

# ИНФОРМАЦИОННО- УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

2(117)/2022

2(117)/2022

PEER REVIEWED JOURNAL

# INFORMATSIONNO- UPRAVLIAIUSHCHIE SISTEMY (INFORMATION AND CONTROL SYSTEMS)

**Founder**

A. Vostrikov

**Publisher**Saint Petersburg State University  
of Aerospace Instrumentation**Editor-in-Chief**

E. Krouk

Dr. Sc., Professor, Moscow, Russia

**Executive secretary**

O. Muravtsova

**Editorial Board**

S. Andreev

Dr. Sc., Tampere, Finland

V. Anisimov

Dr. Sc., Professor, Saint Petersburg, Russia

B. Bezruchko

Dr. Sc., Professor, Saratov, Russia

N. Blaunstein

Dr. Sc., Professor, Beer-Sheva, Israel

M. Buzdalov,

PhD, Researcher, Saint Petersburg, Russia

C. Christodoulou

PhD, Professor, Albuquerque, New Mexico, USA

A. Dudin

Dr. Sc., Professor, Minsk, Belarus

I. Dumer

PhD, Professor, Riverside, USA

M. Favorskaya

Dr. Sc., Professor, Krasnoyarsk, Russia

L. Fortuna

PhD, Professor, Catania, Italy

A. Fradkov

Dr. Sc., Professor, Saint Petersburg, Russia

A. Hramov

Dr. Sc., Professor, Innopolis, Russia

L. Jain

PhD, Professor, Canberra, Australia

G. Matvienko

Dr. Sc., Professor, Tomsk, Russia

A. Myllari

PhD, Professor, Grenada, West Indies

K. Samouylov

Dr. Sc., Professor, Moscow, Russia

J. Seberry

PhD, Professor, Wollongong, Australia

M. Sergeev

Dr. Sc., Professor, Saint Petersburg, Russia

A. Shalyto

Dr. Sc., Professor, Saint Petersburg, Russia

A. Shepeta

Dr. Sc., Professor, Saint Petersburg, Russia

Yu. Shokin

RAS Academician, Dr. Sc., Novosibirsk, Russia

A. Smirnov

Dr. Sc., Professor, Saint Petersburg, Russia

T. Sutikno

PhD, Associate Professor, Yogyakarta, Indonesia

Z. Yuldashev

Dr. Sc., Professor, Saint Petersburg, Russia

R. Yusupov

RAS Corr. Member, Dr. Sc., Professor, Saint Petersburg, Russia

A. Zeifman

Dr. Sc., Professor, Vologda, Russia

**Editor:** A. Larionova**Proofreader:** T. Zvertanovskaia**Design:** M. Chernenko, Yu. Umnitsyna**Layout and composition:** Yu. Umnitsyna**Contact information**

The Editorial and Publishing Center, SUAI

67A, B. Morskaia, 190000, Saint Petersburg, Russia

Website: <http://i-us.ru/en>, e-mail: [ius.spb@gmail.com](mailto:ius.spb@gmail.com)

Tel.: +7 - 812 494 70 02

**THEORETICAL AND APPLIED MATHEMATICS***Đoković D. Ž. Some new symmetric Hadamard matrices*

2

**INFORMATION PROCESSING AND CONTROL***Arseniev V. N., Yadrenkin A. A. Selection of a given space object from the multitude observed by a specialized spacecraft*

11

**HARDWARE AND SOFTWARE RESOURCES***Petrov A. A., Nikiforov I. V., Ustinov S. M. Algorithm of ESXi cluster migration between different vCenter servers with the ability to rollback*

20

**INFORMATION CHANNELS AND MEDIUM***Shelest M. N. Average delay estimation for one queueing network model with resource reservation*

32

**CONTROL IN MEDICAL AND BIOLOGICAL SYSTEMS***Smirnov A. V., Teslya N. N. Selecting effective action strategies for the participants in a hospitalization process with the use of a fuzzy cooperative game and a genetic algorithm*

42

*Titov V. E., Dick O. E. Frequency analysis based on synchrosqueezed wavelet transforms of brain and heart rhythms in cases of cerebral vascular pathology*

53

**INFORMATION ABOUT THE AUTHORS**

62

2(117)/2022

РЕЦЕНЗИРУЕМОЕ ИЗДАНИЕ

ИНФОРМАЦИОННО-  
УПРАВЛЯЮЩИЕ  
СИСТЕМЫ

## Учредитель

А. А. Востриков

## Издатель

Санкт-Петербургский государственный университет  
аэрокосмического приборостроения

## Главный редактор

Е. А. Крук,

д-р техн. наук, проф., Москва, РФ

## Ответственный секретарь

О. В. Муравцова

## Редакционная коллегия:

С. Д. Андреев,

д-р техн. наук, Тампере, Финляндия

В. Г. Анисимов,

д-р техн. наук, проф., Санкт-Петербург, РФ

Б. П. Безручко,

д-р физ.-мат. наук, проф., Саратов, РФ

Н. Блаунштейн,

д-р физ.-мат. наук, проф., Беэр-Шева, Израиль

М. В. Буздалов,

канд. техн. наук, научный сотрудник, Санкт-Петербург, РФ

Л. С. Джайн,

д-р наук, проф., Канберра, Австралия

А. Н. Дудин,

д-р физ.-мат. наук, проф., Минск, Беларусь

И. И. Думер,

д-р наук, проф., Риверсайд, США

А. И. Зейфман,

д-р физ.-мат. наук, проф., Вологда, РФ

К. Кристодолу,

д-р наук, проф., Альбукерке, Нью-Мексико, США

Г. Г. Матвиенко,

д-р физ.-мат. наук, проф., Томск, РФ

А. А. Мюллери,

д-р наук, профессор, Гренада, Вест-Индия

К. Е. Самуйлов,

д-р техн. наук, проф., Москва, РФ

Д. Себерри,

д-р наук, проф., Волонгонг, Австралия

М. Б. Сергеев,

д-р техн. наук, проф., Санкт-Петербург, РФ

А. В. Смирнов,

д-р техн. наук, проф., Санкт-Петербург, РФ

Т. Сутикну,

д-р наук, доцент, Джокьякарта, Индонезия

М. Н. Фаворская,

д-р техн. наук, проф., Красноярск, РФ

Л. Фортуна,

д-р наук, проф., Катания, Италия

А. Л. Фрадков,

д-р техн. наук, проф., Санкт-Петербург, РФ

А. Е. Храмов,

д-р физ.-мат. наук, Иннополис, РФ

А. А. Шальто,

д-р техн. наук, проф., Санкт-Петербург, РФ

А. П. Шелета,

д-р техн. наук, проф., Санкт-Петербург, РФ

Ю. И. Шокин,

акад. РАН, д-р физ.-мат. наук, проф., Новосибирск, РФ

З. М. Юлдашев,

д-р техн. наук, проф., Санкт-Петербург, РФ

Р. М. Юсупов,

чл.-корр. РАН, д-р техн. наук, проф., Санкт-Петербург, РФ

## Редактор: А. Г. Ларионова

Корректор: Т. В. Звертановская

Дизайн: М. Л. Черненко, Ю. В. Умницына

Компьютерная верстка: Ю. В. Умницына

Адрес редакции: 190000, г. Санкт-Петербург,

ул. Б. Морская, д. 67, лит. А, ГУАП, РИЦ

Тел.: (812) 494-70-02, эл. адрес: ius.spb@gmail.com,

сайт: http://i-us.ru

## ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

*Đoković D. Ž. Some new symmetric Hadamard matrices*

2

## ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ И УПРАВЛЕНИЕ

*Арсеньев В. Н., Ядренкин А. А. Выбор заданного космического объекта из множества наблюдаемых специализированным космическим аппаратом*

11

## ПРОГРАММНЫЕ И АППАРАТНЫЕ СРЕДСТВА

*Петров А. А., Никифоров И. В., Устинов С. М. Алгоритм миграции ESXi-кластеров между разными vCenter серверами с возможностью возврата к исходной конфигурации*

20

## ИНФОРМАЦИОННЫЕ КАНАЛЫ И СРЕДЫ

*Шелест М. Н. Анализ средней задержки для одной модели сети массового обслуживания с резервированием ресурсов*

32

## УПРАВЛЕНИЕ В МЕДИЦИНЕ И БИОЛОГИИ

*Смирнов А. В., Тесля Н. Н. Выбор эффективных стратегий действий участников процесса госпитализации с использованием нечеткой кооперативной игры и генетического алгоритма*

42

*Titov V. E., Dick O. E. Frequency analysis based on synchrosqueezed wavelet transforms of brain and heart rhythms in cases of cerebral vascular pathology*

53

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

62

Журнал входит в БД SCOPUS и в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук.

Сдано в набор 03.03.22. Подписано в печать 11.05.22. Дата выхода в свет: 16.05.2022.  
Формат 60×84/8. Гарнитура SchoolBookC. Печать цифровая.  
Усл. печ. л. 7,6. Уч.-изд. л. 10,5. Тираж 1000 экз (1-й завод 50 экз.). Заказ № 190.

Оригинал-макет изготовлен в редакционно-издательском центре ГУАП.  
190000, г. Санкт-Петербург, ул. Б. Морская, д. 67, лит. А.

Отпечатано в редакционно-издательском центре ГУАП.  
190000, г. Санкт-Петербург, ул. Б. Морская, д. 67, лит. А.

Распространяется бесплатно.

Журнал зарегистрирован в Министерстве РФ по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций.  
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-12412 от 19 апреля 2002 г.  
Перерегистрирован в Роскомнадзоре.  
Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-82226 от 23 ноября 2021 г.

© А. А. Востриков, 2022

# Some new symmetric Hadamard matrices

D. Ž. Đoković<sup>a</sup>, Dr. Sc., Tech., Distinguished Professor Emeritus, [orcid.org/0000-0002-0176-2395](https://orcid.org/0000-0002-0176-2395), [djokovic@uwaterloo.ca](mailto:djokovic@uwaterloo.ca)

<sup>a</sup>University of Waterloo, Department of Pure Mathematics and Institute for Quantum Computing, Waterloo, Ontario, N2L 3G1, Canada

**Introduction:** It is conjectured that the symmetric Hadamard matrices of order  $4v$  exist for all odd integers  $v > 0$ . In recent years, their existence has been proven for many new orders by using a special method known as the propus construction. This construction uses difference families  $X_k$  ( $k = 1, 2, 3, 4$ ) over the cyclic group  $Z_v$  (integers mod  $v$ ) with parameters  $(v; k_1, k_2, k_3, k_4; \lambda)$  where  $X_1$  is symmetric,  $X_2 = X_3$ , and  $k_1 + 2k_2 + k_4 = v + \lambda$ . It is also conjectured that such difference families (known as propus families) exist for all parameter sets mentioned above excluding the case when all the  $k_i$  are equal. This new conjecture has been verified for all odd  $v \leq 53$ . **Purpose:** To construct many new symmetric Hadamard matrices by using the propus construction and to provide further support for the above-mentioned conjecture. **Results:** The first examples of symmetric Hadamard matrices of orders  $4v$  are presented for  $v = 127$  and  $v = 191$ . The systematic computer search for symmetric Hadamard matrices based on the propus construction has been extended to cover the cases  $v=55, 57, 59, 61, 63$ . **Practical relevance:** Hadamard matrices are used extensively in the problems of error-free coding, and compression and masking of video information.

**Keywords** – symmetric Hadamard matrices, propus construction, propus difference families.

**For citation:** Đoković D. Ž. Some new symmetric Hadamard matrices. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2022, no. 2, pp. 2–10. doi:10.31799/1684-8853-2022-2-2-10

## Introduction

We fix some notation which will be used throughout this note. Let  $X_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ , be a difference family (DF) in a finite abelian group  $G$  (written additively) and let

$$(v; k_1, k_2, k_3, k_4; \lambda)$$

be its parameter set (PS). Thus  $v = |G|$ ,  $|X_i| = k_i$  and  $\sum k_i(k_i - 1) = \lambda(v - 1)$ , where  $|X|$  denotes the cardinality of a finite set  $X$ . If  $\sum k_i = \lambda + v$  we say that this PS is a *Goethals — Seidel parameter set* (GSPS) and that this DF is a *Goethals — Seidel difference family* (GSDF). If the  $X_i$  form a GSDF and we replace one of the blocks by its set-theoretic complement in  $G$ , we again obtain a GSDF although the parameter set may change. For that reason we shall always assume that all the  $k_i \leq v/2$ .

Each GSDF in  $G$  gives a Hadamard matrix  $\mathbf{H}$  of order  $4v$ . For more details about this construction see e.g. [1, 2]. Briefly, each  $X_i$  provides a  $G$ -invariant matrix  $\mathbf{A}_i$  of order  $v$ , and  $\mathbf{H}$  is obtained by plugging the  $\mathbf{A}_i$  into the well known *Goethals — Seidel array*

$$\text{GSA} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2\mathbf{R} & \mathbf{A}_3\mathbf{R} & \mathbf{A}_4\mathbf{R} \\ -\mathbf{A}_2\mathbf{R} & \mathbf{A}_1 & -\mathbf{R}\mathbf{A}_4 & \mathbf{R}\mathbf{A}_3 \\ -\mathbf{A}_3\mathbf{R} & \mathbf{R}\mathbf{A}_4 & \mathbf{A}_1 & -\mathbf{R}\mathbf{A}_2 \\ -\mathbf{A}_4\mathbf{R} & -\mathbf{R}\mathbf{A}_3 & \mathbf{R}\mathbf{A}_2 & \mathbf{A}_1 \end{bmatrix}.$$

We recall that a matrix  $\mathbf{A} = (a_{x,y})$  with indices  $x, y \in G$  is  $G$ -invariant if  $a_{x+z,y+z} = a_{x,y}$  for all  $x, y, z \in G$ .

The matrix  $\mathbf{R} = (r_{x,y})$  may be defined by the formula  $r_{x,y} = \delta_{x+y,0}$ ,  $x, y \in G$ , where  $\delta$  is the Kronecker symbol.

For a subset  $X$  of  $G$ , we say that it is *symmetric* if  $-X = X$ , and we say that it is *skew* if  $G$  is a disjoint union of  $X$ ,  $-X$  and  $\{0\}$ . If at least one of the blocks  $X_i$  of a GSDF is skew then, after rearranging the  $X_i$  so to have  $X_1$  skew, the Hadamard matrix  $\mathbf{H}$  will be skew Hadamard, i.e. such that  $\mathbf{H} + \mathbf{H}^T = 2\mathbf{I}_{4v}$  ( $T$  denotes the matrix transposition, and  $\mathbf{I}_k$  is the identity matrix of order  $k$ ).

In order to obtain a symmetric Hadamard matrix  $\mathbf{H}$  we require that two of the blocks  $X_i$  are the same and that one of the other two blocks is symmetric. A *propus parameter set* (PPS) is a GSPS having  $k_i = k_j$  for some  $i \neq j$ . By permuting the  $k_i$ 's we may assume that  $k_2 = k_3$  and  $k_1 \geq k_4$ . In that case we say that this PPS is *normalized*. Note that these conditions in general do not specify the  $k_i$ 's uniquely. For instance the PPSs  $(5; 1, 2, 2, 1; 1)$  and  $(5; 2, 1, 1, 2; 1)$  are both normalized but they become the same if we ignore the ordering of the  $k_i$ 's.

We say that a GSDF is a *propus difference family* (PDF) if  $X_i = X_j$  for some  $i \neq j$  and one of the other two blocks is symmetric. If the  $X_i$ 's form a PDF then, after rearranging the blocks we may assume that  $X_2 = X_3$  and that  $X_1$  is symmetric. Then we plugg the corresponding matrix blocks  $\mathbf{A}_i$  into the so called *propus array* (PA) to construct a symmetric Hadamard matrix of order  $4v$ . This construction is known as the *propus construction*. It has been first introduced in [3]. For the reader's convenience we display the propus array

$$PA = \begin{bmatrix} -A_1 & A_2R & A_3R & A_4R \\ A_3R & RA_4 & A_1 & -RA_2 \\ A_2R & A_1 & -RA_4 & RA_3 \\ A_4R & -RA_3 & RA_2 & A_1 \end{bmatrix}.$$

Note that PA is obtained from GSA by multiplying the first column by  $-1$  and interchanging the second and the third rows.

From now on we assume that  $G = Z_v$ , a cyclic group of order  $v$ , and that  $v$  is odd. Under this assumption, the matrix blocks  $A_i$  will be circulants. All PPSs for  $v \leq 41$  are listed in [4] together with the corresponding PDF's. There was only one case of a PPS having no PDF, namely (25; 10, 10, 10, 10; 15). Similarly, the cases  $41 < v \leq 51$  were handled in [5], and the case  $v = 53$  in [6]. Again there was one exceptional case, (49; 21, 21, 21, 21; 35). In the present note, for each PPS with  $51 < v \leq 63$  we exhibit at least one PDF. For more information on the exceptional cases see [5].

### Symmetric Hadamard matrices of orders 508 and 764

The *symmetry symbol* (abc) written immediately after a PPS shows the symmetry types of the three blocks  $X_1, X_2$  and  $X_4$ . More precisely, the letter  $s$  means that we require that the corresponding block be symmetric, the letter  $k$  is used if we require that block to be skew, and the symbol  $*$  is used otherwise. In particular  $a = s$  means that we require  $X_1$  to be symmetric,  $a = k$  means that we require  $X_1$  to be skew, and  $a = *$  means that no symmetry condition is imposed on  $X_1$ .

The group of units  $Z_v^*$  acts on  $Z_v$  by multiplication. It may happen that there is a nontrivial subgroup  $H$  of  $Z_v^*$  such that some block  $X_i$  of a PDF is a union of orbits of  $H$ . In such case we may specify  $X_i$  by writing it as  $HY_i$ , where  $Y_i$  is a set of representatives of the  $H$ -orbits contained in  $X_i$ .

For  $v = 127$  we give five nonequivalent PDFs and for  $v = 191$  only one.

$$v = 127, H = \{1, 19, 107\}$$

(127; 57, 61, 61, 55; 107) (\*\*s)

$$X_1 = H\{4, 5, 6, 9, 12, 15, 23, 24, 30, 33, 36, 39, 45, 52, 58, 59, 60, 64, 66\}$$

$$X_2 = H\{0, 4, 5, 6, 13, 15, 17, 26, 30, 32, 40, 46, 51, 53, 58, 59, 60, 64, 65, 66, 72\}$$

$$X_4 = H\{0, 2, 4, 8, 9, 12, 15, 23, 24, 26, 30, 33, 40, 46, 51, 52, 53, 65, 71\}$$

(127; 60, 60, 60, 54; 107) (s\*\*)

$$X_1 = H\{1, 5, 6, 11, 13, 15, 16, 17, 20, 23, 24, 29, 32, 45, 46, 52, 58, 66, 71, 72\}$$

$$X_2 = H\{2, 4, 5, 11, 12, 15, 16, 18, 22, 23, 29, 33, 36, 39, 46, 51, 52, 53, 60, 71\}$$

$$X_4 = H\{6, 8, 17, 20, 22, 23, 30, 33, 36, 39, 45, 51, 58, 59, 60, 64, 66, 71\}$$

(127; 60, 60, 60, 54; 107) (\*\*s)

$$X_1 = H\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 11, 12, 13, 15, 17, 23, 24, 32, 33, 39, 46, 64, 65\}$$

$$X_2 = H\{2, 5, 9, 10, 12, 13, 15, 16, 17, 29, 33, 36, 39, 40, 45, 51, 53, 58, 60, 66\}$$

$$X_4 = H\{1, 5, 6, 10, 11, 13, 16, 17, 20, 23, 30, 32, 45, 58, 64, 65, 66, 71\}$$

(127; 58, 60, 60, 55; 106) (\*\*s)

$$X_1 = H\{0, 2, 3, 4, 5, 12, 13, 16, 17, 18, 20, 22, 29, 30, 46, 51, 53, 58, 59, 71\}$$

$$X_2 = H\{8, 9, 10, 16, 20, 22, 23, 24, 26, 29, 32, 36, 45, 46, 51, 52, 59, 60, 65, 78\}$$

$$X_4 = H\{0, 3, 5, 10, 11, 17, 18, 22, 24, 29, 32, 39, 45, 52, 58, 59, 60, 64, 72\}$$

(127; 60, 57, 57, 58; 105) (s\*\*)

$$X_1 = H\{2, 4, 6, 10, 12, 13, 15, 17, 23, 24, 26, 36, 40, 46, 51, 52, 58, 64, 71, 78\}$$

$$X_2 = H\{1, 2, 3, 4, 10, 16, 17, 18, 20, 23, 29, 30, 45, 51, 52, 58, 64, 66, 72\}$$

$$X_4 = H\{0, 2, 5, 8, 9, 10, 11, 13, 15, 17, 18, 30, 39, 40, 46, 53, 58, 60, 66, 78\}$$

$$v = 191, H = \{1, 39, 49, 109, 184\}$$

(191; 91, 90, 90, 85; 165) (s\*\*)

$$X_1 = H\{0, 1, 3, 4, 7, 9, 16, 17, 18, 21, 22, 28, 31, 36, 57, 61, 62, 68, 112\}$$

$$X_2 = H\{1, 4, 14, 16, 18, 19, 22, 23, 28, 29, 31, 32, 34, 36, 38, 61, 62, 68\}$$

$$X_4 = H\{1, 2, 9, 11, 12, 17, 18, 22, 28, 29, 31, 32, 38, 41, 56, 61, 66\}$$

### Small orders of symmetric Hadamard matrices

There are several known infinite series of PDFs [3, 7]. We shall use only two of them. The first one is essentially the Turyn series [8] with  $v = (q + 1)/2$ ,  $q$  a prime power  $\equiv 1 \pmod{4}$ , and all four blocks  $X_i$  symmetric. The second one is essentially the series constructed in [9] (see also [7]) to which we refer as the XXSW-series. In this case  $v = (q + 1)/4$ ,  $q$  a prime power  $\equiv 3 \pmod{8}$ , and we may arrange the blocks so that  $X_1$  is skew,  $X_2 = X_3$  and  $X_4$  is symmetric.

In the handbook [10] published in 2007 it is indicated (see Table 1.52, p. 277) that, for odd  $v < 200$ , no symmetric Hadamard matrices of order  $4v$  are known for

$$v = 23, 29, 39, 43, 47, 59, 65, 67, 73, 81, 89, 93,$$

$$101, 103, 107, 109, 113, 119, 127, 133, 149, 151, 153, 163, 167, 179, 183, 189, 191, 193$$

The cases  $v = 23$  and  $v = 81$  should not have been included. For the case  $v = 23$  see [7]. For  $v = 81$  note that symmetric Hadamard matrices of orders  $4 \cdot 9^k$ ,  $k \geq 1$  integer, were constructed by Turyn [11] back in 1984. Moreover, the Bush-type Hadamard matrix of order  $4 \cdot 81 = 324$  constructed in 2001 [12] is also symmetric.

The propus construction has been used in several recent papers [3, 4–7, 13] to construct symmetric Hadamard matrices of new orders. By taking into account these results and those from the previous section, the above list of undecided cases reduces to

$$v = 65, 89, 93, 101, 107, 119, 133, 149, 153, 163, 167, 179, 183, 189, 193.$$

### List of PPSs and PDFs for odd $v$ , $53 < v \leq 63$

The following conventions and notation will be used in the listings below. We have  $Z_v = \{0, 1, 2, \dots, v - 1\}$  and recall that  $v$  is odd. Let  $X \subseteq Z_v$  and  $k = |X|$ . Define  $X' = X \cap \{1, 2, \dots, (v - 1)/2\}$ . In particular  $Z'_v = \{1, 2, \dots, (v - 1)/2\}$ .

If  $X$  is skew then  $k = (v - 1)/2$  and

$$X = X' \cup (-(Z'_v \setminus X')).$$

If  $X$  is symmetric then

$$X = \begin{cases} X' \cup (-X'), & \text{for } k \text{ even;} \\ \{0\} \cup X' \cup (-X'), & \text{for } k \text{ odd.} \end{cases}$$

Hence, a skew  $X$  can be recovered uniquely from  $X'$ . This is also true for symmetric  $X$  provided we know the parity of  $k$ .

For a PDF  $X_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ , with normalized PPS  $(v; k_1, k_2, k_3, k_4; \lambda)$  we always assume that  $X_2 = X_3$ . Thus it suffices to specify only the blocks  $X_1$ ,  $X_2$  and  $X_4$ . We say that a PPS is *exceptional* if all the  $k_i$  are equal. The following conjecture is implicit in [4–6]. It has been verified there for odd  $v \leq 53$ .

**Conjecture 1.** For each normalized and non-exceptional PPS  $(v; k_1, k_2, k_3, k_4; \lambda)$  there exist PDFs with symmetry symbols  $(s^{**})$  and  $(**s)$ .

The list below shows that the conjecture is true also for  $v = 55, 57, 59, 61, 63$ .

If a block  $X_i$  is symmetric or skew, in order to save space we record only  $X'_i$ . As the  $k_i$  are specified by the PPS,  $X_i$  can be recovered uniquely from  $X'_i$ .

**Example 1.** For the first PDF below, the symmetry symbol  $(s^{**})$  shows that  $X_1$  must be symmetric. As  $X'_1 = \{5, 6, 7, 9, 10, 13, 15, 16, 19, 21, 23, 25, 27\}$  we have  $-X'_1 = \{28, 30, 32, 34, 36, 39, 40, 42, 45, 46, 48, 49, 50\}$ . As  $k_1 = 27$  is odd we have  $X_1 = \{0\} \cup X'_1 \cup (-X'_1)$ .

$$v = 55$$

$$(55; 27, 25, 25, 21; 43) (s^{**})$$

$$X'_1 = \{5, 6, 7, 9, 10, 13, 15, 16, 19, 21, 23, 25, 27\}$$

$$X_2 = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 9, 10, 14, 17, 19, 24, 26, 29, 30, 34, 37, 38, 39, 40, 41, 47, 48, 52, 53\}$$

$$X_4 = \{0, 3, 4, 5, 10, 11, 12, 14, 16, 17, 18, 19, 21, 22, 24, 30, 36, 43, 44, 46, 47\}$$

$$(55; 27, 25, 25, 21; 43) (**s)$$

$$X_1 = \{0, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12, 15, 20, 21, 24, 25, 26, 28, 32, 33, 34, 38, 39, 41, 44, 45, 51, 52, 53, 54\}$$

$$X_2 = \{0, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 19, 23, 25, 28, 31, 32, 33, 34, 36, 37, 40, 41, 43, 44, 45, 47, 48, 53\}$$

$$X_4 = \{2, 4, 6, 9, 12, 13, 18, 19, 20, 23\}$$

$$(55; 27, 24, 24, 22; 42) (s**)$$

$$X_1' = \{1, 4, 6, 7, 9, 11, 14, 15, 18, 20, 23, 24, 27\}$$

$$X_2 = \{0, 4, 6, 7, 12, 14, 15, 16, 18, 23, 25, 26, 30, 31, 33, 34, 35, 36, 37, 40, 41, 46, 47, 53\}$$

$$X_4 = \{0, 1, 4, 6, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 27, 29, 31, 33, 36, 42, 43, 44, 46\}$$

$$(55; 27, 24, 24, 22; 42) (**s)$$

$$X_1 = \{0, 1, 5, 8, 10, 12, 15, 16, 17, 24, 25, 26, 29, 30, 34, 37, 39, 40, 41, 42, 44, 47, 48, 50, 52, 53, 54\}$$

$$X_2 = \{0, 10, 13, 14, 15, 16, 17, 20, 21, 22, 24, 26, 30, 31, 33, 34, 35, 41, 43, 44, 47, 49, 50, 53\}$$

$$X_4 = \{1, 6, 11, 12, 13, 16, 19, 20, 22, 24, 27\}$$

$$(55; 26, 23, 23, 24; 41) (s**)$$

$$X_1' = \{1, 2, 5, 8, 10, 11, 13, 14, 15, 19, 21, 23, 27\}$$

$$X_2 = \{0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 11, 14, 18, 24, 25, 30, 35, 37, 39, 40, 41, 42, 50, 51, 52\}$$

$$X_4 = \{0, 2, 5, 6, 8, 14, 16, 19, 20, 21, 22, 24, 25, 28, 31, 32, 33, 37, 38, 40, 45, 47, 49, 52\}$$

$$(55; 26, 23, 23, 24; 41) (**s)$$

$$X_1 = \{0, 2, 7, 11, 14, 15, 17, 18, 23, 24, 25, 28, 29, 30, 31, 36, 37, 38, 39, 42, 44, 45, 46, 48, 50, 53\}$$

$$X_2 = \{0, 3, 8, 12, 13, 14, 18, 19, 23, 26, 33, 34, 36, 38, 42, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52\}$$

$$X_4 = \{1, 2, 7, 10, 11, 13, 17, 19, 21, 24, 26, 27\}$$

$$(55; 24, 27, 27, 21; 44) (s**)$$

$$X_1' = \{6, 8, 10, 13, 15, 16, 18, 19, 20, 22, 25, 26\}$$

$$X_2 = \{0, 2, 4, 5, 8, 13, 14, 16, 17, 19, 25, 26, 27, 32, 33, 34, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 44, 49, 50, 53, 54\}$$

$$X_4 = \{0, 4, 5, 8, 11, 12, 13, 16, 18, 20, 22, 24, 31, 33, 34, 36, 37, 41, 42, 44, 51\}$$

$$(55; 24, 27, 27, 21; 44) (**s)$$

$$X_1 = \{0, 3, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 23, 24, 26, 27, 29, 30, 35, 38, 39, 40, 41, 42, 47, 48, 49, 50\}$$

$$X_2 = \{0, 1, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 14, 16, 18, 21, 22, 27, 28, 32, 35, 36, 37, 39, 43, 47, 49, 51, 52, 53, 54\}$$

$$X_4 = \{3, 5, 9, 10, 14, 16, 17, 20, 23, 25\}$$

$$(55; 24, 25, 25, 22; 41) (s**)$$

$$X_1' = \{1, 3, 5, 6, 7, 11, 14, 15, 16, 18, 21, 25\}$$

$$X_2 = \{0, 9, 11, 12, 14, 17, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 30, 31, 33, 37, 38, 42, 46, 47, 48, 49, 52, 54\}$$

$$X_4 = \{0, 4, 5, 7, 8, 11, 12, 16, 18, 19, 21, 24, 25, 26, 28, 34, 35, 39, 41, 43, 53, 54\}$$

$$(55; 24, 25, 25, 22; 41) (**s)$$

$$X_1 = \{0, 2, 3, 5, 13, 14, 16, 17, 21, 22, 23, 26, 29, 32, 37, 38, 42, 43, 44, 45, 46, 48, 49, 51\}$$

$$X_2 = \{0, 1, 2, 3, 4, 10, 11, 15, 17, 18, 19, 21, 22, 24, 25, 27, 28, 30, 32, 34, 35, 39, 40, 44, 46\}$$

$$X_4 = \{2, 3, 5, 7, 10, 11, 15, 21, 23, 25, 26\}$$

$$(55; 23, 26, 26, 22; 42) (sss), \text{ Turyn series}$$

$$X_1' = \{6, 7, 10, 11, 15, 17, 18, 19, 21, 24, 26\}$$

$$X_2' = \{1, 2, 4, 8, 14, 16, 17, 18, 19, 23, 24, 25, 27\}$$

$$X_4' = \{6, 7, 10, 11, 15, 17, 18, 19, 21, 24, 26\}$$

$$v = 57, H = \{1, 7, 49\}$$

$$(57; 28, 28, 28, 21; 48) (s**)$$

$$X_1' = \{1, 2, 6, 8, 10, 11, 14, 16, 17, 18, 21, 22, 25, 27\}$$

$$X_2 = \{0, 2, 3, 5, 6, 7, 11, 12, 13, 15, 18, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 32, 34, 39, 40, 42, 46, 49, 50, 55\}$$

$$X_4 = \{0, 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 12, 13, 14, 15, 19, 23, 30, 31, 32, 39, 45, 48, 51\}$$

(57; 28, 28, 28, 21; 48) ( $k^*s$ ), XXSW series

$$X'_1 = \{2, 4, 12, 13, 15, 21, 23, 24, 25, 27, 28\}$$

$$X_2 = \{1, 3, 5, 8, 9, 12, 15, 20, 23, 24, 26, 27, 29, 31, 32, 33, 35, 36, 37, 41, 42, 45, 49, 50, 51, 52, 53, 55\}$$

$$X'_4 = \{1, 4, 6, 13, 14, 15, 19, 20, 21, 26\}$$

(57; 27, 26, 26, 22; 44) ( $s^{**}$ ), all  $X_i$  are  $H$ -invariant

$$X'_1 = \{3, 6, 9, 10, 11, 13, 15, 19, 20, 21, 23, 24, 26\}$$

$$X_2 = \{4, 6, 8, 9, 15, 16, 19, 23, 25, 28, 30, 31, 37, 38, 39, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 50, 51, 55, 56\}$$

$$X_4 = \{2, 4, 6, 9, 10, 11, 13, 14, 20, 22, 25, 26, 28, 30, 34, 38, 39, 40, 41, 42, 45, 52\}$$

(57; 27, 26, 26, 22; 44) ( $**s$ )

$$X_1 = \{0, 8, 9, 10, 12, 13, 15, 18, 19, 20, 25, 30, 33, 34, 37, 40, 41, 43, 47, 48, 49, 51, 52, 53, 54, 55, 56\}$$

$$X_2 = \{0, 4, 8, 9, 11, 16, 17, 18, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 31, 33, 34, 37, 38, 42, 43, 51, 53, 54, 55\}$$

$$X'_4 = \{2, 4, 7, 9, 11, 12, 14, 17, 21, 23, 28\}$$

(57; 27, 25, 25, 23; 43) ( $s^{**}$ ), all  $X_i$  are  $H$ -invariant

$$X'_1 = \{3, 6, 9, 10, 11, 13, 15, 19, 20, 21, 23, 24, 26\}$$

$$X_2 = \{2, 3, 4, 14, 16, 21, 22, 24, 25, 28, 29, 30, 32, 33, 36, 38, 39, 40, 41, 43, 45, 52, 53, 54, 55\}$$

$$X_4 = \{1, 2, 5, 7, 10, 13, 14, 17, 19, 24, 29, 30, 32, 34, 35, 36, 38, 39, 41, 45, 49, 53, 54\}$$

(57; 27, 25, 25, 23; 43) ( $**s$ )

$$X_1 = \{0, 1, 7, 11, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 24, 25, 26, 28, 30, 35, 36, 37, 38, 40, 44, 46, 47, 48, 49, 51, 54\}$$

$$X_2 = \{0, 1, 2, 3, 7, 10, 14, 17, 19, 20, 23, 26, 31, 32, 34, 36, 37, 38, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 49\}$$

$$X'_4 = \{2, 4, 6, 9, 10, 11, 15, 16, 18, 23, 26\}$$

(57; 25, 25, 25, 24; 42) ( $sss$ ), Turyn series

$$X'_1 = \{2, 3, 8, 9, 10, 18, 20, 22, 23, 24, 26, 27\}$$

$$X'_2 = \{6, 7, 9, 10, 14, 16, 19, 21, 24, 25, 27, 28\}$$

$$X'_4 = \{2, 3, 8, 9, 10, 18, 20, 22, 23, 24, 26, 27\}$$

$$v = 59$$

The third and the sixth PDF below are taken from [6].

(59; 28, 29, 29, 22; 49) ( $s^{**}$ )

$$X'_1 = \{1, 3, 5, 8, 10, 11, 13, 15, 16, 20, 21, 22, 26, 29\}$$

$$X_2 = \{0, 1, 3, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 15, 16, 19, 21, 22, 25, 27, 29, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 44, 51, 54, 55, 58\}$$

$$X_4 = \{0, 3, 4, 5, 7, 8, 14, 15, 16, 17, 19, 22, 24, 27, 28, 33, 39, 49, 53, 54, 55, 56\}$$

(59; 28, 29, 29, 22; 49) ( $**s$ )

$$X_1 = \{0, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 17, 18, 20, 25, 26, 27, 34, 35, 39, 42, 44, 45, 47, 48, 49, 50, 51, 54, 55, 58\}$$

$$X_2 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 11, 13, 14, 18, 20, 24, 25, 26, 29, 31, 32, 35, 37, 44, 45, 47, 48, 51, 55, 56, 58\}$$

$$X'_4 = \{1, 5, 7, 11, 15, 16, 18, 20, 21, 23, 29\}$$

(59; 27, 25, 25, 26; 44) ( $s^{**}$ )

$$X'_1 = \{2, 4, 7, 8, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 20, 23, 29\}$$

$$X_2 = \{1, 2, 4, 5, 12, 13, 17, 19, 20, 21, 22, 23, 26, 27, 31, 35, 37, 38, 40, 44, 47, 49, 50, 55, 57\}$$

$$X_4 = \{3, 7, 12, 13, 14, 16, 18, 19, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33, 34, 36, 38, 43, 45, 46, 50, 51, 53\}$$

(59; 27, 25, 25, 26; 44) ( $**s$ )

$$X_1 = \{0, 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 15, 18, 20, 28, 29, 31, 33, 34, 35, 38, 42, 44, 47, 48, 49, 55, 56, 58\}$$

$$X_2 = \{0, 3, 4, 5, 7, 10, 16, 21, 22, 24, 25, 26, 28, 29, 32, 33, 34, 38, 39, 40, 41, 43, 48, 49, 52\}$$

$$X'_4 = \{1, 3, 5, 7, 10, 12, 13, 15, 18, 19, 20, 27, 28\}$$

(59; 26, 28, 28, 23; 46) ( $s^{**}$ )

$$X'_1 = \{4, 6, 10, 12, 13, 15, 17, 21, 22, 24, 25, 27, 29\}$$

$$X_2 = \{0, 1, 4, 5, 6, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 17, 21, 22, 23, 27, 33, 34, 36, 37, 39, 41, 42, 45, 52, 55, 56, 57\}$$

$$X_4 = \{0, 7, 9, 12, 13, 14, 22, 25, 26, 27, 28, 31, 33, 35, 39, 40, 46, 47, 49, 51, 55, 57, 58\}$$

(59; 26, 28, 28, 23; 46) (\*\*s)

$X_1 = \{2, 3, 10, 12, 13, 14, 16, 18, 19, 26, 28, 29, 36, 38, 39, 40, 42, 44, 46, 47, 49, 50, 53, 54, 55, 57\}$

$X_2 = \{4, 5, 7, 11, 12, 16, 17, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 33, 34, 37, 39, 40, 42, 43, 44, 45, 47, 49, 51, 53, 56, 58\}$

$X'_4 = \{1, 4, 5, 7, 8, 11, 14, 20, 25, 28, 29\}$

$$v = 61, H_1 = \{1, 13, 47\}, H_2 = \{1, 9, 20, 34, 58\}$$

(61; 30, 29, 29, 23; 50) (s\*\*)

$X'_1 = \{2, 3, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 18, 20, 22, 23, 24, 28, 30\}$

$X_2 = \{0, 1, 2, 4, 9, 10, 11, 13, 18, 19, 22, 24, 26, 27, 37, 38, 39, 40, 42, 43, 44, 48, 49, 51, 52, 55, 56, 58, 59\}$

$X_4 = \{0, 6, 7, 8, 11, 12, 14, 16, 17, 23, 26, 30, 31, 33, 34, 35, 37, 38, 40, 43, 45, 49, 50\}$

(61; 30, 29, 29, 23; 50) (\*\*s)

$X_1 = \{1, 2, 5, 6, 7, 8, 11, 12, 14, 15, 19, 20, 21, 22, 24, 27, 28, 30, 31, 32, 38, 39, 40, 41, 43, 45, 46, 55, 58, 60\}$

$X_2 = \{0, 2, 4, 8, 9, 10, 13, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 25, 26, 27, 32, 37, 38, 44, 45, 47, 49, 53, 55, 56, 58, 59, 60\}$

$X'_4 = \{2, 10, 13, 15, 17, 18, 19, 21, 22, 26, 29\}$

(61; 30, 26, 26, 26; 47) (s\*\*), all  $X_i$  are  $H_2$ -invariant

$X'_1 = \{1, 3, 4, 5, 9, 12, 13, 14, 15, 16, 19, 20, 22, 25, 27\}$

$X_2 = \{0, 1, 6, 8, 9, 11, 12, 20, 21, 25, 26, 28, 30, 32, 34, 37, 38, 42, 43, 44, 47, 51, 54, 57, 58, 59\}$

$X_4 = \{0, 3, 5, 6, 21, 23, 24, 26, 27, 30, 32, 33, 39, 41, 43, 44, 45, 46, 48, 50, 51, 52, 53, 54, 59, 60\}$

(61; 30, 26, 26, 26; 47) (\*\*s)

$X_1 = \{0, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 18, 19, 21, 22, 23, 25, 26, 27, 28, 30, 32, 34, 36, 37, 42, 49, 55, 56, 57, 58, 59\}$

$X_2 = \{0, 2, 5, 8, 9, 10, 15, 18, 24, 27, 28, 31, 33, 35, 38, 39, 44, 45, 46, 47, 49, 50, 51, 52, 59, 60\}$

$X'_4 = \{2, 3, 6, 9, 11, 14, 18, 19, 21, 23, 24, 25, 29\}$

(61; 30, 25, 25, 30; 49) (sss), Turyn series

$X'_1 = \{1, 2, 6, 8, 9, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 24, 25, 28\}$

$X'_2 = \{1, 5, 6, 8, 10, 11, 12, 14, 20, 24, 27, 29\}$

$X'_4 = \{3, 4, 5, 7, 10, 11, 18, 20, 21, 22, 23, 26, 27, 29, 30\}$

(61; 30, 25, 25, 30; 49) (k\*s), XXSW series

$X'_1 = \{3, 4, 6, 13, 14, 15, 16, 19, 21, 22, 23, 24, 26, 27, 30\}$

$X_2 = \{5, 6, 8, 12, 14, 15, 17, 20, 31, 32, 33, 36, 40, 44, 45, 46, 48, 49, 51, 53, 54, 55, 56, 59, 60\}$

$X'_4 = \{1, 3, 5, 9, 10, 13, 15, 16, 17, 20, 22, 26, 27, 29, 30\}$

(61; 28, 28, 28, 24; 47) (s\*\*)

$X'_1 = \{1, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 14, 19, 20, 22, 26, 28, 30\}$

$X_2 = \{0, 1, 6, 10, 12, 13, 17, 21, 22, 23, 26, 27, 29, 32, 34, 35, 36, 39, 40, 42, 43, 50, 52, 54, 57, 58, 59, 60\}$

$X_4 = \{0, 5, 6, 8, 18, 23, 24, 28, 32, 34, 37, 42, 43, 44, 48, 49, 50, 51, 52, 54, 55, 56, 57, 58\}$

(61; 28, 28, 28, 24; 47) (\*\*s), all  $X_i$  are  $H_1$ -invariant

$X_1 = \{0, 1, 3, 4, 5, 9, 12, 13, 14, 15, 18, 19, 27, 32, 34, 39, 40, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 56, 57, 60\}$

$X_2 = \{0, 1, 2, 4, 5, 7, 11, 13, 14, 21, 22, 24, 26, 29, 30, 31, 33, 36, 37, 41, 42, 45, 47, 48, 52, 54, 58, 60\}$

$X'_4 = \{1, 3, 11, 13, 14, 16, 19, 20, 21, 22, 25, 29\}$

(61; 28, 27, 27, 25; 46) (s\*\*)

$X'_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 17, 18, 20, 24, 27, 29\}$

$X_2 = \{0, 4, 6, 7, 11, 12, 15, 18, 19, 21, 26, 30, 31, 32, 33, 35, 36, 41, 43, 44, 45, 48, 49, 51, 52, 53, 54\}$

$X_4 = \{0, 4, 10, 11, 13, 16, 17, 21, 22, 27, 30, 32, 37, 38, 40, 42, 43, 44, 46, 47, 51, 53, 54, 55, 56\}$

(61; 28, 27, 27, 25; 46) (\*\*s), all  $X_i$  are  $H_1$ -invariant

$X_1 = \{0, 7, 11, 18, 21, 22, 23, 24, 28, 29, 30, 31, 32, 35, 36, 37, 40, 41, 42, 44, 45, 50, 51, 53, 54, 55, 58, 59\}$

$X_2 = \{1, 3, 7, 8, 9, 10, 13, 19, 23, 24, 27, 28, 30, 31, 35, 37, 39, 43, 44, 46, 47, 49, 54, 55, 56, 57, 59\}$

$X'_4 = \{1, 3, 8, 10, 13, 14, 16, 18, 19, 20, 22, 25\}$

(61; 25, 30, 30, 25; 49) (s\*\*), all  $X_i$  are  $H_1$ -invariant

$X'_1 = \{1, 3, 8, 10, 13, 14, 16, 18, 19, 20, 22, 25\}$

$X_2 = \{2, 6, 7, 14, 17, 18, 22, 23, 24, 26, 27, 28, 30, 33, 35, 36, 38, 41, 42, 44, 45, 46, 48, 49, 51, 53, 55, 58, 59, 60\}$

$X_4 = \{0, 1, 2, 3, 6, 13, 14, 17, 19, 26, 27, 31, 32, 33, 37, 38, 39, 40, 46, 47, 48, 49, 50, 54, 60\}$

$$v = 63, H_1 = \{1, 4, 16\}, H_2 = \{1, 25, 58\}$$

(63; 31, 26, 26, 30; 50) (sss), Turyn series, all  $X_i$  are  $H_2$ -invariant

$X'_1 = \{1, 3, 4, 5, 7, 12, 14, 15, 19, 20, 25, 26, 28, 29, 31\}$

$X'_2 = \{7, 8, 9, 11, 14, 18, 19, 21, 23, 27, 28, 29, 31\}$

$X'_4 = \{1, 3, 4, 5, 7, 12, 14, 15, 19, 20, 25, 26, 28, 29, 31\}$

(63; 30, 30, 30, 24; 51) (s\*\*), all  $X_i$  are  $H_1$ -invariant

$X'_1 = \{1, 2, 4, 8, 9, 11, 13, 16, 18, 19, 22, 25, 26, 27, 31\}$

$X'_2 = \{7, 9, 11, 13, 14, 15, 18, 19, 22, 25, 26, 27, 28, 30, 35, 36, 37, 38, 39, 41, 44, 45, 49, 50, 51, 52, 54, 56, 57, 60\}$

$X'_4 = \{5, 9, 13, 15, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 25, 26, 29, 31, 36, 37, 38, 41, 51, 52, 53, 55, 60, 61\}$

(63; 30, 30, 30, 24; 51) (\*\*s), all  $X_i$  are  $H_1$ -invariant

$X_1 = \{3, 5, 6, 9, 10, 12, 13, 14, 17, 18, 19, 20, 23, 24, 26, 29, 30, 33, 34, 35, 36, 38, 39, 40, 41, 48, 52, 53, 56, 57\}$

$X_2 = \{3, 5, 7, 9, 10, 12, 13, 15, 17, 18, 19, 20, 23, 26, 27, 28, 29, 34, 36, 38, 40, 41, 45, 48, 49, 51, 52, 53, 54, 60\}$

$X'_4 = \{5, 7, 9, 10, 14, 17, 18, 20, 23, 27, 28, 29\}$

(63; 30, 27, 27, 27; 48) (s\*\*), all  $X_i$  are  $H_2$ -invariant

$X'_1 = \{1, 5, 8, 9, 11, 16, 17, 18, 19, 22, 23, 25, 27, 29, 31\}$

$X_2 = \{3, 4, 7, 12, 15, 16, 17, 20, 22, 26, 27, 28, 29, 32, 37, 41, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 51, 54, 59, 60\}$

$X_4 = \{4, 6, 9, 10, 13, 17, 18, 19, 24, 27, 29, 31, 32, 33, 34, 36, 37, 40, 41, 43, 44, 45, 47, 52, 54, 55, 61\}$

(63; 30, 27, 27, 27; 48) (\*\*s), all  $X_i$  are  $H_1$ -invariant

$X_1 = \{3, 6, 11, 12, 13, 19, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 29, 30, 33, 37, 38, 39, 41, 43, 44, 45, 46, 48, 50, 52, 53, 54, 57, 58\}$

$X_2 = \{3, 11, 12, 13, 14, 15, 19, 22, 25, 26, 31, 35, 37, 38, 41, 43, 44, 46, 48, 50, 51, 52, 55, 56, 58, 60, 61\}$

$X'_4 = \{1, 4, 7, 9, 14, 16, 18, 21, 22, 25, 26, 27, 28\}$

(63; 29, 31, 31, 24; 52) (s\*\*)

$X'_1 = \{2, 3, 5, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 22, 24, 26, 28, 31\}$

$X_2 = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 15, 20, 23, 24, 28, 29, 30, 31, 34, 40, 42, 43, 45, 49, 50, 52, 58, 59, 60, 61\}$

$X_4 = \{0, 2, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 20, 25, 26, 30, 33, 34, 37, 39, 45, 46, 48, 50, 57, 60, 61, 62\}$

(63; 29, 31, 31, 24; 52) (\*\*s)

$X_1 = \{1, 2, 3, 11, 15, 18, 19, 21, 22, 26, 27, 28, 29, 30, 33, 34, 35, 36, 38, 39, 45, 48, 49, 51, 52, 55, 59, 60, 61\}$

$X_2 = \{0, 2, 3, 5, 10, 11, 17, 18, 19, 21, 23, 24, 28, 30, 32, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 45, 46, 48, 51, 52, 53, 56, 62\}$

$X'_4 = \{2, 6, 10, 11, 12, 14, 17, 20, 22, 25, 27, 29\}$

(63; 27, 31, 31, 25; 51) (s\*\*), all  $X_i$  are  $H_1$ -invariant

$X'_1 = \{2, 3, 7, 8, 10, 12, 14, 15, 21, 23, 28, 29, 31\}$

$X_2 = \{3, 6, 7, 11, 12, 13, 14, 19, 22, 23, 24, 25, 26, 28, 29, 33, 35, 37, 38, 41, 42, 43, 44, 46, 48, 49, 50, 52, 53, 56, 58\}$

$X_4 = \{3, 5, 12, 13, 15, 17, 19, 20, 22, 23, 25, 26, 29, 30, 37, 38, 39, 41, 42, 48, 51, 52, 53, 57, 60\}$

(63; 27, 31, 31, 25; 51) (\*\*s)

$X_1 = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 11, 12, 15, 19, 23, 25, 28, 31, 32, 39, 40, 47, 49, 51, 52, 53, 58, 59, 62\}$

$X_2 = \{0, 1, 6, 7, 9, 10, 13, 14, 16, 18, 19, 23, 24, 28, 30, 35, 37, 38, 40, 41, 43, 44, 46, 47, 48, 49, 50, 54, 59, 61, 62\}$

$X'_4 = \{1, 2, 4, 6, 10, 14, 16, 17, 19, 21, 27, 28\}$

(63; 27, 29, 29, 26; 48) (s\*\*), all  $X_i$  are  $H_2$ -invariant

$X'_1 = \{1, 2, 3, 5, 10, 12, 13, 15, 19, 21, 25, 29, 31\}$

$$X_2 = \{2, 7, 9, 10, 13, 14, 18, 20, 21, 26, 27, 28, 29, 32, 35, 36, 40, 42, 44, 45, 49, 50, 52, 53, 54, 55, 56, 59, 61\}$$

$$X_4 = \{4, 7, 8, 9, 11, 16, 17, 18, 20, 21, 22, 23, 26, 28, 29, 32, 36, 37, 41, 42, 43, 44, 46, 47, 49, 59\}$$

(63; 27, 29, 29, 26; 48) (\*\*s)

$$X_1 = \{0, 1, 3, 5, 6, 8, 9, 12, 15, 17, 21, 25, 26, 27, 28, 29, 31, 35, 36, 41, 43, 46, 48, 53, 54, 57, 61\}$$

$$X_2 = \{0, 2, 3, 5, 9, 10, 21, 25, 26, 27, 28, 30, 31, 33, 34, 35, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 49, 53, 54, 55, 57, 59, 60\}$$

$$X_4' = \{1, 3, 4, 10, 11, 14, 16, 18, 20, 23, 26, 27, 31\}$$

In the case  $v = 57$  our list contains two PDFs having different parameter sets and sharing the same symmetric block. The same is true for  $v = 61$ .

## Acknowledgement

The author is indebted to Tamara Balonina for converting the manuscript into the printing format of the journal.

## Financial support

This research was enabled in part by support provided by SHARCNET (<http://www.sharcnet.ca>) and Compute Canada (<http://www.computecanada.ca>).

## References

1. Dragomir Ž. Đoković, Ilias S. Kotsireas. Computational methods for difference families in finite abelian groups. *Spec. Matrices*, 2019, vol. 7, pp. 127–141.
2. Seberry J., Yamada M. *Hadamard matrices, sequences, and block designs*. In: *Contemporary design theory*. A Collection of Surveys. D. J. Stinson and J. Dinitz (eds.). John Wiley and Sons, New York, 1992. Pp. 431–560.
3. Seberry J., and Balonin N. A. Two infinite families of symmetric Hadamard matrices. *Australasian Journal of Combinatorics*, 2017, vol. 69(3), pp. 349–357.
4. Balonin N. A., Balonin Y. N., Đoković D. Ž., Karbovskiy D. A., and Sergeev M. B. Construction of symmetric Hadamard matrices. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2017, no. 5, pp. 2–11. doi:10.15217/issn1684-8853.2017.5.2
5. Balonin N. A., Đoković D. Ž., and Karbovskiy D. A. Construction of symmetric Hadamard matrices of order  $4v$  for  $v = 47, 73, 113$ . *Spec. Matrices*, 2018, vol. 6, no. 1, pp. 11–22. doi.org/10.1515/spma-2018-0002
6. Abuzin L. V., Balonin N. A., Đoković D. Ž., Kotsireas I. S. Hadamard matrices from Goethals — Seidel difference families with a repeated block. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2019, no. 5, pp. 2–9. doi:10.31799/1684-88532019-5-2-9
7. Mateo O. Di, Đoković D. Ž., Kotsireas I. S. Symmetric Hadamard matrices of order 116 and 172 exist. *Spec. Matrices*, 2015, vol. 3, pp. 227–234.
8. Turyn R. J. An infinite class of Williamson matrices. *J. Combinatorial Theory Ser. A*, 1972, no. 12, pp. 319–321.
9. Xia M., Xia T., Seberry J., and Wu J. An infinite series of Goethals — Seidel arrays. *Discrete Applied Mathematics*, 2005, vol. 145, pp. 498–504.
10. Craigen R., and Kharaghani H. *Hadamard matrices and Hadamard designs*. In: *Handbook of Combinatorial Designs*. 2nd ed. C. J. Colbourn, J. H. Dinitz (eds). Discrete Mathematics and its Applications (Boca Raton). Chapman & Hall/CRC Press, Boca Raton, FL, 2007. Pp. 273–280.
11. Turyn R. J. An infinite class of Williamson matrices. *J. Combinatorial Theory Ser. A*, 1972, no. 12, pp. 319–321.
12. Janko Z., Kharaghani H., Tonchev V. The existence of a Bush-type Hadamard matrix of order 324 and two new infinite classes of symmetric designs. *Designs, Codes and Cryptography*, 2001, vol. 24, iss. 2, pp. 225–232.
13. Balonin N. A., and Đoković D. Ž. Symmetric Hadamard matrices of orders 268, 412, 436 and 604. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2018, no. 4, pp. 2–8. doi:10.31799/1684-8853-2018-4-2-8

УДК 004.438

doi:10.31799/1684-8853-2022-2-2-10

**Некоторые новые симметричные матрицы Адамара**Джокович Д. Ж.<sup>а</sup>, доктор наук, профессор, orcid.org/0000-0002-0176-2395, djokovic@uwaterloo.ca<sup>а</sup>Университет Ватерлоо, кафедра теоретической математики и Институт квантовых вычислений, Ватерлоо, Онтарио, N2L 3G1, Канада

**Введение:** предполагается, что симметричные матрицы Адамара порядка  $4v$  существуют для всех нечетных целых чисел  $v > 0$ . В последние годы их наличие было доказано для многих новых порядков с помощью специального метода, известного как конструкция пропус. В этой конструкции используются разностные семейства  $X_k$  ( $k = 1, 2, 3, 4$ ) над циклической группой  $Z_v$  (целые числа по модулю  $v$ ) с параметрами  $(v; k_1, k_2, k_3, k_4; \lambda)$ , где  $X_1$  симметрично,  $X_2 = X_3$  и  $k_1 + 2k_2 + k_4 = v + \lambda$ . Также предполагается, что такие разностные семейства (известные как пропус-семейства) существуют для всех наборов параметров, упомянутых выше, за исключением случая, когда все  $k_i$  равны. Эта новая гипотеза была проверена для всех нечетных  $v \leq 53$ . **Цель:** построить новые симметричные матрицы Адамара, используя конструкцию пропус, и обеспечить дальнейшее подтверждение вышеупомянутой гипотезы. **Результаты:** представлены первые примеры симметричных матриц Адамара порядков  $4v$  для  $v = 127$  и  $v = 191$ . Систематический компьютерный поиск симметричных матриц Адамара, основанный на конструкции пропус, был расширен на случаи  $v = 55, 57, 59, 61, 63$ . **Практическая значимость:** матрицы Адамара широко используются в задачах безошибочного кодирования и сжатия и маскирования видеoinформации.

**Ключевые слова** — симметричные матрицы Адамара, конструкция пропус, разностные семейства пропусов.

**Для цитирования:** Đoković D. Ž. Some new symmetric Hadamard matrices. *Информационно-управляющие системы*, 2022, № 2, с. 2–10. doi:10.31799/1684-8853-2022-2-2-10

**For citation:** Đoković D. Ž. Some new symmetric Hadamard matrices. *Informacionno-upravljaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2022, no. 2, pp. 2–10. doi:10.31799/1684-8853-2022-2-2-10

**Финансовая поддержка**

Исследование частично поддержано SHARCNET (<http://www.sharcnet.ca>) и Compute Canada (<http://www.computecanada.ca>).

**УВАЖАЕМЫЕ АВТОРЫ!**

Научная электронная библиотека (НЭБ) продолжает работу по реализации проекта SCIENCE INDEX. После того как Вы регистрируетесь на сайте НЭБ (<http://elibrary.ru/defaultx.asp>), будет создана Ваша личная страничка, содержание которой составят не только Ваши персональные данные, но и перечень всех Ваших печатных трудов, имеющих в базе данных НЭБ, включая диссертации, патенты и тезисы к конференциям, а также сравнительные индексы цитирования: РИНЦ (Российский индекс научного цитирования), h (индекс Хирша) от Web of Science и h от Scopus. После создания базового варианта Вашей персональной страницы Вы получите код доступа, который позволит Вам редактировать информацию, помогая создавать максимально объективную картину Вашей научной активности и цитирования Ваших трудов.

## Выбор заданного космического объекта из множества наблюдаемых специализированным космическим аппаратом

В. Н. Арсеньев<sup>а</sup>, доктор техн. наук, профессор, [orcid.org/0000-0001-6424-5320](https://orcid.org/0000-0001-6424-5320), [vladar56@mail.ru](mailto:vladar56@mail.ru)

А. А. Ядренкин<sup>а</sup>, канд. техн. наук, доцент, [orcid.org/0000-0003-2089-7460](https://orcid.org/0000-0003-2089-7460)

<sup>а</sup>Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, Ждановская наб., 13, Санкт-Петербург, 197198, РФ

**Введение:** для обнаружения в околоземном космическом пространстве наиболее опасных объектов искусственного происхождения (космического мусора) планируется использовать специализированные космические аппараты, оснащенные оптико-электронными средствами. В связи с этим возникла проблема выбора наиболее опасного объекта из множества наблюдаемых по результатам измерений характеризующих их неоднородных селективных признаков. **Цель:** сформировать комплексный безразмерный показатель, зависящий от количества и качества измерительной информации о наблюдаемых космических объектах, и решающее правило выбора наиболее опасного объекта, обеспечивающее максимальную вероятность принятия правильного решения. **Результаты:** предложен метод выбора наиболее опасного космического объекта при ограниченных объемах измерительной информации о физически неоднородных селективных признаках космических объектов, находящихся в наблюдаемой специализированным космическим аппаратом области. При этом измерительные данные об отдельных селективных признаках космических объектов могут отсутствовать. Предложенное решающее правило для выбора наиболее опасного космического объекта учитывает не только погрешности, но и количество измерений селективных признаков каждого объекта. На актуальном примере продемонстрирована работоспособность метода. **Практическая значимость:** простота определения комплексных показателей, характеризующих космические объекты, находящиеся в области наблюдения специализированного космического аппарата, и решающего правила выбора наиболее опасного объекта, позволяет решать эту задачу на борту специализированного космического аппарата в реальном масштабе времени.

**Ключевые слова** — наиболее опасный космический объект, селективные признаки, специализированный космический аппарат, наблюдение, комплексный показатель.

**Для цитирования:** Арсеньев В. Н., Ядренкин А. А. Выбор заданного космического объекта из множества наблюдаемых специализированным космическим аппаратом. *Информационно-управляющие системы*, 2022, № 2, с. 11–19. doi:10.31799/1684-8853-2022-2-11-19

**For citation:** Arseniev V. N., Yadrenkin A. A. Selection of a given space object from the multitude observed by a specialized spacecraft. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2022, no. 2, pp. 11–19 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2022-2-11-19

### Введение

В настоящее время в околоземном космическом пространстве скопилось большое количество космических объектов (КО) искусственного происхождения (функционирующие и отработавшие космические аппараты (КА), разгонные блоки, последние ступени ракет-носителей, фрагменты, образовавшиеся при разрушении отдельных объектов) [1, 2]. Они представляют реальную угрозу функционирующим космическим аппаратам [3]. Для обнаружения и наблюдения КО в целях прогнозирования опасных ситуаций проводится мониторинг космического пространства с использованием наземных средств наблюдения, входящих в Автоматизированную систему предупреждения об опасных ситуациях в околоземном космическом пространстве (АСПОС) [4]. Частично эти же вопросы решает объединенная система аэрокосмической обороны США и Канады NORAD (North American Aerospace Defense Command) и системы некоторых других

стран [5]. В перспективе в Международной аэрокосмической системе глобального мониторинга (МАКСМ/IGMASS) [6] параллельно с наземными средствами планируется использовать космический сегмент, включающий группировку специализированных космических аппаратов (СКА), оснащенных различными средствами наблюдения (оптико-электронными, радиолокационными и др.) [7].

Состояние каждого КО характеризуется некоторым набором в общем случае различных по своей физической природе селективных признаков, содержащих о нем координатную и некоординатную информацию [8]. Признаки, характеризующие траекторию движения КО, представляют координатную информацию. Некоординатную информацию дают признаки, характеризующие, например, геометрическую форму КО, размеры, характеристики собственного или отраженного излучения и др. Конкретные значения признаков о КО, попавших в область, наблюдаемую СКА (область наблюдения СКА), могут поступать из-

вне или же, если позволяют его измерительные средства, определяться на борту. При этом, как правило, имеется информация о селективных признаках КО, представляющего наибольшую угрозу для функционирующих в его окрестности КА.

Поскольку в процессе мониторинга космической обстановки в область, наблюдаемую СКА, могут одновременно попадать несколько КО, то возникает необходимость выбора из этого множества объекта, представляющего наибольшую угрозу. В зависимости от состава селективных признаков и вида метрики, на основе которой принимается решение о наиболее опасном космическом объекте (НОКО), как правило, используются общие методы решения данной задачи [9, 10]. В то же время имеется ряд новых подходов к решению отдельных частных задач выбора. Так, например, в работе [11] для селекции объектов используются только геометрические признаки и критерии. В статье [12] для определения орбит космического мусора предлагается использовать оптимальные группировки кубсатов с оптическими датчиками. Работа [8] также связана с определением параметров движения КО с помощью оптико-электронных средств космического базирования на солнечно-синхронной орбите. Автор работ [13, 14] рассматривает в качестве признаков конструктивные особенности КО и вероятностное описание анализируемой обстановки, а для принятия решения — байесовский подход с аддитивной функцией потерь либо дискретное вейвлет-преобразование. Статья [15] посвящена распознаванию орбитальных объектов с помощью звездных датчиков, расположенных на борту спутника, и специального алгоритма для создания базы данных с последующей их обработкой на земле. В работе [16] классификация объектов осуществляется на основе совместной обработки траекторной и поляризационной информации. Авторы доклада [17] в качестве признака использовали отношение сигнал/шум, а для различимости объектов — коэффициент ранговой корреляции. Для обнаружения факта разрушения КО на орбите в работе [18] сравниваются средние значения его эффективной поверхности рассеяния на смежных временных интервалах. В статье [19] и докладе [20] в качестве информативных признаков используется некоординатная информация: ранги, глубина, положение центра тяжести и моментные характеристики радиолокационных портретов. Распознавание осуществляется путем двухэтапного сравнения агрегированной информации. Авторы статьи [21] для распознавания объектов используют композицию байесовского и нейросетевого классификаторов и информацию о изображениях объектов в различных спектральных диапазонах. В работе [22] селекция КО осуществляется по координат-

ным и некоординатным признакам на основе критерия отношения правдоподобия. Метод, предложенный в [10], также позволяет комплексировать ограниченную разнородную информацию при решении задачи селекции КО.

Часть из рассмотренных выше подходов к решению задачи выбора требует наличия достаточно объемной измерительной и (или) априорной информации и немалых затрат времени на накопление и обработку данных [13–16, 21, 22]. Некоторые из них предполагают использовать только один тип информации (координатную или некоординатную) [11, 17–20]. Для реализации методов, предложенных в работах [8, 12], необходимо иметь специальные группировки спутников. Возникают также некоторые сложности применения метода решения задачи выбора, рассмотренного в работе [10], в случаях отличия объемов измерений одноптипных селективных признаков наблюдаемых КО.

В связи с отмеченными замечаниями предлагается рассмотреть следующую задачу.

### Постановка задачи

В некоторой области космического пространства находится  $R$  космических объектов, за которыми ведет наблюдение СКА. Каждый КО характеризуется  $n$  независимыми, случайными и, в общем случае, физически разнородными селективными признаками  $X_i, i = \overline{1, n}$ . Все признаки распределены по нормальному закону и имеют известные дисперсии  $D_{X_i}, i = \overline{1, n}$ , характеризующие погрешности их измерений. Математические ожидания погрешностей измерений полагаются нулевыми.

Среди наблюдаемых объектов находится НОКО, представляющий угрозу функционирующим в рассматриваемой области космического пространства КА. Его селективные признаки  $x_{НОКО i}, i = \overline{1, n}$ , известны.

Проведены измерения признаков, характеризующих все объекты, находящиеся в области наблюдения СКА. Полученная измерительная информация представлена множествами

$$X_r = \left\{ x_{ij}^{(r)}, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, N_i^{(r)}} \right\}, r = \overline{1, R},$$

где  $x_{ij}^{(r)}$  — значение  $i$ -го признака  $r$ -го объекта  $X_i^{(r)}$ , полученное при его  $j$ -м измерении;  $N_i^{(r)} \geq 0$  — число измерений  $i$ -го признака  $r$ -го объекта.

В дальнейшем случайные величины обозначаются прописными буквами, а их реализации — соответствующими строчными буквами.

Необходимо из множества наблюдаемых СКА объектов выбрать наиболее опасный.

Для решения этой задачи для каждого наблюдаемого КО вводится комплексный безразмерный показатель, учитывающий имеющуюся об объекте измерительную информацию.

**Построение моделей комплексных показателей, характеризующих космические объекты**

В качестве комплексного показателя  $r$ -го КО используется линейная комбинация измеренных значений характеризующих его селективных признаков:

$$w_r = \sum_{i=1}^n \alpha_i^{(r)} \sum_{j=1}^{N_i^{(r)}} x_{ij}^{(r)}, \quad (1)$$

где  $\alpha_i^{(r)}$  — неизвестные коэффициенты, размерности которых являются обратными к размерностям соответствующих признаков, т. е.  $[\alpha_i^{(r)}] = \frac{1}{[X_i]}$ ;  $x_{ij}^{(r)} \in \mathbf{X}_r$ ;  $r = \overline{1, R}$ .

Поскольку селективные признаки  $x_{НОКОi}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , характеризующие НОКО, известны, то для сравнения комплексных показателей КО, попавших в область наблюдения СКА, предлагаются коэффициенты  $\alpha_i^{(r)}$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $r = \overline{1, R}$ , моделей комплексных показателей всех наблюдаемых объектов выбирать так, чтобы выполнялись условия

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i^{(r)} N_i^{(r)} x_{НОКОi} = w_{НОКО}, \quad r = \overline{1, R}, \quad (2)$$

где  $w_{НОКО}$  — некоторая величина. В частности, это может быть целое положительное число.

Дисперсия комплексного показателя  $w_r$ , характеризующего  $r$ -й КО, в силу модели (1) и независимости входящих в ее правую часть селективных признаков определяется по формуле

$$D_{W_r} = \sum_{i=1}^n (\alpha_i^{(r)})^2 \sum_{j=1}^{N_i^{(r)}} D_{X_i} = \sum_{i=1}^n (\alpha_i^{(r)})^2 N_i^{(r)} D_{X_i}. \quad (3)$$

Тогда коэффициенты  $\alpha_i^{(r)}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , модели комплексного показателя  $r$ -го КО определяются из условия минимума дисперсии (3) при ограничении, заданном уравнением (2).

Данная задача может быть решена методом неопределенных множителей Лагранжа. В соответствии с этим методом составляется функция

$$L_r = D_{W_r} + 2\lambda \left( \sum_{i=1}^n \alpha_i^{(r)} N_i^{(r)} x_{НОКОi} - w_{НОКО} \right) =$$

$$= \sum_{i=1}^n (\alpha_i^{(r)})^2 N_i^{(r)} D_{X_i} + 2\lambda \left( \sum_{i=1}^n \alpha_i^{(r)} N_i^{(r)} x_{НОКОi} - w_{НОКО} \right), \quad (4)$$

где  $\lambda$  — неопределенный множитель.

Для определения неизвестных коэффициентов используются необходимые условия минимума функции (4), имеющие вид

$$\left. \frac{\partial L_r}{\partial \alpha_i^{(r)}} \right|_{\alpha_i^{(r)} = a_i^{(r)}} = 2a_i^{(r)} N_i^{(r)} D_{X_i} + 2\lambda N_i^{(r)} x_{НОКОi} = 0, \quad i = \overline{1, n}; \quad (5)$$

$$\left. \frac{\partial L_r}{\partial \lambda} \right|_{\alpha_i^{(r)} = a_i^{(r)}} = 2 \left( \sum_{i=1}^n a_i^{(r)} N_i^{(r)} x_{НОКОi} - w_{НОКО} \right) = 0. \quad (6)$$

Из формулы (5) можно найти коэффициенты модели

$$a_i^{(r)} = \frac{-\lambda x_{НОКОi}}{D_{X_i}}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (7)$$

Их подстановка в правую часть выражения (6) дает уравнение

$$-\lambda \sum_{i=1}^n \frac{x_{НОКОi}^2 N_i^{(r)}}{D_{X_i}} = w_{НОКО},$$

из которого находится величина

$$\lambda = -\frac{w_{НОКО}}{\sum_{i=1}^n \frac{x_{НОКОi}^2 N_i^{(r)}}{D_{X_i}}}.$$

Подставив ее в правую часть формулы (7), получим выражения для определения коэффициентов моделей комплексных показателей для всех наблюдаемых объектов:

$$a_i^{(r)} = \frac{w_{НОКО} x_{НОКОi}}{D_{X_i} \sum_{i=1}^n \frac{x_{НОКОi}^2 N_i^{(r)}}{D_{X_i}}}, \quad i = \overline{1, n}; \quad r = \overline{1, R}. \quad (8)$$

Из формулы (8) следует, что математические модели комплексных показателей, характеризующих различные КО, будут отличаться входящими в них коэффициентами, поскольку последние зависят от объемов измерений селективных признаков. Точность полученной таким образом модели для каждого КО будет опреде-

латься величиной дисперсии соответствующего комплексного показателя. Ее можно найти путем подстановки в формулу (3) вместо коэффициентов  $\alpha_i^{(r)}$  величин  $a_i^{(r)}$ , полученных по формуле (8):

$$D_{W_r} = \frac{w_{\text{НОКО}}^2}{\left(\sum_{i=1}^n \frac{x_{\text{НОКО}i}^2 N_i^{(r)}}{D_{X_i}}\right)^2} \sum_{i=1}^n \frac{x_{\text{НОКО}i}^2 N_i^{(r)}}{D_{X_i}} = \frac{w_{\text{НОКО}}^2}{\sum_{i=1}^n \frac{x_{\text{НОКО}i}^2 N_i^{(r)}}{D_{X_i}}}, r = \overline{1, R}. \quad (9)$$

Значения комплексных показателей КО, попавших в область наблюдения СКА, определяются по формуле (1) при подстановке в нее коэффициентов, полученных по формуле (8):

$$w_r = w_{\text{НОКО}} \frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{x_{\text{НОКО}i} N_i^{(r)}}{D_{X_i}} \sum_{j=1}^{N_i^{(r)}} x_{ij}^{(r)} \right)}{\sum_{i=1}^n \frac{x_{\text{НОКО}i}^2 N_i^{(r)}}{D_{X_i}}} = \frac{w_{\text{НОКО}}}{\sum_{i=1}^n \frac{x_{\text{НОКО}i}^2 N_i^{(r)}}{D_{X_i}}} \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_{\text{НОКО}i} N_i^{(r)}}{D_{X_i}} \sum_{j=1}^{N_i^{(r)}} x_{ij}^{(r)} \right), r = \overline{1, R}. \quad (10)$$

### Выбор наиболее опасного космического объекта

Из формулы (10) видно, что НОКО является тот, значение комплексного показателя которого ближе к величине  $w_{\text{НОКО}}$ .

В качестве меры близости предлагается использовать величину

$$\delta_r = \left| \frac{w_r - w_{\text{НОКО}}}{w_{\text{НОКО}}} \right| = \left| \frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{x_{\text{НОКО}i} N_i^{(r)}}{D_{X_i}} \sum_{j=1}^{N_i^{(r)}} x_{ij}^{(r)} \right)}{\sum_{i=1}^n \frac{x_{\text{НОКО}i}^2 N_i^{(r)}}{D_{X_i}}} - 1 \right| = \frac{\left| \sum_{i=1}^n \frac{x_{\text{НОКО}i} N_i^{(r)}}{D_{X_i}} \left( \frac{1}{N_i^{(r)}} \sum_{j=1}^{N_i^{(r)}} x_{ij}^{(r)} - x_{\text{НОКО}i} \right) \right|}{\sum_{i=1}^n \frac{x_{\text{НОКО}i}^2 N_i^{(r)}}{D_{X_i}}}, r = \overline{1, R} \quad (11)$$

Тогда решающее правило выбора номера  $k$  наиболее опасного объекта из множества КО, попавших в область наблюдения СКА, определяется выражением

$$k: \delta_k = \min\{\delta_r, r = \overline{1, R}\}. \quad (12)$$

Если для некоторых КО минимальные значения относительных величин, полученных по формуле (11), близки (например,  $\delta_1 \approx \delta_2 = \min\{\delta_r, r = \overline{1, R}\}$ ), то в качестве наиболее опасного выбирается тот объект, для которого дисперсия комплексного показателя, полученная по формуле (9), меньше. То есть при  $D_{W_1} < D_{W_2}$  НОКО считается объект с номером 1, поскольку вероятность события  $|W_1 - w_{\text{НОКО}}| < |W_2 - w_{\text{НОКО}}|$  больше вероятности противоположного события  $|W_1 - w_{\text{НОКО}}| \geq |W_2 - w_{\text{НОКО}}|$ .

Это можно доказать следующим образом.

Рассматриваются два объекта с условными номерами 1 и 2, причем  $\delta_1 = \min\{\delta_r, r = \overline{1, R}\}$ ,  $\delta_2 \approx \delta_1$  и  $D_{W_1} < D_{W_2}$ . Поскольку все селективные признаки имеют нормальное распределение, то и комплексные показатели  $W_1$  и  $W_2$  в силу модели (1) также будут распределены по нормальному закону с дисперсиями  $D_{W_1}$  и  $D_{W_2}$  соответственно. Тогда при справедливости гипотезы о том, что  $i$ -й ( $i = 1, 2$ ) КО является наиболее опасным, можно положить, что математические ожидания комплексных показателей  $W_1$  и  $W_2$  равны  $w_{\text{НОКО}}$  и их функции плотности распределения имеют вид

$$\varphi_{W_i}(w_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_{W_i}}} e^{-\frac{(w_i - w_{\text{НОКО}})^2}{2D_{W_i}}}, i = 1, 2. \text{ Следует}$$

также заметить, что полученные по формуле (8) коэффициенты моделей комплексных показателей всех КО (в том числе и объектов с номерами 1 и 2), попавших в наблюдаемую СКА область, удовлетворяют уравнениям (2).

Найдем функцию плотности распределения отношения

$$Z_{12} = \frac{W_1 - w_{\text{НОКО}}}{W_2 - w_{\text{НОКО}}} = \frac{Z_1}{Z_2}, \quad (13)$$

где случайная величина  $Z_i = W_i - w_{\text{НОКО}}$  имеет

$$\text{распределение } \varphi_{Z_i}(z_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_{W_i}}} e^{-\frac{z_i^2}{2D_{W_i}}}, i = 1, 2.$$

Воспользовавшись известной формулой для определения функции плотности распределения отношения двух нормально распределенных случайных величин, получим

$$\varphi_{Z_{12}}(z_{12}) = \int_{-\infty}^{\infty} |z_2| \varphi_{z_2}(z_2) \varphi_{z_1}(z_{12}z_2) dz_2 =$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{D_{W_1}D_{W_2}}\left(\frac{1}{2D_{W_2}} + \frac{z_{12}^2}{2D_{W_1}}\right)}. \quad (14)$$

На основе функции плотности распределения  $\varphi_{Z_{12}}(z_{12})$  определяется вероятность события  $|Z_1| < |Z_2|$ :

$$P(|Z_1| < |Z_2|) = P\left(\left|\frac{Z_1}{Z_2}\right| < 1\right) = P(|Z_{12}| < 1) = \int_{-1}^1 \varphi_{Z_{12}}(z_{12}) dz_{12} = \frac{2}{\pi} \arctg \sqrt{\frac{D_{W_2}}{D_{W_1}}}. \quad (15)$$

Поскольку вероятность противоположного события  $P(|Z_1| \geq |Z_2|) = 1 - P(|Z_1| < |Z_2|)$ , а функция арктангенса монотонно возрастающая, то при  $D_{W_1} < D_{W_2}$  вероятность  $P(|Z_1| < |Z_2|) > P(|Z_1| \geq |Z_2|)$  и наиболее опасным является 1-й КО.

Из формулы (15) также видно, что при  $D_{W_1} = D_{W_2}$  имеет место равенство вероятностей  $P(|Z_1| < |Z_2|) = P(|Z_1| \geq |Z_2|) = 0,5$ . Если при этом по результатам проведенных измерений селективных признаков получилось  $\delta_1 = \min\{\delta_r, r = 1, R\}$ ,  $\delta_2 \approx \delta_1$ , то для принятия решения о НОКО требуется дополнительная измерительная информация.

На основе вероятностей  $P(|Z_i| < |Z_j|)$ ,  $i, j = 1, R, i \neq j$  можно априорно (без использования результатов измерений селективных признаков) оценить вероятность  $P_{\text{апр}}^{(r)}$  того, что  $r$ -й КО является наиболее опасным ( $r = 1, R$ ). Если допустить, что один из наблюдаемых КО является наиболее опасным, то должно выполняться условие  $\sum_{r=1}^R P_{\text{апр}}^{(r)} = 1$ . Тогда для определения веро-

ятей  $P_{\text{апр}}^{(r)}$  предлагается использовать приближенную формулу

$$P_{\text{апр}}^{(r)} = \frac{\sum_{j=1, j \neq r}^R P(|Z_r| < |Z_j|)}{\sum_{r=1}^R \sum_{j=1, j \neq r}^R P(|Z_r| < |Z_j|)}, \quad r = 1, R. \quad (16)$$

Многочисленное ее применение в модельных экспериментах показало, что отличия полученных оценок от фактических значений вероятностей составляют единицы процентов. Поэтому формула (16) может служить основой для получения апостериорных оценок вероятностей выбора каждого из наблюдаемых КО как наиболее опасного для окружающих его КА и использования

их для принятия решения по максимуму апостериорной вероятности.

### Иллюстративный пример

Рассматривается гипотетический СКА, ведущий наблюдение за определенной областью космического пространства. В наблюдаемую им область попадают четыре ( $R = 4$ ) космических объекта (КО1, КО2, КО3 и КО4). Известно, что среди них находится КО, представляющий наибольшую опасность для функционирующих в его окрестности КА. Состояние каждого объекта характеризуется пятью ( $n = 5$ ) независимыми безразмерными селективными признаками (в общем случае имеющими различную физическую природу)  $X_i, i = 1, 5$ , распределенными по нормальному закону с известными дисперсиями  $D_{X_1} = 0,05, D_{X_2} = 0,05, D_{X_3} = 12, D_{X_4} = 0,11, D_{X_5} = 0,11$ .

Известны значения этих признаков для НОКО:  $x_{\text{НОКО1}} = 10, x_{\text{НОКО2}} = 7, x_{\text{НОКО3}} = 500, x_{\text{НОКО4}} = 40, x_{\text{НОКО5}} = 25$ .

Для определения НОКО были проведены измерения селективных признаков всех КО, попавших в область наблюдения СКА.

Измерительная информация о селективных признаках КО1 представлена множеством

$$\mathbf{X}_1 = \{x_{11}^{(1)}, x_{31}^{(1)}, x_{32}^{(1)}, x_{41}^{(1)}, x_{51}^{(1)}, x_{52}^{(1)}\} = \{10, 01; 490, 75; 496, 87; 39, 84; 24, 77; 24, 92\},$$

включающим одно ( $N_1^{(1)} = 1$ ) измеренное значение 1-го признака ( $x_{11}^{(1)} = 10, 01$ ), два ( $N_3^{(1)} = 2$ ) измеренных значения 3-го признака ( $x_{31}^{(1)} = 490, 75, x_{32}^{(1)} = 496, 87$ ), одно ( $N_4^{(1)} = 1$ ) измеренное значение 4-го признака ( $x_{41}^{(1)} = 39, 84$ ) и два ( $N_5^{(1)} = 2$ ) измеренных значения 5-го признака ( $x_{51}^{(1)} = 24, 77, x_{52}^{(1)} = 24, 92$ ). Значение 2-го признака КО1 измерить не удалось ( $N_2^{(1)} = 0$ ).

Измерительная информация о состояниях 2–4 наблюдаемых КО имеет следующий вид:

$$\mathbf{X}_2 = \{x_{11}^{(2)}, x_{21}^{(2)}, x_{31}^{(2)}, x_{41}^{(2)}, x_{42}^{(2)}, x_{51}^{(2)}\} = \{10, 35; 7, 44; 501, 84; 39, 82; 40, 33; 24, 81\},$$

$$N_1^{(2)} = 1; N_2^{(2)} = 1; N_3^{(2)} = 1; N_4^{(2)} = 2; N_5^{(2)} = 1;$$

$$\mathbf{X}_3 = \{x_{21}^{(3)}, x_{31}^{(3)}, x_{41}^{(3)}, x_{51}^{(3)}, x_{52}^{(3)}\} = \{6, 98; 497, 26; 40, 05; 24, 59; 25, 05\},$$

$$N_1^{(3)} = 0; N_2^{(3)} = 1; N_3^{(3)} = 1; N_4^{(3)} = 1; N_5^{(3)} = 2;$$

$$\mathbf{X}_4 = \{x_{11}^{(4)}, x_{12}^{(4)}, x_{21}^{(4)}, x_{41}^{(4)}, x_{42}^{(4)}, x_{51}^{(4)}\} = \{10, 07; 9, 83; 6, 82; 40, 20; 40, 29; 25, 17\},$$

$$N_1^{(4)} = 2; N_2^{(4)} = 1; N_3^{(4)} = 0; N_4^{(4)} = 2; N_5^{(4)} = 1.$$

Необходимо из четырех наблюдаемых СКА объектов выбрать наиболее опасный.

На основе имеющихся данных по формуле (8), в которой полагается  $w_{\text{НОКО}} = 1$ , определяются коэффициенты моделей комплексных показателей для всех наблюдаемых объектов:

$$\begin{aligned} a_1^{(1)} &= 0,0029; a_2^{(1)} = 0,0020; a_3^{(1)} = 0,0006; \\ a_4^{(1)} &= 0,0052; a_5^{(1)} = 0,0033; \\ a_1^{(2)} &= 0,0034; a_2^{(2)} = 0,0024; a_3^{(2)} = 0,0007; \\ a_4^{(2)} &= 0,0062; a_5^{(2)} = 0,0039; \\ a_1^{(3)} &= 0,0042; a_2^{(3)} = 0,0029; \\ a_3^{(3)} &= 0,0009; a_4^{(3)} = 0,0076; a_5^{(3)} = 0,0048; \\ a_1^{(4)} &= 0,0050; a_2^{(4)} = 0,0035; \\ a_3^{(4)} &= 0,0010; a_4^{(4)} = 0,0091; a_5^{(4)} = 0,0057. \end{aligned}$$

Подстановка этих коэффициентов в формулы (1) и (3) дает значения  $w_1 = 0,9908$ ,  $w_2 = 1,0037$ ,  $w_3 = 0,9963$ ,  $w_4 = 1,0044$  комплексных показателей наблюдаемых СКА объектов и их дисперсий  $D_{W_1} = 1,44 \cdot 10^{-5}$ ,  $D_{W_2} = 1,71 \cdot 10^{-5}$ ,  $D_{W_3} = 2,10 \cdot 10^{-5}$ ,  $D_{W_4} = 2,52 \cdot 10^{-5}$ .

По формуле (11) определяются значения величины, характеризующей близость комплексных показателей наблюдаемых объектов к НОКО:  $\delta_1 = 0,0092$ ,  $\delta_2 = 0,0037$ ,  $\delta_3 = 0,0037$ ,  $\delta_4 = 0,0044$ . Отсюда видно, что минимальные значения комплексных показателей КО2 и КО3 совпадают. Но поскольку  $D_{W_2} < D_{W_3}$ , то принимается решение, что наиболее опасным является КО2. В этом случае согласно формуле (15) вероятность  $P(|W_2 - w_{\text{НОКО}}| < |W_3 - w_{\text{НОКО}}|) = 0,5326$ , что больше вероятности  $P(|W_3 - w_{\text{НОКО}}| < |W_2 - w_{\text{НОКО}}|) = 0,4674$  альтернативного события.

## Заключение

Предложен подход к решению задачи выбора из множества наблюдаемых СКА космических объектов наиболее опасного для функционирующих в его окрестности КА. В его основе лежит комплексный безразмерный показатель в виде линейной комбинации результатов измерений селективных признаков, характеризующих КО. Величина и качество определения комплексного показателя для каждого КО зависят от объема и качества измерительной информации. В связи с этим одним из условий при определении коэффициентов, связывающих селективные признаки с комплексными показателями наблюдаемых объектов, является минимум дисперсий последних.

В отличие от известных методов, задача выбора решается при ограниченных объемах измерительной информации о физически неоднородных селективных признаках КО, находящихся в наблюдаемой СКА области. При этом измерительные данные об отдельных селективных признаках КО могут отсутствовать. Предложенное решающее правило для выбора наиболее опасного КО учитывает не только погрешности, но и количество измерений селективных признаков каждого КО. Показано, что при незначительных расхождениях между комплексными показателями наблюдаемых КО выбирается тот объект, вероятность появления которого является максимальной. Следует отметить, что предлагаемый метод может быть использован не только для выбора НОКО, но и для ранжирования всех наблюдаемых объектов с точки зрения степени опасности, которую они представляют для функционирующих КА.

Простота определения комплексных показателей и основанного на них решающего правила выбора НОКО позволяет решать эту задачу на борту СКА в реальном масштабе времени.

## Литература

1. Zarcone G., Mariani L., Bucciarelli M., Hosseim S. H., Curiano F., Celesti P., Palo L. D. Image processing for geo detection. *Proc. of 3rd Intern. Congress on Human-Computer Interaction, Optimization and Robotic Applications (HORA)*, June 11–13, 2021, Turkey, 2021, pp. 1–6. doi:10.1109/HORA52670.2021.9461359
2. Ключников В. Ю. Как очистить околоземное пространство от космического мусора? *Воздушно-космическая сфера*, 2019, № 1(98), с. 96–107. doi:10.30981/2587-7992-2019-98-1-96-107
3. Павлова Е. А., Стрельцов А. И., Еленин Л. В., Степаньянц В. А., Захваткин М. В. Формирование еди-

ного классификатора опасных ситуаций в околоземном космическом пространстве. *Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша*, 2020, № 23, 22 с. <http://doi.org/10.20948/prepr-2020-23>. <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2020-23> (дата обращения: 05.08.2021).

4. Шустов Б. М. О роли науки в изучении и парировании космических угроз. *Вестник Российской академии наук*, 2019, т. 89, № 8, с. 777–799. doi:http://doi.org/10.31857/S0869-5873898777-000
5. Зберя В. А. Канада и США: у истоков военно-политического сотрудничества. *Россия и Америка в XXI веке*, 2020, вып. № 4, 15 с. doi:10.18254/S207054760013330-0. <https://rusus.jes.su/s207054760013330-0-1/> (дата обращения: 05.08.2021).

6. **Menshikov V. A., Perminov A. N., Urlichich Y. M.** *The Conception of the International Global Monitoring Aerospace System (IGMASS)*. Global Aerospace Monitoring and Disaster Management. Springer, Vienna, 2012. [https://doi.org/10.1007/978-3-7091-0810-9\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-7091-0810-9_4)
7. **Журкин И. Г., Чабан Л. Н., Орлов П. Ю.** Структурно-топологический алгоритм идентификации звезд и обнаружения объектов околоземного космического пространства. *Компьютерная оптика*, 2020, т. 44, № 3, с. 375–384. doi:10.18287/2412-6179-CO-597
8. **Кириченко Д. В., Багров А. В.** Оперативное выявление космогенных угроз с помощью орбитальных средств контроля космического пространства. *Радиопромышленность*, 2014, № 1, с. 174–184.
9. **Амелькин С. А., Захаров А. В., Хачумов В. М.** Обобщенное расстояние Евклида — Махаланобиса и его свойства. *Информационные технологии и вычислительные системы*, 2006, № 4, с. 40–44.
10. **Арсеньев В. Н., Ключкин А. К., Ядренкин А. А.** Метод выбора целевого объекта по ограниченным измерениям физически неоднородных признаков. *Изв. вузов. Приборостроение*, 2021, т. 64, № 10, с. 799–805. doi:10.17586/0021-3454-2021-64-10-799-805
11. **Волков В. Ю.** Адаптивная многопороговая селекция объектов на изображениях в системах дистанционного зондирования. *Информационно-управляющие системы*, 2020, № 3, с. 12–24. doi:10.31799/1684-8853-2020-3-12-24
12. **Afanasev A. A., Biktimirov S. N.** CubeSat formation architecture for small space debris surveillance and orbit determination. *Информационно-управляющие системы*, 2021, № 4, с. 37–46. <https://doi.org/10.31799/1684-8853-2021-4-37-46>
13. **Немыкин О. И.** Алгоритм селекции элементов запуска при наличии априорной информации о его составе и структуре. *Вопросы радиоэлектроники*, 2018, № 3, с. 114–119. <https://doi.org/10.21778/2218-5453-2018-3-114-119>
14. **Немыкин О. И.** Исследование информативности признаков селекции КА, формируемых по результатам обработки временных реализаций некоординатной информации. *Вопросы радиоэлектроники*, 2018, № 3, с. 90–98. <https://doi.org/10.21778/2218-5453-2018-3-90-98>
15. **Spiller D., Facchinetti C., Ansalone L., Tuozzi A., Magionami E., Schiattarella V., Curti F.** On-orbit recognition of resident space objects by using star trackers. *Acta Astronautica*, 2020, vol. 177, pp. 478–496. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2020.08.009>
16. **Смирнов Е. Е., Поздняков А. А., Паршин М. С.** Модель классификации объектов наблюдения в условиях пересечения их траекторий движения на основе совместного анализа траекторной и поляризационной информации. *Информационно-измерительные и управляющие системы*, 2021, т. 19, № 4, с. 14–26. doi:10.18127/j20700814-202104-02
17. **Гультияев Ю. П., Ковальчук В. С., Попов В. В.** Пути повышения различимости объектов в цифровых телевизионных системах наблюдения. *Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании: тр. VIII Междунар. науч.-техн. и науч.-метод. конф.*, Санкт-Петербург, 27–28 февраля 2019 г., СПб., 2019, с. 126–130.
18. **Куликов С. В., Епанешников Н. М., Лиференко В. Д., Алдохина В. Н.** Обнаружение факта разрушения космических объектов на орбите по некоординатной информации наблюдаемого потока. *Вопросы радиоэлектроники*, 2020, № 6, с. 17–24. doi:10.21778/2218-5453-2020-6-17-24
19. **Aldokhina V. N., Kolesnik D. Y., Liferenko V. D., Legkov K. E.** Model of recognition of cosmic objects based on informative signs obtained by radar means. *Proc. Conf. "Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems" WECONF 2020*, Saint-Petersburg, 2020, p. 9131444. doi:10.1109/WECONF-48837.2020.9131444
20. **Liferenko V. D., Legkov K. E., Kolesnik D. Y.** Method for recognizing the type of space object in airspace based on the use of radar images. *Proc. Conf. "Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications" SYNCHROINFO 2020*, Svetlogorsk, 2020, p. 9166055. doi:10.1109/SYNCHROINFO49631.2020.9166055
21. **Лепешкин С. А., Мишуков О. А.** Особенности совместной обработки разносектральных изображений в автоматизированных системах дистанционного зондирования распределенных объектов. *Тр. ВКА им. А. Ф. Можайского*, 2018, № 664, с. 131–140.
22. **Арсеньев В. Н., Трофимов И. А.** Решение задачи выбора в условиях физической неоднородности и ограниченности наблюдаемых признаков. *Информационно-управляющие системы*, 2015, № 4, с. 114–118. doi:10.15217/issn1684-8853.2015.4.114

UDC 623.4.016

doi:10.31799/1684-8853-2022-2-11-19

## Selection of a given space object from the multitude observed by a specialized spacecraft

V. N. Arseniev<sup>a</sup>, Dr. Sc., Tech., Professor, orcid.org/0000-0001-6424-5320, vladar56@mail.ruA. A. Yadrenkin<sup>a</sup>, PhD, Tech., Associate Professor, orcid.org/0000-0003-2089-7460<sup>a</sup>A. F. Mozhaiskii Military Space Academy, 13, Zhdanovskaia Emb., 197198, Saint-Petersburg, Russian Federation

**Introduction:** For the detection of most dangerous artificial space objects (space junk) in near-earth space, it is planned to use specialized spacecraft equipped with optoelectronic devices. In relation to this a problem arose when selecting the most dangerous object from the observed multitude, based on the measurements of inhomogeneous selective features that characterize these objects. **Purpose:** Form a complex dimensionless indicator, depending on the quantity and quality of measurement information about the observed space objects, and a decision rule for choosing the most dangerous object, providing the maximum probability of making the right decision. **Results:** A method is proposed for selecting the most dangerous space object under the condition of the limited amount of measurement information about physically inhomogeneous selective features of space objects located in the area which is observed by a specialized spacecraft. It should be noted that the measurement data on individual selective features of space objects may be absent. The proposed decision rule for the selection of the most dangerous space object takes into account not only inaccuracies and errors, but also the number of measurements of the selective characteristics of each object. The efficiency of the method has been demonstrated on a relevant example. **Practical relevance:** The simplicity of the determination of composite indicators characterizing space objects that are located in the area observed by a specialized spacecraft, and of the decision rule for selecting the most dangerous object makes it possible to solve this problem on board a specialized spacecraft in real time.

**Keywords** — the most dangerous space object, selective features, specialized spacecraft, observation, composite indicator.

**For citation:** Arseniev V. N., Yadrenkin A. A. Selection of a given space object from the multitude observed by a specialized spacecraft. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2022, no. 2, pp. 11–19 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2022-2-11-19

## References

- Zarccone G., Mariani L., Bucciarelli M., Hosseim S. H., Curiano F., Celesti P., Palo L. D. Image processing for geo detection. *Proc. of 3rd Intern. Congress on Human-Computer Interaction, Optimization and Robotic Applications (HORA)*, June 11–13, 2021, Turkey, 2021, pp. 1–6. doi:10.1109/HORA52670.2021.9461359
- Klyshnikov V. Y. How to clear remove debris from near-earth space? *Aerospace Sphere Journal*, 2019, no. 1(98), pp. 96–107 (In Russian). doi:10.30981/2587-7992-2019-98-1-96-107
- Pavlova E. A., Streltsov A. I., Elenin L. V., Stepanyants V. A., Zakhvatkin M. V. Development of the common classification for hazards events in the near-Earth space. *Preprinty IPM im. M. V. Keldysha*, 2020, no. 23, 22 p. (In Russian). http://doi.org/10.20948/prepr-2020-23. Available at: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2020-23> (accessed 5 August 2021).
- Shustov B. M. The role of science in the study and prevention of space hazards. *Herald of the Russian Academy of Sciences*, 2019, vol. 89, no. 8, pp. 777–799 (In Russian). doi:<http://doi.org/10.31857/S0869-5873898777-000>
- Zberya V. A. Canada and the United States: at the origins of politico-military cooperation. *Russia and America in the XXI Century*, 2020, iss. 4, 15 p. doi:10.18254/S207054760013330-0. Available at: URL:<https://rusus.jes.su/s207054760013330-0-1/> (accessed 5 August 2013).
- Menshikov V. A., Perminov A. N., Urlichich Y. M. *The Conception of the International Global Monitoring Aerospace System (IGMASS)*. In: *Global Aerospace Monitoring and Disaster Management*. Springer, Vienna, 2012. Pp. 233–261. [https://doi.org/10.1007/978-3-7091-0810-9\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-7091-0810-9_4)
- Zhurkin I. G., Chaban L. N., Orlov P. Yu. Structurally topological algorithm for star recognition and near-Earth space object detecting. *Computer Optics*, 2020, vol. 44, no. 3, pp. 375–384 (In Russian). doi:10.18287/2412-6179-CO-597
- Kirichenko D. V., Bagrov A. V. The rapid identification of the cosmogenic threats by space-based optical-electronic means. *Radio Industry (Russia)*, 2014, no. 1, pp. 174–184 (In Russian).
- Amelkin S. A., Zakharov A. V., Khachumov V. M. Generalized Euclidean — Mahalanobis distance and its properties. *Journal of Information Technologies and Computing Systems*, 2006, no. 4, pp. 40–44 (In Russian).
- Arseniev V. N., Klyuchkin A. K., Yadrenkin A. A. Method for target object selecting based on a limited number of measurements of physically dissimilar features. *Journal of Instrument Engineering*, 2021, vol. 64, no. 10, pp. 799–805 (In Russian). doi:10.17586/0021-3454-2021-64-10-799-805
- Volkov V. Y. Adaptive multi-threshold objects selection in remote sensing images. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2020, no. 3, pp. 12–24 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2020-3-12-24
- Afanasev A. A., Biktimirov S. N. CubeSat formation architecture for small space debris surveillance and orbit determination. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2021, no. 4, pp. 37–46. <https://doi.org/10.31799/1684-8853-2021-4-37-46>
- Nemykin O. I. Algorithm for selection of launch elements in the presence of a priori information about its composition and structure. *Questions of Radio Electronics*, 2018, no. 3, pp. 114–119 (In Russian). <https://doi.org/10.21778/2218-5453-2018-3-114-119>
- Nemykin J. I. Investigation of the informativity of the signs of selection of the spacecraft, formed by the results of processing the temporary realizations of non-coordinate information. *Questions of Radio Electronics*, 2018, no. 3, pp. 90–98 (In Russian). <https://doi.org/10.21778/2218-5453-2018-3-90-98>
- Spiller D., Facchinetti C., Ansalone L., Tuozzi A., Magionami E., Schiattarella V., Curti F. On-orbit recognition of resident space objects by using star trackers. *Acta Astronautica*, 2020, vol. 177, pp. 478–496. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2020.08.009>
- Smirnov E. E., Pozdniakov A. A., Parshin M. S. Model of classification of observation objects under conditions of intersection of their motion paths based on joint analysis of trajectory and polarization information]. *Information-measuring and Control Systems*, 2021, vol. 19, no. 4, pp. 14–26 (In Russian). doi:10.18127/j20700814-202104-02
- Gulyaev Y., Koval'chuk V., Popov V. Ways to improve better visibility of objects in digital video surveillance systems. *Trudy VIII Mezhdunarodnoj nauchno-tekhnicheskoy i nauchno-metodicheskoy konferencii "Actual'nye problemy informatsionnykh telecommunicatsyi v nauke i obrazovanii"* [Proc. of the VIII Intern. Scientific-Technical and Scientific-Methodical Conf. "Actual problems of information telecommunications in science and education"]. Saint-Petersburg, 2019, pp. 126–130 (In Russian).
- Kulikov S. V., Epaneshnikov N. M., Liferenko V. D., Aldokhina V. N. Detection of fact destruction of space objects in orbit by noncoordinate information of observed flow. *Questions of Radio Electronics*, 2020, no. 6, pp. 17–24 (In Russian). doi:10.21778/2218-5453-2020-6-17-24
- Aldokhina V. N., Kolesnik D. Y., Liferenko V. D., Legkov K. E. Model of recognition of cosmic objects based on informative signs obtained by radar means. *Proc. Conf. "Wave Electron-*

- ics and its Application in Information and Telecommunication Systems*” WECONF 2020, Saint-Petersburg, 2020, p. 9131444. doi:10.1109/WECONF-48837.2020.9131444
20. Liferenko V. D., Legkov K. E., Kolesnik D. Y. Method for recognizing the type of space object in airspace based on the use of radar images. *Proc. Conf. “Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications” SYNCHROINFO 2020*, Svetlogorsk, 2020, p. 9166055. doi:10.1109/SYNCHROINFO49631.2020.9166055
21. Lepeshkin S. A., Mishukov O. A. Features of joint processing of multi-spectral images in automated remote sensing systems for distributed objects. *Trudy VKA imeni A. F. Mozhaiskogo*, 2018, no. 664, pp. 131–140 (In Russian).
22. Arseniev V. N., Trofimov I. A. Solving the choice problem in the conditions of physical diversity and limited observable signs. *Informatsionno-upravliayushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2015, no. 4, pp. 114–118 (In Russian). doi:10.15217/issn1684-8853.2015.4.114

#### УВАЖАЕМЫЕ АВТОРЫ!

Научные базы данных, включая SCOPUS и Web of Science, обрабатывают данные автоматически. С одной стороны, это ускоряет процесс обработки данных, с другой — различия в транслитерации ФИО, неточные данные о месте работы, области научного знания и т. д. приводят к тому, что в базах оказывается несколько авторских страниц для одного и того же человека. В результате для всех по отдельности считаются индексы цитирования, что снижает рейтинг ученого.

Для идентификации авторов в сетях Thomson Reuters проводит регистрацию с присвоением уникального индекса (ID) для каждого из авторов научных публикаций.

Процедура получения ID бесплатна и очень проста, есть возможность провести регистрацию на 12-ти языках, включая русский (чтобы выбрать язык, кликните на зеленое поле сверху справа на стартовой странице): <https://orcid.org>

## Алгоритм миграции ESXi-кластеров между разными vCenter серверами с возможностью возврата к исходной конфигурации

А. А. Петров<sup>а</sup>, магистрант, [orcid.org/0000-0002-7465-3317](https://orcid.org/0000-0002-7465-3317)

И. В. Никифоров<sup>а</sup>, канд. техн. наук, доцент, [orcid.org/0000-0003-0198-1886](https://orcid.org/0000-0003-0198-1886), [nikiforov\\_iv@spbstu.ru](mailto:nikiforov_iv@spbstu.ru)

С. М. Устинов<sup>а</sup>, доктор техн. наук, профессор, [orcid.org/0000-0003-4088-4798](https://orcid.org/0000-0003-4088-4798)

<sup>а</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Политехническая ул., 29, Санкт-Петербург, 195251, РФ

**Введение:** системы управления гипервизорами могут устаревать и (или) выходить из строя, а также нуждаться в балансировке нагрузки, что влечет за собой проблемы, связанные с несовместимостью программного обеспечения с разными версиями систем управления или с уровнем интеграции приложений с ними. Эффективным решением указанных проблем является автоматизированная миграция конфигураций и ресурсов между экземплярами систем управления гипервизорами. **Цель:** разработать алгоритм автоматической миграции конфигурации и ресурсов ESXi-кластеров между разными vCenter серверами с возможностью возврата к исходному состоянию в случае возникновения ошибки. **Результаты:** предложен алгоритм автоматической миграции. На его основе разработан программный модуль для промышленной системы хранения данных, позволяющий проводить миграцию кластера ESXi-хостов, на котором развернута система хранения данных, с одного vCenter сервера на другой. Разработанный модуль обрабатывает ошибки и в случае их возникновения осуществляет действия для восстановления исходного состояния системы на первоначальном vCenter сервере. Приведены экспериментальные оценки, полученные путем сравнения ручной процедуры миграции с работой реализованного модуля. Выигрыш по времени сократился с 55 мин до приблизительно трех минут, т. е. в 15–18 раз. Также сократилось количество информации, которую пользователю необходимо знать и учитывать в процессе миграции на новый vCenter сервер. **Практическая значимость:** результаты работы использованы в промышленной системе хранения данных. Реализованный модуль позволил упростить и значительно ускорить процесс миграции системы хранения данных на новый vCenter сервер.

**Ключевые слова** — гипервизоры, vCenter сервер, VMware ESXi, миграция, автоматизация, распределенный виртуальный коммутатор.

**Для цитирования:** Петров А. А., Никифоров И. В., Устинов С. М. Алгоритм миграции ESXi-кластеров между разными vCenter серверами с возможностью возврата к исходной конфигурации. *Информационно-управляющие системы*, 2022, № 2, с. 20–31. doi:10.31799/1684-8853-2022-2-20-31

**For citation:** Petrov A. A., Nikiforov I. V., Ustinov S. M. Algorithm of ESXi cluster migration between different vCenter servers with the ability to rollback. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2022, no. 2, pp. 20–31 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2022-2-20-31

### Введение

В настоящее время активно используются облачные вычисления [1, 2], в реализации которых применяются системы виртуализации. Системы виртуализации позволяют абстрагировать оборудование (аппаратное обеспечение) и предоставлять доступ пользователям и приложениям к общему набору ресурсов: памяти, вычислительным мощностям, хранилищу, — но изолированных друг от друга в виртуальных машинах (ВМ) [3–6]. Для виртуализации ресурсов требуются программные или аппаратные гипервизоры; одним из примеров широко используемых в промышленности гипервизоров является VMware ESXi [1, 4, 7]. Для управления разными ESXi-хостами и ВМ используется управляющая программа vCenter [1, 8], в которой хосты объединяются в кластер, и для них настраивается виртуальная сеть. Также vCenter позволяет настраивать пра-

вила для миграции ВМ между ESXi-хостами кластера. Примерами программных систем и организаций, использующих ESXi-кластеры под управлением vCenter, являются PowerStore X, ЭрисВМ [9], Dell Technologies, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого.

Серверы vCenter могут выходить из строя по тем или иным причинам: отсутствие интернет-соединения; отключение от электросети хоста, на котором он развернут, или отключение ВМ, где vCenter сервер установлен. В свою очередь это может вызывать ошибки у программного обеспечения, развернутого в этом vCenter сервере. Поэтому актуальной является задача миграции ресурсов и восстановления конфигурации кластера ESXi-хостов в новом vCenter сервере, что позволит:

- обеспечить отказоустойчивость;
- распределить нагрузку;
- решить проблемы при обновлениях, например, один из кластеров требует более новую вер-

сию vCenter, а другой(ие) кластер не может корректно работать в новом vCenter.

При этом процесс миграции или восстановления может быть сложным и трудоемким. В ходе миграции пользователи могут допускать ошибки, что делает актуальной задачу автоматизации миграции ESXi-кластеров между разными vCenter серверами.

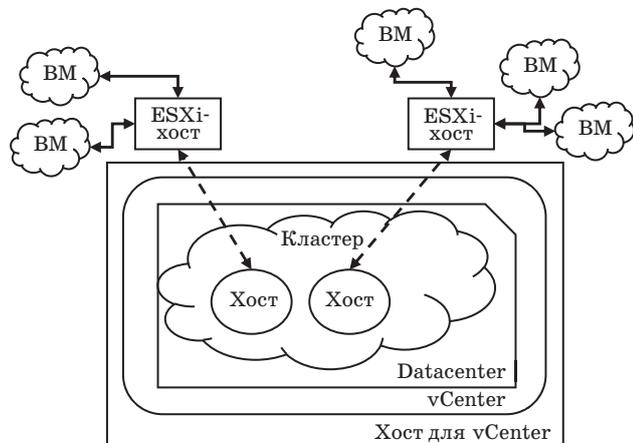
### Цель и задачи работы

Рассмотрим схему компонентов кластера vCenter (рис. 1). Она состоит из хоста для vCenter, vCenter сервера, логического объекта Datacenter, ESXi-хостов и набора VM.

Сервер vCenter является программным обеспечением, установленным на выделенном vCenter-хосте под управлением операционной системы Windows или Linux. Он используется для управления VM и ESXi-хостами [1, 8]. Под ESXi-хостами в работе понимается аппаратный промышленный гипервизор компании VMware [1].

Внутри vCenter сервера создается логический объект, называемый Datacenter, объединяющий VM, ESXi-хосты, хранилища данных, кластеры ESXi-хостов и распределенный виртуальный коммутатор (Distributed Virtual Switch, DVS). При этом DVS позволяет настроить подключение для всех ESXi-хостов, к которым он относится.

В области Datacenter создан кластер, который является логическим объектом, объединяющим ESXi-хосты и VM, развернутые на них [10]. Кластер может иметь один или более ESXi-хостов, которые развернуты отдельно и независимо от самого vCenter сервера, т. е. находятся вне области Datacenter.



■ Рис. 1. Логическая схема связи ESXi-хостов, vCenter сервера и виртуальных машин

■ Fig. 1. Logical diagram of communication between ESXIs, vCenter and VMs

Именно за счет представленной логической схемы и связей vCenter сервер может осуществить миграцию VM между разными ESXi-хостами.

Целью работы является снижение трудоемкости и ускорение процесса миграции ESXi-кластеров между разными vCenter серверами. При этом на мигрируемых кластерах развернуты VM с конечными приложениями пользователя. Отличительной особенностью работы является снижение времени нахождения системы в некорректном состоянии за счет предложенного алгоритма возвращения системы к исходной конфигурации.

Снижение трудоемкости и ускорение достигается за счет алгоритма перемещения ресурсов, реализованного в модуле промышленной системы хранения данных. К перемещаемым ресурсам можно отнести настройки DVS, ESXi-хостов, VM и кластера.

Для реализации поставленной цели необходимо выполнить следующие задачи.

1. Исследовать необходимость миграции ESXi-кластера между экземплярами vCenter серверов.
2. Провести исследование и сравнительный анализ существующих подходов к миграции ESXi-кластеров.
3. Предложить алгоритм миграции ESXi-кластеров под управлением разных vCenter серверов.
4. Реализовать предложенный алгоритм в программном средстве, которое позволяет автоматизировать миграцию. Отличительной особенностью реализации является возможность отката миграции в случае ошибки.
5. Продемонстрировать снижение трудоемкости процесса миграции.

### Сравнительный анализ существующих методов миграции

Для решения поставленных задач рассмотрим необходимость восстановления конфигурации в процессе миграции, а также существующие алгоритмы миграции.

Миграция используется для переноса конфигурации и подключения существующего сервера, размещенного на хостах ESXi-кластера, к новому vCenter серверу и удаления необходимой информации со старого vCenter сервера.

Миграция также может использоваться для:

- перераспределения нагрузки [11];
- обновления версии vCenter сервера [12, 13];
- рефакторинга конфигурации IT-инфраструктуры.

Дополнительными требованиями для миграции и восстановления конфигурации являются:

- обеспечение доступности данных [14];
- невозможность отключения системных VM.

На сегодня можно выделить несколько методов миграции кластеров ВМ. Например, в статье [10] упоминаются четыре «типичных» метода: параллельной миграции с разной гранулярностью (Concurrent Migration with Various Granularity), взаимной миграции (Mutual Migration), гомогенной миграции нескольких виртуальных кластеров (Homogeneous Multi-VC Migration), гетерогенной миграции нескольких виртуальных кластеров (Heterogeneous Multi-VC Migration). Еще один метод совместной миграции виртуальных машин с поддержкой кластера для облачных медиасервисов (cluster-aware VM collaborative migration scheme for media cloud) описан в работе [15]. Также существуют методы миграции ВМ между гипервизорами и центрами обработки данных, которые предлагают оптимизацию миграций как по времени, так и по объему трафика [16]. Но если создается кластер ESXi-хостов, то за миграцию ВМ и их безотказную работу отвечает vCenter сервер [1], который в таком случае является единой точкой отказа. Поэтому рассмотрим существующие способы и подходы по миграции ESXi-кластеров между разными экземплярами vCenter серверов.

Алгоритм миграции ESXi-кластеров отражен в работе компании VMware «Перемещение vSAN-кластера с одного vCenter сервера на другой» (<https://kb.vmware.com/s/article/2151610>). Также отдельно описывается миграция ESX/ESXi-хостов, которые используют DVS, между экземплярами vCenter серверов; предлагается для упрощения использовать экспорт и импорт конфигурации DVS (<https://kb.vmware.com/s/article/1029498>), которая в свою очередь описана в материалах компании VMware (<https://kb.vmware.com/s/article/2034602>). Также существует работа компании Nutanix, которая описывает процедуру ручной миграции ESXi-кластера (База знаний о контроллере Nutanix. [https://portal.nutanix.com/page/documents/details?targetId=vSphere-Admin6-AOS-v6\\_0:vsp-cluster-migrate-vcenter-vsphere-t.html%7D](https://portal.nutanix.com/page/documents/details?targetId=vSphere-Admin6-AOS-v6_0:vsp-cluster-migrate-vcenter-vsphere-t.html%7D)).

Все вышеперечисленные решения описывают процесс ручной миграции, который требует значительных затрат времени (суммарно около одного часа) и имеет высокий шанс ошибок. А если алгоритм имеет частичную автоматизацию, то необходима работоспособность существующего vCenter сервера, что не позволяет использовать эти решения для автоматического восстановления конфигурации.

Автоматизированный процесс миграции реализован в проекте Migrate-vCenter-with-vDS (<https://github.com/Vidanez/Migrate-vCenter-with-vDS>). В нем не содержится функциональность отката к исходной конфигурации на старом

■ **Таблица 1.** Сравнение способов миграции ESXi-кластеров между экземплярами vCenter серверов

■ **Table 1.** Comparison between different methods of migration ESXi clusters between different vCenter instances

Алгоритм	Критерий		
	Автоматизированность	Сохранение доступа по сети	Возврат к исходной конфигурации
«Перемещение vSAN-кластера с одного vCenter сервера на другой» совместно с миграцией ESXi-хостов и экспортом/импортом конфигурации DVS	Частично (за счет экспорта/импорта некоторых конфигураций)	Да	Возможен в ручном режиме
Nutanix	Нет	Да	То же
Migrate-vCenter-with-vDS	Да	Да	Нет

vCenter сервере в случае ошибки в процессе миграции [17]. Также нет возможности повторить попытку на частично восстановленной конфигурации кластера на vCenter сервере.

На основе сравнения характеристик (табл. 1) можно сделать вывод, что ни один из существующих подходов не автоматизирует миграцию с возможностью возврата к исходной конфигурации в случае ошибок во время миграции. Поэтому в настоящей работе предлагается алгоритм автоматизации, который удовлетворяет всем рассмотренным критериям и обладает следующими особенностями:

— сохраняется доступность данных во время миграции;

— имеется возможность вернуть конфигурацию на исходный vCenter в случае ошибки в процессе миграции, что позволит снизить потенциальное время нахождения системы в некорректном состоянии [17];

— есть возможность перезапустить процесс восстановления конфигурации для операции восстановления конфигурации на новом vCenter сервере.

### Алгоритм миграции

Алгоритмы миграции и восстановления конфигурации имеют различия, так как первый позволяет вернуться к исходному состоянию, а второй, не имея такой возможности, обладает функцией перезапуска после исправления ошибки. Мы предлагаем алгоритм миграции, который в упрощенном виде приведен на рис. 2.

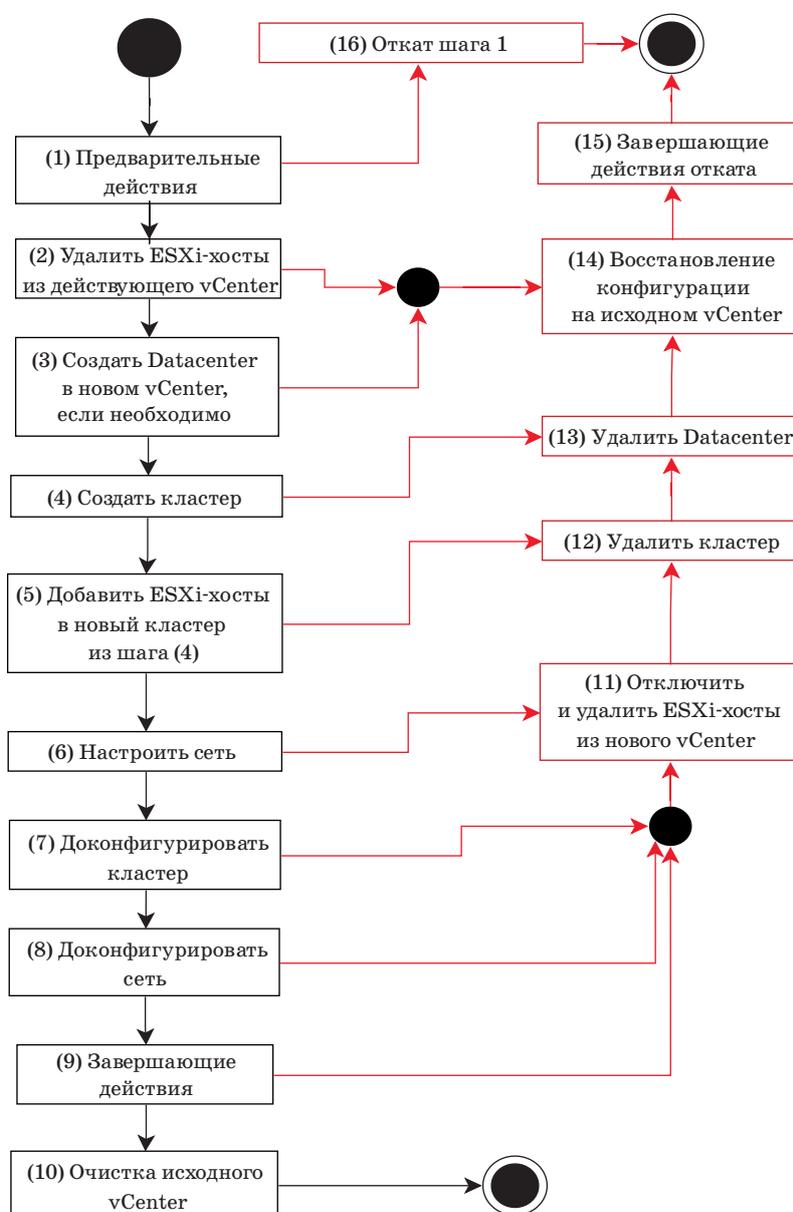
**Шаг 1.** Перед проведением миграции следует выполнить предварительные действия:

— получить необходимые данные и сформировать начальную конфигурацию для миграции;

— проверить состояние нового vCenter сервера и ESXi-хостов, участвующих в миграции. ESXi-хосты должны быть доступны, а имя пользователя и пароль правильными. Осуществить иные предварительные проверки, например на отсутствие в новом vCenter сервере объектов с именами, совпадающими с именами объектов, которые будут созданы в процессе миграции;

— выполнить специфичные для каждого кластера (сервера, развернутого на кластере) действия, например удалить Storage Provider и выставить параметры на сервере.

**Шаг 2.** Подготовить хосты к миграции, т. е. удалить их из нынешнего vCenter сервера.



■ Рис. 2. Предлагаемый алгоритм миграции  
 ■ Fig. 2. Proposed migration algorithm

**Шаг 3.** На новом (переданном пользователем) vCenter создать объект Datacenter, если это необходимо (если клиент не передал идентификатор Datacenter, в который он хочет добавить свой кластер).

**Шаг 4.** После получения информации о «базовом» объекте Datacenter создать в нем кластер.

**Шаг 5.** Добавить хосты в созданный кластер.

**Шаг 6.** Сконфигурировать и создать сеть, а именно настроить стандартный виртуальный коммутатор (Standard Virtual Switch, SVS — логический коммутатор, который соединяет физические порты сетевой карты (Physical Network Adapter, PNIC) ESXi-хоста и порты в Интернет через физический коммутатор [18]) или DVS, в зависимости от используемого подключения.

**Шаги 7 и 8.** Дополнительная настройка параметров кластера (шаг 7) и дополнительная настройка параметров сети (шаг 8) могут проводиться в любом порядке. Примером дополнительной настройки параметров кластера может быть настройка vSphere HA.

**Шаг 9.** Специальные действия, связанные с завершением процесса непосредственной миграции, например: регистрация Storage Provider, сохранение необходимых данных на сервере, другие действия на vCenter сервере.

**Шаг 10.** Очистка ненужных ресурсов на старом vCenter сервере: удаление кластера и других объектов, например в нашем случае необходимо удалить DVS, если к нему не подключены какие-либо ВМ и (или) хосты.

Представленный алгоритм предполагает безошибочное прохождение всего процесса миграции. Но это возможно не всегда, так как может потеряться сетевое соединение между vCenter и модулем, который проводит миграцию, или vCenter сервер по каким-либо иным причинам окажется в нерабочем состоянии. Поэтому предложенный алгоритм был расширен за счет механизма возврата к изначальному состоянию. При этом механизм возврата нужен не из каждого состояния. Например, ошибка при очистке старого vCenter (шаг 10) не должна вызывать откат к исходному состоянию, а также ряд операций из завершающих действий (шаг 9) могут не вызывать откат при ошибках. Исходя из этого дополним исходный алгоритм шагами для возврата в изначальное состояние.

Часть предварительных действий (шаг 1), таких как получение конфигурации и проверки, не нуждаются в механизме возврата, но при этом часть предварительных действий, осуществленных на сервере и (или) на vCenter сервере требуют механизма возврата, который выполняется в шаге 16.

При возникновении ошибок в момент удаления ESXi-хостов из действующего кластера

следует выполнить действия по восстановлению их состояния в кластере (шаг 14), т. е. при необходимости переподключить и (или) добавить их обратно в кластер и восстановить конфигурацию сети (при необходимости). Следует осуществить дополнительные действия по настройке кластера и сервера (шаг 15). Например, в нашем случае это подключение Storage Provider, настройка vSphere HA и выставление параметров сервера в «необходимые» значения.

Если создавался Datacenter (шаг 3) и при этом создание кластера (шаг 4) было завершено с ошибкой, то удалить созданный объект Datacenter (шаг 13) и выполнить шаги 14 и 15.

В случае если не получилось успешно добавить все ESXi-хосты в кластер (шаг 5), то отключить и удалить из нового vCenter все подключенные хосты. Затем удалить кластер (шаг 12), при необходимости удалить объект Datacenter (шаг 13), а также выполнить шаги 14 и 15.

Если не удалось сконфигурировать сеть, то удалить все подключенные хосты (шаг 11), а далее выполнить шаги 12, 13 (при необходимости), 14 и 15.

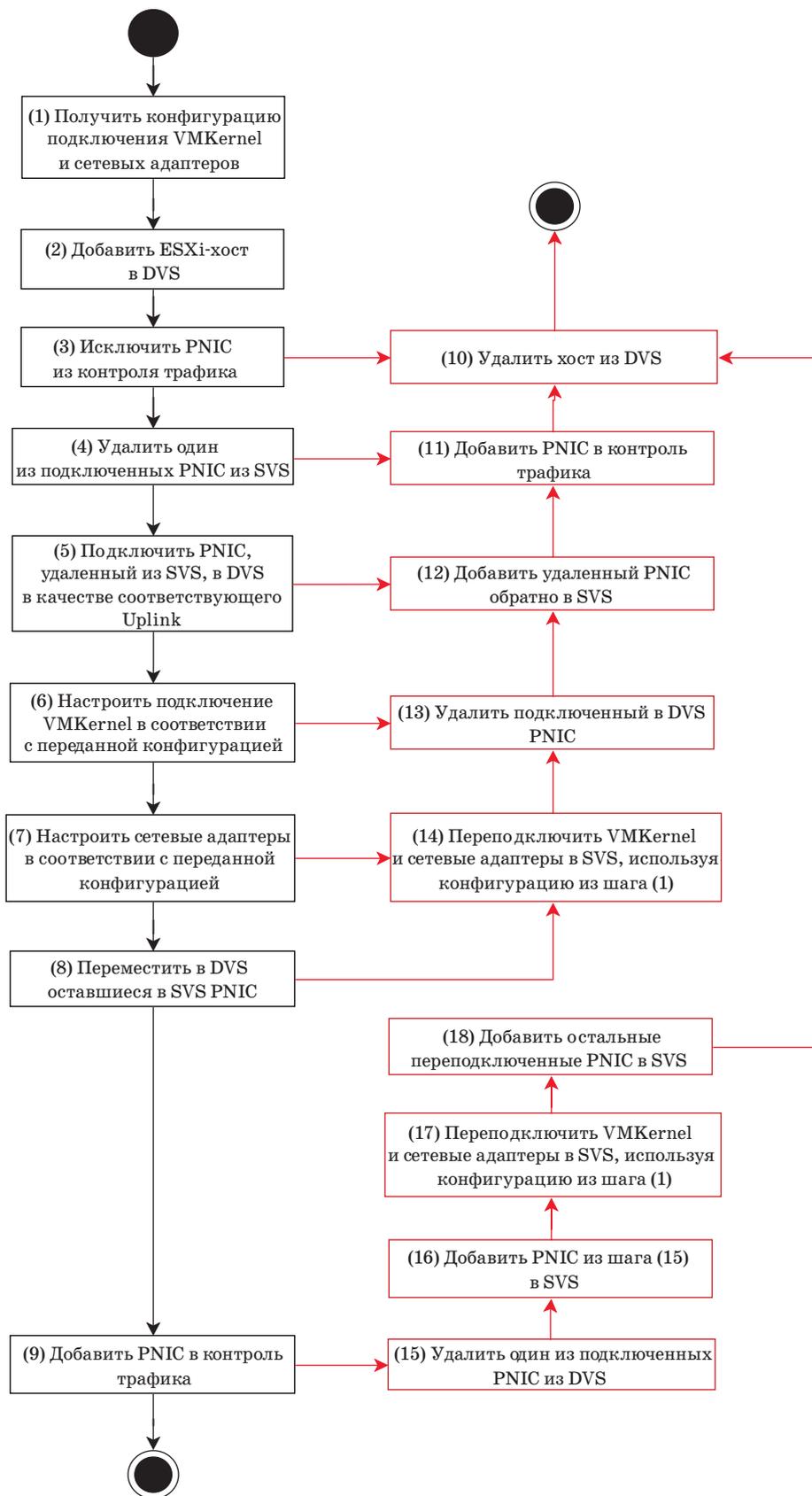
При возникновении каких-либо ошибок на шаге 7 (дополнительные настройки кластера), шаге 8 (дополнительные настройки сети) и шаге 9 (части этапов завершающих действий) выполнить все шаги по восстановлению конфигурации, а именно: шаги 11, 12, 13 (только если Datacenter создавался), 14 и 15.

Стоит, однако, заметить, что конкретные действия по восстановлению конфигурации сети на исходном vCenter могут отличаться в зависимости от того, каким образом должна быть настроена сеть и в каком состоянии была система при возникновении ошибки.

## Настройка сети

Отдельно остановимся на восстановлении конфигурации сети для кластера, так как это важно при использовании DVS, который дает дополнительные возможности в конфигурации сети [18], например резервирование канала для определенного типа трафика.

До версии vCenter 7.0.0 была возможна миграция с одного DVS на другой, что упрощало как процесс миграции, так и процесс возврата к исходному состоянию. В связи с тем, что кластер подключается либо к одному DVS, либо к другому, либо, при ошибке в процессе миграции, одновременно к обоим, можно было реализовать один алгоритм миграции, который мигрировал и переподключал только те элементы и настройки, которые сейчас не подключены и не сконфигурированы для искомого DVS. Но стоит отметить,



■ **Рис. 3.** Алгоритм миграции подключения ESXi-хоста с SVS на DVS  
 ■ **Fig. 3.** Algorithm of ESXi network migration from SVS to DVS

что в методике компании VMware не предусмотрено проведение миграции сети с одного DVS на другой, т. е. это являлось незадокументированной возможностью или могло даже трактоваться как ошибка.

В связи с вышесказанным и рекомендациями VMware миграция сети ESXi-хоста должна происходить в следующем порядке:

- 1) с DVS на SVS;
- 2) с SVS на DVS.

Алгоритм миграции с DVS на SVS должен допускать свой неоднократный перезапуск, что позволяет решать проблему частичного подключения через SVS. Алгоритм работы в виде псевдокода приведен в листинге.

*Псевдокод миграции сети с распределенного виртуального коммутатора на стандартный виртуальный коммутатор*

```
Для каждого из переданных хостов{
  Убрать pnic из IO-контроля
  active_pnic_connected = false
  Проверить, не подключен ли хост полностью или
  частично к какому-либо из SVS

  if not (передан SVS) и not (хост подключен к какому-либо
  из SVS){
    Создать SVS на хосте
    Сохранить имя SVS для хоста
  }
  Проверить, подключены ли к SVS активные pnic
  if активные pnic подключены{
    Добавить их в список мигрированных pnic
    active_pnic_connected = true
  }
  if not active_pnic_connected{
    first_pnic = Выбрать 1 из активных pnic
    Удалить first_pnic из proxySwitch хоста
    Добавить first_pnic в SVS
    Добавить first_pnic в список мигрированных pnic
  }
  Подключить в SVS необходимые VMKernel в соответствии с конфигурацией
  Подключить в SVS необходимые сетевые адаптеры VM
  в соответствии с конфигурацией

  not_migrated_pnics = Все pnic в proxySwitch – Мигрировавшие pnic
  Удалить not_migrated_pnics из proxySwitch хоста
  Добавить not_migrated_pnics в SVS
  Добавить not_migrated_pnics в список мигрированных pnic
  Выполнять всегда): Добавить pnic в IO-контроль
}
```

Следует отметить, что алгоритм миграции с SVS на DVD так же, как и основной алгоритм

миграции, содержит возможность возврата к изначальному состоянию в случае ошибок.

Алгоритм, представленный на рис. 3, необходимо выполнить для каждого хоста.

А восстановление настроек сети и миграция сети на DVS в исходном vCenter сервере, с которого происходит миграция, идет по следующему алгоритму.

1. Если хосты были подключены к DVS в новом vCenter сервере, то:

1.1. Необходимо подключить их через SVS, при необходимости создать SVS.

1.2. Подключить их в необходимый DVS на исходном vCenter сервере.

1.3. Удалить созданный SVS, если создавался.

2. Если хосты не были подключены через DVS в новом vCenter сервере, то:

2.1. Если они полностью подключены через SVS, то подключить их в необходимый DVS на исходном vCenter сервере.

2.2. Если они не полностью подключены в SVS, то подключить только те pnic и сетевые адаптеры VM, которые были подключены к SVS.

2.3. Удалить SVS, если необходимо.

Предложенный подход гарантирует, что либо система мигрирует на новый vCenter сервер, либо ее состояние к концу выполнения алгоритма не изменится, т. е. система останется в полностью рабочем состоянии [17]. При этом обеспечивается бесперебойный доступ к системным VM во время миграции.

В случае если в процессе миграции потеряется связь с новым vCenter и при этом потеряется связь со старым, то система перейдет в несогласованное состояние.

### Реализация алгоритма автоматической миграции

Предложенный алгоритм реализован в промышленной системе хранения данных (СХД) и может использоваться для миграции ESXi-кластера, созданного этой СХД. Для реализации использовались:

- язык программирования Java 11;
- библиотека Vert.x для реализации реактивного подхода [19];
- vim25 — SDK для работы с vSphere;
- Jira для отслеживания состояния задачи [20];
- Confluence для документирования работы;
- git/GitHub в качестве системы контроля версий;
- Jenkins для реализации Continuous Integration (CI);
- gradle в качестве сборщика проекта;
- SonarQube/SonarLint для проведения статического анализа кода.

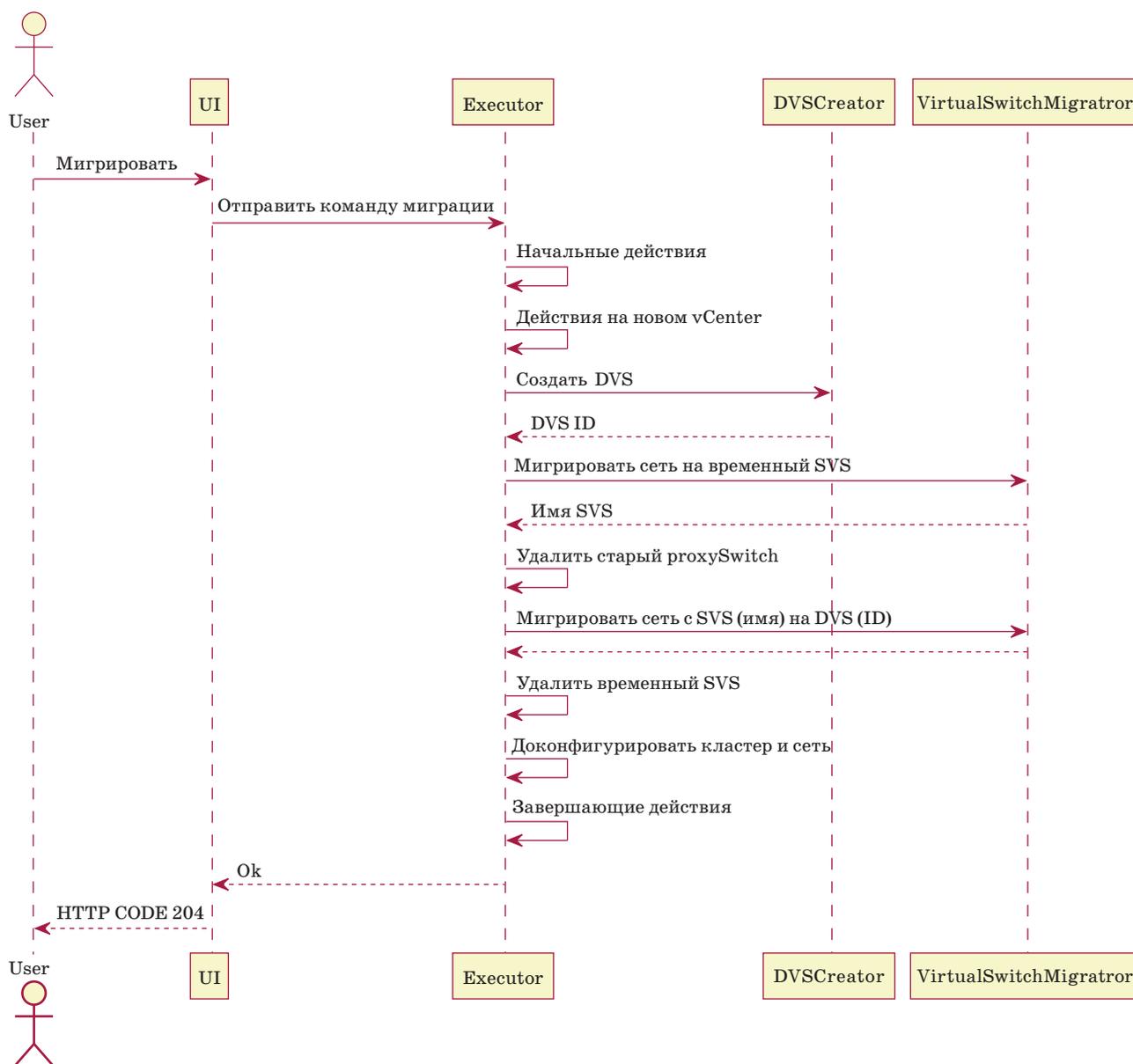
Для миграции были созданы дополнительные микросервисы: миграции с DVS на SVS и обратно и сервис по созданию и конфигурированию DVS. Эти микросервисы также использованы в других частях продукта. Сервис миграции — это тоже микросервис, диаграмма взаимодействия микросервисов представлена на рис. 4.

Для взаимодействия с ESXi-хостами и vCenter сервером используется инструментарий (SDK), представленный компанией VMware, — vim25.

Для решения проблемы отказа (отключения, перезапуска) приложения во время выполнения процесса миграции используется механизм ма-

шин состояний. Этот механизм сохраняет текущий шаг выполнения и контекст выполнения команды в базе данных, а в случае перезапуска приложения восстанавливает контекст выполнения, включая шаг, на котором выполнение прервалось, и продолжает выполнение цепочки команд с сохраненного шага.

Реализованный код проверялся модульным, интеграционным и системным тестированием. Для системного тестирования применялись следующие тесты, реализованные на языке Python 3 с использованием библиотек requests и pyVim:



■ **Рис. 4.** MSC-диаграмма взаимодействия микросервисов  
 ■ **Fig. 4.** MSC-diagram of microservice communications

- 30 успешных миграций между двумя vCenter серверами;
- миграция с ошибкой во время создания DVS;
- миграция с ошибкой во время миграции сети на SVS;
- миграция с ошибкой во время миграции сети на DVS.

### Результаты сравнения ручной и автоматической миграции

В результате работы был реализован и внедрен модуль миграции и внесены изменения в ряд модулей промышленной СХД. Эти изменения позволили автоматизировать процесс миграции ESXi-кластера между разными vCenter с возвратом к исходному состоянию в случае возникновения ошибки.

Для проведения ручных и автоматических экспериментов по измерению времени миграции (табл. 2) использовался ноутбук Dell latitude 5400 с 16 Гб оперативной памяти. На нем была запущена программа, реализующая алгоритм

- **Таблица 2.** Результаты сравнения ручной и автоматической миграции
- **Table 2.** Results of comparison between automated and manual migration

Критерий	Тип миграции	
	Ручная	Автоматическая
Время, кластер из двух хостов	55 мин	3 мин
Время, кластер из четырех хостов	65 мин	5 мин
Шанс ошибки	Большой (инструкция больше 20 страниц)	Крайне низкий
Возможность откатиться при ошибке	Да	Да
Возможность вернуться назад с любой точки	Да	Нет
Необходимые входные данные	Настройки кластера, ESXi-хоста, vCenter сервера, конфигурация DVS, способ регистрации Storage Provider	Настройки ESXi-хоста, vCenter сервера, логин и пароль для регистрации Storage Provider

миграции. Во время работы программы установлено защищенное соединение с vCenter сервером и промышленной СХД, которое происходило на скорости передачи данных 60 Мб/с. Во всех экспериментах на каждом из ESXi-хостов была запущена одна системная ВМ, а на кластере дополнительно развернуты четыре клиентские ВМ.

Время, необходимое на автоматическую миграцию, измерено достоверно путем получения медианного значения 30 миграций (табл. 3) одного ESXi-кластера из двух хостов (рис. 5).

Ручная миграция измерялась одним человеком, и результат, представленный в таблице, — среднее значение трех миграций, так как процесс трудоемкий. При этом следует отметить, что такие измерения могут быть недостоверными, поскольку у человека увеличивается опыт и он может выполнять операции по памяти, а не по инструкции. Но даже такие данные позволяют рассчитать примерное ожидаемое время на одну миграцию.

Также проведены эксперименты по тестированию работоспособности алгоритма возвращения к исходной конфигурации, для чего на каждом шаге алгоритма эмулировалась ошибка. Применялись:

- аппаратное отключение vCenter сервера;
- программное эмулирование завершения исполнимой задачи с ошибкой;
- передача некорректных данных.

- **Таблица 3.** Результаты тестирования автоматической миграции

■ **Table 3.** Results of tests for automated migration

Номер миграции	Время, затраченное на миграцию, с	Номер миграции	Время, затраченное на миграцию, с
1	189,94	16	177,41
2	173,68	17	199,19
3	198,888	18	193,95
4	176,28	19	204,40
5	199,54	20	175,87
6	177,03	21	181,27
7	176,94	22	190,71
8	435,03	23	176,14
9	187,06	24	176,87
10	189,04	25	174,35
11	183,42	26	183,35
12	179,59	27	172,46
13	182,57	28	177,11
14	176,87	29	176,88
15	180,68	30	183,37



■ **Рис. 5.** Время миграции каждой попытки и медианное время миграции для кластера из двух хостов  
 ■ **Fig. 5.** Migration time for each attempt and median time

В результате во всех экспериментах на исходном vCenter сервере восстановилась корректная изначальная конфигурация системы.

Благодаря автоматизации трудоемкость процесса миграции снизилась как по времени примерно в 15–18 раз, так и в объеме необходимых входных данных. Пользователь должен предоставить только данные о паролях для ESXi-хостов, данные для доступа в vCenter сервер, логин и пароль для регистрации Storage Provider. Также пользователю необходимо узнать один идентификатор, который получается с СХД при

помощи одного REST запроса. При возникновении ошибки в процессе миграции изначальная конфигурация кластера восстанавливается на исходном vCenter сервере, что минимизирует время нахождения кластера и системы в некорректном состоянии.

## Заключение

Проведены исследование и анализ существующих подходов миграции ESXi-кластеров между разными экземплярами vCenter серверов. Предложен алгоритм миграции ESXi-кластеров между разными экземплярами vCenter серверов с возможностью возврата к исходной конфигурации. Предложенный алгоритм реализован в одной из промышленных систем хранения данных.

Проведены эксперименты для оценки работоспособности алгоритма возвращения к исходной конфигурации. Продемонстрированы результаты снижения трудоемкости миграции ESXi-кластеров между разными vCenter серверами для автоматического подхода, который показал выигрыш во времени в 15–18 раз по сравнению с традиционным ручным подходом. На основе проведенных экспериментов можно также судить об уменьшении времени нахождения кластера в неконсистентном состоянии за счет предложенного механизма отката.

## Литература

1. Sharma K. An alleviated model for private cloud deployment using VMware. *2017 Intern. Conf. on Information, Communication, Instrumentation and Control (ICICIC)*, 2017, pp. 1–3. doi:10.1109/ICOMICON.2017.8279164
2. Попок Е. Л., Богомолов Е. А. Методика миграции виртуальных нагрузок с платформы виртуализации VMware vsphere на платформу виртуализации Microsoft hyper-v. *Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета*, 2019, № 153, с. 66–80. doi:10.21515/1990-4665-153-007. <http://ej.kubagro.ru/2019/09/pdf/07.pdf> (дата обращения: 29.01.2022).
3. Nyrkov A. P., Katorin Y. F., Gaskarov V. D., Brazhnikova L. S., and Vikhrov N. Analysis of platform vulnerabilities for the virtualization process. *2018 IEEE Conf. of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EConRus)*, 2018, pp. 94–97. doi:10.1109/EConRus.2018.8317038
4. Kolahi S. S., Hora V. S., Singh A. P., Bhatti S., Yeeda S. R. Performance comparison of cloud computing/IoT virtualization software, Hyper-V vs vSphere. *2020 Advances in Science and Engineering Technology Intern. Conf. (ASET)*, 2020, pp. 1–6. doi:10.1109/ASET48392.2020.9118185
5. Anwar A. H., Atia G., Guirguis M. It's time to migrate! A game-theoretic framework for protecting a multi-tenant cloud against collocation attacks. *2018 IEEE 11th Intern. Conf. on Cloud Computing (CLOUD)*, 2018, pp. 725–731. doi:10.1109/CLOUD.2018.00099
6. Voinov N., Selin I., Drobintsev P., Kotlyarov V. An approach for managing hybrid supercomputer resources in photogrammetric tasks. *CEUR Workshop Proc.*, 2018, pp. 12–19.
7. Đorđević B., Timčenko V., Nikolić E., Davidović N. Comparing performances of native host and virtualization on ESXi hypervisor. *2021 20th Intern. Symp. INFOTEH-JAHORINA (INFOTEH)*, 2021, pp. 1–4. doi:10.1109/INFOTEH51037.2021.9400648
8. Токарева О. А. *Применение систем оптимизации информационных ресурсов*. Наука молодых — будущее России: сб. науч. ст. 2-й Междунар. науч. конф. перспективных разработок молодых ученых/под ред. А. А. Горохова, Курск, Воронежский институт высоких технологий, 13–14 декабря 2017 г., 2017, с. 387–393.

9. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 2016660670 РФ. *ЭrucBM*, А. А. Шарапов. № 2016617311; заявл. 07.07.2016; опублик. 20.09.2016.
10. Ye K., Jiang X., Ma R., Yan F. VC-migration: Live migration of virtual clusters in the cloud. *2012 ACM/IEEE 13th Intern. Conf. on Grid Computing*, 2012, pp. 209–218. doi:10.1109/Grid.2012.27
11. Jun D., Yuanyuan Y. A load balancing and multi-tenancy oriented data center virtualization framework. *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, 2017, no. 8, pp. 2131–2144. doi:10.1109/TPDS.2017.2657633
12. Wahler M., Richter S., Oriol M. Non-disruptive large-scale component updates for real-time controllers. *2011 IEEE 27th Intern. Conf. on Data Engineering Workshops*, 2011, pp. 174–178. doi:10.1109/ICDEW.2011.5767631
13. Marsico A., Doriguzzi-Corin R., Gerola M., Siracusa D., Schwabe A. A non-disruptive automated approach to update SDN applications at runtime. *NOMS 2016 — 2016 IEEE/IFIP Network Operations and Management Symp.*, 2016, pp. 1007–1008. doi:10.1109/NOMS.2016.7502946
14. Bogatyrev V. A., Derkach A. N. Evaluation of a cyber-physical computing system with migration of virtual machines during continuous computing. *Computers*, 2020, vol. 9, no. 2, p. 42. doi:10.3390/computers9020042
15. Zhang W., Chen Y., Gao X., Mo Z. Cluster-aware virtual machine collaborative migration in media cloud. *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, 2017, no. 10, pp. 2808–2822. doi:10.1109/TPDS.2017.2697381
16. Fei Z., Xiaoming F., Ramin Y. CBase: A new paradigm for fast virtual machine migration across data centers. *2017 17th IEEE/ACM Intern. Symp. on Cluster, Cloud and Grid Computing (CCGRID)*, 2017, pp. 284–293. doi:10.1109/CCGRID.2017.26
17. Cui L., Hao Z., Peng Y., Yun X. Piccolo: A fast and efficient rollback system for virtual machine clusters. *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, 2017, no. 8, pp. 2328–2341. doi:10.1109/TPDS.2017.2668403
18. Kamla R. Z., Yahiya T., Mustafa N. B. An implementation of software routing for building a private cloud. *Intern. Journal of Computer Network and Information Security*, 2018, no. 3, pp. 1–7. doi:10.5815/ijcnis.2018.03.01
19. Rasheedh J. A., Saradha S. Reactive microservices architecture using a framework of fault tolerance mechanisms. *2021 Second Intern. Conf. on Electronics and Sustainable Communication Systems (ICESC)*, 2021, pp. 146–150. doi:10.1109/ICESC51422.2021.9532893
20. Sarkan H. M., Ahmad T. P. S., Bakar A. A. Using JIRA and Redmine in requirement development for agile methodology. *2011 Malaysian Conf. in Software Engineering*, 2011, pp. 408–413. doi:10.1109/MyS-EC.2011.6140707

UDC 004.457

doi:10.31799/1684-8853-2022-2-20-31

**Algorithm of ESXi cluster migration between different vCenter servers with the ability to rollback**A. A. Petrov<sup>a</sup>, Master Student, orcid.org/0000-0002-7465-3317I. V. Nikiforov<sup>a</sup>, PhD, Tech., Associate Professor, orcid.org/0000-0003-0198-1886, nikiforov\_iv@spbstu.ru

S. M. Ustinov, Dr. Sc., Tech., Professor, orcid.org/0000-0003-4088-4798

<sup>a</sup>Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, 29, Politekhnicheskaya St., 195251, Saint-Petersburg, Russian Federation

**Introduction:** Hypervisor managers may become deprecated or outdated or may fail. In addition, customers may want to rebalance hypervisor load. All these can cause problems related to the incompatibility of software with different manager versions or to the level of application integration. An effective solution to such problems is to automatically migrate the configuration and resources between hypervisor manager instances. **Purpose:** To develop an algorithm of the automatic migration of configurations and resources of an ESXi cluster between different vCenter Server instances with the ability to rollback in the event of a failure. **Results:** An automatic migration algorithm has been proposed. On its basis a program module for enterprise storage has been developed, which allows migrating an ESXi cluster on which a storage system is deployed from one vCenter Server to another. The module handles errors, and in case an exception or error occurs the module initiates a rollback operation in order to revert to the original vCenter Server. The study presents an experimental evaluation based on the comparison of the manual migration and the execution of the developed module. The time needed for the migration procedure has been reduced from 55 minutes to about 3 minutes, i.e., by 15–18 times. The amount of information to be known or taken into consideration by a user has also been reduced. **Practical relevance:** The study results have been used for enterprise storage. The developed module makes migrations to a new vCenter Server easier and faster.

**Keywords** — hypervisors, vCenter Server, VMware ESXi, migration, automatization, Distributed Virtual Switch.

**For citation:** Petrov A. A., Nikiforov I. V., Ustinov S. M. Algorithm of ESXi cluster migration between different vCenter servers with the ability to rollback. *Informatsionno-upravlyaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2022, no. 2, pp. 20–31 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2022-2-20-31

## References

1. Sharma K. An alleviated model for private cloud deployment using VMware. *2017 Intern. Conf. on Information, Communication, Instrumentation and Control (ICICIC)*, 2017, pp. 1–3. doi:10.1109/ICOMICON.2017.8279164
2. Popok L. E., Bogomolov E. A. Method of migration of virtual loads from VMware vSphere virtual platform to the Microsoft Hyper-V virtualization platform. *Polythematic Online Scientific Journal of Kuban State Agrarian University*, 2019, no. 153, pp. 66–80 (In Russian). doi:10.21515/1990-4665-153-007. Available at: <http://ej.kubagro.ru/2019/09/pdf/07.pdf> (accessed 29 January 2022).
3. Nyrkov A. P., Katorin Y. F., Gaskarov V. D., Brazhnikova L. S., and Vikhrov N. Analysis of platform vulnerabilities for the virtualization process. *2018 IEEE Conf. of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus)*, 2018, pp. 94–97. doi:10.1109/EIConRus.2018.8317038
4. Kolahi S. S., Hora V. S., Singh A. P., Bhatti S., Yeeda S. R. Performance comparison of cloud computing/IoT virtualization software, Hyper-V vs vSphere. *2020 Advances in Science and Engineering Technology Intern. Conf. (ASET)*, 2020, pp. 1–6. doi:10.1109/ASET48392.2020.9118185
5. Anwar A. H., Atia G., Guirguis M. It's time to migrate! A game-theoretic framework for protecting a multi-tenant cloud against collocation attacks. *2018 IEEE 11th Intern. Conf. on Cloud Computing (CLOUD)*, 2018, pp. 725–731. doi:10.1109/CLOUD.2018.00099
6. Voinov N., Selin I., Drobintsev P., Kotlyarov V. An approach for managing hybrid supercomputer resources in photogrammetric tasks. *CEUR Workshop Proc.*, 2018, pp. 12–19.
7. Đorđević B., Timčenko V., Nikolić E., Davidović N. Comparing performances of native host and virtualization on ESXi hypervisor. *2021 20th Intern. Symp. INFOTEH-JAHORINA (INFOTEH)*, 2021, pp. 1–4. doi:10.1109/INFOTEH51037.2021.9400648
8. Tokareva O. A. Using of information resources optimization systems. *Sbornik nauchnyh statej 2-j Mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii perspektivnyh razrabotok molodyh uchenyh "Nauka molodyh — budushchee Rossii"* [Proc. 2<sup>nd</sup> Intern. Science Conf. of Promising Developments of Young Scientists "Science of young — future of Russia"]. Eds. A. A. Gorohov. Kursk, Voronezhskij institut vysokih tekhnologij, 2017, pp. 387–393 (In Russian).
9. Sharapov A. A. *ErisVM* [ErisVM]. Certificate of state registration of the computer program Russia, no. 2016660670, 2016.
10. Ye K., Jiang X., Ma R., Yan F. VC-Migration: Live migration of virtual clusters in the cloud. *2012 ACM/IEEE 13th Intern. Conf. on Grid Computing*, 2012, pp. 209–218. doi:10.1109/Grid.2012.27
11. Jun D., Yuanyuan Y. A load balancing and multi-tenancy oriented data center virtualization framework. *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, 2017, no. 8, pp. 2131–2144. doi:10.1109/TPDS.2017.2657633
12. Wahler M., Richter S., Oriol M. Non-disruptive large-scale component updates for real-time controllers. *2011 IEEE 27th Intern. Conf. on Data Engineering Workshops*, 2011, pp. 174–178. doi:10.1109/ICDEW.2011.5767631
13. Marsico A., Doriguzzi-Corin R., Gerola M., Siracusa D., Schwabe A. A non-disruptive automated approach to update SDN applications at runtime. *NOMS 2016 — 2016 IEEE/IFIP Network Operations and Management Symp.*, 2016, pp. 1007–1008. doi:10.1109/NOMS.2016.7502946
14. Bogatyrev V. A., Derkach A. N. Evaluation of a cyber-physical computing system with migration of virtual machines during continuous computing. *Computers*, 2020, vol. 9, no. 2, p. 42. doi:10.3390/computers9020042
15. Zhang W., Chen Y., Gao X., Mo Z. Cluster-aware virtual machine collaborative migration in media cloud. *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, 2017, no. 10, pp. 2808–2822. doi:10.1109/TPDS.2017.2697381
16. Fei Z., Xiaoming F., Ramin Y. CBase: A new paradigm for fast virtual machine migration across data centers. *2017 17th IEEE/ACM Intern. Symp. on Cluster, Cloud and Grid Computing (CCGRID)*, 2017, pp. 284–293. doi:10.1109/CCGRID.2017.26
17. Cui L., Hao Z., Peng Y., Yun X. Piccolo: A fast and efficient rollback system for virtual machine clusters. *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, 2017, no. 8, pp. 2328–2341. doi:10.1109/TPDS.2017.2668403
18. Kamla R. Z., Yahiya T., Mustafa N. B. An implementation of software routing for building a private cloud. *Intern. Journal of Computer Network and Information Security*, 2018, no. 3, pp. 1–7. doi:10.5815/ijenis.2018.03.01
19. Rasheedh J. A., Saradha S. Reactive microservices architecture using a framework of fault tolerance mechanisms. *2021 Second Intern. Conf. on Electronics and Sustainable Communication Systems (ICESC)*, 2021, pp. 146–150. doi:10.1109/ICESC51422.2021.9532893
20. Sarkan H. M., Ahmad T. P. S., Bakar A. A. Using JIRA and Redmine in requirement development for agile methodology. *2011 Malaysian Conf. in Software Engineering*, 2011, pp. 408–413. doi:10.1109/MySEC.2011.6140707

## Анализ средней задержки для одной модели сети массового обслуживания с резервированием ресурсов

М. Н. Шелест<sup>а</sup>, ассистент, [orcid.org/0000-0002-2073-6053](https://orcid.org/0000-0002-2073-6053), [mshshelest@mail.ru](mailto:mshshelest@mail.ru)

<sup>а</sup>Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Б. Морская ул., 67, Санкт-Петербург, 190000, РФ

**Введение:** в настоящее время актуальной задачей является разработка новых методов анализа сложных информационных систем, к которым предъявляются повышенные требования по сохранению целостности данных. Важной характеристикой качества работы таких систем считается среднее время выполнения транзакции. К сожалению, на сегодня практически отсутствуют математические модели и оценки для быстрогодействия подобных систем. **Цель:** разработка и анализ модели распределенной информационной системы на базе сетей массового обслуживания. **Результаты:** описан тип информационных систем с повышенными требованиями к сохранению целостности данных. Приведены допущения для подобных систем. Предложен удобный способ их представления в виде графа зависимости маршрутов транзакций. Каждый маршрут в такой системе представлен в виде одной тандемной системы массового обслуживания, для которой приведено вычисление характеристик ее функционирования. Данный способ представления позволил упростить анализ сложных систем, в результате чего были получены замкнутые выражения для оценки временных характеристик рассматриваемого типа систем. Также приведены два механизма декомпозиции предложенного графа с последующим вычислением нижней границы для среднего времени выполнения транзакции. Методами имитационного моделирования проанализирована точность обоих подходов. **Практическая значимость:** предложенные модели позволяют оценить предельные скоростные характеристики информационной системы еще на этапе ее проектирования.

**Ключевые слова** – информационная система, транзакция, целостность, сеть массового обслуживания, граничные значения.

**Для цитирования:** Шелест М. Н. Анализ средней задержки для одной модели сети массового обслуживания с резервированием ресурсов. *Информационно-управляющие системы*. 2022, № 2, с. 32–41. doi:10.31799/1684-8853-2022-2-32-41

**For citation:** Shelest M. N. Average delay estimation for one queueing network model with resource reservation. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2022, no. 2, pp. 32–41 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2022-2-32-41

### Введение

В настоящее время актуальной задачей является анализ характеристик быстрогодействия больших информационных систем (ИС), состоящих из баз данных (БД), систем управления БД, каналов связи, пользовательских и прикладных интерфейсов и пр. [1, 2]. Информационный обмен между абонентами и ИС осуществляется посредством транзакций. В данном случае под транзакцией понимается последовательность операций над данными ИС. Помимо быстрогодействия, особое внимание в таких системах уделяется также сохранению целостности данных [3, 4]. Целостность может нарушаться, например, вследствие неправильно установленных политик доступа различных абонентов к одним и тем же записям БД для чтения и изменения. Например, во время процесса изменения данных в определенных записях одним пользователем к тем же данным для чтения может обращаться другой пользователь. Пока изменение записей первым пользователем не завершено, данные не могут считаться окончательными. Следовательно, данные, прочитанные вторым пользователем, будут неактуальными. Для избегания подобных ситуаций зачастую применяются механизмы резерви-

рования (блокировки) записей или целых таблиц (ресурсов БД) [5, 6]. Основным смыслом данных механизмов заключается в обеспечении порядка, при котором с одними и теми же данными одновременно может работать только одна транзакция [7].

Выделяют несколько уровней резервирования ресурсов.

1. *Мгновенное резервирование:* резервируется только тот ресурс, над которым выполняется операция в данный момент. При таком механизме транзакции блокируют относительно небольшое количество ресурсов, что способствует быстроте их выполнения. Минусом данного резервирования является возможное нарушение целостности данных.

2. *Ретроспективное резервирование:* резервируются те ресурсы, над которыми уже были выполнены операции в рамках транзакции, и тот ресурс, над которым выполняется операция в данный момент. Резервирование с ресурсов будет снято только тогда, когда выполнение транзакции полностью завершится. В данном случае целостность данных не нарушается, но такой тип резервирования может привести к возникновению взаимных блокировок. Взаимная блокировка — это ситуация, когда две или более транзак-

ции препятствуют выполнению друг друга [8]. Данный конфликт не разрешим без операции отката транзакций [9, 10], что негативно влияет на скорость работы ИС.

3. *Перспективное резервирование*: перед началом транзакции резервируются все ресурсы, над которыми планируется проведение операций. Снятие блокировки произойдет только тогда, когда выполнение данной транзакции полностью завершится. Благодаря подобному механизму резервирования в системе не возникают взаимные блокировки, так как невозможно начать выполнение ни одной транзакции, пока заблокирован хотя бы один необходимый ресурс. Такой механизм резервирования ресурсов также способствует полному сохранению целостности данных в ИС.

В настоящей работе рассматриваются ИС, к которым предъявляются повышенные требования к сохранению целостности данных без возможного возникновения взаимных блокировок, что делает необходимым применение третьего механизма резервирования.

### Формальная модель сети

#### Представление системы в виде сети массового обслуживания

Введем модель рассматриваемой системы на основе сетей массового обслуживания (СеМО). При таком представлении ресурсам ИС соответствуют обслуживающие устройства (ОУ) сети, транзакциям — заявки, а процессу выполнения транзакции — прохождение заявки по маршруту внутри СеМО. В дальнейшем будут использованы следующие допущения:

- маршруты представляют собой простые цепи (внутри каждого маршрута все ОУ различны);
- множество разрешенных маршрутов в сети (типов транзакций) заранее определено и конечно;
- на множестве маршрутов задано вероятностное распределение.

Для каждого из типов транзакций на входе системы находится отдельный буфер. Контроллер СеМО, отвечающий за сохранение целостности данных, разрешает очередной заявке отправиться из буфера по маршруту, только если все ОУ на маршруте свободны. Одновременно производится блокировка данных ОУ для прочих заявок до тех пор, пока данная не покинет систему. Благодаря такому механизму резервирования на каждом маршруте может находиться не более одной заявки. Алгоритм, в соответствии с которым принимается решение о следующей взятой на обслуживание заявке, называется дисциплиной управления буфером [11, 12]. Такое реше-

ние, например, может основываться на принципе первый пришел — первый вышел или на принципе приоритизации наименее сложных заявок [13, 14].

Рассмотрим представление ИС в виде СеМО на примере системы, обрабатывающей четыре типа транзакций. Каждая из транзакций состоит из последовательности команд, представление которых на языке SQL приведено в Приложении.

#### 1. Выполнение операции через банкомат:

— добавление в таблицу «Операции через банкомат» (*Tab1*) записи о проведении пользователем операции по снятию наличных через банкомат;

— добавление в таблицу «Операции клиентов» (*Tab4*) записи о проведенной пользователем операции с указанием даты.

#### 2. Запрос на предоставление выписки по операциям:

— добавление в таблицу «Запросы клиентов» (*Tab2*) записи о запросе клиента выписки по счету на определенный день;

— выборка из таблицы «Операции клиентов» (*Tab4*) записей о совершенных пользователем операциях за указанный день.

#### 3. Выполнение платежа по кредиту:

— добавление в таблицу «Платежи по кредиту» (*Tab3*) записи о внесении клиентом платежа по кредиту;

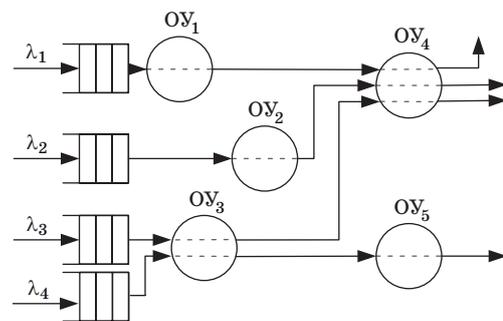
— добавление в таблицу «Операции клиентов» (*Tab4*) записи о проведенной пользователем операции с указанием даты.

#### 4. Обновление кредитной истории:

— выборка из таблицы «Платежи по кредиту» (*Tab3*) суммы платежей по кредиту, внесенных клиентом за указанный месяц;

— обновление в таблице «Кредитная история» (*Tab5*) суммы оставшегося платежа по кредиту для клиента за указанный месяц.

Для данного примера ресурсами, над которыми выполняются операции транзакций, являются таблицы *Tab1*, *Tab2*, *Tab3*, *Tab4* и *Tab5*. В СеМО им соответствуют  $OY_1$ ,  $OY_2$ ,  $OY_3$ ,  $OY_4$  и  $OY_5$ . На рис. 1, представляющем составленную таким об-



■ Рис. 1. Пример СеМО

■ Fig. 1. Queuing network example

разом результирующую сеть,  $\lambda_j$  обозначает интенсивность поступления в систему потока транзакций  $j$ -го типа ( $\lambda_j = p_j L$ , где  $p_j$  — вероятность появления транзакции  $j$ -го типа,  $L$  — общая интенсивность входного потока транзакций).

Опишем работу механизма резервирования для приведенного примера. Если в данный момент в сети исполняется заявка третьего типа, т. е. заявка, последовательно обслуживаемая в ОУ<sub>3</sub> и ОУ<sub>4</sub>, то эти обслуживающие устройства на ее маршруте будут заблокированы для остальных заявок. Тогда, поскольку ОУ<sub>3</sub> является частью 4-го маршрута, а ОУ<sub>4</sub> является частью 1-го и 2-го маршрутов, данные маршруты будут на это время заблокированы, и соответствующие им заявки будут пребывать в буферах.

Из логики приведенного механизма резервирования следует, что на каждом маршруте может находиться не более одной заявки. Следовательно, каждый маршрут можно представить в виде тандемной системы массового обслуживания (СМО). Тогда в случае, если входной поток заявок является пуассоновским, такая тандемная СМО сводится к системе массового обслуживания типа  $M/G/1$  [15]. Полученная таким образом тандемная СМО будет обладать следующими характеристиками обслуживания:

— интенсивность обслуживания

$$\mu_j^\Sigma = \frac{1}{\sum_{n \in R_j} \mu_n^{-1}}, \quad (1)$$

где  $R_j$  — маршрут ( $j = 1..S$ ),  $S$  — количество возможных маршрутов в сети;  $\mu_n$  — интенсивность обслуживания  $n$ -го обслуживающего устройства исходной СеМО;

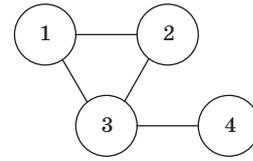
— плотность вероятности времени обслуживания

$$f_j(t) = \otimes_{n \in R_j} g_n(t), \quad (2)$$

где символ  $\otimes$  обозначает последовательную свертку плотностей вероятности времени обслуживания  $g_n(t)$  для каждого обслуживающего устройства, входящего в состав маршрута  $R_j$ .

### Представление системы в виде графа зависимости маршрутов

Для упрощения проведения анализа можно предложить альтернативное представление системы. Введем граф зависимости маршрутов (ГЗМ)  $G(\mathbf{R}, \mathbf{E})$ , вершины которого соответствуют множеству возможных маршрутов  $\mathbf{R} = \{R_1, R_2, \dots, R_s\}$ . Ребра в данном графе будут ставиться согласно следующему правилу:  $e_{a,b} \in \mathbf{E}$ , если  $(R_a \cap R_b) \neq \emptyset$ , т. е. ребра отражают наличие об-



■ Рис. 2. Пример графа зависимости маршрутов  
 ■ Fig. 2. Route dependency graph example

щих ОУ на паре маршрутов. На рис. 2 изображен граф зависимости маршрутов для СеМО, приведенной на рис. 1.

Тогда каждый узел в данном графе будет соответствовать тандемной СМО, параметры которой были описаны в предыдущем подразделе. Такое представление системы в виде ГЗМ содержит в себе всю необходимую информацию для проведения дальнейшего анализа ее характеристик быстродействия и производительности.

Заметим, что средняя задержка в СеМО с резервированием ресурсов напрямую зависит от общей интенсивности входного потока заявок  $L$ , набора маршрутов, вида ГЗМ (набора узлов и ребер  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{E}$ ) и от дисциплины управления буфером  $A$ . Далее будем предполагать, что  $A$  принадлежит множеству всех физически реализуемых дисциплин управления буфером  $A$ . Следовательно, можно представить среднюю задержку в такой сети как некую функцию от перечисленных параметров:

$$\bar{T} = F(L, \mathbf{R}, \mathbf{E}, A). \quad (3)$$

Уменьшение среднего времени пребывания заявки в сети при заданной интенсивности входного потока  $L$  возможно за счет оптимальной дисциплины управления буфером. Следовательно, можно записать следующее выражение для минимально возможно средней задержки в сети:

$$\bar{T}_{\text{opt}} = \inf_{A \in A} F(L, \mathbf{R}, \mathbf{E}, A). \quad (4)$$

Функцию, представленную в выражении (3), не всегда можно записать в замкнутом виде. Однако можно провести модификацию исходного ГЗМ путем удаления или добавления ребер. Тем самым могут быть найдены замкнутые выражения для вычисления граничных значений для средней задержки заявки в сети.

Исходя из всего вышеописанного, можно сформулировать следующую лемму.

**Лемма.** Для  $\forall \mathbf{E}'$  и  $\forall \mathbf{E}''$  таких, что  $\mathbf{E}' \subseteq \mathbf{E} \subseteq \mathbf{E}''$ , справедливо следующее неравенство:

$$\inf_{A \in A} F(L, \mathbf{R}, \mathbf{E}', A) \leq \bar{T}_{\text{opt}} \leq \inf_{A \in A} F(L, \mathbf{R}, \mathbf{E}'', A).$$

Здесь  $E'$  — неполное множество ребер исходного ГЗМ (крайний случай:  $E' = \emptyset$  — нуль-граф);  $E''$  — исходное множество ребер с некоторым количеством добавленных ребер (крайний случай:  $E'' = \mathbf{R} \times \mathbf{R}$  — полностью связанный граф).

*Доказательство:* Доказательство основывается на том факте, что последовательность обслуживаемых заявок, совместимая с ограничениями ГЗМ  $G(\mathbf{R}, E'')$ , будет также применима и для исходной сети с ГЗМ  $G(\mathbf{R}, E)$ , и, соответственно, для сети с ГЗМ  $G(\mathbf{R}, E')$ .

**Анализ нижней границы**

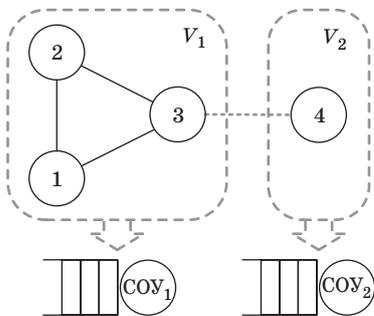
Основываясь на лемме, выведем общую формулу нижнего граничного значения для средней задержки в СеМО с резервированием ресурсов.

Согласно лемме, если удалить из исходного ГЗМ некоторые ребра и тем самым распараллелить работу некоторых тандемных СМО, то значение средней задержки в полученной сети будет не больше значения средней задержки в исходной СеМО. Таким образом, для получения замкнутого выражения для средней задержки в полученной сети удалим ребра так, чтобы исходный ГЗМ оказался разбит на отдельные полностью связанные подграфы (рис. 3).

В каждом из полученных полностью связанных подграфов на обслуживании одновременно может находиться только одна заявка (в силу взаимного пересечения всех маршрутов подграфа). Таким образом, можно также упростить каждый отдельный полностью связанный подграф до составного ОУ (СОУ), характеристики обслуживания в котором вычисляются по следующим формулам:

— вероятность попадания заявки в СОУ

$$P_k = \sum_{i \in V_k} P_i, \tag{5}$$



■ **Рис. 3.** Пример разбиения исходного ГЗМ на отдельные полностью связанные подграфы

■ **Fig. 3.** An example of splitting initial the RDG into separate complete subgraphs

где  $V_k$  — множество маршрутов, входящих в  $k$ -й полностью связанный подграф ( $k = 1..K$ ,  $K$  — количество полностью связанных подграфов);  $p_i$  — вероятность поступления заявки на  $i$ -й маршрут;

— интенсивность обслуживания в СОУ

$$M_k = \frac{P_k}{\sum_{i \in V_k} P_i (\mu_i^\Sigma)^{-1}}, \tag{6}$$

где  $\mu_i^\Sigma$  — интенсивность обслуживания заявки на  $i$ -м маршруте, вычисляется по формуле (1);

— интенсивность поступления заявок в СОУ

$$\Lambda_k = \sum_{i \in V_k} \lambda_i, \tag{7}$$

где  $\lambda_i$  — интенсивность поступления заявок на  $i$ -й маршрут;

— плотность вероятности времени обслуживания в СОУ

$$\varphi_k(t) = \frac{1}{P_k} \sum_{i \in V_k} P_i f_i(t), \tag{8}$$

где  $f_i(t)$  — плотность вероятности времен обслуживания в  $i$ -м маршруте, вычисляется по формуле (2).

Поскольку очевидно, что  $\mathbf{R} = \bigcup_{k=1}^K V_k$  и  $E' = \bigcup_{k=1}^K E'_k$  (здесь  $E'_k$  — ребра, входящие в состав  $k$ -го полностью связанного подграфа), то можно представить выражение (4) в следующем виде:

$$\inf_{A \in \mathcal{A}} F(L, \mathbf{R}, E', A) = \inf_{A \in \mathcal{A}} \sum_{k=1}^K [P_k F(\Lambda_k, V_k, E'_k, A)].$$

Очевидно, что

$$\begin{aligned} \inf_{A \in \mathcal{A}} \sum_{k=1}^K P_k F(\Lambda_k, V_k, E'_k, A) &\geq \\ &\geq \sum_{k=1}^K P_k \inf_{A \in \mathcal{A}} F(\Lambda_k, V_k, E'_k, A). \end{aligned}$$

Каждый полностью связанный подграф, полученный в результате разбиения исходного графа, является системой типа  $M/G/1$ . Для систем подобного типа известно, что дисциплиной управления буфером, обеспечивающей минимальное среднее время нахождения заявки в сети, является дисциплина SJF (Shortest Job First — короткие заявки вперед) [11, 16]. Тогда справедливо следующее равенство:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^K P_k \inf_{A \in \mathcal{A}} F(\Lambda_k, V_k, E'_k, A) &= \\ &= \sum_{k=1}^K P_k F(\Lambda_k, V_k, E'_k, SJF). \end{aligned}$$

Таким образом, для нахождения нижней границы среднего времени пребывания заявки в сети можно записать часть леммы в следующем виде:

$$\inf_{A \in \mathcal{A}} F(L, \mathbf{R}, \mathbf{E}, A) \geq \sum_{k=1}^K P_k F(\Lambda_k, V_k, E'_k, SJF). \quad (9)$$

Каждый элемент суммы в правой части неравенства (9) может быть рассчитан по формуле Фиппса [17]:

$$F(\Lambda_k, V_k, E'_k, SJF) = \frac{\Lambda_k}{M_k} \int_0^\infty t^2 \varphi_k(t) dt \int_0^\infty \frac{\varphi_k(t) dt}{\left(1 - \Lambda_k \int_0^t x \varphi_k(x) dx\right)^2} + \frac{1}{M_k}.$$

Таким образом, результирующее выражение для вычисления нижней границы среднего времени пребывания заявки в СеМО выглядит следующим образом:

$$\bar{T} \geq \sum_{k=1}^K \left[ \frac{P_k \Lambda_k}{M_k} \int_0^\infty t^2 \varphi_k(t) dt \int_0^\infty \frac{\varphi_k(t) dt}{\left(1 - \Lambda_k \int_0^t x \varphi_k(x) dx\right)^2} + \frac{P_k}{M_k} \right].$$

### Способы уточнения нижней границы

Для упрощения процесса расчета нижнего граничного значения предлагается разбивать ГЗМ на отдельные полносвязные подграфы. Стоит отметить, что таких способов разбиения существует много, и от того, какой именно получился результат, будет зависеть точность полученного нижнего граничного значения для средней задержки в СеМО. Так, принимая во внимание лемму, частным случаем нахождения тривиальной нижней границы для средней задержки в сети является полное удаление ребер из ГЗМ ( $E' = \emptyset$ ).

В данной работе предлагается два способа разбиения (декомпозиции) ГЗМ на отдельные полносвязные подграфы с целью повысить точность предложенной нижней границы.

Первый способ разбиения ГЗМ будет называться VBS (Volume-Based Strategy). Данный способ основан на размере отдельных полносвязных подграфов.

#### Алгоритм 1 (VBS).

1.  $k = 1$ .
2. **while**  $R \neq \emptyset$  **do**.
3.  $k = K + 1$ .

4. Поиск максимального по размеру полносвязного подграфа  $V_k$ .

5.  $R = R \setminus V_k$ .

6. **end**.

При таком разбиении ГЗМ на каждой итерации выбирается подграф с максимальным количеством вершин из всех найденных подграфов. Данная процедура выполняется до тех пор, пока весь граф не будет разбит на отдельные полносвязные подграфы.

Второй способ разбиения графа будет называться LBS (Load-Based Strategy). Данный способ основан на загруженности отдельных полносвязных подграфов.

#### Алгоритм 2 (LBS).

1.  $k = 1$ .

2. **while**  $R \neq \emptyset$  **do**.

3.  $k = K + 1$ .

4. Поиск полносвязного подграфа  $V_k$  с максимальной загрузкой.

5.  $R = R \setminus V_k$ .

6. **end**.

В предложенном алгоритме разбиения ГЗМ на каждой итерации выбирается полносвязный подграф, в котором средняя задержка, рассчитанная по формуле Поллачека — Хинчина, будет максимальной [18].

Стоит отметить, что в случае, когда в сети имеются перегруженные узлы, описанные способы для получения граничных значений будут показывать результат по крайней мере не хуже, чем когда в сети нагрузка распределена равномерно. Данный эффект связан с тем, что при разбиении ГЗМ на отдельные полносвязные подграфы наиболее нагруженные узлы могут быть изолированы от остальной части сети, тем самым освобождая прохождение заявок по менее загруженным узлам. При этом разбиение ГЗМ с помощью алгоритма LBS даст наилучший эффект, потому что в данном случае разбиение основывается именно на загруженности узлов.

### Численные примеры

Для СеМО, представленной на рис. 1, проведем сравнение нижних границ, полученных с помощью описанных способов разбиения ГЗМ.

Поскольку при использовании LBS-алгоритма одними из параметров, которые могут влиять на разбиение ГЗМ, являются вероятности выбора маршрутов в сети, то проведем вычисления при нескольких наборах данных вероятностей. В табл. 1 представлены вероятности выбора маршрутов, используемые для проведения серии тестов.

Первым этапом для поиска полносвязных подграфов будет являться нахождение всех клик

■ **Таблица 1.** Параметры тестовых сценариев  
 ■ **Table 1.** Test case options

№ теста	Вероятности различных транзакций			
	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$
1	0,25	0,25	0,25	0,25
2	0,06	0,06	0,06	0,82
3	$(1-q)/3$	$(1-q)/3$	$(1-q)/3$	$q$

(полносвязных подграфов, не являющихся частью более крупных полносвязных подграфов) в ГЗМ [19]. На рис. 4 приведены все клики, входящие в состав графа, изображенного на рис. 2.

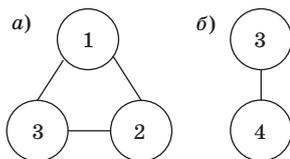
С другой стороны, так как алгоритм VBS не принимает во внимание вероятности выбора маршрутов, то результаты разбиения ГЗМ при использовании данного алгоритма для всех предложенных тестовых сценариев будут одинаковы. Клика № 1 будет являться первым найденным полносвязным подграфом, так как в ее состав входит наибольшее количество вершин среди представленных клик. Второй подграф будет состоять только из одной оставшейся вершины. Результат подобного разбиения был приведен ранее как пример на рис. 3.

Вероятности выбора маршрутов влияют на загруженность узлов графа, поэтому для того, чтобы определить, каким образом будет проведено разбиение ГЗМ при использовании алгоритма LBS, для каждого тестового сценария необходимо провести расчет загрузки для каждой найденной клики. В табл. 2 приведены расчеты среднего времени пребывания заявки в подсетях, образованных найденными кликами.

**Параметры для расчета:**  $\mu_n = 1$ ;  $L = 0,5$ ;  $\lambda_s = 0,5p_s$ ;  $g_n(t) = e^{-t}$ .

В соответствии с выражениями (1) и (2) вычисляем:  $\mu_s^{\Sigma} = 0,5$ ;  $f_s(t) = te^{-t}$ .

По результатам расчетов, приведенных в таблице, можно определить, что в первом тестовом сценарии среднее время пребывания заявок в подсети, образованной кликой № 1, больше, чем в подсети, образованной кликой № 2. Соответственно, клика № 1 выбирается в качестве первого полносвязного подграфа, а вторым



■ **Рис. 4.** Клика № 1 (а) и клика № 2 (б), входящие в состав исходного ГЗМ

■ **Fig. 4.** Clique No. 1 (a) and clique No. 2 (b) which are part of the initial route dependency graph

■ **Таблица 2.** Расчеты для алгоритма LBS  
 ■ **Table 2.** Calculations for the LBS algorithm

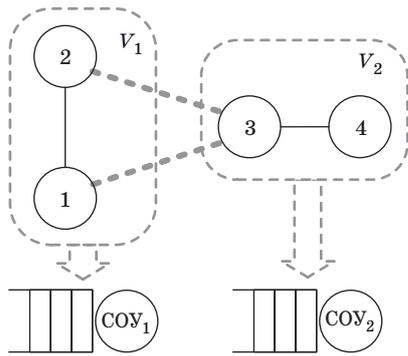
№ теста	Клика № 1	Клика № 2
1	Используя формулы (5)–(8), вычислим:	
	$P_1 = 0,75$ ; $M_1 = 0,5$ ; $\Lambda_1 = 0,375$ ; $\varphi_1(t) = te^{-t} \Rightarrow v_1 = 1/\sqrt{2}$	$P_2 = 0,5$ ; $M_2 = 0,5$ ; $\Lambda_2 = 0,25$ ; $\varphi_2(t) = te^{-t} \Rightarrow v_2 = 1/\sqrt{2}$
	Вычислим среднее время пребывания заявки в подсети, образованной кликой, используя формулу Поллачека — Хинчина:	
	$\bar{T}_1 = (\Lambda_1(1 + v_1^2))/$ $/(2M_1(M_1\Lambda_1)) +$ $+ 1/M_1 = 6,5$	$\bar{T}_2 = (\Lambda_2(1 + v_2^2))/$ $/(2M_2(M_2\Lambda_2)) +$ $+ 1/M_2 = 3,5$
2	Используя формулы (5)–(8), вычислим:	
	$P_1 = 0,18$ ; $M_1 = 0,5$ ; $\Lambda_1 = 0,09$ ; $\varphi_1(t) = te^{-t} \Rightarrow v_1 = 1/\sqrt{2}$	$P_2 = 0,88$ ; $M_2 = 0,5$ ; $\Lambda_2 = 0,44$ ; $\varphi_2(t) = te^{-t} \Rightarrow v_2 = 1/\sqrt{2}$
	Вычислим среднее время пребывания заявки в подсети, образованной кликой, используя формулу Поллачека — Хинчина:	
	$\bar{T}_1 = (\Lambda_1(1 + v_1^2))/$ $/(2M_1(M_1\Lambda_1)) +$ $+ 1/M_1 \approx 2,3293$	$\bar{T}_2 = (\Lambda_2(1 + v_2^2))/$ $/(2M_2(M_2\Lambda_2)) +$ $+ 1/M_2 = 13$

подграфом будет оставшаяся последняя вершина. Таким образом, разбиение ГЗМ на отдельные полносвязные подграфы в первом тестовом сценарии при алгоритме LBS не будет отличаться от разбиения по алгоритму VBS (см. рис. 3).

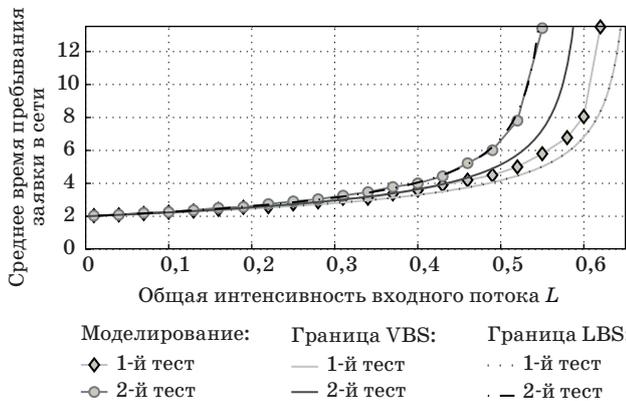
Расчеты по второму тестовому сценарию показали, что среднее время пребывания заявок в подсети, образованной кликой № 2, больше, чем в подсети, образованной кликой № 1. Поэтому в качестве первого полносвязного подграфа выбирается клика № 2, после чего остается последний полносвязный подграф, состоящий из двух вершин. На рис. 5 представлены результаты разбиения ГЗМ для второго тестового сценария при использовании алгоритма LBS.

Проведено сравнение моделирования работы сети с нижними границами среднего времени пребывания заявки в сети, построенными при использовании VBS- и LBS-алгоритмов для двух тестовых сценариев (рис. 6).

На графике видно, что для первого тестового сценария граничные значения, полученные при помощи алгоритмов VBS и LBS, сливаются. Для второго тестового сценария разбиение ГЗМ при использовании двух описанных алгоритмов оказалось различным, что повлекло за собой разни-



■ **Рис. 5.** Разбиение ГЗМ для второго тестового сценария при использовании LBS-алгоритма  
 ■ **Fig. 5.** RDG partitioning for the second test case using the LBS algorithm

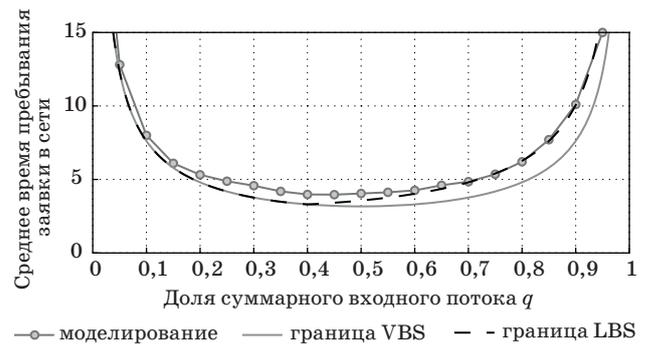


■ **Рис. 6.** Зависимость среднего времени пребывания заявки в системе от интенсивности общего входного потока  
 ■ **Fig. 6.** Plot of the application average delay time in the system on the total input flow intensity

цу в полученных границах для среднего времени пребывания заявки в СеМО. Наиболее выгодной для второго тестового сценария является граница, построенная с помощью LBS-алгоритма для разбиения ГЗМ (см. рис. 6), так как она полностью совпадает с результатом моделирования работы СеМО. В то же время вторая граница показала себя еще хуже, чем та же оценка для первого тестового сценария. Тем самым подтверждается вывод, что данные методы оценки работают лучше, когда в сети присутствуют перегруженные узлы.

Рассмотрим, как ведут себя полученные границы для среднего времени пребывания заявки в сети при фиксированной интенсивности входного потока и различных вероятностях выбора 4-го маршрута. Результаты моделирования работы СеМО при интенсивности входного потока  $L = 0,5$  показаны на рис. 7.

Полученный график демонстрирует, что достаточно низкий перекоп вероятностей в сторону



■ **Рис. 7.** Зависимость среднего времени пребывания заявки в системе от доли заявок, поступающих на 4-й маршрут  
 ■ **Fig. 7.** Plot of application average delay time in the system on the share of applications arriving to the 4th route

одного из маршрутов (при  $q \leq 0,4$ ) не приводит к значительной выгоде использования стратегии LBS для разбиения ГЗМ на отдельные полностью связанные подграфы. И напротив, на участке, где перекоп вероятности значителен (при  $q > 0,4$ ), стратегия VBS заметно проигрывает стратегии LBS в оценке среднего времени пребывания заявки в СеМО с резервированием ресурсов. На графике также видно, что при крайних значениях долей суммарного входного потока ( $q < 0,05$  и  $q > 0,95$ ) граничные значения практически полностью совпадают с результатами моделирования. Такой эффект возникает из-за того, что в этих случаях в системе образуются сильно перегруженные узлы. Тем самым задержка во всей сети практически полностью определяется задержкой только в этих перегруженных узлах, для которых возможно вывести замкнутое выражение для расчета средней задержки.

### Заключение

На основе предложенной формальной модели СеМО с резервированием ресурсов предложен способ нахождения граничных значений для средней задержки в сети. В работе приведены несколько способов, благодаря которым может быть повышена точность полученных граничных значений. Данные способы основаны на применении разных подходов к разбиению исходного ГЗМ на отдельные полностью связанные подграфы. Для проведения анализа полученных границ были рассмотрены численные примеры, которые позволяют сделать вывод о том, что наибольшей точности оценки среднего времени пребывания заявки в СеМО можно достичь применением стратегии разбиения LBS.

Полученные результаты могут быть использованы для анализа и оценки производительности таких систем управления БД, как MySQL, MS SQL и др., в которых используются механизмы блокировки транзакций, схожие с рассматриваемыми в данной работе [20, 21].

### Приложение

#### Представление команд на языке SQL

1. Выполнение операции через банкомат:

— добавление в таблицу «Операции через банкомат» (Tab1) записи о проведении пользователем операции по снятию наличных через банкомат:

```
INSERT INTO Tab1 (Id_ATM_operation, Code_ATM, Type_operation, User, Amount) VALUES (7039, 0034156, 'Cash withdrawal', 0374, 3600);
```

— добавление в таблицу «Операции клиентов» (Tab4) записи о проведенной пользователем операции с указанием даты:

```
INSERT INTO Tab4 (User, Type_operation, Date, Code_operation) VALUES (0374, 'ATM operation', #18.11.2018#, 7039).
```

2. Запрос на предоставление выписки по операциям:

— добавление в таблицу «Запросы клиентов» (Tab2) записи о запросе клиента выписки по счету на определенный день:

```
INSERT INTO Tab2 (Id_query, Type_query, Code_operator, User, Condition) VALUES (3156, 'Statement of account for a day', 0047, 1501, #20.11.2018#);
```

— выборка из таблицы «Операции клиентов» (Tab4) записей о совершенных пользователем операциях за указанный день:

```
SELECT Date, Type_operation FROM Tab4 WHERE User = 1501 AND Date = #20.11.2018#.
```

3. Выполнение платежа по кредиту:

— добавление в таблицу «Платежи по кредиту» (Tab3) записи о внесении клиентом платежа по кредиту:

```
INSERT INTO Tab3 (Id_loan_payment, Code_credit, User, Amount_paid, Payment_date) VALUES (7153, 31568109, 0356, 4700, #10.11.2018#);
```

— добавление в таблицу «Операции клиентов» (Tab4) записи о проведенной пользователем операции с указанием даты:

```
INSERT INTO Tab4 (User, Type_operation, Date, Code_operation) VALUES (0356, 'Making a loan payment', #10.11.2018#, 7153).
```

4. Обновление кредитной истории:

— выборка из таблицы «Платежи по кредиту» (Tab3) суммы платежей по кредиту, внесенных клиентом за указанный месяц:

```
SELECT Sum(Amount_payment) as Sum1 FROM Tab3 WHERE User = 1092 AND Month(Payment_date) = 11;
```

— обновление в таблице «Кредитная история» (Tab5) суммы оставшегося платежа по кредиту для клиента за указанный месяц:

```
UPDATE Tab5 SET Month_payment = Month_payment - Sum1 WHERE User = 1092 AND Month = 11.
```

### Литература

- Дубенко Ю. В., Дышкант Е. Е. Нечеткая система определения оптимальных методов для прогнозирования параметров сложных технических систем. *Изв. вузов. Поволжский регион. Технические науки*, 2018, т. 47, № 3, с. 58–69. doi:10.21685/2072-3059-2018-3-6
- Муравьева-Витковская Л. А., Полторанин Р. В. Оценивание временных характеристик функционирования корпоративных компьютерных сетей. *Изв. вузов. Приборостроение*, 2018, т. 61, № 3, с. 197–201. doi:10.17586/0021-3454-2018-61-3-197-201
- Lakshmanan V., Tigani J. *Google BigQuery: The Definitive Guide: Data Warehousing, Analytics, and Machine Learning at Scale*. O'Reilly Media, 2019. 475 p.
- Campbell L., Majors C. *Database Reliability Engineering: Designing and Operating Resilient Database Systems*. O'Reilly Media, 2017. 294 p.
- Калимолдаев М. Н., Бияшев Р. Г., Рог О. А. Анализ методов атрибутного разграничения доступа. *Прикладная дискретная математика*, 2019, № 44, с. 43–57. doi:10.17223/20710410/44/4
- Богачев Д. Г. Имитационная модель среды информационного обмена, включающая математическую модель резервирования ресурсов пакетной сети передачи данных с множественным доступом. *Вестник евразийской науки*, 2018, т. 10, № 1, с. 52–59. <https://esj.today/> (дата обращения: 05.08.2021).
- Попов С. Г., Фридман В. С. Обзор методов динамического распределения данных в распределенных системах управления базами данных. *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление*, 2018, т. 11, № 4, с. 82–107. doi:10.18721/JCSTCS.11407. <https://infocom.spbstu.ru/> (дата обращения: 05.08.2021).
- Tanenbaum A. S., Bos H. *Modern Operating Systems*. Pearson, 2015. 1101 p.
- Challawala S., Mehta C., Patel K., Lakhatariya J. *MySQL 8 for Big Data: Effective Data Processing with MySQL 8, Hadoop, NoSQL APIs, and Other Big Data Tools*. Packt Publishing, 2017. 226 p.
- Фомин Д. С., Бальзамов А. В. Проблематика обработки транзакций при использовании микросервисной архитектуры. *Изв. вузов. Поволжский регион. Технические науки*, 2021, т. 58, № 2, с. 15–23. doi:10.21685/2072-3059-2021-2-2

11. Telek M., Lakatos L., Szeidl L. *Introduction to Queueing Systems with Telecommunication Applications*. Springer International Publishing, 2019. 559 p.
12. Petrov A. *Database Internals: A Deep Dive into How Distributed Data Systems Work*. O'Reilly Media, 2019. 376 p.
13. Weiss G. *Scheduling and Control of Queueing Networks*. Cambridge University Press, 2021. 200 p.
14. Егорова Т. А., Муравьева-Витковская Л. А., Ли Шицзя. Анализ процессов приоритетного управления потоками данных в программных системах. *Изв. вузов. Приборостроение*, 2019, т. 62, № 3, с. 208–2011. doi:10.17586/0021-3454-2019-62-3-208-211
15. Куприянов Д. О. Математическое моделирование потока заявок к облачному вычислительному кластеру. *T-Comm*, 2020, т. 14, № 10, с. 39–44. doi:10.36724/2072-8735-2020-14-10-39-44
16. Горчакова Е., Зацаринная Ю. Н., Ушенина И. Анализ критериев диспетчеризации и методов их оптимизации в операционных системах. *Вестник Казанского технологического университета*, 2015, т. 18, № 10, с. 155–157.
17. Phipps T. E. Machine repair as priority waiting-line problem. *Operations Res*, 1956, vol. 4, iss. 1, pp. 76–85.
18. Shortle J. F., Harris C. M., Thompson J. M., Gross D. *Fundamentals of Queueing Theory*. Wiley, 2018. 576 p.
19. Pal M., Ghorai G., Samanta S. *Modern Trends in Fuzzy Graph Theory*. Springer Singapore, 2020. 311 p.
20. Delaney K. *SQL Server Concurrency: Locking, Blocking and Row Versioning*. Simple Talk Publishing, 2012. 181 p.
21. Филипенков А. В., Кузьмин Е. Л. Сравнение существующих систем управления базами данных в целях выбора наилучшей при реализации требований по сокращению затрат и импортозамещению. *Газовая промышленность*, 2018, № 4(767), с. 24–29.

UDC 004.75

doi:10.31799/1684-8853-2022-2-32-41

**Average delay estimation for one queueing network model with resource reservation**M. N. Shelest<sup>a</sup>, Assistant Professor, orcid.org/0000-0002-2073-6053, mshshelest@mail.ru<sup>a</sup>Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 67, B. Morskaya St., 190000, Saint-Petersburg, Russian Federation

**Introduction:** An urgent task of today is to develop new analysis methods for complex information systems that now demand higher standards for maintaining data integrity. One of the important quality characteristics of such systems is average transaction time. However, currently there are almost no mathematical models and speed estimation tools for such systems. **Purpose:** To develop and analyze a distributed information system model based on queueing networks. **Results:** A type of information systems that demand higher standards for maintaining data integrity has been described, the corresponding assumptions for such systems are given. A convenient way to represent such systems as transaction paths dependency graphs has been proposed, with each path being represented as one tandem queueing system. The calculation of their functional characteristics have been provided. This method of representation has made it possible to simplify the analysis of complex systems, which resulted in obtaining closed-form expressions for temporal estimation of the system type in question. In addition, two mechanisms of decomposition of the proposed graph are considered with the subsequent calculation of the lower bound for average transaction time. The accuracy of both approaches is analyzed with simulation modeling methods. **Practical relevance:** The proposed models allow estimating speed limits of an information system during the design phase.

**Keywords** — information system, transaction, integrity, queueing network, boundary values.

**For citation:** Shelest M. N. Average delay estimation for one queueing network model with resource reservation. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2022, no. 2, pp. 32–41 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2022-2-32-41

**References**

1. Dubenko Yu. V., Dyshkant E. E. Fuzzy system for determining optimal methods to forecast parameters of complex technical systems. *University Proceedings. Volga Region. Engineering Sciences*, 2018, vol. 47, no. 3, pp. 58–69 (In Russian). doi:10.21685/2072-3059-2018-3-6
2. Muraveva-Vitkovskaya L. A., Poltoranin R. V. Estimation of time characteristics of corporate computer networks functioning. *Journal of Instrument Engineering*, 2018, vol. 61, no. 3, pp. 197–201 (In Russian). doi:10.17586/0021-3454-2018-61-3-197-201
3. Lakshmanan V., Tigani J. *Google BigQuery: The Definitive Guide: Data Warehousing, Analytics, and Machine Learning at Scale*. O'Reilly Media, 2019. 475 p.
4. Campbell L., Majors C. *Database Reliability Engineering: Designing and Operating Resilient Database Systems*. O'Reilly Media, 2017. 294 p.
5. Kalimoldayev M., Biyashev R., Rog O. Analysis of the methods for attribute-based access control. *Applied Discrete Mathematics*, 2019, no. 44, pp. 43–57 (In Russian). doi:10.17223/20710410/44/4
6. Bogachev D. G. Simulation model of the information exchange environment, including a mathematical model for reservation of resources of a packet data network with multiple access. *Vestnik yevraziyskoy nauki*, 2018, vol. 10, no. 1, pp. 52–59 (In Russian). Available at: <https://esj.today/> (accessed 5 August 2021).
7. Popov S. G., Fridman V. S. Review of methods for dynamic distribution of data in distributed database management systems. *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Computer Science. Telecommunications and Control Systems*, 2018, vol. 11, no. 4, pp. 82–107 (In Russian). doi:10.18721/JCSTCS.11407. Available at: <https://infocom.spbstu.ru/> (accessed 5 August 2021).

8. Tanenbaum A. S., Bos H. *Modern Operating Systems*. Pearson, 2015. 1101 p.
9. Challawala S., Mehta C., Patel K., Lakhatariya J. *MySQL 8 for Big Data: Effective Data Processing with MySQL 8, Hadoop, NoSQL APIs, and Other Big Data Tools*. Packt Publishing, 2017. 226 p.
10. Fomin D. S., Bal'zamov A. V. The problem of transaction processing using microservice architecture. *University Proceedings. Volga Region. Engineering Sciences*, 2021, vol. 58, no. 2, pp. 15–23 (In Russian). doi:10.21685/2072-3059-2021-2-2
11. Telek M., Lakatos L., Szeidl L. *Introduction to Queueing Systems with Telecommunication Applications*. Springer International Publishing, 2019. 559 p.
12. Petrov A. *Database Internals: A Deep Dive into How Distributed Data Systems Work*. O'Reilly Media, 2019. 376 p.
13. Weiss G. *Scheduling and Control of Queueing Networks*. Cambridge University Press, 2021. 200 p.
14. Yegorova T. A., Muraveva-Vitkovskaya L. A., Li Shijia. Process analysis of data flow priority management in software systems. *Journal of Instrument Engineering*, 2019, vol. 62, no. 3, pp. 208–2011 (In Russian). doi:10.17586/0021-3454-2019-62-3-208-211
15. Kupriyanov D. O. Mathematical modeling of requests flow to cloud compute cluster. *T-Comm*, 2020, vol. 14, no. 10, pp. 39–44 (In Russian). doi:10.36724/2072-8735-2020-14-10-39-44
16. Gorchakova E., Zatsarinnaya Yu. N., Ushenina I. Analysis of dispatching criteria and their optimization methods in operating systems. *Vestnik Kazanskogo tekhnologicheskogo universiteta*, 2015, vol. 18, no. 10, pp. 155–157 (In Russian).
17. Phipps T. E. Machine repair as priority waiting-line problem. *Operations Res*, 1956, vol. 4, iss. 1, pp. 76–85.
18. Shortle J. F., Harris C. M., Thompson J. M., Gross D. *Fundamentals of Queueing Theory*. Wiley, 2018. 576 p.
19. Pal M., Ghorai G., Samanta S. *Modern Trends in Fuzzy Graph Theory*. Springer Singapore, 2020. 311 p.
20. Delaney K. *SQL Server Concurrency: Locking, Blocking and Row Versioning*. Simple Talk Publishing, 2012. 181 p.
21. Filipenkov A. V., Kuzmin E. L. Comparison of existing database management systems for selection of the best one by implementation of cost reduction and import substitution requirements. *GAZ Industry of Russia*, 2018, no. 4(767), pp. 24–29 (In Russian).

## ПАМЯТКА ДЛЯ АВТОРОВ

*Поступающие в редакцию статьи проходят обязательное рецензирование.*

При наличии положительной рецензии статья рассматривается редакционной коллегией. Принятая в печать статья направляется автору для согласования редакторских правок. После согласования автор представляет в редакцию окончательный вариант текста статьи.

Процедуры согласования текста статьи могут осуществляться как непосредственно в редакции, так и по e-mail (ius.spb@gmail.com).

При отклонении статьи редакция представляет автору мотивированное заключение и рецензию, при необходимости доработать статью — рецензию.

*Редакция журнала напоминает, что ответственность за достоверность и точность рекламных материалов несут рекламодатели.*

## Выбор эффективных стратегий действий участников процесса госпитализации с использованием нечеткой кооперативной игры и генетического алгоритма

А. В. Смирнов<sup>а</sup>, доктор техн. наук, профессор, главный научный сотрудник, [orcid.org/0000-0001-8364-073X](https://orcid.org/0000-0001-8364-073X)  
Н. Н. Тесля<sup>а</sup>, канд. техн. наук, старший научный сотрудник, [orcid.org/0000-0003-0619-8620](https://orcid.org/0000-0003-0619-8620),  
[teslya@iias.spb.su](mailto:teslya@iias.spb.su)

<sup>а</sup>Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр РАН, 14-я линия В. О., 39, Санкт-Петербург, 199178, РФ

**Введение:** использование методов линейного программирования при принятии решений о госпитализации в условиях сложной эпидемиологической ситуации является затруднительным из-за необходимости учитывать большое количество параметров и ограничений участников при постановке и решении задачи. **Цель:** разработать подход к выбору эффективных стратегий действий участников процесса госпитализации с учетом социально ориентированных факторов, основанный на теории кооперативных игр, решение которых осуществляется с помощью генетического алгоритма. **Результаты:** разработана стоимостная функция оценки эффективности процесса госпитализации на основе выбранных стратегий с учетом социально ориентированных факторов. Построен генетический алгоритм, в котором в качестве функции приспособленности популяции используется предложенная функция оценки эффективности, а хромосомы особей определяются множеством выбранных стратегий участников процесса госпитализации. Подход был апробирован на данных о госпитализациях больных с подозрением на COVID-19, предоставленных несколькими станциями скорой медицинской помощи Санкт-Петербурга. Показано превосходство предложенного подхода над разработанным ранее с точки зрения скорости решения кооперативной игры при сохранении качества полученного решения. **Практическая значимость:** программное обеспечение на основе предложенного подхода может быть интегрировано в автоматизированное рабочее место «Диспетчер станции скорой помощи» для поддержки принятия решений в процессе госпитализации в условиях сложной эпидемиологической обстановки.

**Ключевые слова** – генетический алгоритм, стратегия, выбор стратегии, госпитализация, функция приспособленности.

**Для цитирования:** Смирнов А. В., Тесля Н. Н. Выбор эффективных стратегий действий участников процесса госпитализации с использованием нечеткой кооперативной игры и генетического алгоритма. *Информационно-управляющие системы*, 2022, № 2, с. 42–52. doi:10.31799/1684-8853-2022-2-42-52

**For citation:** Smirnov A. V., Teslya N. N. Selecting effective action strategies for the participants in a hospitalization process with the use of a fuzzy cooperative game and a genetic algorithm. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2022, no. 2, pp. 42–52 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2022-2-42-52

### Введение

В решении вызовов, поставленных пандемией COVID-19, значимая роль отводилась системам на основе методов искусственного интеллекта [1]. Помимо разработки вакцин и создания прогностических моделей распространения заболевания, часто применялись методы управления кризисными ситуациями для задач госпитализации, распределения ресурсов и планирования работы систем здравоохранения. К преимуществам использования методов управления кризисными ситуациями на основе искусственного интеллекта можно отнести оперативность, возможность учета большего количества факторов, чем доступно человеку, объективность. Однако есть и ряд недостатков, связанных с ограниченностью типов ситуаций, в которых может применяться интеллектуальное управление, излишней объективностью, что в условиях тяжелой эпидемиологической ситуации может приносить дополнительный вред пациентам.

В исследованиях, проводимых в контексте пандемии COVID-19, отмечается, что негативное влияние на людей вызывается недостаточностью информации о текущей ситуации, а также фиксируется кумулятивный характер стрессового воздействия [2]. Неблагоприятными факторами для всех участников процесса принятия решений являются тревожность, страх заражения, вынужденная изоляция от членов семьи [3], нарастание тревожности и депрессивных состояний [4], что во многом обусловлено распространением угрожающей, эмоциональной информации о невидимой угрозе. Это приводит к постоянному обращению людей к источникам подобной информации, вызывает сомнения в том, что в данных условиях можно рассчитывать на полноценное и качественное медицинское обслуживание. Отсутствие средств защиты, проблемы с адекватным лечением, а также чисто человеческие факторы: переутомление, напряжение, тревога и профессиональное выгорание медицинского

персонала [4–6] — вызывают негативные эмоциональные состояния.

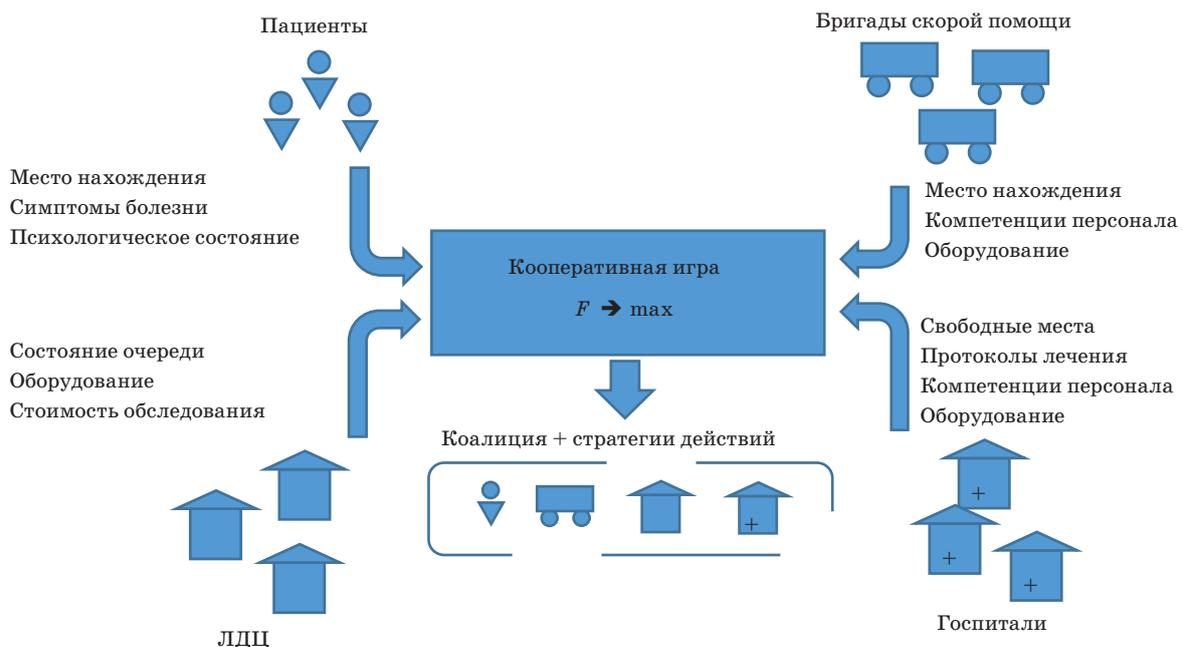
В работе предлагается учесть влияние психологических факторов на принятие решения о госпитализации путем формализации задачи принятия решений о госпитализации с использованием нечетких кооперативных игр. Учет психологических факторов осуществляется как формализацией динамики состояния пациентов и персонала скорой помощи, так и формированием пула стратегий, которыми может руководствоваться каждый из типов участников (пациенты, кареты скорой медицинской помощи, госпитали, лабораторно-диагностические центры) при принятии решения о госпитализации. Решением задачи является набор составов коалиций в зависимости от стратегий их действий.

С учетом того, что полученная формализация задачи является NP-полной (поскольку необходимо проверить все комбинации участников со всеми возможными стратегиями), решение кооперативной игры путем полного перебора при большом количестве участников в реальных условиях не представляется возможным. Для удовлетворения требованиям оперативности в настоящей работе предлагается эвристический метод решения, основанный на использовании генетического алгоритма (ГА), что допустимо в данном виде задач, поскольку в них отсутствует требование поиска глобального максимума, — достаточно, чтобы решение было квазиоптимальным в локальной области решений.

### Постановка задачи и существующие методы решения

Процесс госпитализации включает несколько этапов, на каждом из которых требуется принять решение, оказывающее влияние на действия на следующих этапах. Этапы включают направление бригады скорой помощи к пациенту, осмотр пациента и принятие решения о необходимости дополнительного обследования, выбор места дополнительного обследования и выбор места госпитализации. Главными активными участниками процесса являются пациент, карета скорой помощи, госпиталь, лабораторно-диагностический центр ЛДЦ (рис. 1). Диспетчер станции скорой помощи определяется как независимое лицо, принимающее решение на основе требований участников процесса и текущего состояния системы, состоящей из всех четырех участников.

Рассматриваемая в статье задача направлена на поддержку диспетчера при принятии им решений на каждом из этапов. Предлагается рассматривать систему «пациент — бригада скорой помощи — госпиталь — ЛДЦ» в виде кооперативной игры с ненулевой суммой, где все участники руководствуются общим интересом и должны взаимодействовать между собой для снижения риска ухудшения состояния пациента. Оценка затрат коалиции сводится к оценке суммарных затрат каждого участника, рассчитанных с учетом социальной ориентированно-



■ **Рис. 1.** Схема формирования коалиции с использованием кооперативной игры  
 ■ **Fig. 1.** Scheme of forming a coalition using a cooperative game

сти принимаемых решений при осуществлении выбранных стратегий [7]. В состав коалиции может входить только по одному участнику каждого типа, при этом участники всех типов, кроме пациентов, могут входить в состав нескольких коалиций с дополнительными ограничениями, например с учетом доступного временного окна и пространственного распределения участников.

Решение похожих задач в существующих исследованиях опирается на использование двух групп методов: теории кооперативных игр и генетических алгоритмов. Обе группы методов преследуют цель поиска оптимального состава коалиции с учетом ограничений, являющихся частью постановки задачи.

#### 1. Использование кооперативных игр для решения задачи оптимизации.

Использование нечеткой логики и кооперативных игр для описания взаимодействия участников коалиции — относительно новый подход, который показал свою эффективность в задачах конфигурации цепочки поставок [8] и формирования коалиции роботов [9]. Математический аппарат нечеткой логики и кооперативных игр может быть использован также для оценки эффективности госпиталей [10] по большому количеству параметров, в том числе по количеству и качеству персонала (врачей, медсестер, вспомогательного персонала), количеству коек, количеству операций, затратам на лечение и обслуживание.

#### 2. Формирование групп с использованием ГА.

Формирование групп участников на основе оценки эффективности их взаимодействия при решении сложной задачи является актуальным вопросом для многих проблемных областей. Применение эволюционных алгоритмов для их решения видится многими исследователями как один из перспективных вариантов. В частности, разработаны подходы на основе эволюционных алгоритмов решения задачи формирования групп учащихся для обеспечения большего разнообразия студенческих профилей в группе [11]; выбора поставщиков продукции в виде задачи назначения на основе стоимости [12–15]; формирования группы на основе географической удаленности с максимальной упаковкой при минимальном заданном расстоянии между членами группы [16]; формирования коалиции в мультиагентной системе [17]. В последнем случае в зависимости от специфики задачи распределение членов коалиции и задачи может быть следующим: одна задача — одна коалиция, много задач — одна коалиция, много задач — много коалиций. В любом из случаев для формирования состава коалиций и распределения задач разработаны подходы, использующие ГА [18–20].

### Использование нечеткой кооперативной игры при госпитализации

В этом разделе рассматривается формализация задачи в терминах кооперативной игры для формирования коалиции с выбором эффективной стратегии действий при госпитализации в условиях пандемии. Формализация основана на ранней работе [21] и расширена случаем наличия более двух стратегий у одного из участников. Для описания игры формируется набор параметров, которые становятся исходными данными для вычисления значений характеристической функции коалиций. Решение кооперативной игры будет содержать коалиции участников игры, обеспечивающие минимальные затраты с точки зрения времени и стоимости госпитализации, а также стратегии действий участников коалиции. Также будет определен госпиталь, в который необходимо доставить пациента, и ЛДЦ, где при необходимости можно будет пройти дополнительное обследование.

Кооперативная игра представляется в виде множества  $(N, v)$ , где  $N$  — множество игроков,  $v$  — характеристическая функция игры. В рассматриваемой задаче значение характеристической функции конкретной коалиции соответствует суммарным затратам входящих в нее игроков.

Множество  $N$  всех игроков кооперативной игры разделим на четыре подмножества: пациенты, нуждающиеся в госпитализации  $N^P$ ; персонал машин скорой помощи  $N^A$ ; госпитали  $N^H$ ; ЛДЦ  $N^{CT}$  —  $N = N^P \cup N^A \cup N^H \cup N^{CT}$ . Для упрощения рассмотрим ситуацию принятия, когда бригада скорой помощи уже прибыла к пациенту, и необходимо принять решение о целесообразности компьютерной томографии и выбрать наиболее подходящие ЛДЦ и госпиталь. Для каждого игрока в каждой из групп задан набор стратегий, которые он может выбрать в зависимости от текущей ситуации и собственных поведенческих паттернов, что может рассматриваться как нечеткая функция принадлежности коалиции. Выбор каждой из стратегий может как увеличивать, так и уменьшать затраты коалиции в зависимости от контекста текущей ситуации.

Пациенту соответствуют стратегии  $\eta^P$ , определяющие согласие или отказ в госпитализации. Значение затрат игрока-пациента при выборе стратегии зависит от комбинации физического и психологического состояния пациента. Для госпиталя заданы стратегии  $\eta^H$ , определяющие согласие или отказ в приеме пациента. Для бригады скорой помощи заданы три стратегии  $\eta^A$ : оставить пациента дома, транспортировать в ЛДЦ и транспортировать в госпиталь. ЛДЦ имеет две стратегии  $\eta^{CT}$ : принять или отказать в приеме па-

циента. Перечисленные стратегии игроков  $i \in P$ ,  $j \in H$ ,  $k \in A$ ,  $l \in CT$ , входящих в коалицию, формируют вектор стратегий коалиции  $\eta_{i,j,k,l} = \{\eta_i, \eta_j, \eta_k, \eta_l\}$ .

Функция принадлежности игрока к коалиции для варианта, в котором у игрока имеется две стратегии, определяет вероятность того, будет ли входить участник в состав коалиции в зависимости от вероятности  $x$  выбора стратегии:

$$\eta(x) = \begin{cases} 0, & x < 0,5 \\ 1, & x > 0,5 \end{cases} \quad (1)$$

В случае, когда участник принадлежит типу «бригада скорой помощи», у него имеется три стратегии действий, а значения в формуле (1) будут выражаться через зависимость от стратегий других участников следующим образом:

$$\eta^A = \begin{cases} 0, & (\eta^H + \eta^{CT} + \eta^P) / 3 < 2 / 3 \\ 1, & (\eta^H + \eta^{CT} + \eta^P) / 3 > 2 / 3 \end{cases} \quad (2)$$

Далее определим составляющие, необходимые для вычисления суммарных затрат коалиции и расчета значения характеристической функции.

Для расчета общих затрат коалиции необходимо первым делом определить затраты каждого отдельного участника. Чтобы учесть динамику развития ситуации, введем время обработки пациента  $t_{i,j,k,l} = f(C^P, C^H, C^A, C^{CT})$ , учитывающее выбранную стратегию  $\eta_{i,j,k,l}$ . Данная функция включает контексты всех типов участников кооперативной игры, относительно которых рассматриваются возможные стратегии действий для каждого участника.

$f^P(C^P, t_{i,j,k,l}, C^P)$  — это функция затрат пациента  $i$ , значение которой рассчитывается на основе его текущего состояния  $C^P$  (физиологического и психологического) и прогнозируемого финального состояния  $C^P$  по истечении времени  $t_{i,j,k,l}$ :

$$f^P(C^P, t_{i,j,k,l}, C^P) = \alpha_1 t + \alpha_2 PHI' + \alpha_3 PSY', \quad (3)$$

где  $t$  — прогнозируемое время транспортировки пациента до госпиталя, которое вычисляется как сумма нескольких составляющих:

$$t = t_{trans\ pCT} + t_{wCT} + t_{procCT} + t_{trans\ pH} + t_{wH} + t_{procH},$$

где  $t_{trans\ pCT}$  — время транспортировки в ЛДЦ;  $t_{wCT}$  — время ожидания в очереди ЛДЦ;  $t_{procCT}$  — время обслуживания одного пациента специалистом ЛДЦ, включая время обследования, расшифровки диагноза и подготовки к следующему пациенту;  $t_{trans\ pH}$  — время транспортировки в госпиталь;  $t_{wH}$  — время ожидания в очереди госпиталя;  $t_{procH}$  — вре-

мя, затраченное на прием пациента в госпитале;  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  — весовые коэффициенты.  $PHI' = f_{PHI}(f_{PHI}^{-1}(PHI) - t)$  — прогнозируемое физиологическое состояние. Предлагаемая эвристика оценивает физиологическое состояние пациента  $PHI'$ , где  $PHI$  — начальное физиологическое состояние;  $f(PHI)$  — функция, определяющая физиологическое состояние пациента через время  $t$  на основе параметров здоровья, характеризующих течение заболевания (частоты сердечных сокращений, частоты дыхания, сатурации крови кислородом, давления, температуры тела, возраста), объединяя их в интегральный показатель  $PHI$ , определяемый в диапазоне  $[0, 1]$ .  $PSY' = f_{PSY}(f_{PSY}^{-1}(PSY, PHI) - t, PHI)$  описывает прогнозируемое психологическое состояние, где  $PSY$  обозначает психологическое состояние;  $f(PSY)$  — эвристическая функция, определяющая психологическое состояние пациента по прошествии времени  $t$ . Предлагаемая эвристика оценивает психологическое состояние в диапазоне  $[0, 1]$ .

Использование эвристик в расчете функции затрат пациента обеспечивает учет социоориентированных факторов, влияющих на выбор стратегии действия пациентом при принятии решения о госпитализации. Это обусловлено тем, что итоговая стоимость следования выбранной стратегии для пациента всегда обеспечивается не только его прямыми затратами, но и потенциальным риском, связанным с его физическим и психологическим состоянием, вызванным дополнительным стрессом при выборе нежелательной стратегии.

Функция  $f^H(C^H, t_{i,j,k,l}, C^H)$  затрат для госпиталя  $j$  учитывает затраты на лечение пациента. Значение функции вычисляется на основе текущего состояния  $C^H$  (физиологической и психологической усталости персонала, запаса расходных средств и медикаментов), свободного коечного фонда  $B^H$ , стоимости содержания и лечения одного пациента  $cost^H$  (в среднем по России за 2020 г. 115 566 руб.) [22], среднего времени ожидания в очереди на прием  $t_{wH}$  и прогнозируемого конечного состояния  $C^H$ :

$$f^H(C^H, t_{i,j,k,l}, C^H) = cost^H / B^H (1 + t_{wH}). \quad (4)$$

Также в функции (4) может быть использован тип госпиталя, в зависимости от которого принимается решение о госпитализации или необходимости дополнительного осмотра. Специализированный госпиталь может дообследовать пациента в собственном ЛДЦ. В неспециализированный стационар можно принять пациента только при наличии результата компьютерной томографии, сделанной в ЛДЦ.

Для определения значения функции затрат бригады  $k$  скорой помощи  $f^A(C^A, t_{i,j,k,l}, C^A)$  ис-

пользуется текущее состояние  $C^A$  бригады (психологическая усталость персонала, стоимость часа работы с учетом времени доставки пациента в ЛДЦ и в госпиталь  $t_{i,j,k,l}$ ), а также прогнозируемое состояние  $C^A$ :

$$f^A(C^A, t_{i,j,k,l}, C^A) = \alpha_1 t_{i,j,k,l} + \alpha_2 t_{i,j,k,l} \cdot \text{cost}^A + \alpha_3 \text{PSY}', \quad (5)$$

где  $\text{cost}^A$  — стоимость часа работы бригады скорой помощи; время работы с пациентом  $t_{i,j,k,l} = t_{\text{trans } p_{CT}} + t_{w_{CT}} + t_{\text{proc}_{CT}} + t_{\text{trans } p_H} + t_{w_H}$ ; прогнозируемое психологическое состояние бригады скорой помощи  $\text{PSY}' = f^{-1}(f(\text{PSY}), t_{i,j,k,l})$ .

Функция  $f^{CT}(C^{CT}, t_{i,j,k,l}, C^{CT})$  затрат для ЛДЦ  $l$  вычисляется через его текущее состояние  $C^{CT}$ , затраты с учетом времени ожидания и времени обследования пациента  $t_{i,j,k,l} = t_{w_{CT}} + t_{\text{proc}_{CT}}$  и прогнозируемое состояние:

$$f^{CT}(C^{CT}, t_{i,j,k,l}, C^{CT}) = \alpha_1 (t_{w_{CT}} + t_{\text{proc}_{CT}}) + \alpha_2 (\text{cost}^{CT})^{-1}, \quad (6)$$

где  $\text{cost}^{CT}$  — стоимость часа работы ЛДЦ.

Общие затраты коалиции вычисляются как сумма произведений нормализованных затрат отдельных участников и их стратегий:

$$\omega_{i,j,k,l} = \eta_i f^P(C^P, t_{i,j,k,l}, C^P) + \eta_j f^H(C^H, t_{i,j,k,l}, C^H) + \eta_k f^A(C^A, t_{i,j,k,l}, C^A) + \eta_l f^{CT}(C^{CT}, t_{i,j,k,l}, C^{CT}). \quad (7)$$

В целом для кооперативной игры в форме затрат характеристическая функция  $v$  для коалиции  $\{i, j, k, l\}$  может быть определена следующим образом:

$$v = \min_{i,j,k,l} \omega_{i,j,k,l} \eta_{i,j,k,l}. \quad (8)$$

### Использование ГА для решения кооперативной игры

Использование ГА предполагает определение следующих главных параметров: хромосомы и функции приспособленности.

Для представленной выше формализации задачи в качестве функции приспособленности может быть использована функция затрат коалиции (7). Однако, поскольку в ГА основным критерием отбора особей является их наилучшая приспособленность, т. е. максимизация функции приспособленности, а решаемая задача сформулирована в терминах минимизации затрат, в качестве функции приспособленности следует рас-

сматривать функцию, обратную функции затрат коалиции:

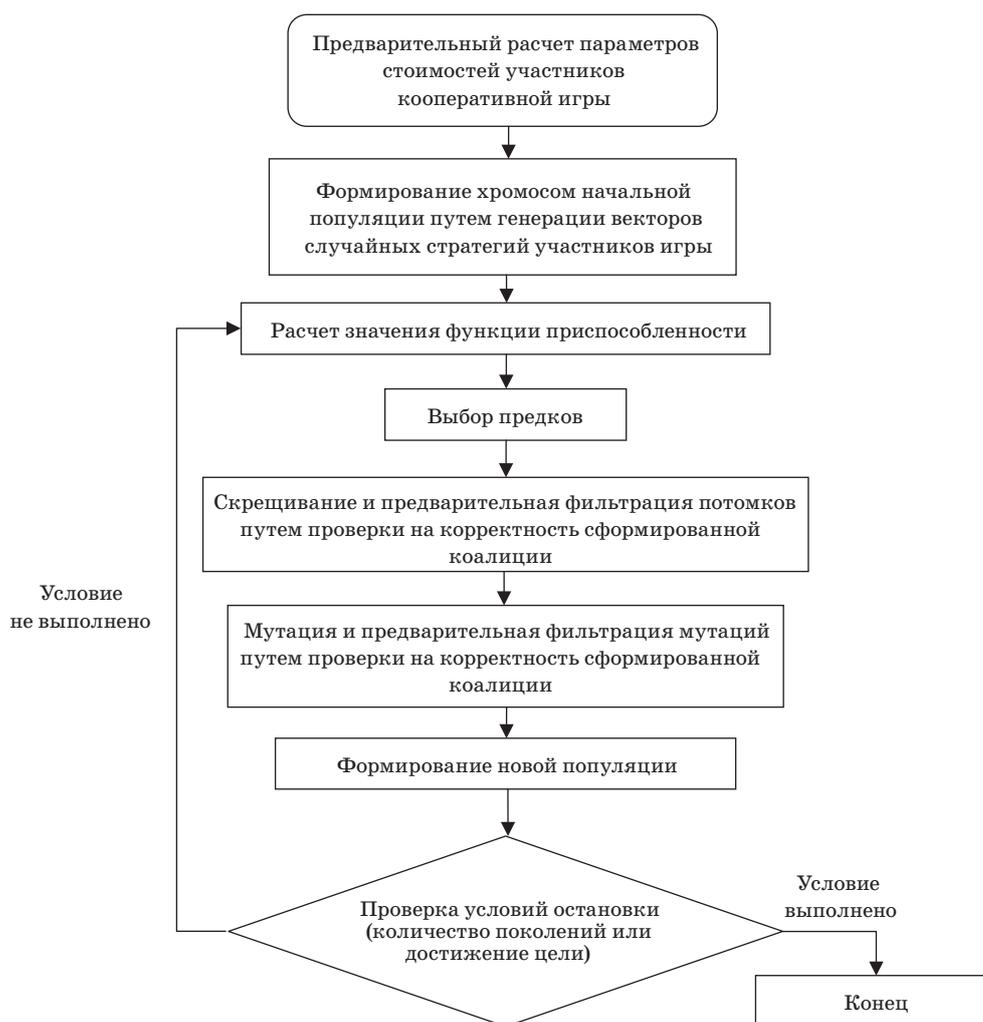
$$F = \omega_{i,j,k,l}^{-1}. \quad (9)$$

Условием останова ГА в данном случае будет являться достижение в нескольких поколениях порога отклонения значения затрат коалиции от минимального за все время выполнения алгоритма (рис. 2).

Для описания состава и стратегий коалиции используется хромосома, определяющаяся вектором, в котором каждый элемент (ген хромосомы) соответствует стратегии участников. Хромосома разделяется на четыре участка, размеры которых определяются количеством участников каждого типа. Для формирования хромосомы определено также дополнительное условие, ограничивающее единицей количество активированных генов на каждом участке. Смысл этого ограничения заключается в том, что из каждого множества участников в одну коалицию может входить только один из участников каждого типа. В данном случае необходимо осуществлять несколько запусков процедуры поиска решения, последовательно исключая пациентов, для которых была сформирована коалиция. В такой постановке проще учитывать временные ограничения, возникающие при формировании коалиции, но усложняется формирование новых особей, в ходе которого необходимо проверять условие формирования хромосомы, из-за чего большое количество особей будет отсеиваться как не подходящие под условие. Значительный отсев особей также замедляет эволюцию при использовании алгоритмов случайного формирования потомков и случайных мутациях, что приводит к увеличению длительности поиска решения.

Первый набор особей формируется случайным образом по количеству пациентов. После расчета значений функции приспособленности проводят отбор особей по максимальному значению функции приспособленности. Применительно к описываемой задаче предлагается использовать метод steady-state selection [23], в котором осуществляется выбор особей с наибольшими значениями функции приспособленности и замещение их потомками особей с наименьшими значениями функции приспособленности.

Затем выполняется процедура скрещивания, в ходе которой из оставшихся особей путем случайного выбора определяется точка, в которой будет разорвана хромосома и путем перемешивания образованы новые особи. Каждая новая особь проверяется на условие, согласно которому в коалицию должен входить только один участник каждого типа. Все особи, не соответствующие



■ *Рис. 2.* Принцип работы ГА

■ *Fig. 2.* Genetic algorithm work principle

данному условию, отсеиваются как неподходящие.

Дополнительно к скрещиванию может применяться метод мутации для вывода решения из локального минимума. Применение данного метода происходит в ситуации, когда на протяжении двух итераций состав потомков не изменяется. Мутация проводится адаптивным методом, в ходе которого популяция разделяется на два подмножества по среднему значению функции приспособленности. В подмножестве, имеющем значения функции меньше медианного, проводится большее количество мутаций, а в подмножестве, имеющем значение функции больше медианного, — меньшее количество [24]. Если после мутации ситуация не изменилась, то считается, что решение найдено, и особь из последней популяции, имеющая самое низкое значение затрат, возвращается в качестве итогового решения.

### Реализация ГА для поиска решения кооперативной игры и результаты моделирования

Для реализации ГА был выбран язык программирования Python и библиотека PyGAD [25], включающая большое количество функций, реализующих существующие методы выбора предков, выполнения скрещивания, мутации, формирования новой популяции.

В качестве тестового стенда использовался персональный компьютер со следующими параметрами: центральный процессор Intel Core i9 10900X 3,7 ГГц, 64Gb DDR4 RAM, интерпретатор запускался в виртуальной среде Docker, взаимодействие с которой осуществлялось посредством программного пакета Jupyter.

Реализация алгоритма включает в себя программное описание классов, соответствующих описанию каждого из типов участников коопера-

тивной игры. Программные классы содержат основные параметры участника, дополнительные функции обработки параметров и функции вычисления стоимости кооперативной игры.

Для поиска решения кооперативной игры было проведено два эксперимента в целях оценки скорости работы ГА и сравнения его с полным перебором в задаче выбора стратегии. Реализация полного перебора описана в статье [21]. Для каждого типа участников было сгенерировано 10 объектов в первом эксперименте и 100 во втором. По количеству участников в экспериментах была сформирована начальная популяция для поиска решения кооперативной игры. Функция приспособленности игры в обоих случаях определялась отдельно как скалярное произведение вектора стратегий и вектора затрат участников коалиций. Дополнительно в функции приспособленности реализована проверка корректности состава коалиции. Корректность проверяется на вхождение только одного участника каждого типа в коалицию. Особым популяции, не удовлетворяющим условию корректности, присваивается значение функции приспособленности, равное нулю, что исключает их из рассмотрения в качестве возможных родителей на этапе скрещивания и затем исключает из состава популяции на этапе отбора.

Для запуска ГА были также определены базовые параметры (таблица), выбор значений которых обусловлен достижением сходимости функции приспособленности ГА менее чем за 3000 поколений как в первом эксперименте (рис. 3, а), так и во втором (рис. 3, б).

Следует отметить различную скорость сходимости в зависимости от начальных условий и начальной популяции (см. рис. 3, а). На рисунке слева заметна высокая скорость изменений и достижение локального минимума функции

приспособленности (по оси ординат) за 1500 поколений (по оси абсцисс), что можно интерпретировать как старт близко к максимуму, который при этом ярко выражен. На правом же рисунке отмечается минимум изменений (порядок изменений  $10^{-5}$ ), что означает попадание в локальный максимум первоначальной популяцией и малую корректировку значения функции приспособленности между поколениями.

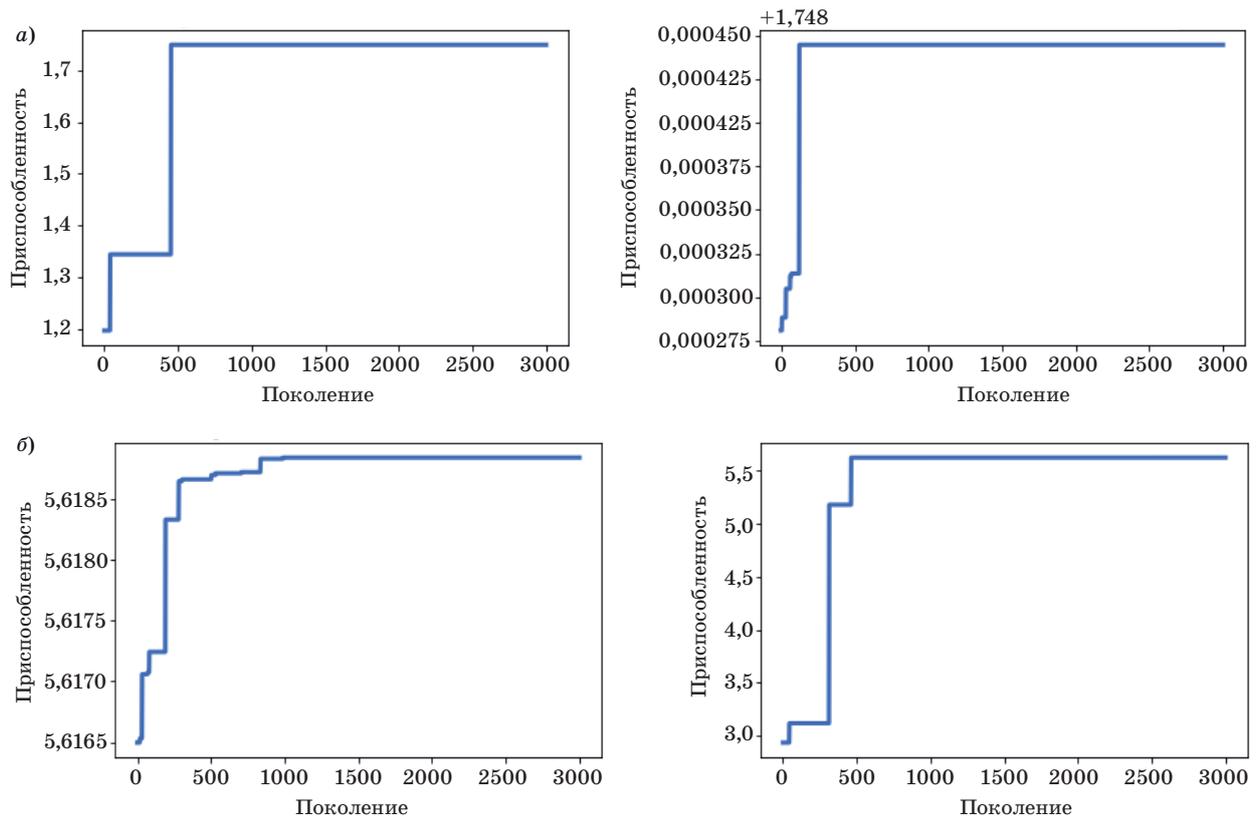
Для второго эксперимента, когда число участников значительно больше (400 участников и  $10^8$  возможных составов коалиций), наблюдается меньшая скорость сходимости функции приспособленности и большее количество изменений (см. рис. 3, б), однако параметры, определенные в таблице, также обеспечивают сходимость менее чем за 3000 поколений.

Полученное лучшее решение представляет собой вектор стратегий, которые должны быть применены выбранными участниками коалиции в кооперативной игре. При следовании выбранным стратегиям значение затрат коалиции будет минимальным. Поиск решения для первого случая при выбранных параметрах занял 22 с, что медленнее, чем в случае полного перебора, а для второго случая — 2328 с, что значительно быстрее полного перебора. Сравнение скорости работы с вариантом полного перебора из работы [21] представлено на рис. 4.

При этом значение затрат, к которому стремится функция приспособленности, отличается от значения, полученного в работе [21], полным перебором, поскольку постановка задачи отличается (0,57 для 40 участников и 0,114 для 100 участников в среднем при работе ГА и 2,86 при полном переборе). При переводе значения функции приспособленности в денежный эквивалент необходимо посчитать обратное значение от функции приспособленности и использовать

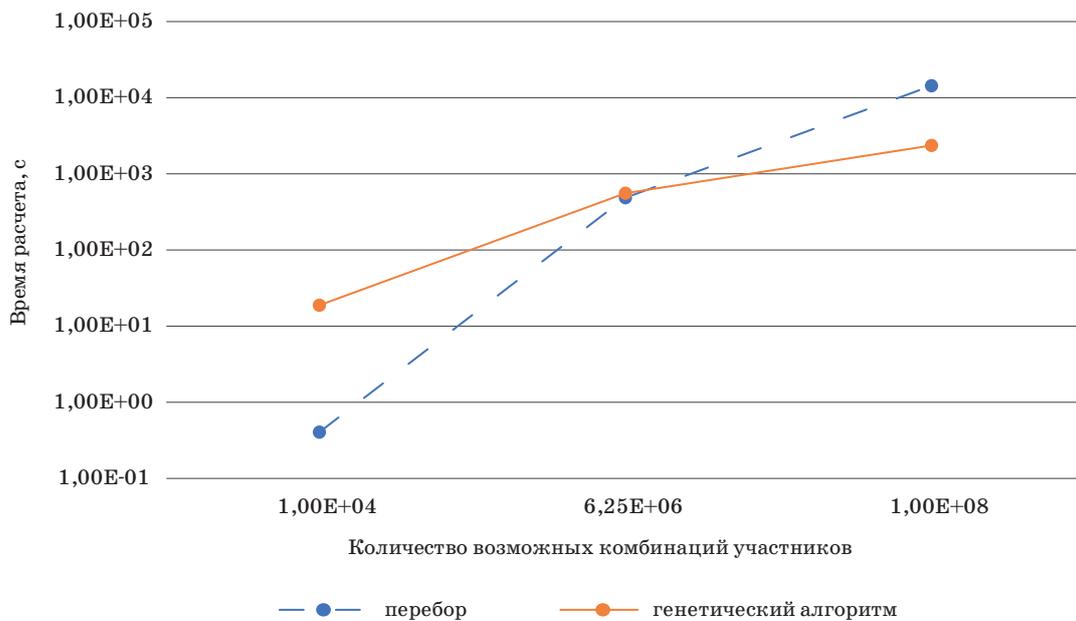
- Параметры запуска генетического алгоритма
- Launch parameters of the genetic algorithm

Параметр	Значение
Верхняя планка количества поколений	3000
Количество родителей для скрещивания	10
Количество потомков в популяции	100
Метод выбора родителей	Steady-state selection [23]
Количество сохраняемых родителей	3
Метод скрещивания	Одна точка
Метод мутации	Адаптивный
Количество генов мутации для значений функции приспособленности ниже медианного	20
Количество генов мутации для значений функции приспособленности выше медианного	2



■ **Рис. 3.** Примеры изменения значения функции приспособленности: *a* — для 40 участников ( $10^4$  возможных составов коалиций); *б* — для 400 участников ( $10^8$  возможных составов коалиций)

■ **Fig. 3.** Examples of changing the value of the fitness function: *a* — for 40 participants ( $10^4$  possible compositions of coalitions); *б* — for 400 participants ( $10^8$  possible compositions of coalitions)



■ **Рис. 4.** Сравнение длительности работы алгоритма полного перебора и ГА в задаче выбора эффективной стратегии действий при госпитализации

■ **Fig. 4.** Comparison of the duration of the exhaustive search algorithm and the genetic algorithm in the problem of choosing an effective strategy of actions during hospitalization

коэффициент нормирования, рассчитанный от стоимости лечения в госпитале (4), как имеющий основной вклад в функцию затрат. В среднем в зависимости от выбранной стратегии и времени лечения он составляет 90 000 руб. Таким образом, средние «затраты» коалиции при выбранных стратегиях с использованием ГА можно оценить в 51 300 руб. Эти затраты включают в себя как прямые затраты на стоимость лечения в госпитале, затраты на госпитализацию бригадой скорой помощи и затраты на дополнительные исследования в ЛДЦ, которые будут им возмещены, так и оценку средств, которые «потратит» пациент, следуя предложенной стратегии.

### Заключение

В работе проведена формализация выбора эффективной стратегии действий участников процесса госпитализации на основе нечетких кооперативных игр.

Поскольку выбор стратегии для всех комбинаций участников является NP-полной задачей, предложено решение с использованием ГА. Для этого сформированы дополнительные правила фильтрации потомков после этапов скрещивания и мутации в целях проверки их на соответствие базовым правилам формирования коалиции.

Предложенное решение опробовано на данных, полученных в ходе анализа процесса госпитализации и модели кооперативной игры, представленной в работе [21]: сходимость решения достигается в среднем за 3000 поколений, среднее время на поиск стратегий для игры из 40 участни-

ков составляет около 22 с, для 400 участников — 2328 с. Результат, полученный с помощью ГА, близок к решению, полученному полным перебором, что позволяет использовать предложенный метод для решения задачи выбора эффективной стратегии действий участников процесса госпитализации. При этом длительность поиска всех возможных составов коалиции с использованием ГА растет практически линейно, в то время как длительность поиска с использованием полного перебора растет полиномиально ( $O(n^k)$ , где  $k = 4$ ).

В качестве направления дальнейших исследований определена оптимизация функций мутации и скрещивания для большего соответствия поставленной задаче. В реализации, приведенной в статье, использовались стандартные функции библиотеки PyGAD, которые, несмотря на дополнительную фильтрацию особей по критерию корректности, не полностью соответствуют требованиям поставленной задачи, что существенно замедляет процесс эволюции, поскольку необходимо производить большее количество потомков и их фильтрацию. Адаптация данных функций под задачу может существенно повысить скорость достижения максимума функции приспособленности за счет генерации особей сразу с корректными параметрами.

### Финансовая поддержка

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-04-60054, а также в рамках бюджетной темы № FFZF-2022-0005.

### Литература

- Onder M., Uzun M. M. Roles of Artificial Intelligence (AI) on COVID-19 pandemic crisis management policies. *International Journal of Public Administration in the Digital Age*, 2022, vol 8, no. 2, pp. 1–13. doi:10.4018/ijpada.294122
- Xiong J., Lipsitz O., Nasri F., Lui L. M. W., Gill H., Phan L., Chen-Li D., Iacobucci M., Ho R., Majeed A., McIntyre R. S. Impact of COVID-19 pandemic on mental health in the general population: A systematic review. *Journal of Affective Disorders*, 2020, vol. 277, pp. 55–64. doi:10.1016/j.jad.2020.08.001
- Shah K., Kamrai D., Mekala H., Mann B., Desai K., Patel R. S. Focus on mental health during the coronavirus (COVID-19) pandemic: Applying learnings from the past outbreaks. *Cureus*, 2020, vol. 12, iss. 3. doi:10.7759/cureus.7405
- Montemurro N. The emotional impact of COVID-19: From medical staff to common people. *Brain, Behavior, and Immunity*, 2020, vol. 87, pp. 23–24. doi:10.1016/j.bbi.2020.03.032
- Li W., Yang Y., Liu Z.-H., Zhao Y.-J., Zhang Q., Zhang L., Cheung T., Xiang Y.-T. Progression of mental health services during the COVID-19 outbreak in China. *International Journal of Biological Sciences*, 2020, vol. 16, pp. 1732–1738. doi:10.7150/ijbs.45120
- Mo Y., Deng L., Zhang L., Lang Q., Liao C., Wang N., Qin M., Huang H. Work stress among Chinese nurses to support Wuhan in fighting against COVID-19 epidemic. *Journal of Nursing Management*, 2020, vol. 28, pp. 1002–1009. doi:10.1111/jonm.13014
- Красников К. Е. Математическое моделирование некоторых социальных процессов с помощью теоретико-игровых подходов и принятие на их основе управленческих решений. *Russian Technological Journal*, 2021, т. 9, № 5, с. 67–83. doi:10.32362/2500-316X-2021-9-5-67-83
- Sheremetov L. B., Smirnov A. V. *Supply Chain Configuration as a Cooperative Game with Fuzzy Coalitions*

- tions. Supply Chain Management Under Fuzziness. Springer, 2014. Pp. 293–314. doi:10.1007/978-3-642-53939-8\_13
9. Mohebbi S., Li X. Coalitional game theory approach to modeling suppliers' collaboration in supply networks. *International Journal of Production Economics*, 2015, vol. 169, pp. 333–342. doi:10.1016/j.ijpe.2015.08.022
  10. Omrani H., Shafaat K., Emrouznejad A. An integrated fuzzy clustering cooperative game data envelopment analysis model with application in hospital efficiency. *Expert Systems with Applications*, 2018, vol. 114, pp. 615–628. doi:10.1016/j.eswa.2018.07.074
  11. Miranda P. B. C., Mello R. F., Nascimento A. C. A multi-objective optimization approach for the group formation problem. *Expert Systems with Applications*, 2020, vol. 162, 113828. doi:10.1016/J.ESWA.2020.113828
  12. Lozano S., Moreno P., Adenso-Díaz B., Algaba E. Cooperative game theory approach to allocating benefits of horizontal cooperation. *European Journal of Operational Research*, 2013, vol. 229, pp. 444–452. doi:10.1016/j.ejor.2013.02.034
  13. Zhao Y., Wang S., Cheng T. C. E., Yang X., Huang Z. Coordination of supply chains by option contracts: A cooperative game theory approach. *European Journal of Operational Research*, 2010, vol. 207, pp. 668–675. doi:10.1016/j.ejor.2010.05.017
  14. Smirnov A. V., Sheremetov L. B., Chilov N., Cortes J. R. Soft-computing technologies for configuration of cooperative supply chain. *Applied Soft Computing*, 2004, vol. 4, pp. 87–107. doi:10.1016/j.asoc.2003.10.001
  15. Ben Jouida S., Krichen S., Klibi W. Coalition-formation problem for sourcing contract design in supply networks. *European Journal of Operational Research*, 2017, vol. 257, pp. 539–558. doi:10.1016/j.ejor.2016.07.040
  16. Sukstrienwong A. Coalition formation of members based on geographical location by genetic algorithm. *TEM Journal*, 2020, vol. 9, pp. 873–880. doi:10.18421/TEM93-06
  17. Guo M., Xin B., Chen J., Wang Y. Multi-agent coalition formation by an efficient genetic algorithm with heuristic initialization and repair strategy. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2020, vol. 55, 100686. doi:10.1016/J.SWEVO.2020.100686
  18. Su Z., Zhang G., Yue F., He J., Li M., Li B., Yao X. Finding the largest successful coalition under the strict goal preferences of agents. *ACM Transactions on Autonomous and Adaptive Systems*, 2019, vol. 14, iss. 4, pp. 1–33. doi:10.1145/3412370
  19. Guo M., Xin B., Chen J., Wang Y. Multi-agent coalition formation by an efficient genetic algorithm with heuristic initialization and repair strategy. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2020, vol. 55, 100686. doi:10.1016/J.SWEVO.2020.100686
  20. Курейчик В. В., Родзин С. И. Вычислительные модели эволюционных и роевых биоэвристик (обзор). *Информационные технологии*, 2021, т. 27, № 10, с. 507–520. doi:10.17587/it.27.507-520
  21. Смирнов А. В., Молл Е. Г., Тесля Н. Н. Использование нечетких коалиционных игр при принятии социально ориентированных решений при госпитализации в условиях пандемии. *Информатика и автоматизация*, 2021, т. 20, № 5, с. 1090–1114. doi:10.15622/20.5.4
  22. Отчет о результатах деятельности Федерального фонда обязательного медицинского страхования в 2020 году. М., 2021. 148 с. <https://www.ffoms.gov.ru/system-oms/about-fund/fund-activities> (дата обращения: 05.12.2021).
  23. Zhen S., Lin C., Di T., Yang Z. Comparison of steady state and elitist selection genetic algorithms. *Proceedings of International Conference on Intelligent Mechatronics and Automation*, 2004, pp. 495–499. doi:10.1109/ICIMA.2004.1384245
  24. Marsili Libelli S., Alba P. Adaptive mutation in genetic algorithms. *Soft Computing*, 2000, vol. 4, iss. 2, pp. 76–80. doi:10.1007/S005000000042
  25. Gad A. F. PyGAD: An intuitive genetic algorithm Python library. *arXiv*, 2021. <https://arxiv.org/abs/2106.06158v1> (дата обращения: 28.02.2022).

UDC 004.89:004.822

doi:10.31799/1684-8853-2022-2-42-52

### Selecting effective action strategies for the participants in a hospitalization process with the use of a fuzzy cooperative game and a genetic algorithm

Smirnov A. V.<sup>a</sup>, Dr. Sc., Tech., Professor, Chief Researcher, [orcid.org/0000-0001-8364-073X](https://orcid.org/0000-0001-8364-073X)Teslya N. N.<sup>a</sup>, PhD, Tech., Senior Researcher, [orcid.org/0000-0003-0619-8620](https://orcid.org/0000-0003-0619-8620), [teslya@ias.spb.su](mailto:teslya@ias.spb.su)<sup>a</sup>Saint-Petersburg Federal Research Center of the RAS, 39, 14 Line V. O., 199178, Saint-Petersburg, Russian Federation

**Introduction:** The use of linear programming methods in making decisions on hospitalization in a fragile epidemiological situation may be hampered by the necessity to take account of a large number of parameters and limitations of the participants. **Purpose:** Development of an approach to selecting effective action strategies for the participants in a hospitalization process, with social factors taken into consideration. The approach is based on the theory of cooperative games which are solved with the use of a genetic algorithm.

**Results:** A cost function has been developed for evaluating the effectiveness of the hospitalization process on the basis of the selected strategies and in consideration of social factors. A genetic algorithm has been designed in which the proposed effectiveness evaluation function is used as a fitness function for a population, while to determine chromosomes of individuals in the population the set of selected strategies of the hospitalization process participants is used. The approach has been tested using the data on hospitalizations of patients with suspected COVID-19, that were provided by several ambulance stations in Saint-Petersburg, Russia. The study shows the superiority of the proposed approach over the previously developed one in terms of the speed of solving a cooperative game, the quality of the solution being maintained. **Practical relevance:** Some software which is based on the proposed approach can be integrated into an ambulance dispatcher's automated workstation to support decision-making during the process of hospitalization in a fragile epidemiological situation.

**Keywords** — genetic algorithm, strategy, strategy selection, hospitalization, fitness function.

**For citation:** Smirnov A. V., Teslya N. N. Selecting effective action strategies for the participants of a hospitalization process with the use of a fuzzy cooperative game and a genetic algorithm. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2022, no. 2, pp. 42–52 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2022-2-42-52

#### Financial support

The study was carried out with the financial support of the Russian Foundation for Basic Research within the scientific project No. 20-04-60054, as well as due to Russian State Research project number No. FFZF-2022-0005.

#### References

- Onder M., Uzun M. M. Roles of Artificial Intelligence (AI) on COVID-19 pandemic crisis management policies. *International Journal of Public Administration in the Digital Age*, 2022, vol. 8, iss. 2, pp. 1–13. doi:10.4018/ijpada.294122
- Xiong J., Lipsitz O., Nasri F., Lui L. M. W., Gill H., Phan L., Chen-Li D., Iacobucci M., Ho R., Majeed A., McIntyre R. S. Impact of COVID-19 pandemic on mental health in the general population: A systematic review. *Journal of Affective Disorders*, 2020, vol. 277, pp. 55–64. doi:10.1016/j.jad.2020.08.001
- Shah K., Kamrai D., Mekala H., Mann B., Desai K., Patel R. S. Focus on mental health during the coronavirus (COVID-19) pandemic: Applying learnings from the past outbreaks. *Cureus*, 2020, vol. 12, iss. 3. doi:10.7759/cureus.7405
- Montemurro N. The emotional impact of COVID-19: From medical staff to common people. *Brain, Behavior, and Immunity*, 2020, vol. 87, pp. 23–24. doi:10.1016/j.bbi.2020.03.032
- Li W., Yang Y., Liu Z.-H., Zhao Y.-J., Zhang Q., Zhang L., Cheung T., Xiang Y.-T. Progression of mental health services during the COVID-19 outbreak in China. *International Journal of Biological Sciences*, 2020, vol. 16, pp. 1732–1738. doi:10.7150/ijbs.45120
- Mo Y., Deng L., Zhang L., Lang Q., Liao C., Wang N., Qin M., Huang H. Work stress among Chinese nurses to support Wuhan in fighting against COVID-19 epidemic. *Journal of Nursing Management*, 2020, vol. 28, pp. 1002–1009. doi:10.1111/jonm.13014
- Krasnikov K. E. Mathematical modeling of some social processes using game-theoretic approaches and making managerial decisions based on them. *Russian Technological Journal*, 2021, vol. 9, no. 5, pp. 67–83 (In Russian). doi:10.32362/2500-316X-2021-9-5-67-83
- Sheremetov L. B., Smirnov A. V. *Supply Chain configuration as a cooperative game with fuzzy coalitions*. In: *Supply Chain Management Under Fuzziness*. Springer, 2014. Pp. 293–314. doi:10.1007/978-3-642-53939-8\_13
- Mohebbi S., Li X. Coalitional game theory approach to modeling suppliers' collaboration in supply networks. *International Journal of Production Economics*, 2015, vol. 169, pp. 333–342. doi:10.1016/j.ijpe.2015.08.022
- Omrani H., Shafaat K., Emrouznejad A. An integrated fuzzy clustering cooperative game data envelopment analysis model with application in hospital efficiency. *Expert Systems with Applications*, 2018, vol. 114, pp. 615–628. doi:10.1016/j.eswa.2018.07.074
- Miranda P. B. C., Mello R. F., Nascimento A. C. A. A multi-objective optimization approach for the group formation problem. *Expert Systems with Applications*, 2020, vol. 162, 113828. doi:10.1016/J.ESWA.2020.113828
- Lozano S., Moreno P., Adenso-Diaz B., Algaba E. Cooperative game theory approach to allocating benefits of horizontal cooperation. *European Journal of Operational Research*, 2013, vol. 229, pp. 444–452. doi:10.1016/j.ejor.2013.02.034
- Zhao Y., Wang S., Cheng T. C. E., Yang X., Huang Z. Coordination of supply chains by option contracts: A cooperative game theory approach. *European Journal of Operational Research*, 2010, vol. 207, pp. 668–675. doi:10.1016/j.ejor.2010.05.017
- Smirnov A. V., Sheremetov L. B., Chilov N., Cortes J. R. Soft-computing technologies for configuration of cooperative supply chain. *Applied Soft Computing*, 2004, vol. 4, pp. 87–107. doi:10.1016/j.asoc.2003.10.001
- Ben Jouda S., Krichen S., Klibi W. Coalition-formation problem for sourcing contract design in supply networks. *European Journal of Operational Research*, 2017, vol. 257, pp. 539–558. doi:10.1016/j.ejor.2016.07.040
- Sukstrienwong A. Coalition formation of members based on geographical location by genetic algorithm. *TEM Journal*, 2020, vol. 9, pp. 873–880. doi:10.18421/TEM93-06
- Guo M., Xin B., Chen J., Wang Y. Multi-agent coalition formation by an efficient genetic algorithm with heuristic initialization and repair strategy. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2020, vol. 55, 100686. doi:10.1016/J.SWEVO.2020.100686
- Su Z., Zhang G., Yue F., He J., Li M., Li B., Yao X. Finding the largest successful coalition under the strict goal preferences of agents. *ACM Transactions on Autonomous and Adaptive Systems*, 2019, vol. 14, iss. 4, pp. 1–33. doi:10.1145/3412370
- Guo M., Xin B., Chen J., Wang Y. Multi-agent coalition formation by an efficient genetic algorithm with heuristic initialization and repair strategy. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2020, vol. 55, 100686. doi:10.1016/J.SWEVO.2020.100686
- Kurejchik V. V., Rodzin S. I. Computational models of bio heuristics based on physical and cognitive processes (review). *Information Technologies*, 2021, vol. 27, no. 10, pp. 507–520 (In Russian). doi:10.17587/it.27.507-520
- Smirnov A., Moll E., and Teslya N. Use of fuzzy coalition games in socially oriented decision making during hospitalization in pandemic. *Informatics and Automation*, 2021, vol. 20, no. 5, pp. 1090–1114 (In Russian). doi:10.15622/20.5.4
- Otchet o rezul'tatah deyatelnosti Federal'nogo fonda obyazatel'nogo medicinskogo strahovaniya v 2020 godu* [Report on the results of the activities of the Federal Compulsory Medical Insurance Fund in 2020]. Moscow, 2021. 148 p. Available at: <https://www.ffoms.gov.ru/system-oms/about-fund/fund-activities> (accessed 5 December 2021).
- Zhen S., Lin C., Di T., Yang Z. Comparison of steady state and elitist selection genetic algorithms. *Proceedings of International Conference on Intelligent Mechatronics and Automation*, 2004, pp. 495–499. doi:10.1109/ICIMA.2004.1384245
- Marsili Libelli S., Alba P. Adaptive mutation in genetic algorithms. *Soft Computing*, 2000, vol. 4, iss. 2, pp. 76–80. doi:10.1007/S005000000042
- Gad A. F. PyGAD: An intuitive genetic algorithm Python library. *arXiv*, 2021. Available at: <https://arxiv.org/abs/2106.06158v1> (access 28 February 2022).

# Frequency analysis based on synchrosqueezed wavelet transforms of brain and heart rhythms in cases of cerebral vascular pathology

V. E. Titov<sup>a</sup>, Post-Graduate Student, [orcid.org/0000-0002-2700-7152](https://orcid.org/0000-0002-2700-7152)

O. E. Dick<sup>a,b</sup>, Dr. Sc., Biol., Associate Professor, [orcid.org/0000-0001-5056-1779](https://orcid.org/0000-0001-5056-1779), [dickviola@gmail.com](mailto:dickviola@gmail.com)

<sup>a</sup>Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 67, B. Morskaya St., 190000, Saint-Petersburg, Russian Federation

<sup>b</sup>Pavlov Institute of Physiology RAS, 6, Makarov Emb., 199034, Saint-Petersburg, Russian Federation

**Introduction:** The analysis of interrelationships between the bioelectric activity of the brain and heart is one of the topical issues in modern neuroscience. Special attention of researchers in this area is attracted by the study of these interrelationships in cases of cerebral vascular pathology. **Purpose:** The use of synchrosqueezed wavelet transforms to measure the relationship between the rhythms of the brain and heart in cases of vascular pathology of varying severity before and during hyperventilation load. **Results:** The analysis of instantaneous frequencies has been carried out in the low-frequency components of an electroencephalogram and the RR interval time series extracted from the electrocardiogram of patients with vascular pathology of varying severity before and during hyperventilation. The research shows that the time when a correlation between instantaneous frequencies of the infra-slow oscillations of an electroencephalogram and the RR interval time series occurs is related to the degree of severity of cerebral vascular pathology. It has been found that the greater the severity of the vascular pathology of the brain, the faster a correlation occurs between instantaneous frequencies in the low-frequency components of an electroencephalogram and heart rate variability. **Practical relevance:** The discovered peculiarities of the frequency interrelationships between the rhythms of the brain and heart during hyperventilation may be useful for the search of neurophysiological correlates of the degree of severity of cerebral vascular pathology.

**Keywords** – electroencephalogram, heart rate variability, synchrosqueezed wavelet transform..

**For citation:** Titov V. E., Dick O. E. Frequency analysis based on synchrosqueezed wavelet transforms of brain and heart rhythms in cases of cerebral vascular pathology. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2022, no. 2, pp. 53–61. doi:10.31799/1684-8853-2022-2-53-61

## Introduction

When diagnosing violations of the functional state of the brain associated with vascular pathology, the analysis of the bioelectrical activity of the brain in the form of an electroencephalogram (EEG) is usually used. Vascular pathology of the brain is associated with a slowly progressive lack of blood supply to the brain, leading to increasing diffuse structural changes and impaired cognitive functions of the brain [1–6].

The importance of early diagnosis of such disorders necessitates the search for neurophysiological correlates of cerebral vascular pathology of varying severity [2, 6]. At the same time, the importance of studying infra-slow EEG oscillations, is noted, since it is assumed that these oscillations, in contrast to the higher-frequency components of the EEG, are associated with the regulation of the rhythms of respiration and heart [7]. In this regard, the simultaneous analysis of the bioelectrical activity of the brain under conditions of forced breathing (functional load in the form of a hyperventilation test) and an electrocardiogram (ECG) of the heart with subsequent analysis of the dynamics of frequencies can facilitate the search for markers of vascular pathology of the brain.

The difference in the frequency ranges of the EEG and ECG leads to the need to use the preliminary allocation of a single range in these signals. In this case, the nonstationarity of the EEG and ECG leads to the fact that it is not entirely correct to apply the spectral Fourier analysis. Instead, it is more correct to use the method of calculating instantaneous frequencies based on the wavelet transform of the signal [8, 9]. This method is widely used to detect synchronization between the rhythms of the cardiovascular and respiratory systems [10–15]. The works [16–18] show the importance of assessing the degree of synchronization for studying the functional state of autonomic regulation of blood circulation for persons with cardiovascular diseases, assessing personal cardiovascular risk and optimizing drug therapy.

In contrast to the rhythms of the cardiovascular and respiratory systems, the bioelectric activity of the brain, recorded from the surface of the head in the form of an EEG, is usually very noisy. To improve the efficiency of extracting the instantaneous frequency and phase from experimental data with a high level of noise, it is better to use the synchrosqueezed wavelet transform method [19]. In works [20, 21], this method was applied to identify instantaneous phases and frequencies for sub-

sequent analysis of phase synchronization between rhythmic brain photostimulation and the response to it in the form of an EEG, and data were obtained that make it possible to distinguish the synchronization parameters in two groups of people with chronically high blood pressure. with and without mild cognitive impairment. It has been shown that these disorders correlate with a longer duration of phase synchronization and a shift in brain responses to a lower frequency range as compared to the excitation frequency [20, 21].

The purpose of this work is to use synchrosqueezed wavelet transform to assess the ratio of instantaneous frequencies in the low-frequency components of the EEG (in the infra-slow oscillations range) and the time sequence of time intervals between two consecutive R peaks extracted from ECG patterns in patients with vascular pathology of varying severity before and during hyperventilation load.

### Experimental data and methods of their analysis

We analyzed EEG and ECG records obtained from 9 healthy subjects (women aged 31 to 43 years) and 15 patients (women aged 56 to 65 years) with vascular pathology associated with vegetative-vascular dystonia (group I, consisting of 8 people) and associated with vertebrobasilar insufficiency, which developed as a result of cervical osteochondrosis (group II, consisting of 7 people). Data provided by the St. Petersburg Neurological Clinic, study approved by the local ethics committee.

Vegetative-vascular dystonia is a syndrome presented in the form of various disorders of the autonomic function associated with a disorder of neurogenic regulation and arising due to an imbalance in the tonic activity of the sympathetic and parasympathetic divisions of the autonomic nervous system. This syndrome is manifested by violations of the functional state of the nervous system.

Vertebrobasilar insufficiency is a deterioration in the functioning of the brain due to a weakening of blood flow in the basilar and vertebral arteries. Vertebrobasilar insufficiency can develop in any age group, and late diagnosis combined with late treatment increases the likelihood of stroke. It is believed that the manifestations of vascular pathology of the brain are more pronounced in patients with vertebrobasilar insufficiency caused by cervical osteochondrosis than in patients with vegetative-vascular dystonia [22].

EEG and ECG signals were recorded simultaneously at rest and under the influence of functional load (hyperventilation) on a 21-channel electroencephalograph company "Mizar-EEG" (Russia,

St. Petersburg). Hyperventilation load consisted of the use of spontaneous enhanced breathing during EEG recording for 3 min. The depth of inhalation and exhalation was to be maximum, and the frequency was about 20 breaths per minute.

The duration of each recording was 6 min. Three measurements were taken with each subject on different days. The sampling rate is 512 Hz. Artifacts caused by eye blinking or motor movements were previously removed by a neurophysiologist. Mathematical transformation of signals using the method of independent components was not carried out.

For EEG analysis, we used data in the occipital lobes of the brain ( $O_1$ -,  $O_z$ - and  $O_2$ -leads), where the bioelectric activity of the brain was most pronounced in all records.

Figure 1, *a-d* shows short fragments of typical experimental EEG and ECG recordings for a healthy subject and a patient with vascular pathology.

To extract the sequence of RR intervals from the ECG signal, that is, the time intervals between two consecutive R peaks, we used a wavelet transform with a sym4 basic wavelet resembling a QRS complex in shape [22]. Then the non-equidistant sequence of RR intervals was approximated by cubic splines and sampled at a frequency of 256 Hz. The resulting equidistant sequence determines the so-called heart rate variability (HRV). The EEG sequence was also resampled at a frequency of 256 Hz.

An example of a fragment of the initial ECG and the pattern obtained after the wavelet reconstruction of this fragment is shown in Fig. 2, *a-c*.

To analyze the frequencies of the infra-slow oscillations range, the original EEG records were filtered with a bandwidth of 0.04–0.45 Hz. The choice of this bandwidth is due to the fact that it is in this range that it is possible to compare with heart rate variability.

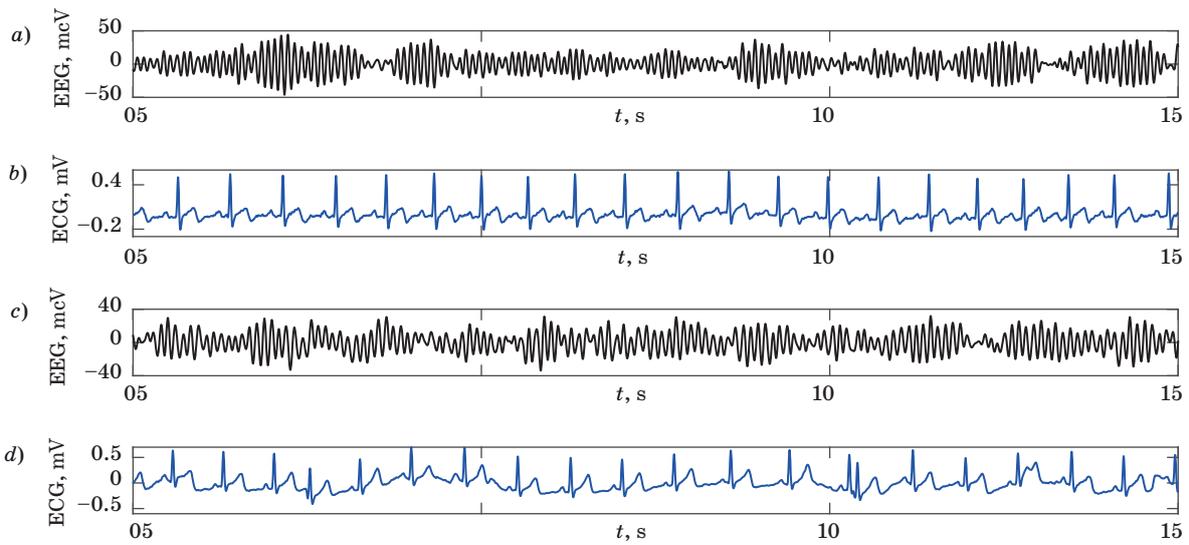
To assess the ratio of instantaneous frequencies of EEG patterns in the infra-slow oscillations range and in the HRV sequence, we used the synchrosqueezed wavelet transform method [19].

In this work, as a wavelet function, we used the Morlet wavelet, which is usually used for continuous wavelet transform of a signal:

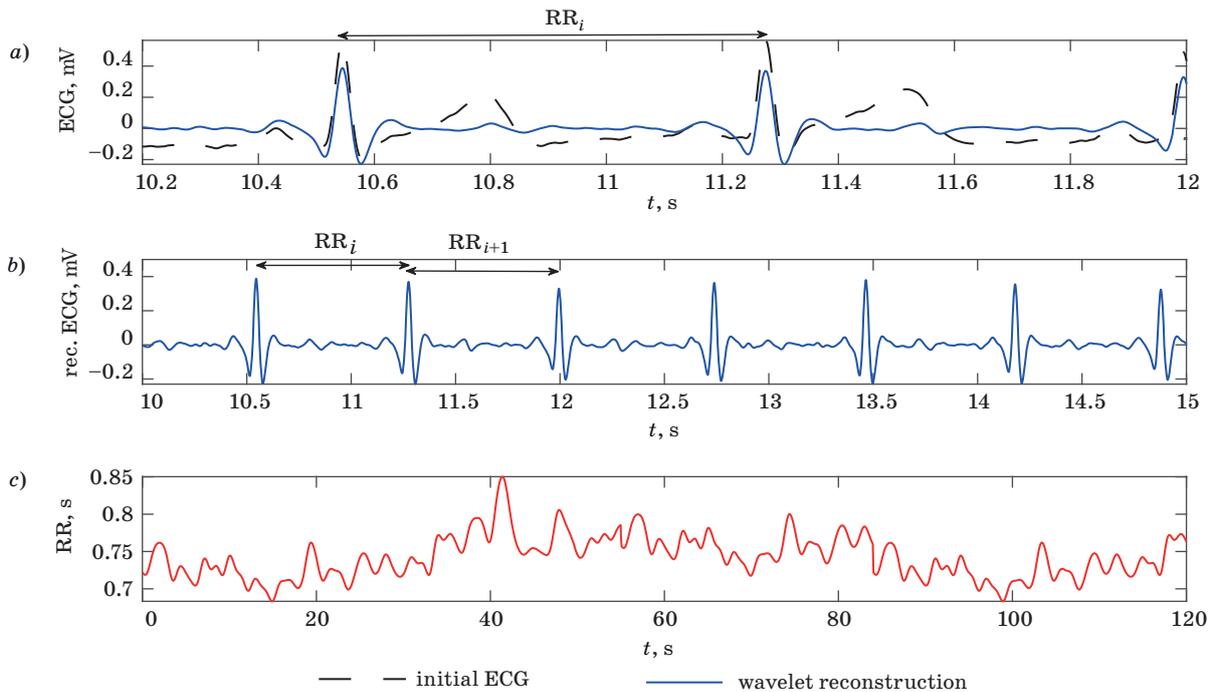
$$\Psi(t - b)/a = (1/a) \exp[i\omega_0((t - b)/a)] \exp(-0.5((t - b)/a)^2), \quad (1)$$

which at the value of the wavelet parameter  $\omega_0 = 2\pi f_0$ ,  $f_0 = 1$ , provides a simple relationship between the scale  $a$  of the wavelet transform and the real frequency  $f$  of the analyzed signal [8]:

$$f = \left( \left( \omega_0 + \sqrt{2 + \omega_0^2} \right) / 4\pi a \right) \approx 1/a. \quad (2)$$



■ Fig. 1. Examples of EEG and ECG fragments for a healthy subject (a, b) and a patient with vascular pathology (c, d)



■ Fig. 2. Fragment of the initial ECG and pattern after wavelet reconstruction (a, b) and sequence of RR intervals (c)

The continuous wavelet-transform (CWT) of the signal  $s(t)$  for the wavelet function  $\psi(t)$  is defined by the formula

$$W_s(a, b) = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt, \quad (3)$$

where  $a$  and  $b$  are scale and time shift variables;  $\psi((t-b)/a)$  is the wavelet function obtained from

the mother wavelet  $\psi(t)$  by scaling and time shift, the symbol means complex conjugation [8].

The synchrosqueezed wavelet-transform (SWT) of the signal  $s(t)$  is specified as follows [19]:

$$T_s(\omega_l, b) = \frac{1}{\Delta\omega} \sum_{a_k} W_s(a_k, b) a^{-3/2} \Delta a_k, \quad (4)$$

$$a_k : |\omega(a_k, b) - \omega_l| \leq \Delta\omega / 2,$$

where  $\omega_l$  —  $l^{\text{th}}$  discrete circular frequency;  $a_k$  —  $k^{\text{th}}$  discrete scale and  $\Delta a_k = a_k - a_{k-1}$ .

In the spectrum of synchrosqueezed wavelet transform, each signal component is represented by a time sequence of maxima of SWT coefficients, the so-called ridge curve [9]:

$$\begin{aligned} \omega_r(b) &= \arg \max |T_s(\omega_l, b)|, \\ \omega_l &\in [\omega_r(b) - \Delta\omega/2, \omega_r(b) + \Delta\omega/2]. \end{aligned} \quad (5)$$

Extraction of the ridge from the SWT signal  $s(t)$  can be reduced to solving the problem of conditional search optimization among all curves  $\omega_r(t_0)$  of the one that maximizes the SWT modulus along the ridge [23]. This is equivalent to minimizing the penalty function [23] of the following form:

$$\begin{aligned} P(\omega_r) &= -\int |T_s(\omega_r(b), b)|^2 db + \\ &+ 0.01 \int \left[ \left( \frac{d\omega_r(b)}{db} \right)^2 + \left( \frac{d^2\omega_r(b)}{d^2b} \right)^2 \right] db. \end{aligned} \quad (6)$$

Based on the obtained crests  $\omega_r(b)$  the instantaneous frequency  $f_s(b)$  can be calculated by the formula [9]

$$f_s(b) = \omega_r(b/2\pi). \quad (7)$$

By applying SWT to the EEG and HRV signals, we estimated their instantaneous frequencies and then calculated the instantaneous frequency ratio  $f_s(b)/f_p$ .

The integral calculated below

$$E_{SW}(f) = \int_{t_1}^{t_2} |T_s(f, b)|^2 db \quad (8)$$

determines the time-averaged distribution of the synchrosqueezed wavelet spectrum energy over frequencies at a given time interval  $[t_1, t_2]$ .

The time ( $\Delta t_{\text{cor}}$ ) of the appearance of the correlation of the instantaneous frequencies of the infra-slow oscillations range of the EEG and HRV was determined as the time interval during which, after the start of the hyperpolarization test, the ratio was established:

$$0.95 \leq f_{\text{EEG}}/f_{\text{HRV}} \leq 1.05. \quad (9)$$

To compare the mean  $\Delta t_{\text{cor}}$  values obtained for different groups of subjects, one-way ANOVA was used. Statistically significant differences between groups were determined on the basis of  $p < 0.017$  values due to the fact that the number of groups is  $k = 3$ ,  $n = k(k-1)/2 = 3$ ,  $1 - 0.95^{1/n} = 0.017$ .

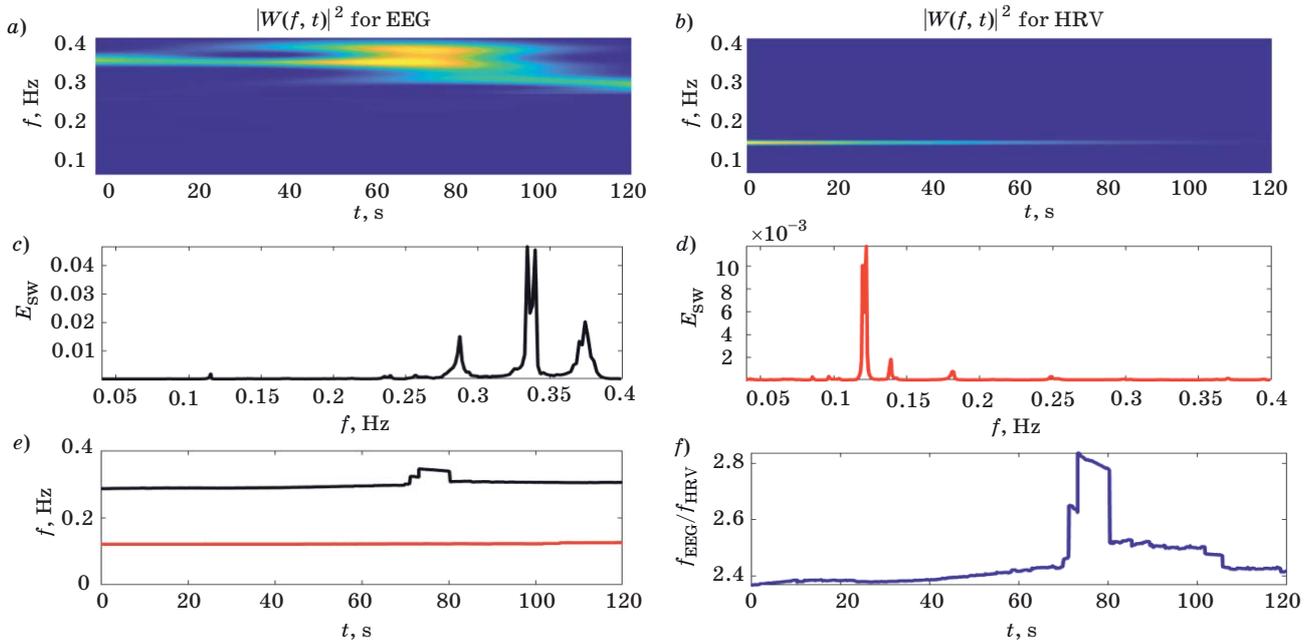
## Results

Due to the fact that no significant differences were found for all subjects for the right and left leads  $O_1$  and  $O_2$ , this work will present the results obtained only for the central lead  $O_z$ .

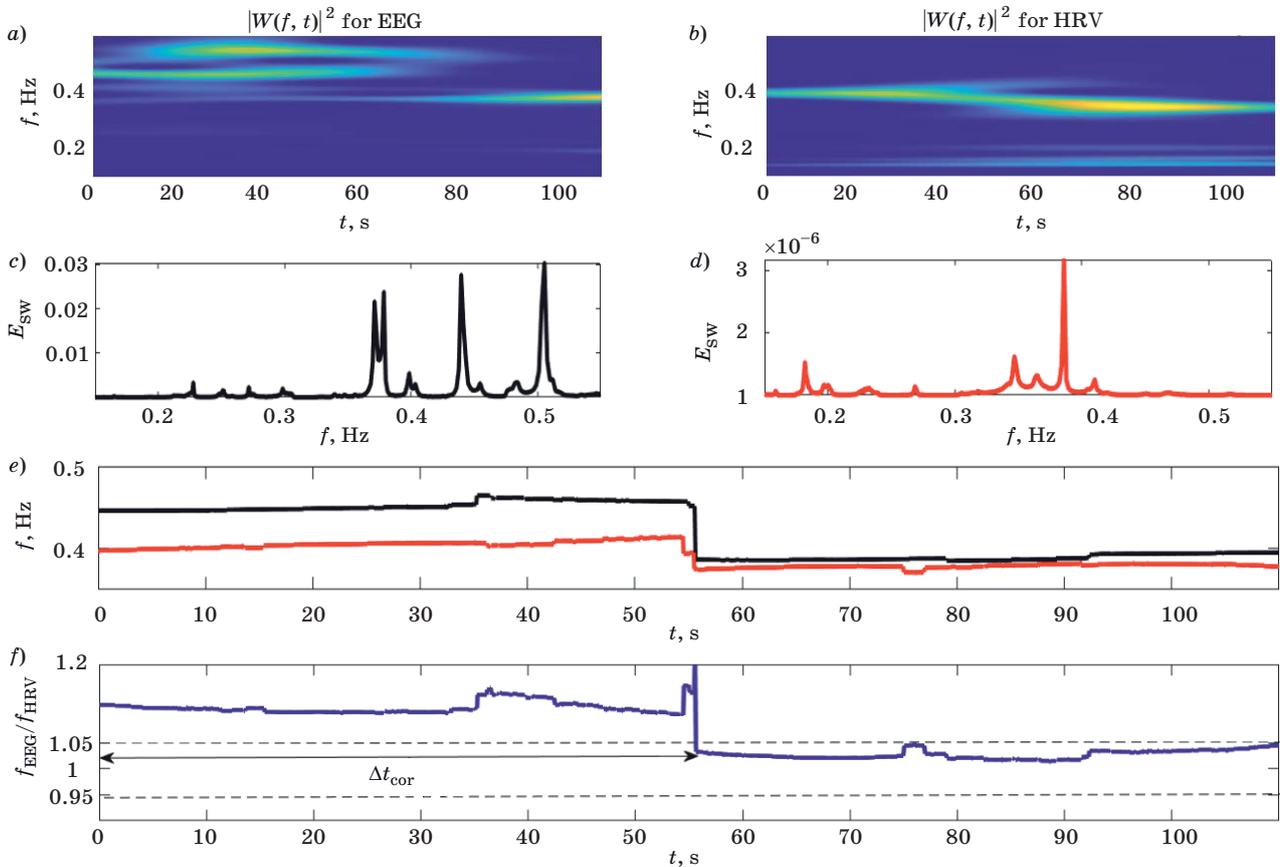
Figure 3 demonstrates an example of the absence of relationships between the instantaneous frequencies of the EEG infra-slow oscillations range and HRV. This example was obtained for patient A with vascular disease from group I before the hyperventilation test. The projection of the wavelet surface  $(t, f, |W_s(f, t)|^2)$  onto the plane  $(t, f)$ , obtained by the CWT (Continuous Wavelet Transform) method for the EEG (Fig. 3, a), has frequency bands that do not coincide with the band on the projection of the wavelet surface for HRV (Fig. 3, b). Time-averaged energy distributions  $E_{SW}(f)$  of synchrosqueezed wavelet spectra of EEG and HRV in frequencies have maxima at frequencies of 0.34 and 0.12 Hz for EEG and for HRV, respectively (Fig. 3, c, d). The ridges extracted from the SWT are shown in Fig. 3, e. The ratio of instantaneous frequencies  $f_{\text{EEG}}/f_{\text{HRV}}$  calculated on the basis of these ridges exceeds the value 2 (Fig. 3, f).

Figure 4 shows that, in contrast to the absence of relationships between the instantaneous frequencies of the infra-slow oscillations range in the background EEG and HRV for patient A, correlations arise between the instantaneous frequencies of the EEG and HRV during hyperventilation load. The projections of the wavelet surfaces  $(t, f, |W_s(f, t)|^2)$  onto the plane  $(t, f)$  for EEG and HRV have bands that coincide near a frequency of 0.4 Hz (Fig. 4 a, b). Time-averaged energy distributions  $E_{SW}(f)$  of synchrosqueezed wavelet spectra have well-defined maxima at frequencies of 0.39, 0.46, and 0.51 Hz for EEG and 0.39 Hz for HRV, respectively (Fig. 4 c, d). The ridges isolated from the SWT spectra approach each other as much as possible at a frequency of 0.39 Hz 55 s after the onset of hyperventilation (Fig. 4, e). Thus, the time interval during which the ratio of instantaneous frequencies  $f_{\text{EEG}}/f_{\text{HRV}}$  becomes equal to  $1 \pm 0.05$  (Fig. 4, f), is 55 s. So, for patient A, the time of occurrence of the correlation between the instantaneous frequencies of the EEG infra-slow oscillations range and HRV during the hyperventilation load  $\Delta t_{\text{cor}} = 55$  s.

Patient B from group II is also characterized by the presence of relationships between the instantaneous frequencies of the infra-slow oscillations range in the EEG and HRV during hyperventilation (Fig. 5). The coincidence of the bands in the projections of the wavelet surfaces  $(t, f, |W_s(f, t)|^2)$  onto the plane  $(t, f)$  for EEG and for HRV occurs near a frequency of 0.28 Hz (Fig. 5 a, b). Time-averaged energy distributions  $E_{SW}(f)$  of synchrosqueezed wavelet spectra for EEG and HRV have well-defined maxi-



■ **Fig. 3.** Projections of the wavelet surface ( $t, f, |W_s(f, t)|^2$ ) onto the plane ( $t, f$ ), obtained by the CWT method for EEG and HRV before hyperventilation (*a, c*); time-averaged distribution of the synchrosqueezed wavelet spectrum energy over frequencies  $|T_s(f, b)|^2$  (*b, d*); extracted ridges (*e*) and instantaneous frequency ratio (*f*) for patient A from group I



■ **Fig. 4.** Projections of the wavelet surface ( $t, f, |W_s(f, t)|^2$ ) onto the plane ( $t, f$ ), obtained by the CWT method for EEG and HRV during hyperventilation (*a, b*); time-averaged distribution of the synchrosqueezed wavelet spectrum energy over frequencies  $|T_s(f, b)|^2$  (*c, d*); extracted ridges (*e*) and instantaneous frequency ratio (*f*) for patient A from group I

ma at a frequency of 0.28 Hz (Fig. 5 c, d). The ridges isolated from the SWT spectra approach each other as much as possible at this frequency of 0.28 Hz 42 s after the onset of hyperventilation (Fig. 5, e). Thus, for patient B, the time for the appearance of a correlation between the instantaneous frequencies of the infra-slow oscillations EEG and HRV during hyperventilation is less than for patient A and is  $\Delta t_{cor} = 42$  s (Fig. 5, f).

Based on the data obtained, it can be seen that the correlation between the instantaneous frequencies of the infraslow EEG rhythm and heart rate variability after hyperventilation exercise in patients with vertebrobasilar insufficiency, which developed as a result of cervical osteochondrosis, occurs faster than in patients with vegetovascular dystonia. Since physiologically vertebrobasilar insufficiency is a more dangerous pathology for the brain than vegetative-vascular dystonia (which can be both a somatic disease and a mental disorder), it can be argued that the more pronounced the vascular pathology of the brain, the faster the corre-

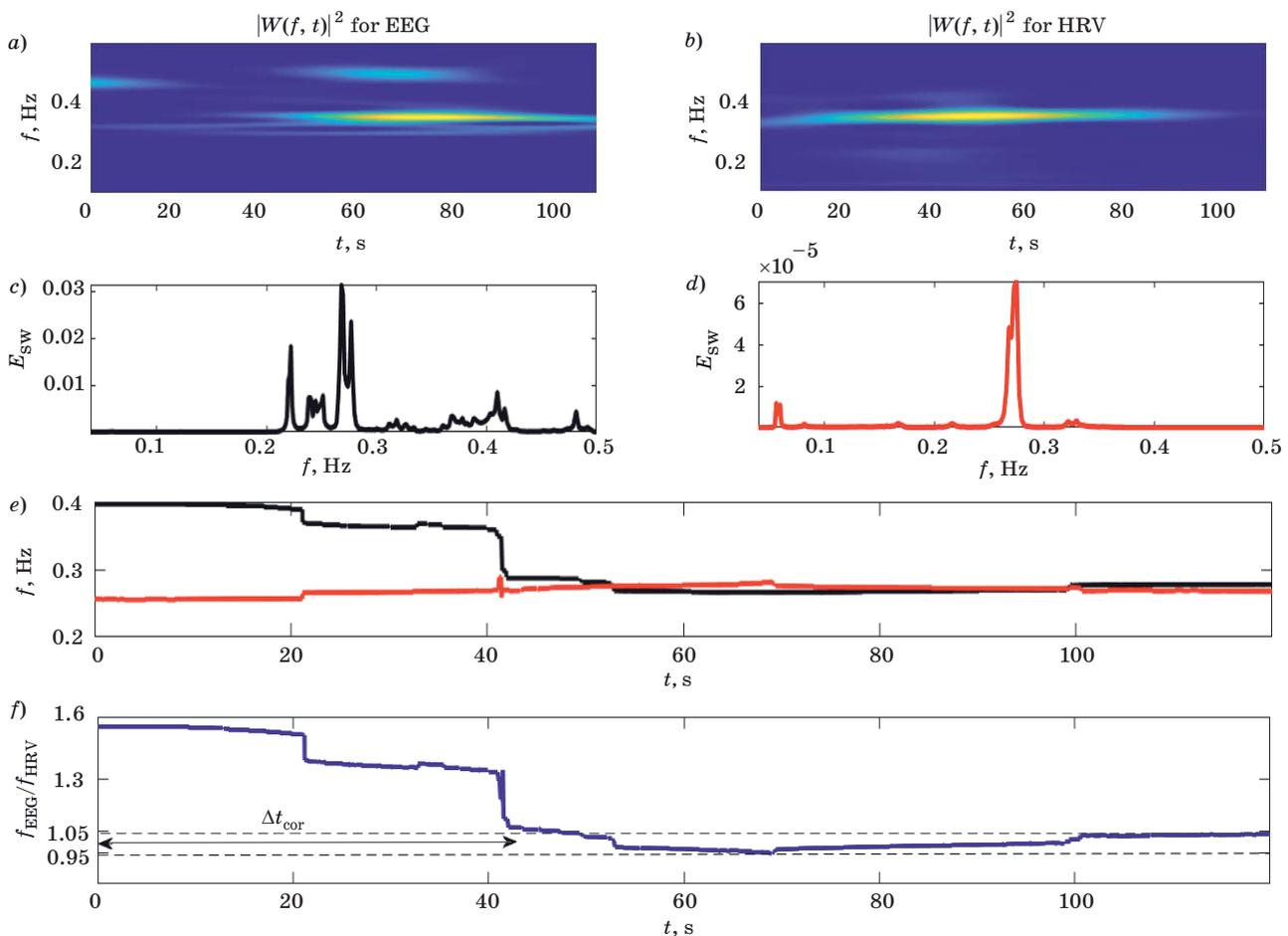
lation between instantaneous frequencies of EEG infraslow rhythm and heart rate variability.

Average values of instantaneous frequencies of EEG and HRV patterns before and during hyperventilation for analyzed groups are presented in Table.

The data in Table indicate that there is no correlation between the instantaneous frequencies of the low-frequency infra-slow oscillations range of background EEG and HRV patterns for both groups with vascular pathology and for the control group of healthy subjects.

The mean  $f_{EEG}$  values before hyperventilation are  $(0.35 \pm 0.05)$  Hz for patients from group II. The mean  $f_{HRV}$  values before hyperventilation are less and equal to  $(0.12 \pm 0.03)$  Hz for patients from group I and  $(0.18 \pm 0.04)$  Hz for patients from group II.

During hyperventilation, the mean  $f_{EEG}$  values increased and were equal to  $(0.43 \pm 0.07)$  Hz for patients from group I and  $(0.31 \pm 0.05)$  Hz for patients from group II,  $(0.35 \pm 0.05)$  Hz for the control group. The mean  $f_{HRV}$  values also increased and were



■ Fig. 5. Projections of the wavelet surface ( $t, f, |W_s(f, t)|^2$ ) onto the plane ( $t, f$ ), obtained by the CWT method for EEG and HRV during hyperventilation (a, b); time-averaged distribution of the synchrosqueezed wavelet spectrum energy over frequencies  $|T_s(f, b)|^2$  (c, d). Extracted ridges (e) and instantaneous frequency ratio (f) for patient B from group II

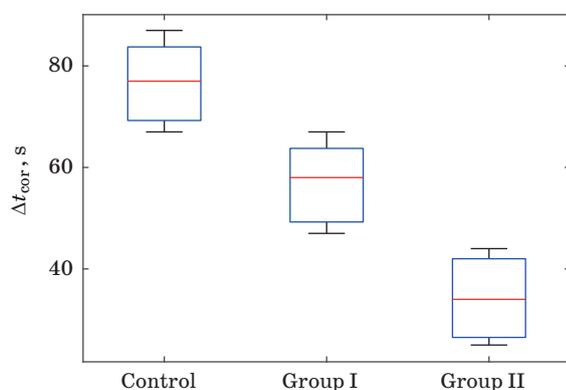
■ Average values of instantaneous EEG and HRV frequencies before and during hyperventilation for different groups

Subjects	$f_{\text{EEG}}, \text{Hz}$	$f_{\text{HRV}}, \text{Hz}$
<b>Before hyperventilation</b>		
Control group ( $N = 9/9$ )	$0.19 \pm 0.04$	$0.10 \pm 0.03$
Group I ( $N = 8/8$ )	$0.29 \pm 0.05$	$0.12 \pm 0.03$
Group II ( $N = 7/7$ )	$0.35 \pm 0.05$	$0.18 \pm 0.04$
<b>During hyperventilation</b>		
Control group ( $N = 9/9$ )	$0.35 \pm 0.05$	$0.30 \pm 0.06$
Group I ( $N = 8/8$ )	$0.43 \pm 0.07$	$0.38 \pm 0.06$
Group II ( $N = 7/7$ )	$0.31 \pm 0.05$	$0.23 \pm 0.04$

equal, respectively, to  $(0.38 \pm 0.06)$  Hz for patients from group I and  $(0.23 \pm 0.04)$  Hz for patients from group II.

The results of one-way analysis of variance for comparing the mean values of  $\Delta t_{\text{cor}}$  values for different groups of subjects are shown in Fig. 6. This figure demonstrates the difference in the mean times of occurrence of the correlation between the instantaneous frequencies of the infra-slow oscillations range EEG and HRV during hyperventilation.

Large differences in the center lines (medians of the sample values  $\Delta t_{\text{cor}}$ ), indicate significant differences in the group means. The statistics obtained by Fisher's F-criterion  $F = 48.5$ , exceeds the critical value  $F_{2,18} = 3.5$ . Values 2 and 18 correspond to the number of  $k = 3$  tested groups, the number of 7 averaged values in each group, and the total number of observations  $N = 7 \times 3 = 21$ , and therefore  $k - 1 = 2$ ,  $N - k = 18$ . The significance level of the Fisher criterion, i.e. the maximum probability of mistakenly rejecting the null hypothesis of equality of means, when it is true, is close to ze-



■ Fig. 6. One-way ANOVA results for comparing the mean  $\Delta t_{\text{cor}}$  values for the analyzed groups

ro ( $p = 0.0002$ ). Therefore, the ANOVA test used showed significant differences between the mean  $\Delta t_{\text{cor}}$  values for patients from the three test groups.

Thus, the correlation observed for both analyzed groups between instantaneous frequencies of the EEG infra-slow oscillations range and HRV patterns under hyperventilation load is statistically significantly different in the time of occurrence of such a correlation. The mean  $\Delta t_{\text{cor}}$  value is maximal ( $\Delta t_{\text{cor}} = 76.4 \pm 8.3$ ) for the control group, the mean  $\Delta t_{\text{cor}}$  value is lower in patients with vascular pathology associated with vertebrobasilar insufficiency ( $\Delta t_{\text{cor}} = 34.3 \pm 8.0$ , group II), compared with the mean value  $\Delta t_{\text{cor}} = 56.4 \pm 8.1$ , obtained for patients with less severity of vascular pathology associated with vegetative-vascular dystonia (group I).

Thus, for the first time, using nonlinear methods for analyzing non-stationary signals, statistically significant differences in the time of occurrence of the correlation of instantaneous frequencies of the infra-slow oscillations range of electroencephalograms and heart rate variability after the start of the hyperpolarization test were revealed in patients with varying degrees of severity of vascular pathology. The results obtained support the hypothesis that heart rate variability is in a complex dynamic interaction with the rhythms of the electrical activity of the brain [7, 24].

Our results are to some extent consistent with the results of [25, 26], which assessed the presence of synchronization between infra-slow rhythms in the EEG and signals in photoplethysmograms in healthy men during functional tests with a linearly increasing (over 30 min) respiratory rate. In work [24], areas of phase and frequency synchronization were revealed between respiration, which increases linearly in frequency, and infra-slow rhythms in the occipital EEG derivations, as well as respiration and low-frequency rhythms in photoplethysmograms. It was shown in [26] that for different areas of the brain, infraslow oscillations can have a different order of synchronization with respiration.

It is quite probable that in our results the appearance of relationships between the instantaneous frequencies of the infraslow EEG rhythm and heart rate variability after hyperventilation exercise may be associated with an increase in the amplitude of respiration and linear leakage of the respiration signal with characteristic frequencies of 0.15–0.50 Hz into the signal of RR intervals and EEG.

Significantly shorter analyzed records did not allow us to detect areas of phase synchronization between the EEG and HRV rhythms, and therefore the search for phase synchronization will be continued for longer records and studying the peculiarities of the interaction of the circulatory regulation system, the respiration process, and neuronal activity of the brain.

## Conclusion

Analysis of instantaneous frequencies in the low-frequency components of the EEG and the time sequence of RR intervals extracted from the ECG, carried out before and after hyperventilation for two groups of subjects with vascular pathology of varying severity, showed that a decrease in the time of occurrence of a correlation between instantaneous frequencies of the EEG infra-slow oscillations range and HRV is associated with the degree of cerebrovascular disease. The greater the severity of

the vascular pathology of the brain, the faster there is a correlation between the instantaneous frequencies of the EEG infra-slow oscillations range and heart rate variability.

## Financial support

This work was financially supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, Agreement No. FSRF-2020-0004.

## References

1. Tadic M., Cuspidi C., Hering D. Hypertension and cognitive dysfunction in elderly: blood pressure management for this global burden. *BMC Cardiovasc Disorders*, 2016, vol. 16, no. 1, pp. 208–217. doi:10.1186/s12872-016-0386-0
2. Iadecola C., Gottesman R. F. Neurovascular and cognitive dysfunction in hypertension. *Circulation Research*, 2019, vol. 124, no. 7, pp. 1025–1044. doi:10.1161/CIRCRESAHA.118.313260
3. Walker K. A., Sharrett A. R., Wu A., Schneider A. L. Association of midlife to late-life blood pressure patterns with incident dementia. *JAMA*, 2019, vol. 322, no. 6, pp. 535–545. doi:10.1001/jama.2019.10575
4. Hestad K., Engedal K., Schirmer H., Strand B. H. The effect of blood pressure on cognitive performance an 8-year follow-up of the tromso study, comprising people aged 45–74 years. *Frontiers in Psychology*, 2020, no. 11, pp. 607–615. doi:10.3389/fpsyg.2020.00607
5. Mills K. T., Bundy J., Kelly T. N., Reed J. Global disparities of hypertension prevalence and control: a systematic analysis of population-based studies from 90 countries. *Circulation*, 2016, vol. 134, no. 6, pp. 441–450. doi:10.1161/CIRCULATIONAHA.115.018912
6. Ungvari Z., Toth P., Tarantini S., Prodan C. I., Sorond F., Merkely B., Csiszar A. Hypertension-induced cognitive impairment: from pathophysiology to public health. *Nature Reviews. Nephrology*, 2021, vol. 17, no. 10, pp. 639–654. doi:10.1038/s41581-021-00430-6
7. Knyazev G. G. EEG delta oscillations as a correlate of basic homeostatic and motivational processes. *Neuroscience and Biobehavioral Reviews*, 2012, vol. 36, no. 1, pp. 677–695. doi:10.1016/j.neubiorev.2011.10.002
8. Hramov A. E., Koronovsky A. A., Makarov V. A., Pavlov A. N., Sitnikova E. *Wavelets in Neuroscience*. Springer Series in Synergetics. Berlin, Springer, 2015. 314 p.
9. Tary J. B., Herrera R. H., van der Baan M. Analysis of time-varying signals using continuous wavelet and synchrosqueezed transforms. *Philosophical Transactions of the Royal Society A. Mathematical Physical and Engineering Sciences A*, 2018, vol. 376, no. 2126. doi:10.1098/rsta.2017.0254
10. Prokhorov M. D., Ponomarenko V. I., Gridnev V. I., Bodrov M. B., Bespyatov A. B. Synchronization between main rhythmic processes in the human cardiovascular system. *Physical Review E, Statistical, Nonlinear and Soft Matter Physics*, 2003, vol. 68, no. 4, pp. 885–893. doi:10.1103/PhysRevE.68.041913
11. Koronovskii A. A., Khramov A. E. Wavelet transform analysis of the chaotic synchronization of dynamical systems. *JETP Letters*, 2004, vol. 79, no. 7, pp. 316–319. doi:10.1134/1.1765173
12. Ponomarenko V. I., Prokhorov M. D., Bespyatov A. B., Bodrov M. B. Deriving main rhythms of the human cardiovascular system from the heartbeat time series and detecting their synchronization. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2005, vol. 23, no. 4, pp. 1429–1438. doi:10.1016/j.chaos.2004.06.041
13. Hramov A. E., Koronovskii A. A., Ponomarenko V. I., Prokhorov M. D. Detecting synchronization of self-sustained oscillators by external driving with varying frequency. *Physical Review E*, 2006, vol. 73, no. 2, pp. 1–9. doi:10.1103/PhysRevE.73.026208
14. Hramov A. E., Koronovskii A. A., Ponomarenko V. I., Prokhorov M. D. Detection of synchronization from univariate data using wavelet transform. *Physical Review E*, 2007, vol. 75, no. 5. doi:10.1103/PhysRevE.75.056207
15. Moskalenko O. I., Koronovskii A. A., Hramov A. E., Zhuravlev M. O. Estimate of the degree of synchronization in the intermittent phase synchronization regime from a time series (model systems and neurophysiological data). *Letters to Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 2016, vol. 103, no. 8, pp. 606–610. doi:10.1134/S0021364016080105
16. Kiselev A. R., Gridnev V. I., Karavaev A. S., Prokhorov M. D., Posnenkova O., Ponomarenko V. I., Bezruchko B. P., Shvartz V. Assessment of the 5-year risk of death and the development of cardiovascular events in patients with acute myocardial infarction based on the synchronization of 0.1 Hz rhythms in the cardiovascular system. *Annals of Noninvasive Electrocardiology*, 2010, vol. 17, no. 3, pp. 204–213. doi:10.1111/j.1542-474X.2012.00514.x
17. Kiselev A. R., Gridnev V. I., Karavaev A. S., Posnenkova O. M., Prochorov M. D., Ponomarenko V. I., Bezruchko B. P., Shvartz V. Assessment of the 5-year risk of death and the development of cardiovascular events in patients with acute myocardial infarction based on the synchronization of 0.1 Hz rhythms in the cardiovascular system. *Annals of Noninvasive Electrocardiology*, 2010, vol. 17, no. 3, pp. 204–213. doi:10.1111/j.1542-474X.2012.00514.x

- ko B. P. Individual approach to antihypertensive drug choice in hypertensive patients based on individual features of autonomic cardiovascular dysfunction. *Arterial Hypertension*, 2011, vol. 17, no. 4, pp. 354–360 (In Russian). doi:10.18705/1607-419X-2011-17-4-354-360
18. Wu H. T., Lewis G. F., Davila M. I., Daubechies I., Porges S. W. Optimizing estimates of instantaneous heart rate from pulse wave signals with the synchrosqueezing transform. *Methods of Information in Medicine*, 2016, vol. 55, no. 5, pp. 463–472. doi:10.3414/ME16-01-0026
19. Daubechies I., Lu J., Wu H. T. Synchrosqueezed wavelet transforms: An empirical mode decomposition-like tool. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2011, vol. 30, no. 2, pp. 243–261. doi:10.1016/j.acha.2010.08.002
20. Dick O. E., Glazov A. L. Parameters of phase synchronization in electroencephalographic patterns as markers of cognitive impairment. *Technical Physics*, 2021, vol. 91, no. 4, pp. 678–688 (In Russian). doi:10.21883/JTF.2021.04.50633.200-20
21. Dick O. E., Glazov A. L. Estimation of the synchronization between intermittent photic stimulation and brain response in hypertension disease by the recurrence and synchrosqueezed wavelet transform. *Neurocomputing*, 2021, vol. 455, no. 1, pp. 163–177. doi:10.1016/j.neucom.2021.05.038
22. Kryzhanovsky G. N. *Obshchaya patofiziologiya nervnoj sistemy* [General pathophysiology of the nervous system]. Moscow, Meditsina Publ., 1997. 351 p. (In Russian).
23. Zidelmal Z., Amirou A., Adnane M., Belouchrani A. QRS detection based on wavelet coefficients. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 2012, vol. 107, no. 3, pp. 490–496. doi:10.1016/j.cmpb.2011.12.004
24. Thakur G., Brevdo E., Fuckar N. S., Wu H. T. The synchrosqueezing algorithm for time-varying spectral analysis: robustness properties and new paleoclimate applications. *Signal Processing*, 2013, vol. 93, no. 5, pp. 1079–1094. doi:10.1016/j.sigpro.2012.11.029
25. Karavaev A. S., Runnova A. E., Borovkova E. I., Ishbulatov Y. M., Khorev V. S., Kiselev A. R., Zhuravlev M. O., Ponomarenko V. I., Prokhorov M. D., Bezruchko B. P. Synchronization of low-frequency rhythms in electroencephalogram by respiration with linear dependent time frequency. *Saratov Journal of Medicine Scientific Research*, 2016, vol. 12, no. 4, pp. 541–548 (In Russian).
26. Karavaev A. S., Kiselev A. R., Runnova A. E., Zhuravlev M. O. Synchronization of infra-slow oscillations of brain potentials with respiration. *Chaos*, 2018, vol. 28, no. 8. doi:10.1063/1.5046758

УДК 612.822.3, 57.087.1

doi:10.31799/1684-8853-2022-2-53-61

#### Частотный анализ на основе синхросжатого вейвлет-преобразования ритмов мозга и сердца при сосудистой патологии мозга

В. Е. Титов<sup>а</sup>, аспирант, orcid.org/0000-0002-2700-7152

О. Е. Дик<sup>а,б</sup>, доктор биол. наук, доцент, orcid.org/0000-0001-5056-1779, dickviola@gmail.com

<sup>а</sup>Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Б. Морская ул., 67, Санкт-Петербург, 190000, РФ

<sup>б</sup>Институт физиологии им. И. П. Павлова РАН, наб. Макарова, 6, Санкт-Петербург, 199034, РФ

**Введение:** анализ взаимосвязей биоэлектрической активности мозга и сердца является одним из актуальных вопросов в современной нейронауке. Особое внимание исследователей в данной области привлекает изучение этих взаимосвязей при сосудистой патологии мозга. **Цель исследования:** опыт применения синхросжатого вейвлет-преобразования для оценки связи между ритмами мозга и сердца при сосудистой патологии различной степени тяжести до и во время гипервентиляционной нагрузки. **Результаты:** проведен анализ мгновенных частот в низкочастотных составляющих электроэнцефаллограммы и временной последовательности RR-интервалов, извлеченных из электрокардиограммы у пациентов с сосудистой патологией различной степени тяжести до и во время гипервентиляционной нагрузки. Показано, что время возникновения корреляции мгновенных частот сверхмедленных ритмов электроэнцефаллограммы и временной последовательности RR-интервалов связано со степенью сосудистой патологии головного мозга. Обнаружено, что чем больше выраженность сосудистой патологии мозга, тем быстрее возникает корреляция между мгновенными частотами в низкочастотных составляющих электроэнцефаллограммы и вариабельности сердечного ритма. **Практическая значимость:** выявленные особенности частотных взаимосвязей ритмов мозга и сердца во время гипервентиляционной нагрузки могут быть полезны при поиске нейрофизиологических коррелятов степени тяжести сосудистой патологии головного мозга.

**Ключевые слова** — электроэнцефалограмма, вариабельность сердечного ритма, синхросжатое вейвлет-преобразование.

**Для цитирования:** Titov V. E., Dick O. E. Frequency analysis based on synchrosqueezed wavelet transforms of brain and heart rhythms in cases of cerebral vascular pathology. *Информационно-управляющие системы*, 2022, № 2, с. 53–61. doi:10.31799/1684-8853-2022-2-53-61

**For citation:** Titov V. E., Dick O. E. Frequency analysis based on synchrosqueezed wavelet transforms of brain and heart rhythms in cases of cerebral vascular pathology. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2022, no. 2, pp. 53–61. doi:10.31799/1684-8853-2022-2-53-61

#### Финансовая поддержка

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, соглашение № ФСРФ-2020-0004.

**АРСЕНЬЕВ**  
Владимир  
Николаевич



Профессор кафедры бортовых информационных и измерительных комплексов Военно-космической академии им. А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург. В 1978 году окончил Военно-инженерную Краснознаменную академию им. А. Ф. Можайского по специальности «Системы управления, электропроверочное и специальное оборудование летательных аппаратов». В 1993 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором 120 научных публикаций и двух патентов на изобретения. Область научных интересов — методы анализа и синтеза систем управления летательных аппаратов.  
Эл. адрес: vladar56@mail.ru

**ДЖОКОВИЧ**  
Драгомир



Почетный профессор кафедры теоретической математики Университета Ватерлоо, Ватерлоо, Онтарио, Канада. В 1960 году окончил Белградский университет по специальности «Электротехника», Белград, Югославия. В 1963 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора наук в Белградском университете. Является автором более 200 научных публикаций. Область научных интересов — линейная и полилинейная алгебра, теория групп, алгебра Ли и группы Ли, квантовая запутанность, комбинаторика.  
Эл. адрес: djokovic@uwaterloo.ca

**ДИК**  
Ольга  
Евгеньевна



Ведущий научный сотрудник Института физиологии им. И. П. Павлова РАН, доцент кафедры высшей математики и механики Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. В 1985 году окончила физический факультет Ленинградского государственного университета по специальности «Физика». В 2018 году защитила диссертацию на соискание ученой степени доктора биологических наук. Является автором 83 научных публикаций, включая одну монографию. Область научных интересов — анализ нестационарных сигналов методами нелинейной динамики.  
Эл. адрес: dickviola@gmail.com

**НИКИФОРОВ**  
Игорь  
Валерьевич



Доцент Высшей школы программной инженерии Института компьютерных наук и технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого. В 2011 году окончил Санкт-Петербургский государственный политехнический университет по специальности «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем». В 2014 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором 80 научных публикаций. Область научных интересов — большие данные, машинное обучение, распределенные вычисления, верификация.  
Эл. адрес: i.nikiforov@ics2.ecd.spbstu.ru

**ПЕТРОВ**  
Андрей  
Алексеевич



Магистрант высшей школы программной инженерии Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого. В 2020 году окончил бакалавриат Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого по специальности «Программная инженерия». Является автором четырех научных публикаций. Область научных интересов — автоматизация программного обеспечения, машинное обучение, обработка больших массивов данных.  
Эл. адрес: marsofandrew@gmail.com

**СМИРНОВ**  
Александр  
Викторович



Профессор, главный научный сотрудник, заведующий лабораторией интегрированных систем автоматизации Санкт-Петербургского Федерального исследовательского центра РАН. В 1979 году окончил Ленинградский электротехнический институт им. В. И. Ульянова (Ленина) по специальности «Системы автоматического управления». В 1994 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором более 350 научных публикаций. Область научных интересов — концептуальное моделирование, управление знаниями, управление контекстом, конфигурирование систем, системы поддержки принятия решений, социобиофизические системы.  
Эл. адрес: smir@iias.spb.su

**ТЕСЛЯ**  
**Николай**  
**Николаевич**



Старший научный сотрудник лаборатории интегрированных систем автоматизации Санкт-Петербургского Федерального исследовательского центра РАН. В 2013 году окончил Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» по специальности «Компьютерная безопасность». В 2015 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором более 80 научных публикаций. Область научных интересов — управление знаниями, инженерия онтологий, слияние онтологий, социокиберфизические системы, поддержка принятия решений, практическое применение кооперативных игр, геоинформационные системы. Эл. адрес: teslya@iias.spb.su

**ТИТОВ**  
**Вадим**  
**Евгеньевич**



Аспирант кафедры высшей математики и механики Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. В 2016 году окончил бакалавриат Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича по специальности «Биотехнические системы и технологии», в 2020 году — магистратуру Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения по специальности «Технологии моделирования сложных систем». Является автором пяти научных публикаций. Область научных интересов — теория хаоса, методы обработки сигналов. Эл. адрес: titovvadim82@gmail.com

**УСТИНОВ**  
**Сергей**  
**Михайлович**



Профессор высшей школы программной инженерии Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого. В 1973 году окончил Ленинградский политехнический институт им. М. И. Калинина по специальности «Электронные вычислительные машины». В 1989 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором 127 научных публикаций. Область научных интересов — моделирование динамических систем, численные методы, математическое и прикладное программное обеспечение, теория управления, жесткие дифференциальные системы, устойчивость режимов больших энергообъединений. Эл. адрес: usm50@yandex.ru

**ШЕЛЕСТ**  
**Мария**  
**Николаевна**



Ассистент кафедры проблемно ориентированных вычислительных комплексов Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. В 2021 году окончила аспирантуру Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения по специальности «Информатика и вычислительная техника». Является автором 19 научных публикаций и одного патента на изобретение. Область научных интересов — теория массового обслуживания, теория графов, математическая статистика, компьютерное моделирование. Эл. адрес: mshshelest@mail.ru

**ЯДРЕНКИН**  
**Андрей**  
**Александрович**



Доцент, начальник кафедры бортовых информационных и измерительных комплексов Военно-космической академии им. А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург. В 1995 году окончил Военную инженерно-космическую академию им. А. Ф. Можайского по специальности «Оптико-электронные приборы и системы». В 2003 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором 50 научных публикаций. Область научных интересов — методы анализа и синтеза систем управления летательными аппаратами. Эл. адрес: andrei\_nikita@mail.ru

## Уважаемые авторы!

**При подготовке рукописей статей необходимо руководствоваться следующими рекомендациями.**

Статьи должны содержать изложение новых научных результатов. Название статьи должно быть кратким, но информативным. В названии недопустимо использование сокращений, кроме самых общепринятых (РАН, РФ, САПР и т. п.).

Текст рукописи должен быть оригинальным, а цитирование и самоцитирование корректно оформлено.

Объем статьи (текст, таблицы, иллюстрации и библиография) не должен превышать эквивалента в 20 страниц, напечатанных на бумаге формата А4 на одной стороне через 1,5 интервала Word шрифтом Times New Roman размером 13, поля не менее двух сантиметров.

Обязательными элементами оформления статьи являются: индекс УДК, заглавие, инициалы и фамилия автора (авторов), ученая степень, звание (при отсутствии — должность), полное название организации, аннотация и ключевые слова на русском и английском языках, ORCID и электронный адрес одного из авторов. При написании аннотации не используйте аббревиатур и не делайте ссылок на источники в списке литературы. Предоставляйте подрисуночные подписи и названия таблиц на русском и английском языках.

Статьи авторов, не имеющих ученой степени, рекомендуется публиковать в соавторстве с научным руководителем, наличие подписи научного руководителя на рукописи обязательно; в случае самостоятельной публикации обязательно предоставляйте заверенную по месту работы рекомендацию научного руководителя с указанием его фамилии, имени, отчества, места работы, должности, ученого звания, ученой степени.

Простые формулы набирайте в Word, сложные с помощью редактора MathType или Equation. Для набора одной формулы не используйте два редактора; при наборе формул в формульном редакторе знаки препинания, ограничивающие формулу, набирайте вместе с формулой; для установки размера шрифта в MathType никогда не пользуйтесь вкладкой Other, Smaller, Larger, используйте заводские установки редактора, не подгоняйте размер символов в формулах под размер шрифта в тексте статьи, не растягивайте и не сжимайте мышью формулы, вставленные в текст; пробелы в формуле ставьте только после запятой при перечислении с помощью Ctrl+Shift+Space (пробел); не отделяйте пробелами знаки: + = - ×, а также пространство внутри скобок; для выделения греческих символов в MathType полужирным начертанием используйте Style → Other → bold.

Для набора формул в Word никогда не используйте вкладки: «Уравнение», «Конструктор», «Формула» (на верхней панели: «Вставка» — «Уравнение»), так как этот ресурс предназначен только для внутреннего использования в Word и не поддерживается программами, предназначенными для изготовления оригинал-макета журнала.

При наборе символов в тексте помните, что символы, обозначаемые латинскими буквами, набираются светлым курсивом, русскими и греческими — светлым прямым, векторы и матрицы — прямым полужирным шрифтом.

Подробнее см. pdf-файл «Правила подготовки рукописей» (стр. 11) на сайте <https://guar.ru/ric>

### Иллюстрации:

— рисунки, графики, диаграммы, блок-схемы предоставляйте в виде отдельных исходных файлов, поддающихся редактированию, используя векторные программы: Visio (\*.vsd, \*.vsdx); Adobe Illustrator (\*.ai); Coreldraw (\*.cdr, версия не выше 15); Excel (\*.xls); Word (\*.docx); AutoCad, Matlab (экспорт в PDF, EPS, SVG, WMF, EMF); Компас (экспорт в PDF), веб-портал DRAW.IO (экспорт в PDF);

— фото и растровые — в формате \*.tif, \*.png с максимальным разрешением (не менее 300 pixels/inch).

Наличие подрисуночных подписей и названий таблиц на русском и английском языках обязательно (желательно не повторяющих дословно комментарии к рисункам в тексте статьи).

### В редакцию предоставляются:

— сведения об авторе (фамилия, имя, отчество, место работы, должность, ученое звание, учебное заведение и год его окончания, ученая степень и год защиты диссертации, область научных интересов, количество научных публикаций, домашний и служебный адреса и телефоны, e-mail), фото авторов: анфас, в темной одежде на белом фоне, должны быть видны плечи и грудь, высокая степень четкости изображения без теней и отблесков на лице, фото можно представить в электронном виде в формате \*.tif, \*.png, \*.jpg с максимальным разрешением — не менее 300 pixels/inch при минимальном размере фото 40×55 мм;

— экспертное заключение.

**Список литературы** составляется по порядку ссылок в тексте и оформляется следующим образом:

— для книг и сборников — фамилия и инициалы авторов, полное название книги (сборника), город, издательство, год, общее количество страниц, doi;

— для журнальных статей — фамилия и инициалы авторов, полное название статьи, название журнала, год издания, номер журнала, номера страниц, doi;

— ссылки на иностранную литературу следует давать на языке оригинала без сокращений;

— при использовании web-материалов указывайте адрес сайта и дату обращения.

Список литературы оформляйте двумя отдельными блоками по образцам lit.dot на сайте журнала (<http://i-us.ru/paperrules>): Литература и References.

Более подробно правила подготовки текста с образцами изложены на нашем сайте в разделе «Руководство для авторов».

### Контакты

Куда: 190000, Санкт-Петербург,  
Б. Морская ул., д. 67, ГУАП, РИЦ  
Кому: Редакция журнала «Информационно-управляющие системы»  
Тел.: (812) 494-70-02  
Эл. почта: [i-us.spb@gmail.com](mailto:i-us.spb@gmail.com)  
Сайт: [www.i-us.ru](http://www.i-us.ru)