**

профессор

Корейский политехнический университет

*Приводится один из подходов к созданию малогабаритного объектива для широкого класса оптико-информационных систем, основанный на выборе стартовой точки оптической системы с применением теории синтеза и композиции оптических систем из элементов с известными свойствами.*

*This paper presents an approach to the design of small-size lens for television information systems. The proposed approach employs the theory of optical system composition and synthesis for the starting point selection that utilizes elements with the well known optical properties.*

### Введение

В настоящее время в глобально распределенных информационно-управляющих системах все чаще в обратной связи используется видеоканал. На ранних этапах развития таких систем видеoinформация являлась вспомогательной. Однако развитие коммуникаций, увеличение производительности модулей таких систем, появление специализированных сигнальных процессоров обработки видеoinформации вывели видеоданные в группу основных, а модули систем – в класс встраиваемых [1]. Это характерно для современных систем превентивной безопасности, систем управления производственными процессами, систем управления малогабаритными подвижными объектами и др.

С увеличением роли видеoinформации в работе таких систем задача повышения качества видеоданных стала приоритетной, что в свою очередь стимулирует разработку малогабаритных приемников излучения повышенного разрешения и новых типов оптических компонентов для них.

Примером таких разработок для массового использования является создание объективов для камер мобильных телефонов, смартфонов, ноутбуков. Это связано, в первую очередь, с появлением новых типов цифровых приемников, а также с возросшим спросом на подобные цифровые устройства со встроенными видеокамерами.

Разработки оптических систем для указанных и подобных им систем в настоящее время ведутся во всех странах. Однако лидерство остается за Японией и Южной Кореей [2–4]. Все представленные в описаниях патентов оптические системы состоят из трех или четырех пластиковых асферических линз. Продолжается условное соревнование разработчиков за создание наиболее короткого и достаточно светосильного объектива.

### Требования к объективам нового поколения

Объективы нового поколения должны удовлетворять следующим основным требованиям:

- относительное отверстие не менее 1:2,8;
- угловое поле не менее  $2\omega = 60^\circ$ ;
- размер изображения должен подходить для ПЗС-матрицы размером  $j''$ , что соответствует размеру диагонали изображения  $2y' = 4,5$  мм;
- качество изображения, формируемое объективом, должно разрешать элементы ПЗС-матрицы (пиксели) размером не более 2 мкм;
- число пикселей на светочувствительном элементе составляет  $2048 \times 1536$ ;
- продольные габариты оптической системы (длина вдоль оси) не должны превышать 5 мм;
- по условиям эксплуатации ПЗС-матрицы оговаривается выходной угол  $\omega$  главного луча с оптической осью, который не должен превышать  $27^\circ$ ;
- количество элементов оптической системы должно быть минимальным.

При выборе материала и формы оптических элементов следует руководствоваться тем, что оптическая система должна быть воспроизводима в условиях массового производства.

### Этапы разработки

В настоящей работе предлагается решение задачи по разработке объектива с перечисленными выше параметрами с явным выделением трех этапов проектирования.

1. Выбор стартовой точки на основе теории композиции оптических систем, предложенной профессором М. М. Русиновым [5], а также ее развития, представленного в работах [6, 7].

2. Габаритный расчет системы, выполняемый одновременно с ее параметрическим синтезом.

3. Автоматическая коррекция объектива с применением программного обеспечения SYNOPSIS [8].

*Этап 1.* В соответствии с классификацией объективов, предложенной в работе [6], требуемая оптическая система имеет индекс сложности 6.

Формула структурного синтеза

$$B(PA) + K(PP) + K(II),$$

где  $B$  — базовый элемент;  $P$  — поверхность, концентричная центру входного зрачка;  $A$  — апланатическая поверхность;  $K$  — коррекционный элемент;  $I$  — близфокальная поверхность.

Подробные описания действия поверхностей с известными свойствами приведены в работе [6].

*Этап 2.* Для определения требуемого качества оптической системы, которое должно соответствовать параметрам приемника изображения, проведем расчет числа Найквиста согласно теории, изложенной в работе [9]. Каждому приемнику можно сопоставить определенную частоту пропускания пространственных частот. При этом предельной частотой пропускания будет являться частота Найквиста. Для ПЗС-матрицы с размером пикселя 2 мкм это будет соответствовать расстоянию между пикселями, которое обозначим  $\Delta = 2 \cdot 10^{-3}$ . Тогда

количество пикселей на 1 мм будет  $p_{\text{намм}} = 1/\Delta = 500$  пикс/мм, и частота Найквиста  $N$ , равная половине этой величины, составит 250 лин/мм.

В рамках габаритного расчета вычислим размеры приемной площадки ПЗС-матрицы по горизонтали и вертикали по известному количеству элементов приемника ( $2048 \times 1536$ ): 2,6 мм по вертикали и 3,6 мм по горизонтали. Отсюда получаем диагональ матрицы, которая должна соответствовать размеру изображения, даваемого оптической системой, 4,44 мм.

При параметрическом синтезе объектива выбор толщин производится с использованием графического редактора программы SYNOPSIS.

При расчетах оптической системы следует ввести в оптическую схему и элемент приемника — плоскопараллельную пластинку, поскольку она располагается в сходящемся пучке лучей и влияет на аберрации. Пренебрегать ее влиянием в дифракционно-ограниченной системе нельзя.

*Этап 3.* Автоматизированная коррекция производится с использованием программы SYNOPSIS. На этом этапе интеллектуальный вклад разработчика заключается:

- в грамотном построении оценочной функции;
- в управлении процессом оптимизации за счет введения различных весовых характеристик как на функции, так и на параметры системы.

Этот этап почти так же сложен, как и этап выбора стартовой точки. В предлагаемой схеме основными параметрами являлись коэффициенты асферических поверхностей, которые описываются следующим уравнением:

$$\begin{aligned} Z = & G(1)R^2 + G(2)Y + G(3)R^4 + G(4)R^{2Y} + G(5)Y^2 + \\ & + G(6)R^6 + G(7)R^{4Y} + G(8)^{R2Y*2} + G(9)Y^3 + \\ & + G(10)R^8 + G(11)X + G(12)R^{2X} + G(13)R^{4X} + \\ & + G(14)X^3 + G(15)XY + G(16)R^{10} + G(17). \end{aligned}$$

При оптимизации использованы коэффициенты:  $G(3)$ ,  $G(6)$ ,  $G(10)$ ,  $G(16)$ .

### Результат разработки

Оптическая схема стартовой точки и графики ее остаточных аберраций представлены на рис. 1 (см. 3-ю сторону обложки). Все поверхности — сферические.

На рисунке видно, что начальные остаточные аберрации стартовой точки объектива невелики.

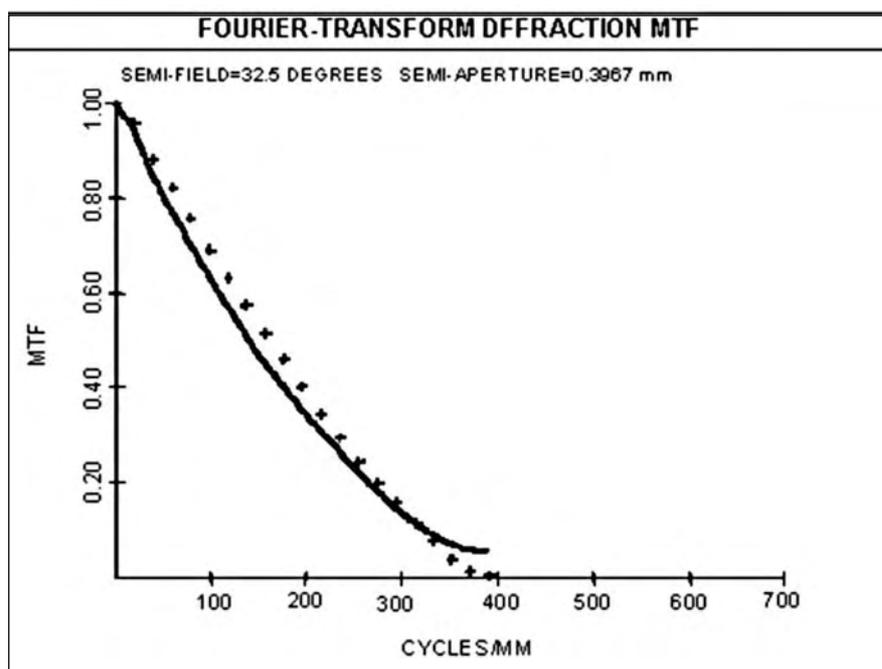
В табл. 1 представлены параметры приведенной стартовой точки, полученные при использовании программы SYNOPSIS, а в табл. 2 — ее технические характеристики. Следует отметить, что на этапе выбора стартовой точки при переходе к параметрическому синтезу объектива допускается снижение некоторых технических характеристик системы. В нашем случае, например, — величина относительного отверстия, которая затем (на этапе оптимизации) восстанавливается до требуемого значения.

■ Таблица 1. Параметры стартовой точки оптической системы

Поверхность	Радиус	Толщина	Среда	Показатель преломления	Коэффициент дисперсии
0	Бесконечность				
1	0,5192	0,5192	Акрил	1,49167	55,31
2	0,75622	0,56428	Воздух	1	
3	-0,56428	0,75622	Поликарбонат	1,58547	29,91
4	-1,3205	0,3	Воздух	1	
5	60,49737	0,45373	Акрил	1,49167	55,31
6	-60,49737	0,18	Воздух	1	
7	Плоскость	0,6	К8	1,51683	63,87
8	Плоскость	0,0686	Воздух	1	

■ Таблица 2. Технические характеристики стартовой точки оптической системы

Техническая характеристика	Значение характеристики
Расстояние до объекта	Бесконечность
Угловое поле, угл. град	65
Фокусное расстояние, мм	3,8
Относительное отверстие	1:8,3
Полная длина системы, мм	3,37
Задний фокальный отрезок, мм	0,07
Размер изображения в плоскости Гаусса, мм	2,4
Спектральный диапазон, мкм	0,656–0,486
Основная длина волны, мкм	0,587
Положение апертурной диафрагмы	После 2-й поверхности



■ Рис. 3. Частотно-контрастные характеристики для объектива после оптимизации

Результатом автоматизированной коррекции является объектив, показанный на рис. 2 (см. 3-ю сторону обложки), где также приведены его остаточные поперечные аберрации. На рис. 3 представлены частотно-контрастные характеристики разработанного объектива, которые позволяют сделать вывод о достижении высокого качества изображения, близкого к дифракционному пределу по всему полю изображения. Объектив отличается хорошим исправлением дисторсии, которая не превышает 1 % для углового поля  $2\omega = 65^\circ$ .

### Заключение

Следует отметить, что направление работ, связанных с расчетом подобных объективов, является чрезвычайно актуальным и, очевидно, ориентировано на дальнейшее совершенствование их схем с целью достижения более высоких оптических характеристик с одновременным уменьшением габаритов и количества компонентов.

Работа выполнена в рамках международного контракта между СПб ГОУ ИТМО и Корейским политехническим университетом при поддержке гранта Корейского исследовательского фонда, основанного корейским правительством (MOEHRD) KRF-2006-613-C00002.

### Литература

1. Сергеев М. Б., Чудиновский Ю. Г. IP-сеть как основа построения распределенных информационно-управляющих систем // Информационно-управляющие системы для подвижных объектов. СПб.: Политехника, 2002. С. 33–42.
2. Yoshikazu Shinohara. Patent N US 6,795,253 B2, Date of Patent Sept. 21, 2004.
3. Masashi Isono. US Patent Application Publication, pub. N US 2004/0021957 A1, Pub. Date Feb. 5, 2004.
4. Kenichi Sato. Patent N US 6,961,191 B2, Date of Patent Nov. 1, 2005.
5. Русинов М. М. Техническая оптика. Л.: Машиностроение, 1979.
6. Anitropova I. L. Formalizing the heuristic synthesis procedure in lens design // OSA Proc. of the International Optical Design Conference. Rochester, USA. June 1994.
7. Livshits I., Salnikov A. CAD based on developed algorithm and expert rules in proposed in automate lens // Proc. 4<sup>th</sup> International Conference on Optics-Photonics Design & Fabrication, ODF'04. Makuhari, Chiba, Japan. July 2004.
8. SYNOPSIS. V12039. USA. OSD Inc., 2007.
9. Nyquist H. Certain topics in telegraph transmission theory // Trans. AIEE. Apr. 1928. Vol. 47. P. 617–644.

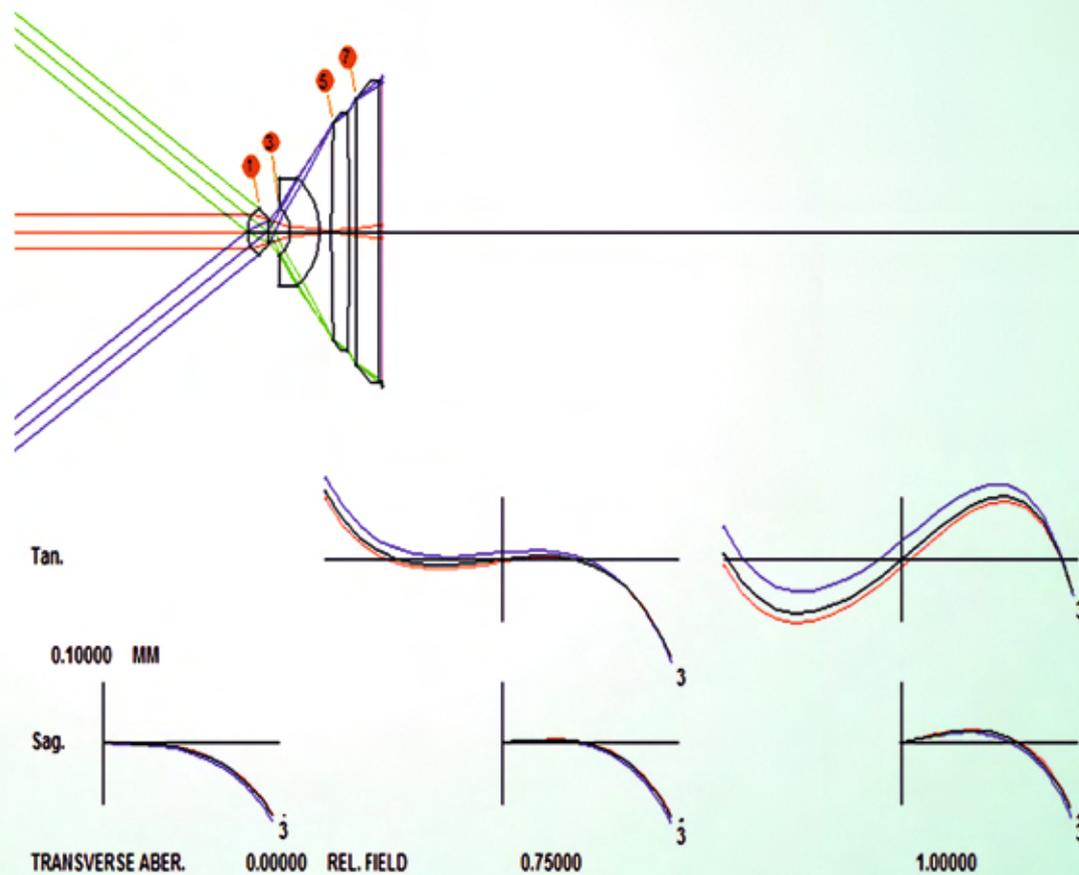


Рис. 1. Оптическая схема и графики поперечных aberrаций для объектива

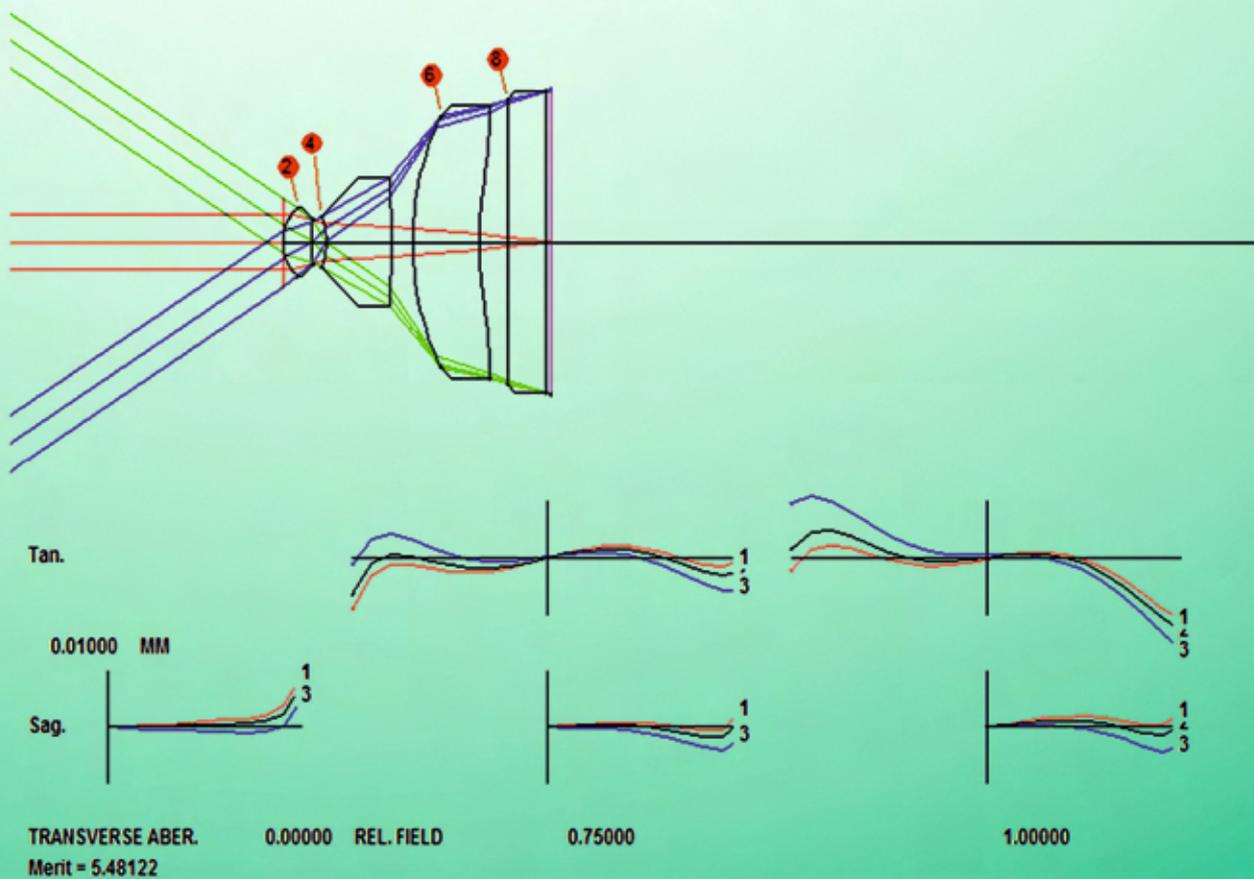


Рис. 2. Объектив и графики его остаточных aberrаций после оптимизации

УДК 621.391

## РАСЧЕТ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДЛЯ ДИСКРЕТНЫХ КАНАЛОВ С ПАМЯТЬЮ

**Е. А. Крук,**

доктор техн. наук, профессор

**В. Б. Прохорова,**

зам. директора Института компьютерной безопасности вычислительных систем и сетей  
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Получены формулы для расчета  $P(m, n)$ -характеристик (вероятности появления  $m$  ошибок среди  $n$  принятых канальных символов) дискретного канала с памятью. Указанных характеристик, как правило, достаточно для вычисления вероятности ошибочного декодирования в таких каналах.

Presented are the formulas to compute  $P(m, n)$  characteristics (the probability of  $m$  errors among  $n$  received channel symbols) of a discrete channel with memory. As a rule, these characteristics are sufficient to compute the probability of false decoding in such channels.

Рассмотрим канал с состояниями  $C_1, \dots, C_L$  (каждое из состояний двоично-симметричного канала (ДСК), а весь канал – составной ДСК [1, 2]), заданный матрицей переходных вероятностей

$$\mathbf{P} = \|P(C_i / C_j)\|_{L \times L} \quad (1)$$

и вектором

$$\boldsymbol{\pi} = \|\pi_i\|_{1 \times L}, \quad (2)$$

где  $P(C_i / C_j)$  — вероятность перехода из состояния  $C_j$  в  $C_i$  за один шаг, а  $\pi_i$  — вероятность ошибки в состоянии  $C_i$ . В такой модели канала каждому канальному вектору длиной  $n$  из нулей и единиц соответствует  $n$ -вектор  $\mathbf{C} = (C_{i_1}, \dots, C_{i_n})$  состояний канала.

Назовем композицией вектора состояний  $\mathbf{C}$  вектор  $\boldsymbol{\alpha} = (l_1, \dots, l_L)$ , в котором элемент  $l_i$  — число раз, которое состояние  $C_i$  встретилось в  $\mathbf{C}$ . Далее, через  $P_n(\boldsymbol{\alpha})$  обозначим вероятность появления вектора состояний с композицией  $\boldsymbol{\alpha}$ , а через  $P_n(m/\boldsymbol{\alpha})$  — вероятность появления  $m$  ошибок на длине  $n$  при условии, что соответствующий вектор состояний имеет композицию  $\boldsymbol{\alpha}$ . Тогда выражение для  $P(m, n)$ -характеристик рассматриваемого канала может быть записано в виде

$$P(m, n) = \sum_{|\boldsymbol{\alpha}|=n} P(m/\boldsymbol{\alpha})P_n(\boldsymbol{\alpha}), \quad (3)$$

где  $|\boldsymbol{\alpha}| = \sum_{j=1}^L l_j$ .

Поскольку в любом из состояний  $C_j$  канал есть ДСК с вероятностью ошибки  $\pi_j$  на символ, то веро-

ятность возникновения  $m_j$  ошибок на  $l_j$  позициях вектора  $\mathbf{C}$ , соответствующих состоянию  $C_j$ , равна

$$\binom{l_j}{m_j} \pi_j^{m_j} (1 - \pi_j)^{l_j - m_j}.$$

Тогда вероятность одновременного возникновения  $m_1, \dots, m_L$  ошибок на позициях соответственно состояний  $C_1, \dots, C_L$  в векторе  $\mathbf{C}$  равна

$$\prod_{j=1}^k \binom{l_j}{m_j} \pi_j^{m_j} (1 - \pi_j)^{l_j - m_j}$$

и

$$P_n(m/\boldsymbol{\alpha}) = P_n(m/l_1, \dots, l_L) = \sum_{m=m_1+\dots+m_L} \prod_{j=1}^L \binom{l_j}{m_j} \pi_j^{m_j} (1 - \pi_j)^{l_j - m_j}. \quad (4)$$

Основную сложность при вычислении формулы (3) представляет вычисление величины  $P_n(\boldsymbol{\alpha})$ . Будем вычислять  $P_n(\boldsymbol{\alpha})$  в виде

$$P_n(\boldsymbol{\alpha}) = \sum_{i_1=1}^L \sum_{i_2=1}^L P_n(l_1, \dots, l_L / C_{i_1}^{(1)}, C_{i_2}^{(n)}) P(C_{i_n} / C_{i_1}) P(C_{i_1}), \quad (5)$$

где  $P_n(\boldsymbol{\alpha} / C_{i_1}^{(1)}, C_{i_2}^{(n)})$  — вероятность композиции  $\boldsymbol{\alpha}$  при условии, что первая и последняя компоненты вектора состояний  $\mathbf{C}$  равны соответственно  $C_{i_1}$  и  $C_{i_n}$ .  $P^{n-1}(C_{i_n} / C_{i_1})$  — вероятность перехода из состояния  $C_{i_1}$  в состояние  $C_{i_n}$  ровно за  $n - 1$  шаг, а  $P(C_{i_1})$  — вероятность состояния  $C_{i_1}$ .

Каждому вектору состояний  $\mathbf{C} = (C_{i_1}, \dots, C_{i_n})$  поставим в соответствие вектор пар

$$\mathbf{J} = ((i_1, i_2), (i_2, i_3), \dots, (i_{n-1}, i_n))$$

и обозначим через  $a_{\alpha\beta}$  число пар  $(\alpha, \beta)$  в векторе  $\mathbf{J}$ . Числа  $a_{\alpha\beta}$  будут соответствовать числу переходов из состояния  $C_\alpha$  в состояние  $C_\beta$  в векторе  $\mathbf{C}$ . Тогда вероятность вектора состояний  $\mathbf{C} = (C_{i_1}, \dots, C_{i_n})$  будет равна

$$\prod_{\alpha=1}^L \prod_{\beta=1}^L [P(C_\alpha / C_\beta)]^{a_{\alpha\beta}}. \quad (6)$$

Далее, число векторов  $\mathbf{C}$ , имеющих в качестве первой компоненты  $C_{i_1}$ , а в качестве последней —  $C_{i_n}$  и обладающих одним и тем же набором величин  $a_{\alpha\beta}$ ,  $\alpha, \beta = \overline{1, L}$ , равно

$$\binom{n-2}{a_{11}, a_{12}, \dots, a_{LL}} = \frac{(n-2)!}{a_{11}! a_{12}! \dots a_{LL}!}. \quad (7)$$

С учетом (6) и (7) вероятность  $P_n(\alpha / C_{i_1}^{(1)}, C_{i_n}^{(n)})$  может быть получена в виде

$$P_n(\alpha / C_{i_1}^{(1)}, C_{i_n}^{(n)}) = \sum_{\{a_{\alpha\beta}\} \in D_L} \binom{n-2}{a_{11}, \dots, a_{LL}} \times \left( \prod_{\alpha=1}^L \prod_{\beta=1}^L [P(C_\beta / C_\alpha)]^{a_{\alpha\beta}} \right). \quad (8)$$

Суммирование в (8) ведется по всевозможным наборам величин  $\{a_{\alpha\beta}\}_{\alpha=\overline{1, L}, \beta=\overline{1, L}}$  из области наборов  $D_L$ , допустимых для композиции  $\alpha = (l_1, \dots, l_L)$ . Область  $D_L$  описывается множеством целочисленных решений системы уравнений

$$\sum_{\alpha=1}^L a_{\alpha\beta} = l_\beta, \beta = \overline{1, L}, \beta \neq i_1, i_n; \quad (9)$$

$$\sum_{\alpha=1}^L a_{\beta\alpha} = l_\beta, \beta = \overline{1, L}, \beta \neq i_1, i_n; \quad (10)$$

$$\sum_{\alpha=1}^L a_{i_1\alpha} = l_{i_1} - 1, \sum_{\alpha=1}^L a_{\alpha i_1} = l_{i_1}; \quad (11)$$

$$\sum_{\alpha=1}^L a_{\alpha i_n} = l_{i_n} - 1, \sum_{\alpha=1}^L a_{i_n\alpha} = l_{i_n}. \quad (12)$$

Уравнения (9) и (10) представляют собой условия того, что для любого состояния  $C_\beta$ ,  $\beta \neq i_1, i_n$  число входов в состояние  $C_\beta$  равно числу выходов из этого состояния и равно компоненте  $l_\beta$  вектора композиций  $\alpha$  (переход из состояния  $C_\beta$  в себя рассматривается одновременно как вход и как выход из состояния  $C_\beta$ ).

Уравнения (11) и (12) представляют собой аналогичные условия на число входов и выходов со-

стояний  $C_{i_1}$  и  $C_{i_2}$ , встречающихся в векторе  $\mathbf{C}$  соответственно первым и последним.

Вероятности  $P^{n-1}(C_{i_n} / C_{i_1})$  перехода из состояния  $C_{i_1}$  в  $C_{i_n}$  ровно за  $n - 1$  шаг есть элементы  $(n - 1)$ -й степени матрицы марковской цепи  $\mathbf{P}$ :

$$P^{n-1}(C_{i_n} / C_{i_1}) = \sum_{\alpha=1}^L P(C_\alpha / C_{i_1}) P^{n-2}(C_{i_n} / C_\alpha), \quad (13)$$

а вероятность

$$P(C_j) = \frac{\sum_{i=1, i \neq j}^L P(C_j / C_i)}{\sum_{j=1, i \neq j}^L \sum_{i=1, i \neq j}^L P(C_j / C_i)}. \quad (14)$$

Подставляя формулы (8), (13) в (5), а затем (4) и (5) в (3), мы получим выражение для искомого  $P(m, n)$ -характеристик составного ДСК, содержащее в качестве параметров лишь значения исходных данных — элементы матрицы  $\mathbf{P}$  и вектора  $\boldsymbol{\pi}$ .

Вычисления по формулам (3)–(14) являются весьма трудоемкими. Они могут быть значительно упрощены, если заметить, что вероятность перехода из состояния с номером  $\alpha$  в состояние с номером  $\beta$  для рассматриваемых нами каналов быстро уменьшается с ростом разности  $|\alpha - \beta|$ , и при  $|\alpha - \beta| < \tau_0$  заменена на нули ( $\tau_0$  — некоторое число). Суммирование в области  $D$  может вестись по  $a_{\alpha\beta}$ , не превышающим некоторой величины  $\tau_1$  при  $\alpha \neq \beta$ . Наконец, при больших  $n$  в формулах (9)–(12) можно отказаться от учета условий, связанных с числом входов (выходов) для состояний  $C_{i_1}$ ,  $C_{i_n}$ , и считать, что для всех состояний выполняются условия (9), (10).

По  $P(m, n)$ -характеристикам вероятность ошибочного декодирования может быть оценена стандартным образом

$$P_{\text{ош}} \leq \sum_{m \geq \frac{d+1}{2}}^n P(m, n). \quad (15)$$

Отметим, что в работе [3] предложены формулы, позволяющие учесть одинаковые члены в выражении (10).

Предложенная методика проведения вероятностных расчетов позволяет вычислять вероятность ошибочного декодирования в каналах с памятью.

## Литература

1. Кеннеди Р. Каналы связи с замираниями и рассеянием. М.: Сов. радио, 1973.
2. Коржик В. И., Финк Л. М. Помехоустойчивое кодирование дискретных сообщений в каналах со случайной структурой. М.: Связь, 1975.
3. Крук Е. А. Комбинированное декодирование линейных блочных кодов / ГУАП. СПб., 2007.

Отделение информационных технологий и вычислительных систем РАН  
Федеральное агентство по науке и инновациям РФ  
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова  
Российский фонд фундаментальных исследований  
Департамент науки и промышленной политики г. Москвы  
ОАО Московский комитет по науке и технологиям

**III ВСЕРОССИЙСКАЯ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ  
«ПРОБЛЕМЫ РАЗРАБОТКИ ПЕРСПЕКТИВНЫХ  
МИКРО- и НАНОЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ-2008» (МЭС-2008)  
6–10 октября 2008 г.**

Место проведения конференции: санаторий работников органов прокуратуры РФ «Истра» (Подмосковье)

**Организатор и проводящая организация**  
Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН

**Соорганизаторы конференции**  
Московский государственный институт электронной техники (Технический университет) ФГУП «НИИ микроэлектронной аппаратуры “Прогресс”»

**Направления работы конференции**  
Теоретические аспекты проектирования микро- и наноэлектронных систем (МЭС)

Системы на кристалле перспективной РЭА  
Опыт разработки цифровых, аналоговых, цифроаналоговых, радиотехнических функциональных блоков СБИС

Методы и средства автоматизации проектирования микро- и наноэлектронных схем и систем (САПР СБИС):

- проектирование цифровых СБИС;
- проектирование аналоговых и радиотехнических функциональных блоков СБИС;
- проектирование СБИС со смешанными сигналами;

- методы структурного синтеза аналоговых, цифровых и смешанных СБИС и СФ блоков;

- системы на кристалле;
- наноразмерные схемы и системы;
- микромеханические системы;
- специализированные (стойкие к спецвоздействиям и т. п.) СБИС;

- фоточувствительные СБИС;
- методы цифровой обработки информации;
- методы высокоуровневого моделирования;
- методы логического синтеза и логического моделирования в САПР СБИС;

- методы электрического моделирования в САПР СБИС;

- методы аналогового и смешанного поведенческого моделирования;

- методы моделирования радиотехнических СБИС;

- методы генерации моделей для САПР СБИС;
- методы автоматизации топологического проектирования в САПР СБИС;

- методы приборно-технологического моделирования;

- методы моделирования межсоединений;
- методы проектирования и моделирования новых приборных структур и схем наноэлектроники
- Выставка и презентация коммерческих продуктов
- Форум диссертационных работ

**Контрольные сроки**

Прием докладов до 15.01.2008

Рецензирование докладов и принятие решения о включении доклада в программу конференции до 15.03.2008

Информация авторам о включении доклада в программу конференции до 30.03.2008

Прием финальной версии доклада до 15.05.2008

Приезд участников 06.10.2008

Презентация коммерческих продуктов 06.10.2008

Выставка коммерческих продуктов 06–07.10.2008

Открытие конференции 7.10.2008

Закрытие конференции 10.10.2008

Отъезд участников 10.10.2008

**Рабочий язык конференции**

Русский

**Дополнительная информация и справки**

124681, Москва, ул. Советская, д. 3, Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН, Оргкомитет МЭС-2008, Борискин Вячеслав Степанович

Тел.: 8-499-729-9569

Факс: 8-499-729-9208

Эл. почта: [boriskin@ippm.ru](mailto:boriskin@ippm.ru)

Организационный комитет

**БЕЗЗАТЕЕВ**  
**Сергей**  
**Валентинович**



Доцент Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения.

В 1980 году окончил Ленинградский институт авиационного приборостроения.

В 1987 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором более 40 научных публикаций.

Область научных интересов — теория информации, теория кодирования, системы информационной безопасности.

**БРОНШТЕЙН**  
**Игорь**  
**Григорьевич**



Директор Центра оптико-информационных технологий и систем Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики.

В 1973 году окончил Ленинградский институт точной механики и оптики.

Является автором 58 научных публикаций.

Область научных интересов — оптико-информационные системы.

**ДУБАРЕНКО**  
**Владимир**  
**Васильевич**



Ученый секретарь Института проблем машиноведения РАН.

В 1963 году окончил Ленинградский Военно-механический институт по специальности «Механика», в 1965 году — по специальности «Системы управления».

В 2002 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук.

Является автором 70 научных публикаций.

Область научных интересов — интеллектуальные системы и системы управления.

**ЕВСЕЕВ**  
**Григорий**  
**Сергеевич**



Доцент кафедры моделирования вычислительных и электронных систем Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения.

В 1970 году окончил Ленинградский институт авиационного приборостроения.

В 1974 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором 30 научных публикаций.

Область научных интересов — системы связи и телекоммуникации.

**ЕРОШ**  
**Игорь**  
**Львович**



Профессор кафедры вычислительных систем и сетей Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. Академик Международной академии информатизации. Член японской ассоциации промышленных роботов.

В 1961 году окончил Ленинградский электротехнический институт им. В. И. Ульянова (Ленина).

В 1980 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором более 320 научных публикаций, в том числе свыше 100 изобретений, со-автором двух учебников и трех монографий.

Область научных интересов — системы искусственного интеллекта, дискретная математика, распознавание образов, защита информации.

**КЛЮХА**  
**Андрей**  
**Андреевич**



Капитан первого ранга, сотрудник Главного управления кадров Министерства обороны РФ.

В 2000 году окончил Московский государственный университет.

В 2005 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора психологических наук.

Является автором 52 научных публикаций.

Область научных интересов — психология.

**КОЗЛОВ  
Александр  
Владимирович**



Аспирант Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. В 2005 году окончил Санкт-Петербургский государственный политехнический университет. Является автором шести научных публикаций. Область научных интересов – цифровая связь, помехоустойчивое кодирование, цифровая обработка сигналов.

**КРИЧЕВСКИЙ  
Андрей  
Михайлович**



Аспирант кафедры информационно-сетевых технологий Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. В 2003 году окончил Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения по специальности «Автоматизированные системы обработки информации и управления». Является автором 15 научных публикаций. Область научных интересов — информационные технологии.

**КРУК  
Евгений  
Аврамович**



Профессор, заведующий кафедрой безопасности информационных систем, декан факультета информационных систем и защиты информации Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. В 1974 году окончил Ленинградский институт авиационного приборостроения. В 1999 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором 100 научных публикаций. Область научных интересов — теория кодирования, криптография.

**КУЧМИН  
Андрей  
Юрьевич**



Аспирант Института проблем машиноведения РАН. В 2005 году окончил Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения. Является автором 19 научных публикаций, одной монографии и одного изобретения. Область научных интересов — системы управления, системы с искусственным интеллектом, моделирование, автоматические антенные комплексы, нанобиомехатроника.

**ЛИВШИЦ  
Ирина  
Леонидовна**



Старший научный сотрудник, заведующая лабораторией «Специальные оптические и ТВ-системы» Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики. В 1974 году окончила Ленинградский институт точной механики и оптики. В 1980 году защитила диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором 121 научной публикации. Область научных интересов — оптические и оптико-информационные системы.

**ЛИНСКИЙ  
Евгений  
Михайлович**



Научный сотрудник кафедры безопасности информационных систем Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. В 2003 году окончил Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения. Является автором девяти научных публикаций. Область научных интересов — сенсорные сети.

**МИРОНОВСКИЙ  
Леонид  
Алексеевич**



Профессор кафедры вычислительных систем и сетей Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. Действительный член Академии навигации и управления движением, заслуженный работник высшей школы. В 1962 году окончил Ленинградский политехнический институт. В 1981 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором более 170 научных публикаций, соавтором пяти учебников и монографий, автором более 50 изобретений. Область научных интересов — техническая диагностика и компьютерное моделирование динамических систем.

**ОСИПОВ  
Леонид  
Андроникович**



Профессор, заведующий кафедрой информационно-сетевых технологий Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. В 1968 году окончил Ленинградский институт авиационного приборостроения по специальности «Электрооборудование летательных аппаратов». В 1995 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором более 160 научных публикаций, в том числе соавтором двух монографий. Область научных интересов — компьютерное управление нелинейными объектами.

**СЕРГЕЕВ  
Александр  
Михайлович**



Ассистент кафедры вычислительных систем и сетей Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. В 2004 году окончил Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения по специальности «Вычислительные машины, комплексы, системы и сети». Является автором 12 научных публикаций. Область научных интересов — численные методы, теория вычислительных процессов, проектирование специализированных процессоров.

**МОРОЗОВА  
Татьяна  
Юрьевна**



Доцент Московского государственного университета приборостроения и информатики. В 1986 году окончила Московский авиационный институт им. С. Орджоникидзе. В 1995 году защитила диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Является автором 28 научных публикаций. Область научных интересов — теория вероятности, логика, нейронные сети.

**ПРОХОРОВА  
Вероника  
Борисовна**



Заместитель директора Института компьютерной безопасности вычислительных систем и сетей, начальник отдела автоматизированных информационных систем Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. В 1986 году окончила факультет систем управления Ленинградского института авиационного приборостроения по специальности «Автоматизированные системы управления». Является автором 16 научных публикаций. Область научных интересов — телекоммуникационные технологии, информационная безопасность.

**СЕРГЕЕВ  
Михаил  
Борисович**



Профессор, заведующий кафедрой вычислительных систем и сетей Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения, почетный работник высшего профессионального образования Российской Федерации. В 1980 году окончил Ленинградский электротехнический институт им. В. И. Ульянова (Ленина) по специальности «Электронные вычислительные машины». В 2001 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором более 100 научных публикаций, 13 запатентованных изобретений. Область научных интересов — теория разрядных вычислений, методы проектирования спецпроцессоров для систем контроля и управления, опτικο-информационные системы.

**ТИХОНОВ**  
**Эдуард**  
**Прокофьевич**



Доцент кафедры биомедицинской электроники и охраны среды Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета, член-корреспондент Метрологической академии.

В 1962 году окончил Ленинградский институт авиационного приборостроения.

Является автором более 190 научных публикаций, в том числе более 50 авторских свидетельств и патентов на изобретения.

Область научных интересов — кибернетика, информатика, моделирование, информационно-измерительные системы, биомедицинская инженерия.

**ТРОЯНОВСКИЙ**  
**Борис**  
**Константинович**



Доцент кафедры безопасности информационных систем Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения.

В 1976 году окончил Ленинградский институт авиационного приборостроения.

Является автором более 30 научных публикаций.

Область научных интересов — алгебраическое кодирование, компрессия речевых сигналов, сжатие аудио, телефония с коммутацией пакетов.

**УНЧУН ЧО**



Профессор факультета инженерной механики Корейского политехнического университета.

В 1987 году окончил университет Ёнсей (Республика Корея) со степенью бакалавра, в 1988 году получил степень магистра в университете Карнеги Меллон (США), в 1997 году — степень доктора в Политехническом институте Ренсселера (США).

Является автором 35 научных публикаций.

Область научных интересов — техническая оптика, лазеры, нанотехнологии, микрокомпоненты и материалы.

**ШИНТЯКОВ**  
**Дмитрий**  
**Васильевич**



Аспирант Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения.

В 2004 году окончил магистратуру Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения.

Является автором шести научных публикаций.

Область научных интересов — теория управления.

УДК 681.314

Алгоритмическое описание и сравнительный анализ свойств сигма-дельта АЦП (Часть 2)

*Тихонов Э. П.* Информационно-управляющие системы, 2007. № 5. С. 2–13.

Предложено аналитическое описание алгоритма работы сигма-дельта АЦП в виде нелинейного отображения, на основании которого осуществлено исследование его характеристик и выполнен аналитическими методами и посредством имитационного моделирования сравнительный анализ особенностей его функционирования.

Список лит.: 29 назв.

УДК 629.735.33

Метод повышения качества наведения большого радиотелескопа миллиметрового диапазона с адаптивной зеркальной системой

*Дубаренко В. В., Кучмин А. Ю.* Информационно-управляющие системы, 2007. № 5. С. 14–19.

Рассматривается задача повышения качества наведения электрической оси зеркальной системы крупного полноповоротного радиотелескопа миллиметрового диапазона посредством добавления в контур управления малоинерционного элемента — облучателя, установленного на адаптивную платформу. Предложен обобщенный критерий качества управления зеркальной системой радиотелескопа. Рассмотрена методика синтеза системы управления адаптивной платформой.

Список лит.: 4 назв.

УДК 621.391.1

О защите цифровых изображений при передаче по каналам связи

*Ерош И. Л., Сергеев А. М., Филатов Г. П.* Информационно-управляющие системы, 2007. № 5. С. 20–22.

Рассматриваются особенности изображений и требования к их преобразованию для защиты от несанкционированного использования при передаче по каналам связи.

Список лит.: 5 назв.

УДК 681.3

Использование помехоустойчивых кодов для шифрации видеoinформации

*Беззатеев С. В., Литвинов М. Ю., Трояновский Б. К.* Информационно-управляющие системы, 2007. № 5. С. 23–26.

Рассматривается вариант модификации схемы Мак Элиса для преобразования видеoinформации с целью обеспечения ее конфиденциальности при передаче и хранении. Предлагаемая схема позволяет решить специфическую задачу уничтожения контуров и фоновых текстур в процессе обработки исходного изображения и в то же время исключить необходимость синхронизации приемного и передающего устройств.

Список лит.: 8 назв.

УДК 681.314

The algorithmic description and the comparative analysis of the sigma-delta analog-to-digital converter (Part 2)

*Tikhonov E. P.* IUS, 2007. N 5. P. 2–13.

We propose a non-linear mapping that describes the algorithm of work of the delta-sigma analog-to-digital converter. This model is used to investigate the characteristics of the converter and give a comparative analysis of its features.

Refs: 29 titles.

УДК 629.735.33

AN approach to improve the quality of pointing a millimeter wave range large radiotelescope with an adaptive dish system

*Dubarenko V. V., Kuchmin A. Yu.* IUS, 2007. N 5. P. 14–19.

The problem of improving the quality of pointing an electric axis of a millimeter wave large radiotelescope dish system by including a receiver installed on an adaptive platform is discussed in this paper. The generalized criterion of the quality of a radiotelescope dish system control system is suggested. A technique of an adaptive platform control system synthesis is discussed.

Refs: 4 titles.

УДК 621.391.1

Protection of images during transfer via communication channels

*Erosh I. L., Sergeev A. M., Filatov G. P.* IUS, 2007. N 5. P. 20–22.

We investigate the requirements on the transformation of images for protection against unauthorized access during their transfer via communication channels.

Refs: 5 titles.

УДК 681.3

Using error-correcting codes for video information encoding

*Bezzateev S. V., Litvinov M. Yu., Troyanovskii B. K.* IUS, 2007. N 5. P. 23–26.

In this article, a variant of the Mac Eliece scheme for modification of video information with the purpose to provide its secure transmission and storage is discussed. The suggested scheme allows for solving the specific task of destroying the outlines and background textures of the original image during processing without necessity to synchronize the receiver and the transmitter.

Refs: 8 titles.

УДК 621.391.037.372

Сравнение алгоритмов надежной передачи пакетов для сенсорных сетей

*Линский Е. М., Евсеев Г. С.* Информационно-управляющие системы, 2007. № 5. С. 27–30.

Сенсорная сеть состоит из устройств с ограниченными ресурсами. Часто сенсорная сеть развертывается в неконтролируемом окружении, что приводит к низкой физической защищенности отдельных узлов, т. е. узлы могут быть захвачены злоумышленником. Основным источником ненадежности при передаче пакетов в сенсорной сети являются компрометированные узлы, удаляющие пересылаемые через них пакеты. Статья посвящена сравнению алгоритмов надежной передачи для сенсорной сети, которые противодействуют этой атаке.

Список лит.: 4 назв.

УДК 681.3.07

Декодирование LDPC-кодов в дискретном канале flash-памяти

*Козлов А. В.* Информационно-управляющие системы, 2007. № 5. С. 31–35.

Рассматривается система коррекции ошибок в устройствах flash-памяти с многоуровневыми ячейками на основе LDPC-кодов. Предлагается метод выставления надежностей для битов ячейки памяти, основанный на разработанной модели flash-памяти. Продемонстрирована эффективность совместного использования данного метода и вероятностных LDPC-декодеров в сравнении с «жесткими» декодерами.

Список лит.: 5 назв.

УДК 681.5.013

Частотные характеристики фазовращательных и бисингулярных систем

*Мироновский Л. А., Шинтяков Д. В.* Информационно-управляющие системы, 2007. № 5. С. 36–41.

Исследуется взаимосвязь частотных характеристик с сингулярными числами линейных систем. В общем случае эта взаимосвязь сложна, но для систем с сингулярными числами высокой кратности удается выразить эту зависимость в простой форме. Рассматриваются два случая высокой кратности: случай равных сингулярных чисел и случай, когда сингулярные числа образуют две группы. Исследованы свойства, структура и подходы к синтезу систем.

Список лит.: 5 назв.

UDK 621.391.037.372

A comparison of reliable packet forwarding protocols for sensor networks

*Linskii E. M., Evseev G. S.* IUS, 2007. N 5. P. 27–30.

A sensor network consists of devices with limited resources. There are scenarios, where a sensor network is deployed in a hostile environment. This leads to low physical security of sensors, i. e. sensors could be captured by adversaries. The main source of unreliability in packet forwarding protocol is compromised nodes that drop forwarded packets. This paper compares reliable packet forwarding protocols that act against this attack.

Refs: 4 titles.

UDK 681.3.07

Discrete channel decoding of LDPC codes in flash memories

*Kozlov A. V.* IUS, 2007. N 5. P. 31–35.

This paper presents a multilevel cell (MLC) Flash memory error correction system based on LDPC codes. A method of setting up cell bits reliability is described. This method was devised using a new discrete Flash memory model. The effectiveness of combined use of this method and probabilistic LDPC decoders was demonstrated comparing to hard decoders.

Refs: 5 titles.

UDK 681.5.013

Frequency responses of unimodal and bisingular control systems

*Mironovskii L. A., Shintyakov D. V.* IUS, 2007. N 5. P. 36–41.

In this article, a relation between frequency responses and Hankel singular values of linear control systems is discussed. In general, this relation is complex, but in the case of high multiplicity singular values, it can be expressed in a simple form. Two such cases are reviewed, the case of only one unique singular value, and the case of two unique values. Properties, structures and synthesis approaches for such systems are presented.

Refs: 5 titles.

УДК 004.652.6

Об одном методе анализа данных в задаче психологической диагностики

*Клюха А. А., Морозова Т. Ю.* Информационно-управляющие системы, 2007. № 5. С. 42–44.

Приводится метод построения модели предметной области на основе интеллектуального анализа данных. Метод базируется на теории решеток Биркгофа и представляет собой сформировавшийся в последнее время логико-алгебраический подход, известный как формальный концептуальный анализ. Метод применен к структурированию и формированию логических правил для установления диагноза при клинко-психологическом обследовании.

Список лит.: 3 назв.

УДК 519.258

Оценка и применение моделей временных рядов с долгой памятью в экономических задачах

*Осипов Л. А., Кричевский А. М.* Информационно-управляющие системы, 2007. № 5. С. 45–51.

Рассмотрены модели временных рядов, характеризующихся наличием долговременной зависимости (долгой памяти). Для идентификации таких рядов предложено использовать модели класса  $ARIMA(p, d, q)$  с дробным показателем  $d$ . Показаны пути оценки параметра «памяти» временного ряда, решения задачи прогнозирования в таких рядах.

Список лит.: 7 назв.

УДК 681.5:681.7.067.2

Теория и практика расчета малогабаритных объективов для оптико-информационных систем

*Бронштейн И. Г., Лившиц И. Л., Сергеев М. Б., Унчун Чо.* Информационно-управляющие системы, 2007. № 5. С. 52–55.

Приводится один из подходов к созданию малогабаритного объектива для широкого класса оптико-информационных систем, основанный на выборе стартовой точки оптической системы с применением теории синтеза и композиции оптических систем из элементов с известными свойствами.

Список лит.: 9 назв.

УДК 621.391

Расчет вероятностных характеристик для дискретных каналов с памятью

*Крук Е. А., Прохорова В. Б.* Информационно-управляющие системы, 2007. № 5. С. 56–57.

Получены формулы для расчета  $P(m, n)$ -характеристик (вероятности появления  $m$  ошибок среди  $n$  принятых канальных символов) дискретного канала с памятью. Указанные характеристики, как правило, достаточны для вычисления вероятности ошибочного декодирования в таких каналах.

Список лит.: 3 назв.

УДК 004.652.6

A method of data analysis in psychological diagnostics

*Klyukha A. A., Morozova T. Yu.* IUS, 2007. N 5. P. 42–44.

This paper presents a way to build the initial model of a domain using a knowledge based system. The method is based on the Birkhoff's lattice theory and represents the recently formed logic-algebra approach known as Formal Conceptual Analysis. We will apply this technique to structure and formulate the logical rules used to state the diagnosis during clinical and psychological inspections.

Refs: 3 titles.

УДК 519.258

Estimation and application of time series models with long memory in economical problems

*Osipov L. A., Krichevsky A. M.* IUS, 2007. N 5. P. 45–51.

Time series models with long memory are considered. For the identification of such time series the  $ARIMA(p, d, q)$  model with fractional parameter  $d$  is proposed. Ways of estimation of the «memory» parameter and methods of forecasting in such time series are also studied.

Refs: 7 titles.

УДК 681.5:681.7.067.2

The theory and practice of the design of small-size lenses for television information systems

*Bronshtein I. G., Livshits I. L., Sergeev M. B.* IUS, 2007. N 5. P. 52–55.

This paper presents an approach to the design of small-size lens for television information systems. The proposed approach employs the theory of optical system composition and synthesis for the starting point selection that utilizes elements with the well known optical properties.

Refs: 9 titles.

УДК 621.391

Computation of probability parameters for discrete channels with memory

*Kruk E. A., Prokhorova V. B.* IUS, 2007. N 5. P. 56–57.

Presented are the formulas to compute  $P(m, n)$  characteristics (the probability of  $m$  errors among  $n$  received channel symbols) of a discrete channel with memory. As a rule, these characteristics are sufficient to compute the probability of false decoding in such channels.

Refs: 3 titles.

**Уважаемые авторы журнала  
«ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ»!**

*Журнал входит в «Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий,  
в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации  
на соискание ученой степени доктора и кандидата наук».*

*Статьи проходят обязательное рецензирование и публикуются бесплатно.*

*Мы будем рады сотрудничеству с Вами и надеемся, что Вы порекомендуете библиотеке  
Вашей организации подписаться на наш журнал.*

**При подготовке рукописей статей редакция просит Вас руководствоваться следующими рекомендациями.**

Объем статьи (текст, таблицы, иллюстрации и библиография) не должен превышать эквивалента в 16 страниц, напечатанных на бумаге формата А4 на одной стороне через 1,5 интервала в Word шрифтом Times New Roman размером 13.

Обязательными элементами оформления статьи являются: индекс УДК, заглавие, инициалы и фамилия автора (авторов), ученая степень, звание, полное название организации, аннотация (5–7 строк) на русском и английском языках.

**Формулы** набирайте в Word, при необходимости можно использовать формульный редактор; для набора одной формулы не используйте два редактора; при наборе формул в формульном редакторе знаки препинания, ограничивающие формулу, набирайте вместе с формулой; для установки размера шрифта никогда не пользуйтесь вкладкой Other..., используйте вкладку Define; в формулах не отделяйте пробелами знаки: + = –.

При наборе символов в тексте помните, что символы, обозначаемые латинскими буквами, набираются светлым курсивом, русскими и греческими — светлым прямым, векторы и матрицы — прямым полужирным шрифтом.

**Иллюстрации** в текст не заверстываются и предоставляются отдельными исходными файлами, поддающимися редактированию:

— рисунки, графики, диаграммы, блок-схемы изготавливаются в векторных программах: Visio 4, 5, 2002–2003 (\*.vsd); Coreldraw (\*.cdr); Excel; Word; AdobeIllustrator; AutoCad; Компас; Matlab (экспорт в формат \*.ai);

— фото и растровые — в формате \*.tif, \*.png с максимальным разрешением (не менее 300 pixels/inch).

Наличие подрисовочных подписей обязательно (желательно не повторяющих дословно комментарии к рисункам в тексте статьи).

**В редакцию предоставляются:**

— отпечатанный (формат А4) текст статьи, подписанный всеми авторами с указанием даты предоставления, и иллюстрации, пронумерованные с подрисовочными подписями (в двух экземплярах);

— полностью совпадающий с распечаткой текст в виде файла Microsoft Word (шрифт Times New Roman, тексты программ — Courier New) на дискетах 1,44 Мб или CD;

— название статьи и аннотация (5–7 строк) на русском и английском языках;

— фамилия, имя, отчество автора (ов) на английском языке;

— сведения об авторе (фамилия, имя, отчество, место работы, должность, ученое звание, учебное заведение и год его окончания, ученая степень и год защиты диссертации, область научных интересов, количество научных публикаций, домашний и служебный адреса и телефоны, факс, e-mail), контрастное, четкое фото авторов (можно в электронном виде — не менее 300 pixels/inch при размере 40×55 мм);

— экспертное заключение (при необходимости).

**Список литературы** составляется по порядку ссылок в тексте и оформляется следующим образом:

— для книг и сборников — фамилия и инициалы авторов, полное название книги (сборника), город, издательство, год, общее количество страниц;

— для журнальных статей — фамилия и инициалы авторов, полное название статьи, название журнала, год издания, номер журнала, номера страниц;

— ссылки на иностранную литературу следует давать на языке оригинала без сокращений;

— при использовании web-материалов указывайте адрес сайта.

Адрес редакции:

190000, Санкт-Петербург, Б. Морская ул., 67, ГУАП, РИЦ.

Редакция журнала «Информационно-управляющие системы».

Факс: (812) 494 70 18, тел.: (812) 494 70 36.

E-mail: [80x@mail.ru](mailto:80x@mail.ru)

Сайт: [www.i-us.ru](http://www.i-us.ru)