

ИНФОРМАЦИОННО- УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

5(138)/2025

5(138)/2025

PEER REVIEWED JOURNAL

INFORMATSIONNO- UPRAVLIAIUSHCHIE SISTEMY (INFORMATION AND CONTROL SYSTEMS)

Founder

A. Vostrikov

PublisherSaint Petersburg State University
of Aerospace Instrumentation**Editor-in-Chief**

E. Krouk

Dr. Sc., Professor, Moscow, Russia

Executive secretary

O. Muravtsova

Editorial Board

V. Anisimov

Dr. Sc., Professor, Saint Petersburg, Russia

B. Bezruchko

Dr. Sc., Professor, Saratov, Russia

N. Blaunstein

Dr. Sc., Professor, Beer-Sheva, Israel

M. Buzdalov,

PhD, Researcher, Saint Petersburg, Russia

C. Christodoulou

PhD, Professor, Albuquerque, New Mexico, USA

A. Dudin

Dr. Sc., Professor, Minsk, Belarus

I. Dumer

PhD, Professor, Riverside, USA

M. Favorskaya

Dr. Sc., Professor, Krasnoyarsk, Russia

L. Fortuna

PhD, Professor, Catania, Italy

A. Fradkov

Dr. Sc., Professor, Saint Petersburg, Russia

A. Hramov

Dr. Sc., Professor, Innopolis, Russia

L. Jain

PhD, Professor, Canberra, Australia

A. Myllari

PhD, Professor, Grenada, West Indies

K. Samouylov

Dr. Sc., Professor, Moscow, Russia

J. Seberry

PhD, Professor, Wollongong, Australia

M. Sergeev

Dr. Sc., Professor, Saint Petersburg, Russia

A. Shalyto

Dr. Sc., Professor, Saint Petersburg, Russia

A. Shepeta

Dr. Sc., Professor, Saint Petersburg, Russia

Yu. Shokin

RAS Academician, Dr. Sc., Novosibirsk, Russia

A. Smirnov

Dr. Sc., Professor, Saint Petersburg, Russia

T. Sutikno

PhD, Associate Professor, Yogyakarta, Indonesia

A. Tyugashev,

Dr. Sc., Professor, Samara, Russia

Z. Yuldashev

Dr. Sc., Professor, Saint Petersburg, Russia

A. Zeifman

Dr. Sc., Professor, Vologda, Russia

Editor: A. Larionova**Proofreader:** T. Zvertanovskaia**Design:** M. Chernenko, Yu. Umnitsyna**Layout and composition:** Yu. Umnitsyna**Contact information**The Editorial and Publishing Center, SUAI
67A, Bol'shaya Morskaya, 190000, Saint Petersburg, RussiaWebsite: <http://i-us.ru/en>, e-mail: ius.spb@gmail.com

Tel.: +7 - 812 494 70 02

THEORETICAL AND APPLIED MATHEMATICS**Zelenskii A. A., Gribkov A. A.***Fundamentals of the formal theory of real-time systems*

2

HARDWARE AND SOFTWARE RESOURCES**Protsenko I. M., Malyshev V. N.***Wi-Fi node location based on FTM technology*

11

INFORMATION SECURITY**Gryzunov V. V.***A formal framework for the OSINT attacker and defender*

22

INFORMATION CODING AND TRANSMISSION**Taubin F. A., Trofimov A. N.***Performance analysis of two-stage channel coding with
noncoherent transmission over multipath fading channel
with Doppler scattering*

35

INFORMATION CHANNELS AND MEDIUM**Kuchmin A. Yu., Rasova S. S.***Parametric identification of subsystems of radio-telescopes
under the external loading*

50

CONTROL IN MEDICAL AND BIOLOGICAL SYSTEMS**Romaniuk V. R., Kashevnik A. M.***Assessment of psycho-emotional state of a person using
AI-based EEG analysis*

64

Titov V. E., Dick O. E.*Wavelet-based coherence analysis of interbrain synchronization
in collaborative game solving*

72

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

81

5(138)/2025

РЕЦЕНЗИРУЕМОЕ ИЗДАНИЕ

ИНФОРМАЦИОННО-
УПРАВЛЯЮЩИЕ
СИСТЕМЫ

Учредитель

А. А. Востриков

Издатель

Санкт-Петербургский государственный университет
аэрокосмического приборостроения

Главный редактор

Е. А. Крук,

д-р техн. наук, проф., Москва, РФ

Ответственный секретарь

О. В. Муравцова

Редакционная коллегия:

В. Г. Анисимов,

д-р техн. наук, проф., Санкт-Петербург, РФ

Б. П. Безручко,

д-р физ.-мат. наук, проф., Саратов, РФ

Н. Блаунштейн,

д-р физ.-мат. наук, проф., Беэр-Шева, Израиль

М. В. Буздалов,

канд. техн. наук, научный сотрудник, Санкт-Петербург, РФ

Л. С. Джайн,

д-р наук, проф., Канберра, Австралия

А. Н. Дудин,

д-р физ.-мат. наук, проф., Минск, Беларусь

И. И. Думер,

д-р наук, проф., Риверсайд, США

А. И. Зейфман,

д-р физ.-мат. наук, проф., Вологда, РФ

К. Кристодолу,

д-р наук, проф., Альбукерке, Нью-Мексико, США

А. А. Мюллери,

д-р наук, профессор, Гренада, Вест-Индия

К. Е. Самуилов,

д-р техн. наук, проф., Москва, РФ

Д. Себерри,

д-р наук, проф., Волонгонг, Австралия

М. Б. Сергеев,

д-р техн. наук, проф., Санкт-Петербург, РФ

А. В. Смирнов,

д-р техн. наук, проф., Санкт-Петербург, РФ

Т. Сутикну,

д-р наук, доцент, Джокьякарта, Индонезия

А. А. Тюгашев,

д-р техн. наук, проф., Самара, РФ

М. Н. Фаворская,

д-р техн. наук, проф., Красноярск, РФ

Л. Фортуна,

д-р наук, проф., Катания, Италия

А. Л. Фрадков,

д-р техн. наук, проф., Санкт-Петербург, РФ

А. Е. Храмов,

д-р физ.-мат. наук, Иннополис, РФ

А. А. Шалыто,

д-р техн. наук, проф., Санкт-Петербург, РФ

А. П. Шепета,

д-р техн. наук, проф., Санкт-Петербург, РФ

Ю. И. Шокин,

акад. РАН, д-р физ.-мат. наук, проф., Новосибирск, РФ

З. М. Юлдашев,

д-р техн. наук, проф., Санкт-Петербург, РФ

Редактор: А. Г. Ларионова

Корректор: Т. В. Звертановская

Дизайн: М. Л. Черненко, Ю. В. Умницына

Компьютерная верстка: Ю. В. Умницына

Адрес редакции: 190000, г. Санкт-Петербург,

ул. Большая Морская, д. 67, лит. А, ГУАП, РИЦ

Тел.: (812) 494-70-02, эл. адрес: ius.spb@gmail.com,

сайт: http://i-us.ru

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Зеленский А. А., Грибков А. А.

Основы формальной теории систем реального времени

2

ПРОГРАММНЫЕ И АППАРАТНЫЕ СРЕДСТВА

Проценко И. М., Малышев В. Н.

Местоопределение узлов Wi-Fi на основе технологии FTM

11

ЗАЩИТА ИНФОРМАЦИИ

Грызунов В. В.

Формальный фреймворк для OSINT-нарушителя и защитника

22

КОДИРОВАНИЕ И ПЕРЕДАЧА ИНФОРМАЦИИ

Таубин Ф. А., Трофимов А. Н.

Анализ помехоустойчивости двухступенчатого канального кодирования при некогерентной передаче в многолучевом канале с замираниями и доплеровским рассеянием

35

ИНФОРМАЦИОННЫЕ КАНАЛЫ И СРЕДЫ

Кучмин А. Ю., Расова С. С.

Параметрическая идентификация подсистем радиотелескопов при влиянии внешнего воздействия

50

УПРАВЛЕНИЕ В МЕДИЦИНЕ И БИОЛОГИИ

Романюк В. Р., Кашевник А. М.

Определение эмоционального состояния человека на основе интеллектуального анализа электроэнцефалографических данных

64

Титов В. Е., Дик О. Е.

Анализ межмозговой синхронизации на основе вейвлет-когерентности при совместном решении игровой задачи

72

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

81

Журнал входит в БД Scopus и в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук.

Сдано в набор 05.09.25. Подписано в печать 28.10.25. Дата выхода в свет: 31.10.2025.

Формат 60×84/8. Гарнитура CentSchbkCyrill BT. Печать цифровая.

Усл. печ. л. 8,7. Уч.-изд. л. 11,9. Тираж 1000 экз (1-й завод 50 экз.). Заказ № 366.

Оригинал-макет изготовлен в редакционно-издательском центре ГУАП.

190000, г. Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, д. 67, лит. А.

Отпечатано в редакционно-издательском центре ГУАП.

190000, г. Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, д. 67, лит. А.

Распространяется бесплатно.

Журнал зарегистрирован в Министерстве РФ по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций.

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-12412 от 19 апреля 2002 г.

Перерегистрирован в Роскомнадзоре.

Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-82226 от 23 ноября 2021 г.

© А. А. Востриков, 2025



Основы формальной теории систем реального времени

А. А. Зеленский^а, канд. техн. наук, доцент, orcid.org/0000-0002-3464-538X

А. А. Грибков^а, доктор техн. наук, ведущий научный сотрудник, orcid.org/0000-0002-9734-105X, andarmo@yandex.ru

^аНПК «Технологический центр», Шокина пл., 1, стр. 7, Москва, 124498, РФ

Введение: важность и выраженная специфика вычислительных систем реального времени обуславливает востребованность построения абстрагированной от внешнего мира строго формализованной системы, включающей в себя необходимый и достаточный комплекс определяющих параметров. **Цель:** создать формальную теорию вычислительных систем, работающих в условиях ограничения времени. **Результаты:** предложена новая формальная теория систем реального времени, позволяющая формализовать представление систем управления реального времени, что, по мнению авторов, расширит возможности их анализа и синтеза. Объектом предлагаемой формальной теории является цикл системы реального времени, определяемый исходя из заданной композиции функций, обеспечивающей выполнение системой своего функционального назначения, и представляемый в виде конфигурации, формируемой из акторов, распределенных по группам, потокам исполнения и порядку исполнения в каждом потоке. Формальная теория систем реального времени включает в себя набор стандартных и специальных символов, формул. Посредством этих символов и формул определяются возможные для заданной композиции акторов варианты конфигураций, удовлетворяющие установленным требованиям, а для каждой из этих конфигураций – достижимые длительности цикла, потребные ресурсы и количество портов ввода и вывода для связи акторов. Определено место и роль формальной теории систем реального времени в определении осуществимости вычислительной системы, констатирована возможность двух вариантов конфигурирования: статического и динамического. Последнее необходимо в случае переопределения конфигурации цикла в процессе его отработки.

Ключевые слова — формальная теория, реальное время, система управления, композиция, конфигурация, цикл, ресурсы, порты, осуществимость.

Для цитирования: Зеленский А. А., Грибков А. А. Основы формальной теории систем реального времени. *Информационно-управляющие системы*, 2025, № 5, с. 2–10. doi:10.31799/1684-8853-2025-5-2-10, EDN: JNQQQK

For citation: Zelenskii A. A., Gribkov A. A. Fundamentals of the formal theory of real-time systems. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2025, no. 5, pp. 2–10 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2025-5-2-10, EDN: JNQQQK

Введение

Основным трендом развития вычислительных систем в продолжении всего времени с появления ЭВМ является повышение их производительности. За последние 30 лет производительность (вычислительная мощность) наиболее мощной компьютерной системы в мире выросла в 12,4 млн раз (со 140,4 GFLOPS в 1994 г. до 1,742 EFLOPS в 2024 г., <https://top500.org/resources/top-systems/>). Такой рост производительности позволяет успешно решать задачи, для которых в свое время были созданы ЭВМ, — научные расчеты с большим объемом вычислений без жестких ограничений по времени [1].

Важной составляющей социально-экономического развития в последние десятилетия стало широкое внедрение информационных технологий во все отрасли экономики и сферы общественного потребления. Характер требований к вычислительным системам при этом изменяется. Актуальность сложных научных расчетов, требующих высокой производительности, по-прежнему высокая, и она не будет снижаться [2]. Но также растет значимость быстродействия вычислительных систем, определяющего их способность выполнять ограниченный

комплекс вычислительных операций за малый интервал времени [3, 4]. Необходимость быстродействия вычислительных систем возникает в системах управления, в том числе с наиболее жестким ограничением длительности указанного интервала времени (цикла управления) — вычислительных системах жесткого реального времени (https://www.eremex.ru/upload/iblock/eb6/rtos_dev_book.pdf), для которых нарушения временных ограничений недопустимы (фатальны с точки зрения достижения цели управления) [5].

Косвенным показателем быстродействия вычислительной системы является время ее отклика. По данному показателю за последние 30 лет прогресса не наблюдается: время отклика даже для сравнительно несложных вычислительных систем с архитектурой фон Неймана [6] (например, ПК) не опускается ниже 30–50 мс [7], что для современных систем управления реального времени неприемлемо большой интервал.

В настоящее время человеческая цивилизация находится в процессе перехода к цивилизации когнитивных технологий [8, 9], технологической основой которой являются когнитивные системы, служащие для интеллектуального управления машинами, в том числе управления

в реальном времени. Можно констатировать, что вычислительные системы реального времени являются важнейшей составляющей современных технологий, а в будущем их значимость продолжит повышаться.

Важность и выраженная специфика вычислительных систем реального времени обуславливает востребованность формализации таких систем, построения абстрагированной от внешнего мира строго формализованной системы, включающей в себя необходимый и достаточный комплекс определяющих параметров.

Имеющиеся в настоящее время работы в области вычислительных систем реального времени пока не обеспечивают необходимой степени формализации их представления, в частности не позволяют напрямую вводить в описание системы исходное ограничение по временной и пространственной вычислительной сложности (длительности цикла вычислений и доступной памяти). Указанные ограничения в рамках существующих подходов вводятся опосредованно, на стадии анализа конечного результата функционирования вычислительной системы реального времени, удовлетворяющей или не удовлетворяющей требованиям, накладываемым на систему скоростью изменений (физических или иных параметров) объекта управления [10–12]. Существенная часть современных исследований посвящена проблематике программного обеспечения операционных вычислительных систем реального времени (real-time operating system, RTOS) [13, 14]. Успешная программная реализация — необходимое условие эффективности вычислительных систем реального времени, однако ей должно предшествовать структурное определение реализуемого системой вычислительного алгоритма, не определяемое в рамках оптимизации программного обеспечения. Базой для решения задачи успешной реализации вычислительного алгоритма реального времени является формализация его представления в рамках формальной теории.

Определенность формальной теории требует удовлетворения следующим четырем основным условиям [15, 16].

Во-первых, необходимо определить ограниченное множество символов, из которых по заданным правилам формируются выражения. Эти символы могут быть равноценными (как буквы в алфавите) или соответствовать принципиально различным понятиям (например, элемент и свойство элемента).

Во-вторых, требуется сформировать определяющую систему совокупность выражений — множество формул. Множество формул должно обеспечивать взаимосвязанное и внутренне непротиворечивое представление системы. При

этом данное множество не является ограниченным уже определенными формулами, но может дополняться, оставаясь конечным.

В-третьих, следует задать аксиомы формальной системы (если в этом есть необходимость).

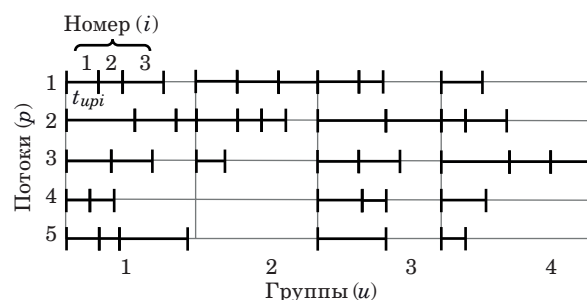
В-четвертых, необходимо определить правила вывода, определяющие отношения между формулами.

Цикл системы реального времени

Любая формальная теория служит цели описания какого-либо объекта или класса объектов — реальных или абстрактных. Объектом, описанию которого служит формальная теория систем реального времени, является цикл системы управления реального времени, представляющий собой реализацию композиции элементов (функций), необходимой и достаточной для выполнения системой своей функции управления. Напомним, что системы реального времени — это почти исключительно системы управления. Именно для систем управления возникает необходимость замыкания в цикл обратной связи совокупности элементов-функций, контролирующих состояние объекта управления.

Цикл системы управления реального времени (рисунок) представляет собой замкнутый цикл, ограниченный интервалом времени, за который выполняется совокупность необходимых операций управления — элементов цикла, которые можно отождествить с функциями. Элементы, используемые в процессе управления, взаимосвязаны, что обуславливает необходимость формирования между ними каналов связи и устанавливает ограничения на порядок их выполнения. Кроме того, каждый из элементов требует ресурсов (вычислительных или других), что накладывает ограничение на их одновременное задействование: используемые ресурсы не должны превышать имеющихся в наличии.

В результате цикл системы управления реального времени представляет собой компози-



- Диаграмма цикла системы управления
- Control system cycle diagram

цию элементов с некоторой конфигурацией [17, 18], заключающейся в распределении элементов по группам, потокам и последовательности выполнения в каждом из потоков. Разбиение на группы отражает необходимость выполнения элементов одних групп строго после других (после завершения выполнения последнего элемента из предыдущей группы), разбиение на потоки — возможность выполнения некоторых (не связанных между собой) элементов параллельно [19].

Свойства элементов в составе цикла управления, основными из которых являются автономность, обмен данными (через заданные каналы связи), интеграция для выполнения общих задач, определяют предпочтительность акторной модели [20, 21] представления композиции элементов.

Символы и выражения

Для описания цикла системы управления реального времени как конфигурации заданной композиции элементов-акторов необходимо использовать различные символы, как стандартные, так и специальные, вводимые формальной теорией систем реального времени.

К числу используемых стандартных символов относятся: $\sum$ — сумма; $\cup$ — дизъюнкция; $\forall$ — квантор всеобщности; $\min(\dots)$, $\max(\dots)$ — минимум и максимум; $+$, $-$, $\times$ — операторы суммы, разности и умножения; $\{\dots\}$ — оператор множества и др.

К специальным символам относятся:

τ — длительность цикла системы управления, которая может либо задаваться как начальное условие, следующее из требований по точности задания параметров объекта управления (например, для управления движением рабочего органа — исходя из допустимой погрешности задания траектории и скорости движения), либо определяться по итогам оптимизации;

W — общие доступные ресурсы системы управления: вычислительные (в большинстве рассматриваемых случаев), энергетические и др.;

S — количество портов ввода и вывода, связывающих элементы системы (акторы), которое может задаваться как условие (в виде максимально допустимого количества, устанавливаемого исходя из требований сложности технической реализации), либо определяться по итогам оптимизации;

a — актор — элемент системы управления, отождествляемый с определенной функцией (набором функций), который может иметь два варианта индексов (a_j — для исходного множества композиции и a_{upi} — для определения позиции

в конфигурации: группа u , поток p и номер i в потоке) и определяется парой параметров $\{t, w\}$ — длительностью выполнения актора t и потребными для него ресурсами w ;

$Q = Q(\{a_j\}, K_Q)$ — композиция акторов, определяемая как совокупность двух множеств: исходного множества акторов $\{a_j\}$ и матрицы K_Q отношений акторов исходного множества, задающей попарные отношения акторов по последовательности их выполнения; множество значений, принимаемых элементом матрицы K_Q ($j_1, j_2 \in \{-1, 0, 1\}$, где «-1» соответствует случаю, когда актор j_2 выполняется до j_1 ; «1» соответствует случаю, когда актор j_2 выполняется после j_1 ; «0» соответствует случаю, когда порядок выполнения акторов не имеет значения;

$R = R(\{a_{upi}\}, Z_R)$ — конфигурация цикла, определяемая как совокупность двух множеств: множества $\{a_{upi}\}$ акторов в данной конфигурации, представляющего собой трехмерный (по группе, потоку и номеру в потоке) массив акторов, задаваемых в виде их индексов в исходном множестве композиции, и матрицы Z_R портовости акторов, определяющей для каждого актора в данной конфигурации цикла минимально необходимые каналы связи с другими акторами и представляющей собой трехмерный массив с элементами в виде двумерных массивов;

R — операторы конфигурирования, означающие получение конфигурации цикла системы управления на основе ее композиции, имеющие четыре варианта: $R(Q, \{\tau\}, W, S)$ — конфигурирование по критерию минимизации длительности цикла при установленных ограничениях по доступным ресурсам системы и допустимому числу портов; $R(Q, \{W\}, \tau, S)$ — конфигурирование по критерию минимизации требуемых ресурсов системы при установленных ограничениях по длительности цикла и допустимому числу портов; $R(Q, \{S\}, \tau, W)$ — конфигурирование по критерию минимизации необходимого числа портов при установленных требованиях к длительности цикла и ограничениях по доступным ресурсам системы; $R(Q, \tau, W, S, 1)$ — конфигурирование при установленных требованиях к длительности цикла, ограничениях по доступным ресурсам системы и числу портов, обеспечивающее получение первой годной конфигурации.

Последний вариант конфигурирования может быть востребован в случае динамического конфигурирования, при котором конфигурирование цикла производится во время его выполнения. В результате полноценная оптимизация не представляется возможной, однако возможен поиск годного варианта, занимающий существенно меньше времени.

При необходимости возможно расширение функционала данного варианта конфигури-

рования за счет введения критерия сравнения нескольких годных вариантов (по τ , W или S) и выбора из них. В этом случае оператор конфигурирования имеет вид $\mathbf{R}(Q, \tau, W, S, n, f)$, где n — число рассматриваемых годных конфигураций; $f \in \{\tau, W, S\}$ — критерий выбора из годных.

Аксиома и формулы

Приведенное выше выражение $R = R(\{a_{upi}\}, \mathbf{Z}_R)$, раскрывающее содержание конфигурации цикла, является (единственной) аксиомой, на которой базируется формальная теория систем реального времени. Согласно этой аксиоме, цикл системы управления определяется ее конфигурацией R , которая характеризуется распределением связанных между собой (через порты ввода и вывода данных) акторов a , обладающих длительностью выполнения и потребностью в ресурсах, по группам (u), потокам (p) и последовательности (i) в потоке. Данная аксиома представляет собой выбор формы представления цикла системы реального времени. При этом доказательство правильности или единственности выбранного представления в рамках самой формальной теории не предполагается.

Центральной формулой формальной теории систем реального времени является формула для определения длительности цикла для заданной g -й конфигурации [22]

$$\tau(R_g) = \sum_{u=1}^{u_{\max}} \max \left(\bigcup_{p=1}^{p_{u\max}} \sum_{i=1}^{i_{up\max}} t_{upi} \right), \quad (1)$$

где $u_{\max}$ — количество групп акторов; $p_{u\max}$ — количество потоков в u -й группе; $i_{up\max}$ — количество акторов в p -м потоке u -й группы.

Длительность цикла может определяться при конфигурировании цикла по критерию минимизации длительности цикла (для заданной композиции) либо задаваться как начальное условие в виде ограничения на максимальную длительность цикла. Это ограничение определяется требованиями к точности воспроизводства параметров объекта управления. Для систем управления движением максимальная длительность цикла управления, как показали исследования авторов, не должна превышать отношения допустимой погрешности позиционирования подвижного рабочего органа к скорости его движения.

Минимальная длительность цикла для заданной композиции

$$\tau(Q) = \min \left(\bigcup_{g=1}^{g_{\max}} \tau(R_g) \right), \quad (2)$$

где $g_{\max}$ — количество возможных конфигураций для заданной композиции.

Задание ограничения на максимальную длительность цикла управления выглядит следующим образом:

$$\tau(Q) \leq \tau_{\max}. \quad (3)$$

Наряду с длительностью цикла управления конфигурация также характеризуется потребными ресурсами и необходимым количеством портов ввода и вывода. Максимальная потребность в ресурсах за цикл для заданной конфигурации

$$W(R_g) = \max(W_u(R_g, t), u \leq u_{\max}, t \leq \tau(R_g)), \quad (4)$$

где $W_u(R_g, t) = \sum_{p=1}^{p_{u\max}} w_{upi}$ — потребные ресурсы для выполнения акторов u -й группы; w_{upi} — потребные ресурсы для актора a_{upi} , а индекс i определяется из системы уравнений

$$\begin{cases} t_0 + \sum_{q=1}^{i-1} t_{upq} \leq t < t_0 + \sum_{q=1}^i t_{upq} \\ t_0 = \sum_{v=1}^u \max \left(\bigcup_{p=1}^{p_{v\max}} \sum_{i=1}^{i_{vp\max}} t_{vpi} \right) \end{cases}$$

Минимальная потребность в ресурсах за цикл для заданной композиции

$$W(Q) = \min \left(\bigcup_{g=1}^{g_{\max}} W(R_g) \right). \quad (5)$$

Необходимое число портов одного актора для заданной конфигурации [23]

$$\begin{aligned} s_{upi} = & \sum_{v=1}^{u-1} \sum_{\eta=1}^{p_{u\max}} \min \left(- \bigcup_{\lambda=1}^{i_{u\eta\max}} \mathbf{K}_Q(H(u\eta i), H(v\eta \lambda)), 0 \right) + \\ & + \sum_{\eta=1}^{p_{u\max}} \left(\max \left(\bigcup_{\lambda=1}^{i_{u\eta\max}} \mathbf{K}_Q(H(u\eta i), H(u\eta \lambda)), 0 \right) - \right. \\ & \left. - \min \left(\bigcup_{\lambda=1}^{i_{u\eta\max}} \mathbf{K}_Q(H(u\eta i), H(u\eta \lambda)), 0 \right) \right) + \\ & + \sum_{v=1}^{u+1} \sum_{\eta=1}^{p_{u\max}} \max \left(\bigcup_{\lambda=1}^{i_{u\eta\max}} \mathbf{K}_Q(H(u\eta i), H(v\eta \lambda)), 0 \right), \quad (6) \end{aligned}$$

где $H(\dots)$ — функция преобразования позиции актора в конфигурации в номер этого актора в исходном множестве композиции.

Необходимое число портов всех акторов для заданной конфигурации

$$S(R_g) = \sum_{u=1}^{u_{\max}} \sum_{p=1}^{p_{u\max}} \sum_{i=1}^{i_{up\max}} s_{upi}. \quad (7)$$

Минимальное число портов всех акторов для заданной композиции

$$S(Q) = \min \left(\bigcup_{g=1}^{g_{\max}} S(R_g) \right). \quad (8)$$

Наряду с формулами, определяющими отношения между основными понятиями формальной теории, представленными в виде символов, в множество формул также могут быть включены рассмотренные ранее операторы конфигурирования, представляющие собой функции преобразования композиции во множество конфигураций или в выбранную конфигурацию, удовлетворяющую заданным требованиям.

Операторы конфигурирования не могут быть выполнены в виде вычислений по заданным формулам. Конфигурирование осуществляется посредством специальных алгоритмов, в рамках которых построение каждой конфигурации выполняется в виде последовательных операций. При этом альтернативные конфигурации могут выстраиваться параллельно.

К числу основных алгоритмов относятся: алгоритм конфигурирования по критерию длительности (τ), алгоритм конфигурирования по критерию ресурсов (W), алгоритм конфигурирования по критерию портовости акторов (S) и алгоритм поиска лучшей по критерию f из n годных конфигураций:

$$\begin{aligned} R_Q^\tau &= R(Q, \{\tau\}, W_{\max}, S_{\max}); \\ R_Q^W &= R(Q, \tau_{\max}, \{W\}, S_{\max}); \\ R_Q^S &= R(Q, \tau_{\max}, W_{\max}, \{S\}); \\ R_Q^{nf} &= R(Q, \tau_{\max}, W_{\max}, S_{\max}, n, f), \end{aligned} \quad (9)$$

где R_Q^τ, R_Q^W, R_Q^S — наилучшая конфигурация композиции при оптимизации по критериям τ, W, S ; R_Q^{nf} — лучшая по критерию f из найденных n годных конфигураций композиции, удовлетворявших всем ограничениям.

Возможные варианты выполнения указанных алгоритмов были предложены в работах [22, 23]. Как показали исследования, запись алгоритмов осуществляется с использованием исключительно стандартных символов.

Правила вывода формул формальной теории систем реального времени соответствуют логике третьего порядка, оперирующей символами переменных (например, индексами акторов) и служебными символами (скобками и т. д.), логическими операторами (конъюнкцией и др.) и кванторами применительно не только к переменным, но также ко множествам и множествам множеств [24]. В формальной теории систем реального времени множества образуют акторы (в составе композиции и в составе конфигура-

ции), коэффициенты их отношений, матрицы портовости, варианты конфигурации для заданной композиции и др. В рамках логики как первого, так и высших порядков правилами вывода являются *modus ponens* $\left(\frac{A, A \rightarrow B}{B} \right)$ и правило обобщения $\left(\frac{A(x)}{\forall x A(x)} \right)$. Соответственно, эти же правила определяют вывод формул в формальной теории систем реального времени.

Конкретными правилами, определенными в рамках формальной теории систем реального времени, являются уже приведенные нами выше правило определения композиции акторов $Q = Q(\{a_j\}, K_Q)$, правило определения конфигурации цикла $R = R(\{a_{up_i}\}, Z_R)$ (также являющееся аксиомой), а также правила определения наилучших конфигураций (9).

Вычислимость и реализуемость композиции

Одним из результатов проведенных ранее исследований [23] является выдвижение представления о характеристической функции, бинарно описывающей осуществимость вычислительной системы. Характеристическая функция представляет собой произведение трех вспомогательных функций: вычислимости, реализуемости и доверия. Функция доверия относится к уровню технической реализации вычислительной системы, поэтому оставим ее за пределами анализа в данной статье и обратим внимание на две оставшиеся функции.

Рассмотренная в данной статье формальная теория систем реального времени может использоваться в качестве инструмента фактической верификации вычислительной системы на предмет ее реализуемости. Однако определение реализуемости вычислительной системы реального времени — задача, решаемая после определения вычислимости композиции, обеспечивающей выполнение вычислительной системой своего функционального назначения.

Необходимо констатировать, что поскольку множество переменных (связанных с акторами), определяющих вычислительную систему, перечислимо, то композиция всегда вычислима. Это, однако, не означает, что она вычислима за приемлемый (для выполнения вычислительной системой своего функционального назначения) интервал времени. Данная композиция может не иметь годной конфигурации, удовлетворяющей требованиям выполнения вычислительной системой своего функционального назначения.

Конфигурирование цикла системы реального времени может осуществляться без ограничений

на длительность выполнения конфигурирования или с установленными ограничениями на длительность конфигурирования. Первому варианту соответствует статическое конфигурирование, второму — динамическое. Необходимость в динамическом конфигурировании возникает в случае корректирования конфигурации во время выполнения цикла системы реального времени. Обновление конфигурации при этом происходит в продолжение одного или жестко лимитированного числа циклов.

Наличие для заданной композиции годной конфигурации означает, что статическое конфигурирование возможно. Соответственно, обеспечивается реализуемость композиции с фиксированной (заранее определенной) конфигурацией.

Реализуемость композиции в случае динамического конфигурирования — задача, не всегда имеющая решение. Это обусловлено чрезвычайно высокой сложностью оптимизационных алгоритмов конфигурирования, предполагающих сравнительный анализ всех возможных вариантов конфигурации по заданным критериям оптимизации (длительность цикла, потребные ресурсы, необходимое количество портов для взаимодействия акторов). Как показали исследования [23], минимальная сложность оптимизационной задачи, достижимая при использовании лучших алгоритмов сортировки [25, с. 206–207], соответствует нотации $O(n! \cdot 2^{n-1} \cdot \log n)$, где n — количество акторов на этапе с наибольшим количеством акторов.

Некоторое снижение сложности задачи конфигурирования может быть достигнуто в случае отказа от оптимизации и использования вместо нее поиска годного варианта (первого годного или лучшего из нескольких годных, отбираемого по заданному критерию). Однако даже в этом случае успешность конфигурирования не гарантирована. Неизбежным может оказаться увеличение длительности цикла (если это возможно), наращивание ресурсов системы и ее портовости либо совершенствование используемых акторов в направлении повышения их быстродействия и снижения ресурсоемкости. При этом решается задача минимизации коррекции задания [11].

Выводы

Резюмируем проведенное в статье исследование.

1. Одним из актуальных направлений развития информационных технологий в последние десятилетия является создание систем управления реального времени. Это обуславливает востребованность формализации таких систем, в том числе в виде формальной теории, удовлетворяющей существующим требованиям к таким теориям.

2. Объектом описания формальной теории систем реального времени является цикл системы реального времени, представляющий собой реализацию композиции элементов (функций), необходимой и достаточной для выполнения системой своей функции.

3. Для описания цикла системы управления в рамках формальной теории используются как стандартные символы, так и специальные, вводимые формальной теорией. К числу параметров, для которых используются специальные символы, относятся длительность цикла, общие доступные ресурсы системы, количество портов ввода и вывода, акторы с различными индексами, композиция и конфигурация акторов, а также операторы конфигурирования.

4. Формулы формальной теории систем реального времени служат определению для заданной композиции акторов конфигураций, удовлетворяющих определенным требованиям по длительности цикла, потребным ресурсам и количеству портов ввода и вывода. Кроме того, формулы формальной теории позволяют определять достижимые значения длительности цикла, потребных ресурсов и количества портов для любой заданной конфигурации и всех возможных конфигураций заданной композиции.

5. Правила вывода формул предлагаемой формальной теории соответствуют логике третьего порядка. Это обусловлено тем, что в рамках теории необходимо оперировать символами, операторами и кванторами не только применительно к переменным, но и к множествам и множествам множеств.

6. Формальная теория систем реального времени является одним из инструментов определения осуществимости вычислительной системы. Совместный анализ связанных с формальной теорией функции реализуемости и функции вычислимости композиции выявляет двойственность вычислимости, всегда достижимой для систем реального времени в случае статического конфигурирования, но не всегда возможной при динамическом конфигурировании, когда конфигурация цикла управления переопределяется в процессе выполнения цикла. Это обуславливает специальный алгоритм динамического конфигурирования, а также может требовать корректирования исходных ограничений по длительности цикла, используемым ресурсам, портам, быстродействию и ресурсоемкости акторов-функций, формирующих композицию.

Финансовая поддержка

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда по гранту № 24-19-00692, <http://rscf.ru/project/24-19-00692/>

Литература

1. Парфенов А. В., Чудинов С. М. Тенденции развития технологии вычислительной техники. *Научные ведомости Белгородского государственного университета. Сер. Экономика. Информатика*, 2016, № 16 (237), вып. 39, с. 98–106. EDN: WXTRPX. <http://dspace.bsuedu.ru/handle/123456789/59980> (дата обращения: 01.05.2025).
2. Якобовский М. В., Корнилина М. А. Развитие суперкомпьютерных технологий в ИММ РАН и ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. *Computational Mathematics and Information Technologies*, 2024, № 8(1), с. 12–28. doi:10.23947/2587-8999-2024-8-1-12-28
3. Ильясов Б. Г., Макарова Е. А., Закиева Е. Ш., Габдуллина Э. Р. Методологические основы моделирования и интеллектуального управления промышленным комплексом как сложным динамическим многоагентным объектом. *Современные наукоемкие технологии*, 2020, № 11-2, с. 288–293. doi:10.17513/snt.38376, EDN: NYNXMO
4. Knyazeva H. Strategies of dynamic complexity management. *Foresight and STI Governance*, 2020, vol. 14, no. 4, pp. 34–45. doi:10.17323/2500-2597.2020.4.34.45
5. Burns A. Scheduling hard real-time systems: A review. *Software Engineering Journal*, 1991, vol. 6, iss. 3, pp. 116–128. doi:10.1049/sej.1991.0015
6. Беркс А., Голдстейн Г., Нейман Дж. Предварительное рассмотрение логической конструкции электронного вычислительного устройства. *Кибернетический сборник. Вып. 9: сб. переводов: пер. с англ./ред. А. А. Ляпунов, О. Б. Лупанов. М., Мир, 1964, с. 7–67.*
7. Attig C., Rauh N., Franke T., Krems J. F. *System latency guidelines then and now – is zero latency really considered necessary?* Engineering Psychology and Cognitive Ergonomics/ Ed. D. Harris. Part II, LNAI 10276. Cham, Switzerland, Springer International Publishing AG, 2017, pp. 2–14. doi:10.1007/978-3-319-58475-1_1
8. Малащенко А. В., Нисневич Ю. А., Рябов А. В. Становление постиндустриальной общепланетарной цивилизации. *Вопросы теоретической экономики*, 2020, № 2, с. 86–98. doi:10.24411/2587-7666-2020-10205, EDN: CKZNQG
9. Грибков А. А. Человек в цивилизации когнитивных технологий. *Философия и культура*, 2024, № 1, с. 22–33. doi:10.7256/2454-0757.2024.1.69678, EDN: KAPIMN. https://nbpublish.com/library_read_article.php?id=69678 (дата обращения: 01.05.2025).
10. Литвин В. Г., Чернышова Е. В., Литвин Ю. В. Оценка показателей работы вычислительной системы реального времени, содержащей узлы с параллельным выполнением процессов. *Информационные технологии и вычислительные системы*, 2014, № 2, с. 16–25. EDN: SGRVHP
11. Furugyan M. G. Designing a real-time computing system with specified characteristics. *Systems Analysis and Operations Research*, 2025, no. 64, pp. 63–71. doi:10.1134/S1064230725700054
12. Buttazzo G. *Hard Real-Time Computing Systems: Predictable Scheduling Algorithms and Applications*. Fourth Ed. Springer, 2024. 509 p.
13. Takado K., Yokoyama T., Yoo M. A real-time operating system for physical and logical time-triggered distributed computing. *Proceedings of the 2024 6th Asia Pacific Information Technology Conference (APIT '24)*, 2024, pp. 78–85. doi:10.1145/3651623.3651635
14. Khan S. Real-Time Operating System (RTOS) with different application: A systematic mapping. *European Journal of Engineering and Technology Research*, 2021, vol. 6, no. 1, pp. 100–103. doi:10.24018/ejers.2021.6.1.2322
15. Lange S., Grieser G., Jantke K. P. Advanced elementary formal systems. *Theoretical Computer Science*, 2003, no. 298, pp. 51–70. doi:10.1016/S0304-3975(02)00418-8
16. Соколенко М. Формальная система в полном объеме. *Ученые записки Таврического национального университета им. В. И. Вернадского. Сер. Философия. Культурология. Политология. Социология*, 2013, т. 26 (65), № 4, с. 384–388.
17. Свиридов А. С. Конфигурирование информационных систем с точки зрения систем управления. *Известия ЮФУ. Технические науки*, 2014, № 6 (155), с. 168–172. EDN: SFLDLL
18. Зеленский А. А., Грибков А. А. Конфигурирование память-ориентированной системы управления движением. *Программные системы и вычислительные методы*, 2024, № 3, с. 12–25. doi:10.7256/2454-0714.2024.3.71073, EDN: TTQBB. https://nbpublish.com/library_read_article.php?id=71073 (дата обращения: 01.05.2025).
19. Ежова Н. А., Соколинский Л. Б. Обзор моделей параллельных вычислений. *Вестник ЮУрГУ. Сер. Вычислительная математика и информатика*, 2019, т. 8, № 3, с. 58–91. doi:10.14529/cmse190304, EDN: NGIIVA
20. Rinaldi L., Torquati M., Mencagli G., Danelutto M., Menga T. Accelerating actor-based applications with parallel patterns. *Proceedings of the 27th Euromicro International Conference on Parallel, Distributed and Network-Based Processing*, 2019, Pavia, Italy, 13–15 Feb. 2019. doi:10.1109/EMPDP.2019.8671602
21. Shah V., Vaz Salles M. A. Reactors: A case for predictable, virtualized actor database systems. *SIGMOD '18: Proceedings of the 2018 International Conference on Management of Data*, 2018, pp. 259–274. doi:10.1145/3183713.3183752
22. Зеленский А. А., Грибков А. А. Значение фактора портовости для конфигурирования цикла акторной системы управления. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*, 2025, № 13(1). doi:10.26102/2310-6018/2025.48.1.037, EDN: YEZNVD. <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1839>

23. Зеленский А. А., Грибков А. А. Характеристическая функция акторной вычислительной системы. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*, 2024, № 12(4). doi:10.26102/2310-6018/2024.47.4.015, EDN: FRGGNU. <https://moitvivr.ru/ru/journal/pdf?id=1722> (дата обращения: 01.05.2025).

24. Hetzl S. *Higher-Order Logic*. Vienna University of Technology, January 25, 2019. <https://dmg.tuwien.ac.at/hetzl/teaching/hol.20190125.pdf> (дата обращения: 01.05.2025).

25. Кнут Д. Э. Искусство программирования. Т. 3. *Сортировка и поиск*. М., Вильямс, 2018. 832 с.

UDC 004.032.3

doi:10.31799/1684-8853-2025-5-2-10

EDN: JNQQQK

Fundamentals of the formal theory of real-time systems

A. A. Zelenskii^a, PhD, Tech., Associate Professor, orcid.org/0000-0002-3464-538X

A. A. Gribkov^a, Dr. Sc., Tech., Leading Researcher, orcid.org/0000-0002-9734-105X, andarmo@yandex.ru

^aScientific-Manufacturing Complex «Technological Centre», 1, bld. 7, Shokina Sq., 124498, Zelenograd, Moscow, Russian Federation

Introduction: The importance and expressed specificity of real-time computing systems determines the demand for the construction of a strictly formalized system abstracted from the outside world, including a necessary and sufficient set of determining parameters. **Purpose:** To create a formal theory of computing systems operating under time constraints. **Results:** We propose a new formal theory of real-time systems, which allows formalizing the representation of real-time control systems. We expect it will expand the possibilities of the analysis and synthesis of these systems. The object of the proposed formal theory is the cycle of a real-time system. The cycle is defined on the basis of a given composition of functions which ensure the fulfillment of the system's functional purpose, and is represented as a configuration formed of actors which are distributed by groups, execution threads and the order of execution in each thread. The formal theory of real-time systems includes a set of standard and special symbols and formulas. These symbols and formulas are used to determine the configuration options that meet the specified requirements for a given actor composition; in addition, for each of these configurations, the achievable cycle times, required resources, and the number of input and output ports for actor communication are determined. In conclusion, we define the place and role of the formal theory of real-time systems in a feasibility study and state the possibility of two configuration options: static and dynamic. The latter may be necessary to redetermine a cycle configuration during its execution.

Keywords – formal theory, real time, control system, composition, configuration, cycle, resources, ports, feasibility.

For citation: Zelenskii A. A., Gribkov A. A. Fundamentals of the formal theory of real-time systems. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2025, no. 5, pp. 2–10 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2025-5-2-10, EDN: JNQQQK

Financial support

The research was supported by the Russian Science Foundation under grant No. 24-19-00692, <http://rscf.ru/project/24-19-00692/>

References

1. Parfenov A. V., Chudinov S. M. Tendencies of development of computer technology. *Nauchnye vedomosti Belgorodskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Ekonomika. Informatika*, 2016, no. 16 (237), iss. 39, pp. 98–106. EDN: WXTRPX. Available at: <http://dspace.bsuedu.ru/handle/123456789/59980> (accessed 1 May 2025) (In Russian).
2. Yakobovskiy M. V., Kornilina M. A. Development of supercomputer technologies at the Institute of Mathematical Modelling and Keldysh Institute of Applied Mathematics of Russian Academy of Sciences. *Computational Mathematics and Information Technologies*, 2024, vol. 8, no. 1, pp. 12–28. <https://doi.org/10.23947/2587-8999-2024-8-1-12-28> (In Russian).
3. Ilyasov B. G., Makarova E. A., Zakieva E. Sh., Gabdullina E. G. Methodological foundations of modeling and intelligent management of an industrial complex as a complex dynamic multi-agent object. *Modern High Technologies*, 2020, no. 11-2, pp. 288–293 (In Russian). <https://doi.org/10.17513/snt.38376>, EDN: NYNXMO
4. Knyazeva H. Strategies of dynamic complexity management. *Foresight and STI Governance*, 2020, vol. 14, no. 4, pp. 34–45. <https://doi.org/10.17323/2500-2597.2020.4.34.45>
5. Burns A. Scheduling hard real-time systems: A review. *Software Engineering Journal*, 1991, vol. 6, iss. 3, pp. 116–128. <https://doi.org/10.1049/sej.1991.0015>
6. Burks A. W., Goldstein H. H., von Neumann J. Preliminary discussion of the logical design of an electronic computing instrument. In: von Neumann J. *Collected Works*. Vol. V. Pergamon Press, Oxford – Lnd. – N. Y. – Paris, 1963, pp. 34–79.
7. Attig C., Rauh N., Franke T., Krems J. F. *System latency guidelines then and now – is zero latency really considered necessary?* In: *Engineering Psychology and Cognitive Ergonomics*. Ed. D. Harris. Part II, LNAI 10276. Cham, Switzerland, Springer International Publishing AG, 2017, pp. 2–14. https://doi.org/10.1007/978-3-319-58475-1_1
8. Malashenko A. V., Nisnevich Yu. A., Ryabov A. V. Formation of post-industrial all-planetary civilization. *Issues of Economic Theory*, 2020, no. 2, pp. 86–98 (In Russian). <https://doi.org/10.24411/2587-7666-2020-10205>, EDN: CKZNRG
9. Gribkov A. A. Human beings in the civilization of cognitive technologies. *Philosophy and Culture*, 2024, no. 1, pp. 22–33. <https://doi.org/10.7256/2454-0757.2024.1.69678>, EDN: KAPIMN. Available at: https://nbpublish.com/library_read_article.php?id=69678. (accessed 1 May 2025) (In Russian).
10. Litvin V. G., Chernyshova E. V., Litvin Yu. V. Assessment index of the realtime computing system with parallel performance of work. *Journal of Information Technologies and Computing Systems*, 2014, no. 2, pp. 16–25 (In Russian). EDN: SGRVHP
11. Furugyan M. G. Designing a real-time computing system with specified characteristics. *Systems Analysis and Operations Research*, 2025, no. 64, pp. 63–71. doi:10.1134/S1064230725700054
12. Buttazzo G. *Hard Real-Time Computing Systems: Predictable Scheduling Algorithms and Applications*. Fourth Ed. Springer, 2024. 509 p.
13. Takado K., Yokoyama T., Yoo M. A real-time operating system for physical and logical time-triggered distributed computing. *Proceedings of the 2024 6th Asia Pacific Information*

- Technology Conference (APIT '24), 2024, pp. 78–85. doi:10.1145/3651623.3651635
14. Khan S. Real-Time Operating System (RTOS) with different application: A systematic mapping. *European Journal of Engineering and Technology Research*, 2021, vol. 6, no. 1, pp. 100–103. doi:10.24018/ejers.2021.6.1.2322
15. Lange S., Grieser G., Jantke K. P. Advanced elementary formal systems. *Theoretical Computer Science*, 2003, no. 298, pp. 51–70. doi:10.1016/S0304-3975(02)00418-8
16. Sokolenko M. Full-content formal system. *Scientific Notes of Taurida National V. I. Vernadsky University. Series: Philosophy. Culturology. Political sciences. Sociology*, 2013, vol. 26 (65), no. 4, pp. 384–388 (In Russian).
17. Sviridov A. S. Configuration information systems in terms of management systems. *Izvestiya SFedU. Engineering Sciences*, 2014, no. 6 (155), pp. 168–172 (In Russian). EDN: SFLDLL
18. Zelenskii A. A., Gribkov A. A. Configuration of memory-oriented motion control system. *Software Systems and Computational Methods*, 2024, no. 3, pp. 12–25. <https://doi.org/10.7256/2454-0714.2024.3.71073>, EDN: TTQBB. Available at: https://nbpublish.com/library_read_article.php?id=71073 (accessed 1 May 2025) (In Russian).
19. Ezhova N. A., Sokolinsky L. B. Survey of Parallel Computation Models. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Computational Mathematics and Software Engineering*, 2019, vol. 8, no. 3, pp. 58–91 (In Russian). <https://doi.org/10.14529/cmse190304>, EDN: NGIIVA
20. Rinaldi L., Torquati M., Mencagli G., Danelutto M., Menga T. Accelerating actor-based applications with parallel patterns. *Proceedings of the 27th Euromicro International Conference on Parallel, Distributed and Network-Based Processing*, 2019, Pavia, Italy. doi:10.1109/EMPDP.2019.8671602
21. Shah V., Vaz Salles M. A. Reactors: A case for predictable, virtualized actor database systems. *SIGMOD '18: Proceedings of the 2018 International Conference on Management of Data*, 2018, pp. 259–274. <https://doi.org/10.1145/3183713.3183752>
22. Zelenskii A. A., Gribkov A. A. An importance of the portability factor for configuring the cycle of real-time actuator control system. *Modeling, Optimization and Information Technology*, 2025, no. 13(1). <https://doi.org/10.26102/2310-6018/2025.48.1.037>, EDN: YEZNVD. Available at: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1839> (accessed 1 May 2025) (In Russian).
23. Zelenskii A. A., Gribkov A. A. Characteristic function of an actor computing system. *Modeling, Optimization and Information Technology*, 2024, no. 12(4). <https://doi.org/10.26102/2310-6018/2024.47.4.015>, EDN: FRGGNU. Available at: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1722> (accessed 1 May 2025) (In Russian).
24. Hetzl S. *Higher-Order Logic*. Vienna University of Technology. January 25, 2019. Available at: <https://dmgtuwien.ac.at/hetzl/teaching/hol.20190125.pdf> (accessed 1 May 2025).
25. Knuth D. E. *Iskusstvo programmirovaniya. T. 3. Sortirovka i poisk* [The Art of Programming. Vol. 3. Sorting and searching]. Moscow, Vil'yams Publ., 2018. 832 p. (In Russian).

УДК 621.372

doi:10.31799/1684-8853-2025-5-11-21

EDN: AVQGLM

Научные статьи
Articles

Местоопределение узлов Wi-Fi на основе технологии FTM

И. М. Проценко^а, ассистент, orcid.org/0009-0000-4761-1712

В. Н. Малышев^а, доктор техн. наук, профессор, orcid.org/0000-0001-5011-0337, vm@ieee.org

^аСанкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ», Профессора Попова ул., 5, Санкт-Петербург, 197376, РФ

Введение: применение технологии IEEE 802.11mc FTM для измерения расстояний и определения местоположения узлов сети находится в стадии активного исследования. Точность оценки расстояний с использованием FTM ограничена рядом факторов, связанных со спецификой распространения сигналов в реальных условиях, аппаратными и программными особенностями узлов. **Цель:** разработать и опробовать практические решения для позиционирования объектов в зданиях и сооружениях на основе технологии FTM, оценить достижимую точность измерения расстояний. **Результаты:** с использованием созданной экспериментальной установки выполнены серии измерений, проведена оценка погрешностей в различных условиях и рассмотрены методы компенсации основных источников погрешностей. Основные источники погрешности разделены на две группы: многолучевое распространение, приводящее к временному рассеянию и искажению оценки времени кругового пути, и аппаратные ограничения, включающие различия тактовых частот, дрейф таймеров, задержки обработки пакетов и квантование временных меток из-за дискретной природы таймеров. Полоса частотного канала влияет на разрешающую способность по времени и не позволяет достичь субнаносекундной точности, необходимой для обеспечения погрешности оценок дистанции порядка сантиметров. В числе основных выводов – ограниченная точность определения расстояний с погрешностью до 1 м при использовании диапазона 2,4 ГГц. Рассмотрены методы математической обработки получаемых данных для снижения погрешностей. **Практическая значимость:** представленный вариант реализации аппаратно-программных средств измерения расстояний по технологии IEEE 802.11mc показал свою эффективность и может быть использован в системах позиционирования объектов в зданиях и сооружениях.

Ключевые слова – позиционирование, местоопределение, дистанция, Wi-Fi, FTM, RTT, время пролета, клиент, точка доступа, фильтр Калмана.

Для цитирования: Проценко И. М., Малышев В. Н. Местоопределение узлов Wi-Fi на основе технологии FTM. *Информационно-управляющие системы*, 2025, № 5, с. 11–21. doi:10.31799/1684-8853-2025-5-11-21, EDN: AVQGLM

For citation: Protsenko I. M., Malyshev V. N. Wi-Fi node location based on FTM technology. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2025, no. 5, pp. 11–21 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2025-5-11-21, EDN: AVQGLM

Введение

Несмотря на большое количество работ на тему определения местоположения людей и объектов в зданиях и сооружениях, где невозможно или неэффективно использовать системы спутниковой навигации, при несомненной актуальности подобных систем позиционирования в самых разных сценариях существующие решения чаще всего не дают достаточных результатов и требуют совершенствования.

Для решения задач позиционирования часто используются беспроводные сетевые технологии. Они различаются по точности, эффективности и имеют различные области применения. В последнее время интенсивно исследуется введенная в спецификации Wi-Fi технологии FTM (Fine Timing Measurement) 802.11mc и 802.11az для измерения расстояний между узлами сети и определения на этой основе местоположения объектов в зданиях и сооружениях [1–3].

К связанным с распространением радиоволн трудностям определения местоположения с малой ошибкой добавляются аппаратные ограни-

чения – не все устройства в настоящее время поддерживают FTM-технологии, рабочие полосы могут составлять 40 МГц или даже 20 МГц, при обработке на узлах Wi-Fi возникают задержки. Программные и интерфейсные ограничения связаны с применением производителями аппаратуры различных версий программного обеспечения (ПО) с неполной реализацией функциональности и доступных настроек.

В условиях прямой видимости, без негативного влияния многолучевости канала можно рассчитывать на погрешность оценки дальности в десятки сантиметров [4]. Дополнительная математическая обработка способна улучшить точность оценки [5, 6].

В работах [3, 7–9] рассмотрены проблемы точности получаемых с помощью FTM результатов, в том числе в условиях многолучевости. Точность получаемых первичных данных не превышает 1,5 м.

В работе [8] представлены результаты экспериментальных исследований применения технологии FTM в помещениях. Результаты статьи были сосредоточены на оценке точности опре-

деления дальности между однородными устройствами Wi-Fi (с сетевыми адаптерами Intel) с незначительными изменениями в настройках сетевых адаптеров, которые также рассмотрены в работе [4]. Показана возможность использования технологии FTM для мониторинга перемещения клиентов в здании. Улучшение точности определения местоположения было достигнуто за счет математической обработки.

Технология CSI (Channel State Information) предоставляет детальную информацию о состоянии радиоканала, включая амплитуду и фазу на каждой поднесущей OFDM-сигнала [6, 7, 9]. Анализ данных CSI позволяет выделить прямую составляющую сигнала (LoS-компоненту) даже в условиях многолучевого распространения, что существенно повышает точность оценки времени пролета (Time of Flight, ToF) при FTM-измерениях. Комбинирование данных FTM с CSI-данными дает возможность:

- идентифицировать и компенсировать влияние отраженных сигналов;
- адаптивно корректировать оценку дальности с учетом текущих характеристик канала;
- снизить погрешность позиционирования до 0,3–0,5 м в LoS-условиях.

Подход особенно эффективен при использовании широкополосных каналов Wi-Fi (80/160 МГц).

В статье рассматриваются характеристики устройств Wi-Fi, поддерживающих спецификации 802.11mc и 802.11az, и возможности их применения для измерения расстояний и определения местоположения узлов. Основными сценариями для использования технологии являются позиционирование объектов в зданиях и сооружениях со стационарным расположением точек доступа, локализация узлов в экстренно или временно развернутых сетях. Ограничениями для использования технологии являются:

- малый темп получения оценок;
- значительная погрешность измерений;
- требования к высокоресурсной постобработке данных.

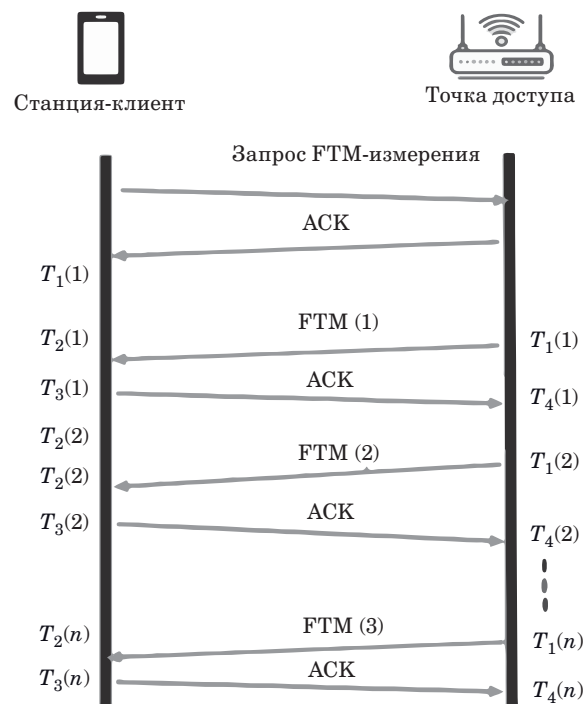
Для каждой из областей применения системы на основе технологии FTM следует учитывать особенности и выбирать соответствующие аппаратно-программные решения и методы обработки. Например, для мало меняющихся условий распространения сигнала в канале целесообразно выбирать двухэтапную обработку с использованием накопленных радиоотпечатков. Для динамически меняющихся условий необходимо реализовывать методы обработки в реальном времени. На основе анализа существующих ограничений технологии FTM сделаны выводы и даны рекомендации к дальнейшему развитию и разработкам.

Представлены варианты выбора технической базы для экспериментального исследования определения расстояний на основе технологии FTM. Произведен анализ применимости протокола FTM для локализации узлов Wi-Fi. Выполнены эксперименты в различных условиях, различных помещениях, сделаны выводы об эффективности применяемой математической обработки.

Выбор аппаратуры и построение экспериментальной установки

Протокол определения дальности IEEE 802.11mc FTM позволяет двум устройствам с асинхронными внутренними часами совместно оценивать расстояние между ними, измеряя время кругового пути (Round Trip Time, RTT) и рассчитывая расстояние по известному значению скорости света. Для измерения RTT станция (инициатор) и точка доступа (ответчик) обмениваются пакетами сообщений друг с другом [10–12]. На рис. 1 представлена схема обмена пакетами для получения информации о времени распространения сигнала от начала обмена T_1 до завершения T_4 . Каждый из пакетов начинается с ACK (Acknowledgement) — подтверждения начала измерения FTM.

Начинающаяся с запроса от инициатора FTM-сессия может включать десятки пар пакетов, со-



■ **Рис. 1.** Схема обмена FTM-пакетами
■ **Fig. 1.** FTM packet exchange diagram

держащих метки времени, формируемые на физическом уровне и имеющие разрешение порядка 10 нс. Такая точность оценки RTT и усреднение по десяткам пакетов в рамках FTM-сессии позволяют обеспечить погрешность оценки расстояния порядка одного метра. Точность фиксации времени отправки и прибытия пакетов напрямую влияет на точность определения расстояния, поскольку погрешность в 1 нс может привести к ошибке оценки расстояния в 0,3 м. Поэтому для точности в доли метра необходима точность определения RTT в доли наносекунды.

Свойства канала влияют на характеристики распространения сигнала, погрешность измерения времени также связана с ошибочной оценкой времени обработки. Нестабильность внутренних часов для тактирования каждого устройства вносит дополнительную погрешность в измерение дальности [3, 13, 14].

На практике одной из основных проблем для точного определения расстояния в зданиях и сооружениях по данным FTM является многолучевость канала, что приводит к разбросу оценки RTT в полученных данных.

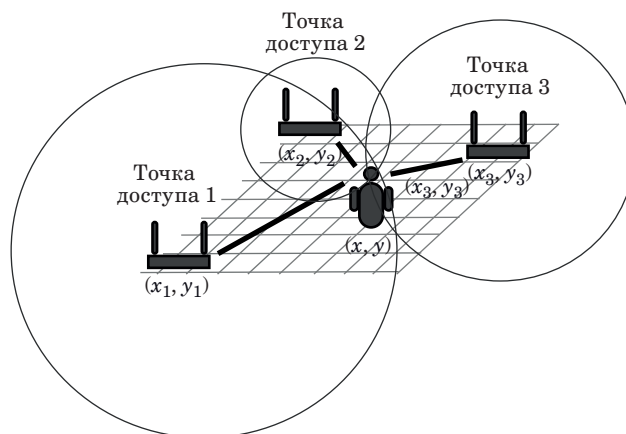
Другим фактором, ограничивающим точность определения времени прихода пакетов, является полоса пропускания канала. Для Wi-Fi различных стандартов полоса будет кратна 20 МГц. Увеличение полосы позитивно отражается на точности измерений, но эта зависимость не является пропорциональной из-за особенностей программной реализации предварительной обработки FTM-пакетов на устройстве. Аппаратные ограничения Wi-Fi-модулей накладывают фундаментальные ограничения на разрешающую способность FTM-измерений (ограниченное быстродействие, конечная точность тактирования, ограниченная полоса обрабатываемого канала) [15]. Конечная полоса пропускания Wi-Fi-каналов (20–160 МГц) и дискретизация сигнала не позволяют надежно различать временные задержки менее 1–2 нс, что соответствует погрешности оценки расстояния ~0,3–0,6 м [3]. В работах [1, 2, 11, 16] рассмотрены меры по устранению ошибки измерений за счет усложнения математической обработки. Такой подход применен и в настоящей работе.

Различные радиотрассы имеют различные профили многолучевого распространения. Этот аспект приводит к вариации погрешности измерений, поэтому затруднительно получить повторяемые и обобщенные результаты для оценки характеристик системы измерения дальности. Кроме того, алгоритмы предварительной обработки данных, реализованные на коммерчески доступных устройствах с поддержкой технологии FTM, не раскрыты. Это затрудняет выбор и оптимизацию методов постобработки [3].

Поскольку в типовых условиях применения технологии FTM — для определения расстояний в зданиях и сооружениях — невозможно избежать многолучевости канала, то возникающие погрешности необходимо корректировать. В работах [1, 2, 4] для повышения точности измерений применяют анализ информации о состоянии канала CSI. Такая дополнительная информация позволяет уточнить получаемые с помощью FTM данные [5, 11].

Используя совместно данные CSI и FTM, можно улучшить характеристики систем позиционирования. Технология FTM, основанная на измерении ToF, обеспечивает оценку расстояния с типовой точностью порядка одного метра, что ограничено такими факторами, как многолучевое распространение и аппаратные задержки. В этом контексте данные CSI, предоставляющие детальную информацию о фазовых и амплитудных характеристиках канала на поднесущих OFDM-сигнала, могут стать ценным дополнением. Анализ CSI-данных позволяет не только выявлять эффекты многолучевого распространения, но и потенциально повышать разрешающую способность измерений, особенно при использовании широкополосных режимов работы Wi-Fi-узлов (до 160 МГц и более в Wi-Fi 6 и Wi-Fi 7).

Особый интерес представляют гибридные методы, сочетающие FTM с технологией радиопечатков (Radio Fingerprinting). В сложных условиях, характерных для офисных или промышленных помещений, такой подход может реализовываться в два этапа. На первом этапе выполняется грубая оценка расстояния с помощью FTM, что иллюстрируется на рис. 2, где показана схема трилатерации с использованием нескольких точек доступа. На втором этапе происходит уточнение позиции путем сопоставле-



■ **Рис. 2.** Позиционирование на основе радиопечатков
■ **Fig. 2.** Radio Fingerprinting positioning

ния текущих данных с заранее собранной базой эталонных радиоотпечатков (CSI-профилей или картой уровней RSSI), как продемонстрировано в работах [12, 17].

Использование нескольких точек доступа позволяет определять позицию клиентского узла с помощью радиоотпечатков и трилатерации.

Перспективы применения таких комбинированных методов особенно актуальны для динамических сценариев, включая мониторинг оборудования, управление IoT-устройствами в умных помещениях и навигацию мобильных роботов. Совместное использование FTM, CSI и радиоотпечатков способно снизить погрешность определения расстояния до уровня десятков сантиметров, что существенно расширяет практические возможности технологии.

Экспериментальная установка на базе микросхем семейства ESP32

Для построения экспериментальной установки и проведения экспериментов рассмотрены различные категории устройств, доступных на рынке:

- мобильные устройства (Samsung Galaxy, Google Pixel и т. д.) с сетевыми адаптерами, поддерживающие технологию FTM;
- программируемые устройства с Wi-Fi-чипом (Raspberry Pi, AVR Lex, ESP32).

Предпочтение отдано платформам на базе микросхем семейства ESP32, поскольку они позволяют осуществить детальный контроль над конфигурацией системы. Кроме того, для этих платформ доступны библиотеки API модулей Wi-Fi, утилиты контроля трафика и мониторинга сети, что делает возможным использование разнообразного открытого ПО совместно с устройствами на базе ESP32.

Устройства ESP32 поддерживают стандарты 802.11 b/g/n, полосу частот Wi-Fi 20 и 40 МГц; гибко программируются с использованием среды разработки кода ESPIDIF IDE или ESP IDE; их стоимость меньше по сравнению с альтернативными. Схожую конфигурацию для построения экспериментальных установок используют во многих работах [2, 4, 17].

Данные FTM, полученные с устройства, — это предобработанные ПО отсчеты работы сессии FTM:

FTM session with Frame Count 8 and Burst Period 1000 ms;

2024-10-15: FTM Estimate: Distance: 4.35 m, Return Time: 29 ns.

Основной информацией является оценка дистанции между двумя узлами по усредненным данным FTM-сессии. Дальнейшая ма-

тематическая обработка и накопление данных позволяют повысить точность измерений. Конфигурационные параметры FTM доступны для настройки, что является отдельным и дополнительным предметом для исследования. Так можно варьировать количество запросов в FMT-сессии, период опроса.

Выбранные устройства позволяют получать информацию об уровне принятого сигнала (RSSI), а также о состоянии канала (CSI), что в сложных условиях распространения сигнала может быть использовано для повышения точности оценки расстояний. Данные CSI представляют собой комплексные коэффициенты передачи канала (включая амплитудную и фазовую характеристики) для каждой поднесущей OFDM-сигнала, что эквивалентно оценке импульсной характеристики канала в частотной области. Эти данные позволяют применять методы цифровой обработки сигналов для компенсации эффектов многолучевого распространения и уточнения оценки RTT, потенциально обеспечивая точность позиционирования порядка десятков сантиметров. Таким образом, оценка расстояния с использованием данных FTM и CSI может применяться в таких сценариях, как позиционирование внутри помещений, роботизированная навигация и автоматизация умного дома, где критически важна точная информация о местоположении [18–20].

Для экспериментальной установки разработано ПО, включая прошивки устройств ESP32S2 и средства постобработки, с возможностью изменять конфигурационные параметры и выдавать выходные данные измерений в необходимом формате. ПО включает алгоритмы формирования FTM-запроса, обработки подтверждений, обработки исключительных ситуаций в ходе работы узла, добавления дополнительной информации в выходные данные (временные метки, RSSI и др.).

Организация экспериментальных исследований

Для проведения экспериментов выбраны идеализированные условия (безэховая камера) и более реалистичная ситуация размещения в коридоре здания. Экспериментальная установка реализует двухточечную схему клиент — точка доступа. Для проведения измерений дальности используются устройства на базе ESP32s2 и ESP32c3 (рис. 3): одно — в качестве точки доступа, другое — в качестве клиента. Клиентских устройств может быть несколько. ПК в данной схеме применяется для последующей обработки, хранения, отображения данных. Структура экс-



■ **Рис. 3.** Аппаратура экспериментальной установки на базе ESP32s2

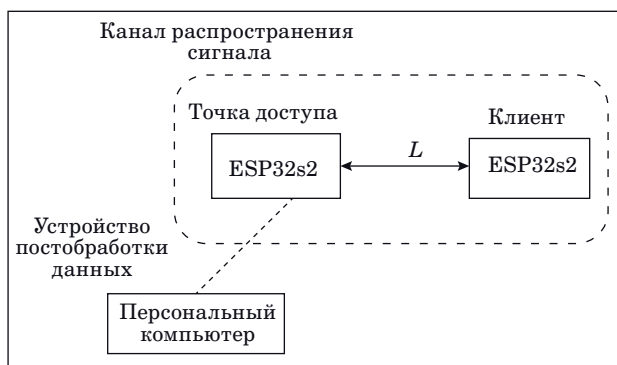
■ **Fig. 3.** Experimental setup hardware based on ESP32s2

периментальной установки показана на рис. 4. Схожая конфигурация системы для проведения измерений применена в ряде работ [2–4].

Узел-точка доступа располагается стационарно, а узлы-клиенты перемещаются на различные позиции для оценки влияния вариаций геометрии на свойства канала.

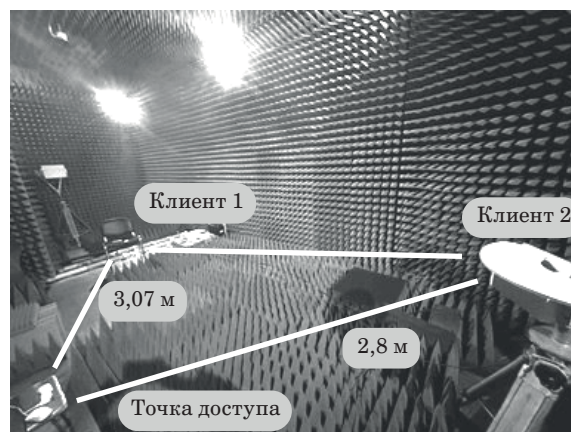
При проведении измерений в безэховой камере (рис. 5) минимизируется эффект многолучевости и влияние внешних помех на результаты, но в то же время эти измерения содержат погрешности, связанные с работой аппаратуры и ПО.

Получаемые распределения (рис. 6) не подчиняются гауссову закону. Соответственно, математическое ожидание может не давать лучшую оценку расстояния. Для построения гистограммы использовано 4200 отсчетов, полученных за фиксированный, непрерывный промежуток времени. Из рис. 6 видно, что распределение смещено по отношению к истинному значению, имеет выбросы и затянутые хвосты, что требует цензурирования. Подобное распределение свидетельствует о значительных погрешностях в серии данных, которые обусловлены аппарат-



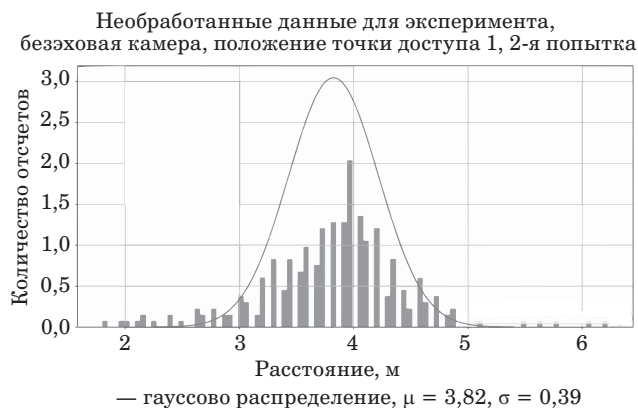
■ **Рис. 4.** Структура экспериментальной установки для измерения расстояний между узлами

■ **Fig. 4.** Distance-measuring equipment and the test-bed



■ **Рис. 5.** Пример расположения узлов в безэховой камере

■ **Fig. 5.** Example of the arrangement of nodes in an anechoic chamber



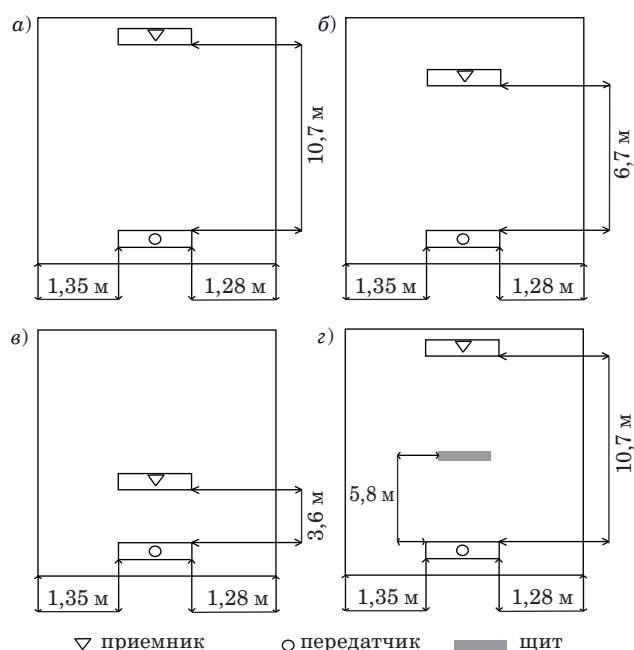
■ **Рис. 6.** Гистограмма распределения оценки дальности от точки доступа до клиента по полученным FTM-данным

■ **Fig. 6.** Histogram of the distribution of the range estimate from the access point to the client based on the values obtained by FTM

но-программными особенностями применяемой аппаратуры.

Для анализа результатов в помещении была выбрана конфигурация протяженного коридора. Варианты размещения аппаратуры представлены на рис. 7, а–г. Клиент и точка доступа были расположены на высоте 90 см над уровнем пола. В варианте на рис. 7, г между клиентом и точкой доступа установлен вертикальный металлический экран. Общий вид представлен на рис. 8.

Данные CSI для положения по рис. 7, а (рис. 9) свидетельствуют о значительном влиянии свойств трассы [18, 19]. Эксперименты включали накопление нескольких тысяч отсчетов значений расстояния от клиента до точки доступа. На рис. 10, а представлена гистограмма распределения оценки дальности с наложенной



■ **Рис. 7.** План расположения аппаратуры в помещении: а — на максимальном расстоянии; б — с запасом расстояния от задней стены; в — вблизи точки доступа; г — на максимальном расстоянии от дальних стен, с металлическим экраном посередине

■ **Fig. 7.** Layout plan: а — at maximum distance; б — with extra distance from the client's rear wall; в — near the access point; г — at maximum distance near the far walls, with a metal screen in the middle

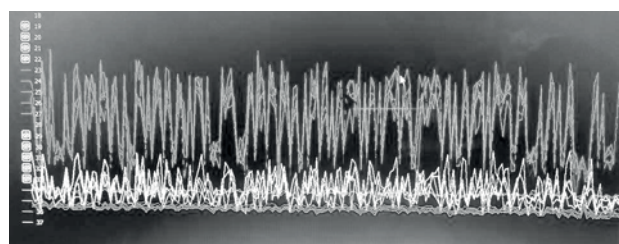


■ **Рис. 8.** Расположение аппаратуры при эксперименте

■ **Fig. 8.** Arrangement of equipment in the experiment

кривой распределения Гаусса для положения на рис. 7, б. В серии использовано 3300 полученных отсчетов.

Как видно из рис. 10, а и б, полученные в помещении данные сильно отличаются по качеству от данных, полученных в безэховой камере. Так,

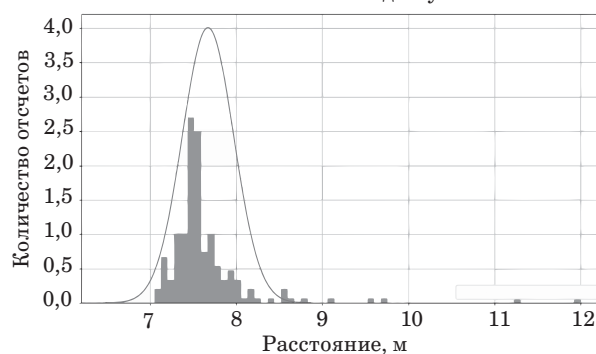


■ **Рис. 9.** Зависимость амплитуды сигнала от времени по поднесущим

■ **Fig. 9.** Dependence of signal amplitude on time by subcarriers

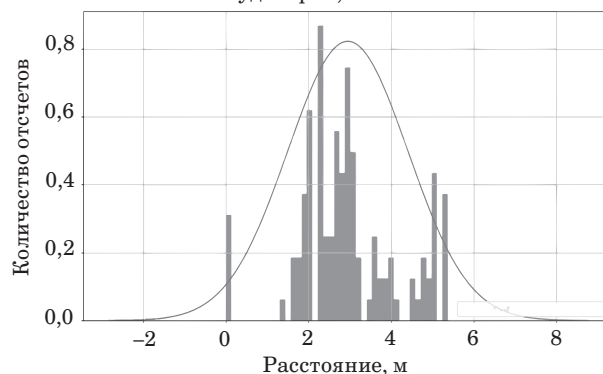
на рис. 10, б наблюдается появление нескольких пиков на распределении с увеличенными по отношению к истинным значениям оценкам дистанции от клиента до точки доступа. Представленные на рис. 10, б серии данных по-

а) Необработанные данные для эксперимента, коридор, положение точки доступа 2



— гауссово распределение, $\mu = 7,67$, $\sigma = 0,3$

б) Необработанные данные для эксперимента, аудитория, 3-я попытка



— гауссово распределение, $\mu = 2,95$, $\sigma = 1,46$

■ **Рис. 10.** Гистограмма распределения оценки дальности до клиента от точки доступа по полученным FTM-значениям: а — для положения на рис. 7, б; б — для положения на рис. 7, в

■ **Fig. 10.** Histogram of the distribution of the estimated distance to the client from the access point based on the values obtained by the FTM: а — for the position in Fig. 7, б; б — for the position in Fig. 7, в

падают в диапазоны величин оценки меньших расстояний и существенно превышающих реальное расстояние до клиентского устройства. Также наблюдается значительное количество выбросов.

Для подобных серий данных следует применять цензурирование оценок. Методология принятия решения об исключении оценки из набора данных может быть основана на анализе частоты появления исключительных значений и длины их последовательности [20, 21].

Многоэкстремальный характер данных может свидетельствовать о значительном влиянии переотражений сигнала, при которых узлы производят оценку дальности по нескольким путям распространения радиоволн (с отражениями от стен, пола и потолка).

Для уточнения местоположения по информации о дальности можно использовать массив или оркестр точек доступа с совместной обработкой дополнительной информации как по прямым измерениям дальности, так и по состоянию канала.

Анализ и постобработка экспериментальных данных

В контексте задач позиционирования алгоритм фильтра Калмана работает в два этапа: на этапе предсказания вычисляется ожидаемое положение объекта на основе предыдущих оценок, а на этапе коррекции это предсказание уточняется с учетом новых измерений дальности, полученных по технологии FTM.

Ключевое преимущество фильтра Калмана при обработке FTM-измерений заключается в его способности учитывать как погрешности измерений, так и неточности модели. Это особенно важно в условиях многолучевого распространения сигналов Wi-Fi, где отдельные измерения могут содержать значительные выбросы [8, 12, 22, 23].

В общем виде формулу для линейного фильтра Калмана для дискретного во времени сигнала можно записать как

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k-1} + \frac{P_k}{\delta_k^2} \cdot (z_k - \hat{x}_{k-1}), \quad (1)$$

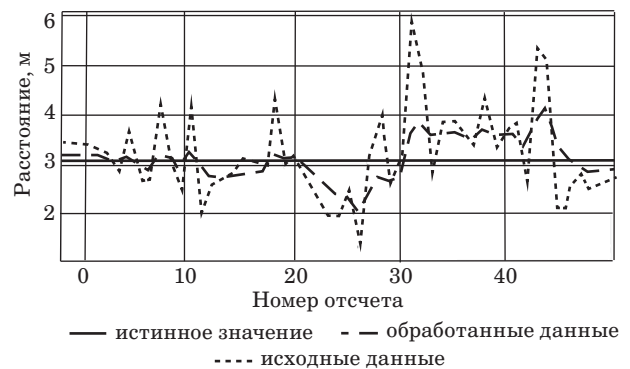
где z_k — это наблюдение в k -й момент времени, а $\hat{x}_k$ — накопленная оценка состояния в k -й момент времени; переменная P_k является ошибкой оценивания и может быть рассчитана по формуле

$$P_k = \frac{P_{k-1} \cdot \delta_k^2}{P_{k-1} + \delta_k^2}. \quad (2)$$

Несмотря на существенное отличие получаемых распределений от гауссова, применение

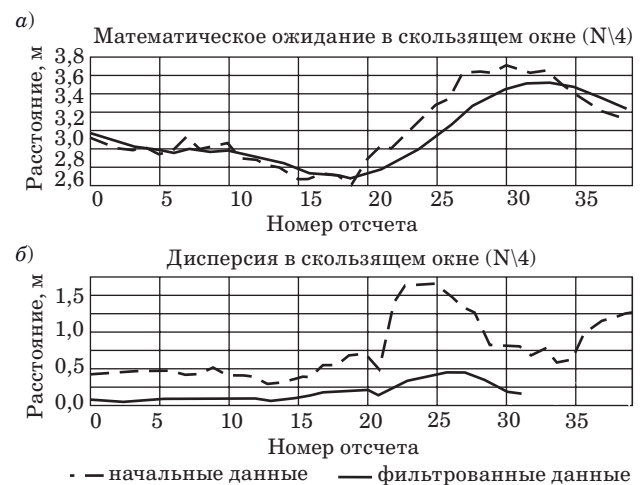
фильтра Калмана для обработки FTM-измерений позволяет эффективно компенсировать случайные и систематические ошибки за счет рекуррентного уточнения оценки состояния. Используя прогнозирование на основе предыдущих измерений (1) и динамическую коррекцию дисперсии ошибки (2), алгоритм обеспечивает устойчивую оценку расстояния даже в условиях нестабильного канала связи. Этот подход особенно эффективен в сочетании с дополнительными методами фильтрации, что подтверждается экспериментальными результатами, представленными ниже.

Данные, накопленные в ходе проведения экспериментов в безэховой камере (см. рис. 6), были подвергнуты обработке фильтром Калмана. Результаты показаны на рис. 11 и 12.



■ **Рис. 11.** Оценка дальности после обработки фильтром Калмана отсчетов, полученных в безэховой камере

■ **Fig. 11.** Estimation of range after processing the readings obtained in the anechoic chamber using the Kalman filter



■ **Рис. 12.** Математическое ожидание в скользящем окне для измерений в безэховой камере: положение 1 (а) и положение 2 (б) на рис. 5

■ **Fig. 12.** Mathematical expectation in a sliding window for measurements in an anechoic chamber: position 1 (a) and position 2 (b) in Fig. 5

Эксперименты показали, что вариативность получаемых данных FTM обусловлена не только свойствами радиоканала (условия безэховой камеры практически исключают многолучевость и влияние внешних помех), но и аппаратными особенностями устройств. В частности, наблюдается значительный разброс в количестве получаемых FTM-оценок за фиксированные временные интервалы. Целесообразно оптимизировать алгоритмы обработки FTM-кадров на уровне сетевых интерфейсов, чтобы улучшить темп получения данных. Как многоэтапная обработка на приемопередающем устройстве, так и постобработка на персональном компьютере — это ресурсоемкие процессы, которые не могут быть реализованы во всех сценариях применения системы.

При необходимости применения многоэтапной обработки целесообразно использовать подход на основе радиоотпечатков, предложенный в работах [1, 11].

В экспериментах внутри помещения (рис. 13) полученные результаты заметно искажаются вследствие эффекта многолучевости. При наличии металлического экрана между узлами оценки дальности искажаются также из-за блокирования прямого пути. Подобная оценка подтверждена в работах [3, 4]. Даже при высоком разрешении внутренних счетчиков и высокой пропускной способности канала дальномерные системы страдают от переоценки расстояния при блокировании прямой видимости [3]. Также в работах [3, 4] подчеркнуто, что применение CSI-информации может улучшить оценку дальности.

Представленные на рис. 11 и 12 данные демонстрируют уменьшение ошибки с 0,75 до 0,42 м. Для характерных многоэкстремаль-

ных распределений в целях уточнения оценки дальности целесообразно применить метод MUSIC. Дальнейшее улучшение точностных характеристик возможно с использованием информации CSI в совокупности с данными FTM.

Заключение

Рассмотрены возможности практического применения технологии FTM, представленной в стандартах Wi-Fi 802.11mc и 802.11az, для задач измерения расстояний и позиционирования беспроводных узлов. Основное внимание уделено анализу точности получаемых оценок дистанций между узлами Wi-Fi и практическим ограничениям, связанным с аппаратно-программной реализацией, а также методам повышения точности. Основными нишами для использования технологии являются задачи позиционирования объектов в зданиях и сооружениях при стационарном размещении точек доступа, а также в условиях экстренного развертывания сетей на территориях.

Результаты тестирования предложенных аппаратно-программных решений и экспериментов показали, что применение FTM-технологии позволяет определить местоположение узлов Wi-Fi с точностью до 1,5 м. В благоприятных условиях погрешность может составлять десятки сантиметров. Результаты, полученные с применением стандарта IEEE 802.11mc, подвергались математической обработке. Основой для проведения экспериментов стали доступные, гибко конфигурируемые устройства на базе ESP32s2 и ESP32с3 диапазона 2,4 ГГц с ограниченным быстродействием и полосой частот канала до 40 МГц. Для повышения точности использовалась математическая обработка данных, включающая цензурирование данных и статистический анализ временных рядов. Применение алгоритмов сглаживания (включая адаптивные методы) позволило снизить влияние многолучевого распространения.

Представленный вариант выбора технической базы — широко распространенных Wi-Fi-устройств — и реализации аппаратно-программных средств измерения расстояний показал свою эффективность и может быть использован в системах позиционирования объектов в зданиях и сооружениях. В ходе выполнения экспериментов подтвержден вывод об эффективности методов математической обработки и необходимости их совершенствования. Дополнительные возможности аппаратуры позволяют осуществить мониторинг состояния среды и активности узлов сети.



■ **Рис. 13.** Оценка дальности после обработки отсчетов фильтром Калмана, полученных в помещении

■ **Fig. 13.** Range estimation when filtering readings obtained indoors using the Kalman filter

Финансовая поддержка

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках реализации комплексного проекта по созданию высокотехнологичного производства по теме «Мультимодальный комплекс контроля воздушного пространства аэропорта» (Соглашение о предоставлении субсидии федерального бюджета на развитие кооперации государственного на-

учного учреждения и организации реального сектора экономики в целях реализации комплексного проекта по созданию высокотехнологичного производства № 075-11-2025-023 от 27.02.2025 г.) и в рамках Постановления Правительства РФ от 9 апреля 2010 г. № 218. Работа выполнена на базе Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)».

Литература

1. Xu S., Wang Yu., Si M. A two-step fusion method of Wi-Fi FTM for indoor positioning. *Sensors*, 2022, vol. 22, iss. 9. doi:10.3390/s22093593
2. Hashem O., Harras K. A., Youssef M. Accurate indoor positioning using IEEE 802.11mc round trip time. *Pervasive and Mobile Computing*, 2021, vol. 75, Article 101416. doi:10.1016/j.pmcj.2021.101416
3. Vales V. B., Fernández O. C., Domínguez-Bolaño T., Escudero C. J., García-Naya J. A. Fine time measurement for the Internet of Things: A practical approach using ESP32. *IEEE Internet of Things Journal*, 2022, vol. 9, iss. 19, pp. 18305–18318. doi:10.1109/JIOT.2022.3158701
4. Namee K., Srikamta N., Kaewkajone T., Thierchot T., Polpinij J., Kaewsangon R. Enhancing indoor positioning accuracy: A comprehensive study on euclidean distance, trilateration, Wi-Fi RTT and FTM. *CIIS 2023: 2023 the 6th International Conference on Computational Intelligence and Intelligent Systems*, Tokyo, November, 2023. doi:10.1145/3638209.3638235
5. Xie Y., Li Z., Li M. Precise power delay profiling with commodity Wi-Fi. *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 2019, vol. 18, iss. 6, pp. 1342–1355. doi:10.1109/TMC.2018.2860991
6. Schepers D., Singh M., Ranganathan A. Security analysis of Wi-Fi fine timing measurement. *WiSec '21*, Abu Dhabi, United Arab Emirates, June 28–July 2, 2021. doi:10.1145/3448300.3467828
7. Wang Z., Guo B., Yu Z., Zhou X. Wi-Fi CSI-based behavior recognition: From signals and actions to activities. *IEEE Communications Magazine*, 2018, vol. 56, iss. 5, pp. 109–115. doi:10.1109/MCOM.2018.1700144
8. Aggarwal S., Sheshadri R. K., Sundaresan K., Koutsounikolas D. Is Wi-Fi 802.11mc fine time measurement ready for prime-time localization. *ACM MobiCom '22: The 28th Annual International Conference on Mobile Computing and Networking*, Sydney, NSW, Australia, October 17–21, 2022. doi:10.1145/3556564.3558234
9. Кокорева Е. В., Костюкович А. Е. Результаты натурных испытаний системы определения местоположения в сети Wi-Fi. *Экономика и качество систем связи*, 2021, № 3, с. 64–65. doi:10.7256/2454-0714.2024.4.72107, EDN: EWYYZC. <https://journal-ekss.ru/> (дата обращения: 13.10.2024).
10. Мальцев А. А., Масленников Р. О., Хоряев А. В. Влияние фазового шума на OFDM-системы передачи данных. *Изв. вузов. Радиофизика*, 2010, т. 53, № 8, с. 528–529. EDN: NBRBKR
11. Ibrahim M., Liu H., Jawahar A., Nguyen V., Gruteser M., Howard R., Yu B., Bai F. Verification: Accuracy evaluation of WiFi fine time measurements on an open platform. *MobiCom'18*, New Delhi, Oct 29–Nov 2, 2018. doi:10.1145/3241539.3241555
12. Li X., Pahlavan K. Super-resolution TOA estimation with diversity for indoor geolocation. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2004, vol. 3, iss. 1, pp. 224–234. doi:10.1109/TWC.2003.819035
13. Schmidt R. Multiple emitter location and signal parameter estimation. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1986, vol. 34, iss. 3, pp. 276–280. doi:10.1109/TAP.1986.1143830
14. Liu X., Zhou B., Huang P., Xue W., Li Q., Zhu J., Qiu L. Kalman filter-based data fusion of Wi-Fi RTT, and PDR for indoor localization. *IEEE Sensors Journal*, 2021, vol. 21, iss. 6, pp. 1–12. doi:10.1109/JSEN.2021.3050456
15. Liang Q., Zhang G., Hsu L.-T. An empirical multi-wall NLOS ranging model for Wi-Fi RTT indoor positioning. *13th International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN)*, Nuremberg, Germany, 2023, pp. 1–6. doi:10.1109/IPIN57070.2023.10332471
16. Geng J., Huang D., De la Torre F. DensePose from Wi-Fi. *arXiv.org*. 2022. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2301.00250>
17. Halperin D. Ch., Hu W., Sheth A., Wetherall D. Tool release: Gathering 802.11n traces with channel state information. *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*, 2011, vol. 41, iss. 1. doi:10.1145/1925861.1925870
18. He W., Wu K., Zou Y., Ming Z. WiG: Wi-Fi-based gesture recognition system. *2015 24th International Conference on Computer Communication and Networks (ICCCN)*, Las Vegas, NV, USA, 3–6 August, 2015, IEEE, 2015, pp. 1–7. doi:10.1109/ICCCN.2015.7288485
19. Love D. J., Heath Jr. R. W., Lau V. K. N., Gesbert D., Rao B. D., Andrews M. An overview of limited feed-

back in wireless communication systems. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2008, vol. 26, iss. 8, pp. 1341–1365. doi:10.1109/JSAC.2008.081002

20. Palipana S., Rojas D., Agrawal P., Pesch D. Fall-DeFi: Ubiquitous fall detection using commodity Wi-Fi devices. *Proceedings of the ACM on Interactive, Mobile, Wearable and Ubiquitous Technologies*, 2018, vol. 1, no. 4, pp. 1–25. doi:10.1145/3161183

21. Horn B. K. P. Observation model for indoor positioning. *Sensors*, 2020, vol. 22, iss. 8. doi:10.3390/s20144027

22. Yang J., Chen X., Zou H., Wang D., Xu Q., Xie L. EfficientFi: Towards large-scale lightweight WiFi sensing via CSI compression. *IEEE Internet of Things Journal*, 2022, vol. 9, iss. 15, pp. 13086–13095. doi:10.1109/JIOT.2021.3139958

23. Qin Z., Fan J., Liu Y., Gao Y., Li G. Sparse representation for wireless communications: A compressive sensing approach. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2018, vol. 35, iss. 3, pp. 40–58. doi:10.1109/MSP.2018.2789521

UDC 621.372

doi:10.31799/1684-8853-2025-5-11-21

EDN: AVQGLM

Wi-Fi node location based on FTM technology

I. M. Protsenko^a, Assistant Professor, orcid.org/0009-0000-4761-1712

V. N. Malyshev^a, Dr. Sc., Tech., Professor, orcid.org/0000-0001-5011-0337, vm@ieee.org

^aSaint-Petersburg Electrotechnical University «LETI», 5, Prof. Popov St., 197376, Saint-Petersburg, Russian Federation

Introduction: The application of IEEE 802.11mc FTM technology for measuring distances and determining the location of network nodes is an active research area. The accuracy of distance estimation using FTM is limited by several factors related to signal propagation in real conditions and the hardware and software features of the nodes. **Purpose:** To develop and test practical positioning solutions for objects in buildings and structures based on FTM technology and to estimate the achievable accuracy of distance measurements. **Results:** With the experimental setup created, we have performed a series of measurements and estimated errors under various conditions. In addition, we have considered some methods for the compensation of the main error sources. The latter can be divided into two groups: multipath propagation, which leads to time scattering and a distortion of the round-trip time estimate; and hardware limitations, including the differences in clock frequency, timer drift, packet processing delays and timestamp quantization due to the discrete nature of timers. The frequency channel bandwidth affects the time resolution and does not allow achieving subnanosecond accuracy required to ensure distance estimation errors of the order of centimeters. One of the main conclusions made is that for the 2.4 GHz range the accuracy of distance determination is limited, with an error of up to 1 m. We furthermore consider the mathematical methods for processing the obtained data to reduce errors. **Practical relevance:** The presented implementation of hardware and software for measuring distances using IEEE 802.11mc technology has proven effective and can be used in indoor positioning systems.

Keywords — positioning, location, distance, Wi-Fi, FTM, RTT, time of flight, client, access point, Kalman filter.

For citation: Protsenko I. M., Malyshev V. N. Wi-Fi node location based on FTM technology. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2025, no. 5, pp. 11–21 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2025-5-11-21, EDN: AVQGLM

Financial support

This work was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation as part of a comprehensive project to create a high-tech production facility on the topic “Multimodal Airport Airspace Control Complex” (Agreement on the provision of a federal budget subsidy for the development of cooperation between a state scientific institution and an organization of the real sector of the economy in order to implement a comprehensive project to create a high-tech production facility No. 075-11-2025-023 of February 27, 2025) and within the framework of the RF Government Resolution No. 218 of April 9, 2010. The work was carried out at the Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education “St. Petersburg Electrotechnical University “LETI” named after V. I. Ulyanov (Lenin)”.

References

- Xu S., Wang Yu., Si M. A two-step fusion method of Wi-Fi FTM for indoor positioning. *Sensors*, 2022, vol. 22, iss. 9. doi:10.3390/s22093593
- Hashem O., Harras K. A., Youssef M. Accurate indoor positioning using IEEE 802.11mc round trip time. *Pervasive and Mobile Computing*, 2021, vol. 75, Article 101416. doi:10.1016/j.pmcj.2021.101416
- Vales V. B., Fernández O. C., Domínguez-Bolaño T., Escudero C. J., García-Naya J. A. Fine time measurement for the Internet of Things: A practical approach using ESP32. *IEEE Internet of Things Journal*, 2022, vol. 9, iss. 19, pp. 18305–18318. doi:10.1109/JIOT.2022.3158701
- Namee K., Srikanta N., Kaewkajone T., Thierchot T., Polpinij J., Kaewsangon R. Enhancing indoor positioning accuracy: A comprehensive study on euclidean distance, trilateration, Wi-Fi RTT and FTM. *CIIS 2023: 2023 the 6th International Conference on Computational Intelligence and Intelligent Systems*, Tokyo, November, 2023. doi:10.1145/3638209.3638235
- Xie Y., Li Z., Li M. Precise power delay profiling with commodity Wi-Fi. *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 2019, vol. 18, iss. 6, pp. 1342–1355. doi:10.1109/TMC.2018.2860991
- Schepers D., Singh M., Ranganathan A. Security analysis of WiFi fine timing measurement. *WiSec '21*, Abu Dhabi, United Arab Emirates, June 28–July 2, 2021. doi:3448300.3467828
- Wang Z., Guo B., Yu Z., Zhou X. Wi-Fi CSI-based behavior recognition: From signals and actions to activities. *IEEE Communications Magazine*, 2018, vol. 56, iss. 5, pp. 109–115. doi:10.1109/MCOM.2018.1700144
- Aggarwal S., Sheshadri R. K., Sundaresan K., Koutsonikolas D. Is WiFi 802.11mc fine time measurement ready for prime-time localization. *ACM MobiCom '22: The 28th Annual International Conference on Mobile Computing and Net-*

- working, Sydney, NSW, Australia, October 17–21, 2022. doi:10.1145/3556564.3558234
9. Kokoreva E. V., Kostyukovich A. E. Results of positioning system field tests in the Wi-Fi network. *Ekonomika i kachestvo sistem svyazi*, 2021, no. 3. pp. 64–71 (In Russian). doi:10.7256/2454-0714.2024.4.72107
 10. Maltsev A. A., Maslennikov R. O., Khoryaev A. V. Influence of the phase noise on the OFDM data-transfer systems. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Radiofizika*, 2010, vol. 53, no. 8, pp. 528–529 (In Russian).
 11. Ibrahim M., Liu H., Jawahar A., Nguyen V., Gruteser M., Howard R., Yu B., Bai F. Verification: Accuracy evaluation of WiFi fine time measurements on an open platform. *MobiCom'18*, New Delhi, Oct 29–Nov 2, 2018. doi:10.1145/3241539.3241555
 12. Li X., Pahlavan K. Super-resolution TOA estimation with diversity for indoor geolocation. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2004, vol. 3, iss. 1, pp. 224–234. doi:10.1109/TWC.2003.819035
 13. Schmidt R. Multiple emitter location and signal parameter estimation. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1986, vol. 34, iss. 3, pp. 276–280. doi:10.1109/TAP.1986.1143830
 14. Liu X., Zhou B., Huang P., Xue W., Li Q., Zhu J., Qiu L. Kalman filter-based data fusion of Wi-Fi RTT, and PDR for indoor localization. *IEEE Sensors Journal*, 2021, vol. 21, iss. 6, pp. 1–12. doi:10.1109/JSEN.2021.3050456
 15. Liang Q., Zhang G., Hsu L.-T. An empirical multi-wall NLOS ranging model for Wi-Fi RTT indoor positioning. *13th International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN)*, Nuremberg, Germany, 2023, pp. 1–6. doi:10.1109/IPIN57070.2023.10332471
 16. Geng J., Huang D., De la Torre F. DensePose from WiFi. *arXiv.org*. 2022. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2301.00250>
 17. Halperin D. Ch., Hu W., Sheth A., Wetherall D. Tool release: Gathering 802.11n traces with channel state information. *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*, 2011, vol. 41, iss. 1. doi:10.1145/1925861.1925870
 18. He W., Wu K., Zou Y., Ming Z. WiG: WiFi-based gesture recognition system. *2015 24th International Conference on Computer Communication and Networks (ICCCN)*, Las Vegas, NV, USA, 3–6 August, 2015, IEEE, 2015, pp. 1–7. doi:10.1109/ICCCN.2015.7288485
 19. Love D. J., Heath Jr. R. W., Lau V. K. N., Gesbert D., Rao B. D., Andrews M. An overview of limited feedback in wireless communication systems. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2008, vol. 26, iss. 8, pp. 1341–1365. doi:10.1109/JSAC.2008.081002
 20. Palipana S., Rojas D., Agrawal P., Pesch D. FallDeFi: Ubiquitous fall detection using commodity Wi-Fi devices. *Proceedings of the ACM on Interactive, Mobile, Wearable and Ubiquitous Technologies*, 2018, vol. 1, no. 4, pp. 1–25. doi:10.1145/3161183
 21. Horn B. K. P. Observation model for indoor positioning. *Sensors*, 2020, vol. 22, iss. 8. doi:10.3390/s20144027
 22. Yang J., Chen X., Zou H., Wang D., Xu Q., Xie L. EfficientFi: Towards large-scale lightweight WiFi sensing via CSI compression. *IEEE Internet of Things Journal*, 2022, vol. 9, iss. 15, pp. 13086–13095. doi:10.1109/JIOT.2021.3139958
 23. Qin Z., Fan J., Liu Y., Gao Y., Li G. Sparse representation for wireless communications: A compressive sensing approach. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2018, vol. 35, iss. 3, pp. 40–58. doi:10.1109/MSP.2018.2789521

УВАЖАЕМЫЕ АВТОРЫ!

Научные базы данных, включая Scopus и Web of Science, обрабатывают данные автоматически. С одной стороны, это ускоряет процесс обработки данных, с другой — различия в транслитерации ФИО, неточные данные о месте работы, области научного знания и т. д. приводят к тому, что в базах оказывается несколько авторских страниц для одного и того же человека. В результате для всех по отдельности считаются индексы цитирования, что снижает рейтинг ученого.

Для идентификации авторов в сетях Thomson Reuters проводит регистрацию с присвоением уникального индекса (ID) для каждого из авторов научных публикаций.

Процедура получения ID бесплатна и очень проста, есть возможность провести регистрацию на 12 языках, включая русский (чтобы выбрать язык, кликните на зеленое поле сверху справа на стартовой странице): <https://orcid.org>



Формальный фреймворк для OSINT-нарушителя и защитника

В. В. Грызунов^а, доктор техн. наук, доцент, orcid.org/0000-0003-4866-217X, viv1313r@mail.ru

^аСанкт-Петербургский университет Государственной противопожарной службы МЧС России им. Героя Российской Федерации генерала армии Е. Н. Зиничева

Введение: распространение OSINT в кибербезопасности выявило разрыв между практическими инструментами и отсутствием их теоретического осмысления. Существующие подходы не предлагают целостной модели процесса OSINT-анализа, что препятствует его формальной автоматизации, верификации и анализу угроз. **Цель:** разработать формальную модель OSINT-нарушителя в виде абстрактной машины, описывающей процесс разведки через графовое представление знаний, логику вывода и ресурсные ограничения. **Результаты:** предложена модель OSINT-нарушителя как абстрактной машины, оперирующей на итеративно расширяемом графе знаний. Задача OSINT формализована как поиск пути от публичных свойств к конфиденциальным. Сформулировано необходимое и достаточное условие раскрытия конфиденциального свойства, а понятие триангуляции определено через поиск независимых (непересекающихся) путей в графе. Анализ показал, что OSINT-атаки эксплуатируют «скрытый канал вывода», нарушая принципы классических моделей безопасности, например мандатной модели Белла – Лапудлы. Введена формальная функция останова, объединяющая практические критерии завершения анализа: достижение цели, исчерпание ресурсов, убывающую отдачу и риск обнаружения. Формализовано понятие «независимые источники». **Практическая значимость:** теоретическая модель была транслирована в два прикладных фреймворка: в OSINT Kill Chain – пошаговую методологию для атакующих (Red Team) и в Blue Team Playbook – зеркальный фреймворк для защитников, описывающий аудит цифрового следа и минимизацию рисков. **Обсуждение:** в качестве направления для дальнейших исследований предложено использовать аппарат формальных грамматик для моделирования не только статических связей, но и динамических тактик, техник и процедур злоумышленника.

Ключевые слова – OSINT, разведка по открытым источникам, канал логического вывода, модель нарушителя, граф знаний, фреймворк, киберразведка, информационная безопасность, Red Team, Blue Team, атака на основе логического вывода, мандатная модель разграничения доступа.

Для цитирования: Грызунов В. В. Формальный фреймворк для OSINT-нарушителя и защитника. *Информационно-управляющие системы*, 2025, № 5, с. 22–34. doi:10.31799/1684-8853-2025-5-22-34, EDN: AYCIBD

For citation: Gryzunov V. V. A formal framework for the OSINT attacker and defender. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2025, no. 5, pp. 22–34 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2025-5-22-34, EDN: AYCIBD

Введение

Разведка по открытым источникам (Open Source Intelligence, OSINT) стала важным инструментом в киберразведке и корпоративной безопасности. Рынок OSINT ожидает экспоненциальный рост с 14,85 млрд USD в 2024 г. до 49,39 млрд USD в 2029-м (<https://www.thebusinessresearchcompany.com/report/open-source-intelligence-global-market-report>). Являясь основой этапа Reconnaissance в Cyber Kill Chain, данные OSINT используются на последующих стадиях кибератак, например для создания эксплойтов или целевого фишинга. С другой стороны, применение OSINT в защите (<https://mythreats.com/open-source-intelligence>) помогло предотвратить более 75 % фишинговых атак и сократило среднее время обнаружения кибератак на 62 %.

Несмотря на это исследования в основном сосредоточены на извлечении данных, в них практически отсутствуют формальные модели самого аналитического процесса OSINT. Это создает пробел между инженерной реализацией и

теоретическим описанием. Создание формализованной модели OSINT-нарушителя позволит автоматизировать и верифицировать работу Red Team и Blue Team, что снизит затраты на OSINT более чем в пять раз (<https://business.privacybee.com/resource-center/the-double-edge-sword-of-osint-in-cybersecurity/>).

Обзор литературы

Практически ориентированная MITRE ATT & CK описывает дискретные техники разведки, но не сам процесс. Продвинутое моделирование угроз [1] симулирует атаки внутри периметра, однако предшествующий этап OSINT-разведки и сам аналитик с его ресурсными ограничениями остаются неформализованными.

Систематический обзор 76 научных работ [2] демонстрирует активное применение графов знаний и онтологий для анализа киберугроз (Cyber Threat Intelligence, CTI). Однако основное внимание в проанализированных работах уделяется обработке уже существующих отчетов об

угрозах и структурированных данных. Процесс сбора и анализа первичной информации из открытых источников (OSINT), который предшествует СТИ, а также сама деятельность OSINT-нарушителя как субъекта с практическими ограничениями остаются в значительной степени неформализованными.

Исследования по применению искусственного интеллекта в OSINT [3] сосредоточены на решении отдельных задач, таких как классификация данных, но не предлагают целостной модели самого расследования как ресурсозависимой деятельности. Даже узкоспециализированные работы концентрируются на прикладных методологиях, а не на обобщенной формализации. Так, работа [4] предлагает концептуальную схему расследования в даркнете, а исследование [5] демонстрирует методику отслеживания судов. Обе работы описывают практические подходы в конкретных кейсах, но не создают универсальной, ресурсозависимой модели аналитического процесса.

Подходы к автоматическому моделированию угроз [6] исходят из того, что модель атакуемой системы уже известна, но не объясняют, как злоумышленник получает информацию для ее построения с помощью OSINT. Аналогично, СТИ-платформы [7] работают с уже готовыми индикаторами компрометации, оставляя за рамками фундаментальный процесс формирования этих знаний из разрозненных открытых данных.

Работы в смежных областях, таких как геоинформационные системы [8] или человеко-компьютерное взаимодействие [9], также не ставят своей целью формализацию OSINT-процесса как вычислительной задачи. Наконец, предыдущие исследования авторов [10, 11] носили описательный характер, каталогизируя угрозы, но оставляя открытым вопрос о строгой формализации самого процесса анализа.

Цель данной статьи — восполнить пробел между инженерными и научными знаниями путем формализации OSINT-нарушителя (аналитика) как абстрактной вычислительной машины с логикой inference, графовой моделью и критериями останова, что делает ее вкладом и в теорию, и в практику OSINT-анализа.

Формальная постановка задачи OSINT

Задача OSINT — из открытых свойств некоторых объектов из множества объектов (O) выделить открытые свойства интересующего объекта o^* и по ним восстановить искомые конфиденциальные свойства объекта o^* .

Определения.

1. Пусть A — универсальное множество всех возможных *атрибутов* (например, «никнейм»,

«email», «GPS-координата»), тогда свойством объекта o называется конкретная пара «атрибут-значение» $x = \langle k, v \rangle$, где $k \in A$, а v — значение.

2. Пусть X — универсальное множество всех возможных *свойств* (атрибутов (k)-значений (v)). Для интересующего объекта o^* из множества объектов O (персоны, компании, системы), $o^* \in O$, его набор свойств $X_{o^*} \subseteq X$.

3. $X^{pub} \subseteq X$ — множество всех публичных свойств, т. е. свойств, доступных неограниченному кругу лиц.

4. $X^{conf} \subseteq X$ — множество всех конфиденциальных свойств, т. е. свойств, доступных ограниченному кругу лиц, конфиденциальность этих свойств нужно защитить, $X^{pub} \cap X^{conf} = \emptyset$.

Инструменты OSINT-нарушителя (аналитика)

Предикат P — это логическая функция, которая для любой пары свойств $(x, y) \in X \times X$ возвращает True или False, т. е. $P: X \times X \rightarrow \{\text{True}, \text{False}\}$. Предикат не характеризует «событие» в динамическом смысле, а устанавливает истинность статического, проверяемого факта о наличии связи между двумя свойствами.

У аналитика есть набор знаний и техник (Google, WHOIS, анализ метаданных и т. д.). Каждую такую технику можно формализовать как предикат.

Множество предикатов аналитика $\mathcal{P}$ — это конечное множество всех предикатов, которыми владеет аналитик: $\mathcal{P} = \{P_1, P_2, \dots, P_k\}$, где P_i — это отдельный предикат.

Примеры предикатов из $\mathcal{P}$: 1) $P_{\text{google}}(x, y)$: истинно, если поиск в Google по свойству x выдает в результате свойство y ; 2) $P_{\text{admin}}(x, y)$: истинно, если никнейм x указан как администратор сайта y ; 3) $P_{\text{whois}}(x, y)$: истинно, если WHOIS-запрос к домену x возвращает email y ; 4) $P_{\text{metadata}}(x, y)$: истинно, если в метаданных файла x содержится геотег y .

Набор $\mathcal{P}$ — это формализованный инструментарий аналитика.

Каждый предикат $P \in \mathcal{P}$ однозначно порождает бинарное отношение r , которое является подмножеством $X \times X$. Это отношение состоит из всех пар, для которых данный предикат истинен.

Формально, для каждого $P_i \in \mathcal{P}$ соответствующее ему отношение r_i определяется как $r_i = \{(x, y) \in X \times X \mid P_i(x, y)\}$.

Примеры порожденных отношений:

- 1) $r_{\text{google}} = \{(x, y) \in X \times X \mid P_{\text{google}}(x, y)\}$;
- 2) $r_{\text{admin}} = \{(x, y) \in X \times X \mid P_{\text{admin}}(x, y)\}$;
- 3) $r_{\text{whois}} = \{(x, y) \in X \times X \mid P_{\text{whois}}(x, y)\}$.

Множество рабочих отношений аналитика $\mathcal{R}_A$ — это множество всех отношений, порожденных всеми предикатами из его инструментария $\mathcal{P}$:

$\mathcal{R}_A = \{r_i \mid P_i \in \mathcal{P}\}$, т. е.: $\mathcal{R}_A = \{(x, y) \in X \times X \mid P(x, y) \mid P \in \mathcal{P}\}$.

Отсюда вытекает порядок работы аналитика: 1) аналитик имеет конечный набор правил/инструментов ($\mathcal{P}$); 2) с помощью $\mathcal{P}$ он строит (порождает) конечный набор конкретных отношений ($\mathcal{R}_A$), нужных ему для работы.

Дано:

O — множество объектов исследования (персоны, компании);

$o^* \in O$ — целевой объект, интересующий аналитика;

$Y^{pub} = X_{o^*} \cap X^{pub}$ — множество всех открытых свойств целевого объекта o^* ;

$Y^{known} \subseteq Y^{pub}$ — множество открытых свойств объекта o^* , известных аналитику на начальном этапе;

$x_c^* \in X^{conf}$ — искомое конфиденциальное свойство объекта o^* ;

$\mathcal{P}$ — множество предикатов (инструментов), доступных аналитику;

$\mathcal{R}_A$ — множество всех рабочих отношений аналитика;

$R^{pub_pub} = \{r \in \mathcal{R}_A \mid \forall(x, y) \in r, (x \in X^{pub} \wedge y \in X^{pub})\}$ — множество отношений, связывающих одни публичные свойства с другими (например, «никнейм — viv» -> «сайт — <https://a-tree.ru>»);

$R^{pub_conf} = \{r \in \mathcal{R}_A \mid \forall(x, y) \in r, (x \in X^{pub} \wedge y \in X^{conf})\}$ — множество рабочих отношений, связывающих публичные свойства с конфиденциальными: $R^{pub_pub} \cap R^{pub_conf} = \emptyset$ (например, «номер телефона — +79...» -> «ФИО — Иванов Иван»).

Требуется:

Найти такой набор свойств $(y_1, y_2, \dots, y_n)$, где $y_1 \in Y^{known}$, и такую последовательность отношений $r_1, r_2, \dots, r_n$, что:

$(y_1, y_2) \in r_1$, где $r_1 \in R^{pub_pub}$;

...

$(y_{\{n-1\}}, y_n) \in r_{\{n-1\}}$, где $r_{\{n-1\}} \in R^{pub_pub}$;

$(y_n, x_c^*) \in r_n$, где $r_n \in R^{pub_conf}$.

Фактически, задача сводится к поиску пути в графе (G), где вершины — это свойства, а ребра — отношения.

Критерии завершения OSINT-анализа (точка останова)

OSINT-анализ останавливается при выполнении одного из условий.

1. Цель достигнута (Goal Reached): найдено искомое свойство x_c^* с достаточной степенью уверенности (assurance, $A(x_c^*)$). $A(x_c^*)$ может быть оценена на основе количества и независимости источников, подтверждающих вывод (триангуляция). Анализ останавливается, если $A(x_c^*) \geq A_{threshold}$, где $A_{threshold}$ — заранее заданный порог уверенности, который может измеряться с помощью лингвистической переменной (низкий, средний, высокий) или быть числом [0; 1].

2. Истощение зацепок (Lead Exhaustion): анализ останавливается, когда все доступные на

данный момент публичные свойства $y \in Y^{pub}$ были полностью исследованы, но не привели к появлению новых релевантных свойств или путей к искомому x_c^* . Аналитик достиг «тупика»: все исходящие ребра из известных вершин графа G ведут к уже исследованным вершинам или к нерелевантной информации, и новых вершин для добавления в граф нет. Дальнейший пассивный поиск в рамках выбранных источников становится невозможным.

3. Истощение ресурсов (Resource Depletion): превышен лимит выделенного времени ($T_{spent} \geq T_{limit}$) или бюджета ($C_{spent} \geq C_{limit}$). Это наиболее частый практический ограничитель. C_{limit} может производиться не только в денежном выражении, но и через определение предельно допустимых затрат времени и рисков, которые организация готова понести ради достижения цели, что отражается в работах по анализу конфликтующих ценностей [12]: точности, безопасности, эффективности, прозрачности, приватности, доверия и др.

4. Закон убывающей отдачи (Diminishing Returns): стоимость получения следующего фрагмента информации превышает его потенциальную ценность. Пусть $Value(y_{new})$ — ценность новой информации y_{new} , а $Cost(y_{new})$ — затраты на ее получение. Анализ останавливается, если $(Value(y_{new})/Cost(y_{new})) \leq K_{threshold}$, где $K_{threshold}$ — заранее заданный коэффициент. Например, если для получения одного бита информации нужно потратить неделю работы, это неэффективно.

5. Повышение риска обнаружения (Detection Risk, $D_{detection}$): анализ переходит от пассивного (сбор публичных данных) к активному (взаимодействие в целях, например, отправки запроса на добавление в друзья). Это повышает $D_{detection}$. Анализ останавливается или аналитик меняет тактику, если $D_{detection} \geq D_{limit}$.

Сопоставление каждому допустимому действию конкретной величины риска выполняется, например, с помощью метода iSOFT [13], который предполагает на основе морфологического ящика последовательностей (отношений r), связывающих величины (y, x_c^*) между собой. Либо аналитик обозначает риск открыть себя как риск нарушить свою «конфиденциальность», тогда в информационной системе аналитика применимы соответствующие подходы, в том числе с использованием лингвистической переменной для измерения риска: высокий, средний, красный и т. д. В рамках представленной в статье модели увеличение риска $Risk_increase$ для каждой техники m может быть рассчитано как вероятность обнаружения этой техники, оцененная по методологии MAGIC [14], что позволяет перейти от абстрактного параметра D_{risk} к количественной

оценке вероятности инцидента на основе анализа «киберпозиции» организации. Исследование [15] предлагает упрощенный алгоритм: сочетание рейтингов риска, защитных мер и угроз. Подход позволяет самостоятельно вычислять вероятность события информационной безопасности и корректировать ее на основе показателей инфраструктуры. Авторы [16] используют модель с нечеткими правилами и энтропией безопасности. Статья [17] рассматривает расширенную модель FAIR, где применен гибридный подход: качественная оценка плюс конверсия в вероятности. Формализована схема агрегации вероятностей на основе метамодели.

При проведении OSINT возможны следующие векторы атак.

1. Поиск прямого или многошагового пути от известных публичных свойств к искомым конфиденциальным через общедоступные отношения (R^{pub_pub} , R^{pub_conf}).

2. Активное провокативное взаимодействие для раскрытия новых публичных или конфиденциальных свойств.

Утверждение о необходимом и достаточном условии OSINT

Конфиденциальное свойство x_c^* может быть однозначно восстановлено из набора открытых свойств $Z^{pub} \subseteq X^{pub}$ тогда и только тогда, когда существует отношение $r \in R^{pub_conf}$ такое, что образ множества Z^{pub} при этом отношении является одноэлементным множеством, содержащим только x_c^* :

$$\exists r \in R^{pub_conf} : r[Z^{pub}] = \{x_c^*\}.$$

Доказательство: Доказательство следует напрямую из определений.

1. ($\Rightarrow$) Необходимость. Пусть x_c^* однозначно восстановимо из Z^{pub} . Это означает, что: а) существует механизм (назовем его отношением r), который связывает Z^{pub} с x_c^* ; б) результат восстановления является единственным (однозначным).

Из (а) следует, что существует пара $\langle z, x_c^* \rangle \in r$ для некоторого $z \in Z^{pub}$, а значит, $x_c^* \in r[Z^{pub}]$. Из (б) следует, что для любого другого конфиденциального свойства $x' \neq x_c^*$ не существует связи с Z^{pub} через r . Это означает, что никакой другой элемент, кроме x_c^* , не может находиться в образе $r[Z^{pub}]$.

Следовательно, $r[Z^{pub}] = \{x_c^*\}$.

2. ($\Leftarrow$) Достаточность. Пусть существует отношение $r \in R^{pub_conf}$ такое, что $r[Z^{pub}] = \{x_c^*\}$. По определению образа множества, это означает, что для элементов из Z^{pub} существуют связи в отношении r , и все эти связи ведут исключительно к одному элементу — x_c^* . Отсутствие в множестве $r[Z^{pub}]$ других элементов означает, что никакой

другой результат, кроме x_c^* , не может быть получен. Следовательно, свойство x_c^* восстанавливается однозначно.

Что и требовалось доказать.

Замечания для практического применения доказанного утверждения.

1. Данное утверждение формулирует необходимость и достаточность в теоретическом смысле. Практическая осуществимость восстановления конфиденциального свойства x_c^* дополнительно требует наличия у OSINT-аналитика технологии, которая позволяет использовать отображение r согласно критериям завершения OSINT-анализа.

2. На практике отношение $r[Z^{pub}] \in R^{pub_conf}$ обычно является многозначным, т. е. $r: [Z^{pub}] \rightarrow \{x_1^{conf}, x_2^{conf}, \dots, x_i^{conf}\}$, следовательно, восстановление искомого конфиденциального свойства будет неоднозначным. То есть x_c^* восстанавливается с некоторой вероятностью/степенью уверенности.

Достоверность вывода о наличии конфиденциального свойства x_c^* существенно возрастает, если несколько различных и независимых публичных свойств $\{x_1^{pub}, x_2^{pub}, \dots, x_j^{pub}\}$ указывают на него.

Поиск отношения r , которое является отношением «многие-к-одному» и в котором публичные свойства получены из независимых источников, является основной целью аналитической работы в OSINT и называется сходимостью доказательств (или триангуляцией):

$$r : x_c^* \in r[x_1^{pub}] \cap r[x_2^{pub}] \cap \dots \cap r[x_j^{pub}].$$

Независимые источники OSINT

Два публичных свойства y_1 и y_2 , указывающие на одно и то же конфиденциальное свойство x_c , считаются полученными из независимых источников, если процесс получения y_1 и процесс получения y_2 не имеют общих промежуточных свойств (узлов) или отношений (ребер) в графе расследования (G), за исключением самого целевого объекта.

Формально пусть:

$\text{Path}(y_1 \rightarrow x_c)$ — это цепочка (путь в графе) свойств (узлов) и отношений (дуг), которая ведет из y_1 в x_c ;

$\text{Path}(y_2 \rightarrow x_c)$ — это цепочка, которая привела нас из y_2 в x_c .

Источники y_1 и y_2 считаются независимыми по отношению к x_c , если пересечение множеств элементов (свойств и отношений) двух путей является пустым:

$$\text{Nodes}(\text{Path}(y_1 \rightarrow x_c)) \cap \text{Nodes}(\text{Path}(y_2 \rightarrow x_c)) = \emptyset;$$

$$\text{Edges}(\text{Path}(y_1 \rightarrow x_c)) \cap \text{Edges}(\text{Path}(y_2 \rightarrow x_c)) = \emptyset,$$

где Nodes и Edges — функции, возвращающие множество узлов и ребер пути соответственно (кроме конечного узла x_c).

Таким образом, можно сказать, что два доказательства независимы, если они не опираются на одни и те же промежуточные факты.

Пример работы

с независимыми источниками

Пусть необходимо установить ФИО (x_c) владельца Telegram-канала.

Зависимые источники: путь 1 через email goodboy@a-tree.ru из описания канала и путь 2 через тот же email, найденный в блоге по ссылке из поста, — зависимы. Они сходятся в промежуточном узле goodboy@a-tree.ru ($\text{Nodes}(\text{Path1}) \cap \text{Nodes}(\text{Path2}) \neq \emptyset$). Достоверность вывода невысока.

Независимые источники: путь 1 через email goodboy@a-tree.ru и путь 2 через GPS-координаты из метаданных фото, взятого в Telegram-канале — независимы ($\text{Nodes}(\text{Path1}) \cap \text{Nodes}(\text{Path2}) = \emptyset$). Если пути ведут к одному ФИО, достоверность вывода значительно возрастает, что и является сутью триангуляции (рис. 1).

На основе изложенного формализуется модель OSINT-нарушителя.

Модель OSINT-нарушителя

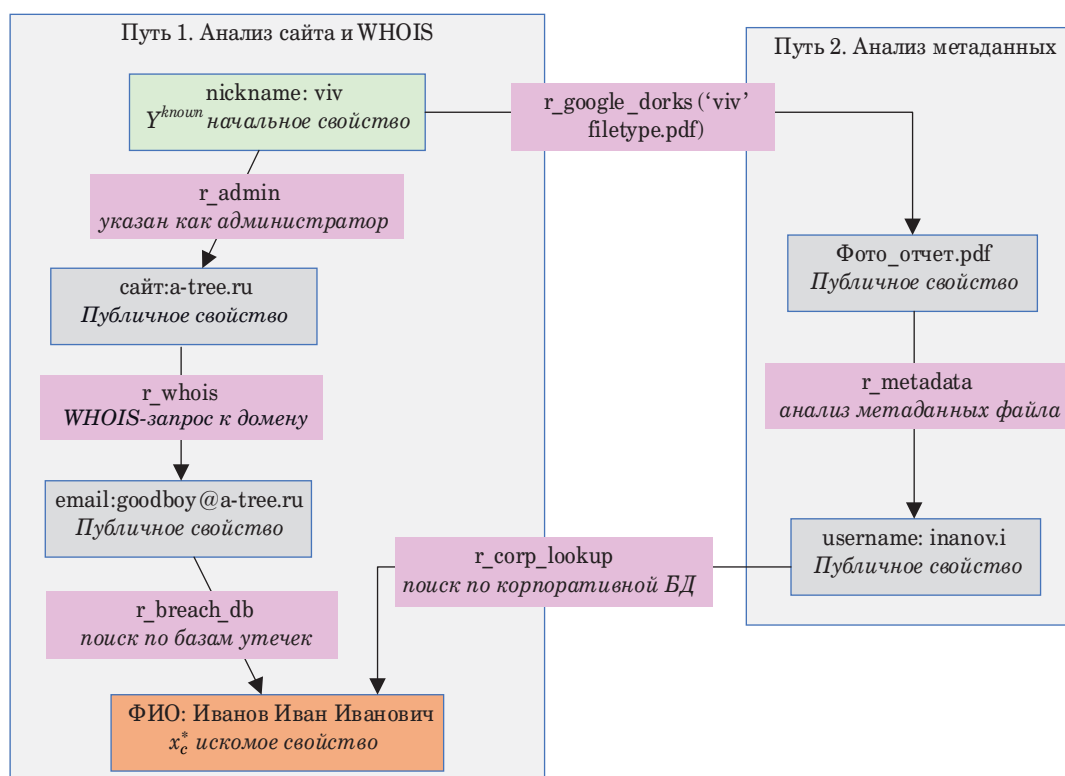
OSINT-нарушитель (далее — Аналитик) является абстрактной машиной, которая восстанавливает конфиденциальные данные на основе анализа общедоступных данных. Модель Аналитика определяется следующей семеркой:

$$A = (O, X, \mathcal{P}, S_i, M, F_{\text{stop}}).$$

Здесь:

1. $S_i = \langle Y^{\text{known}}, C_{\text{spent}}, T_{\text{spent}}, D_{\text{risk}}, G_i \rangle$ — состояние Аналитика на шаге i . Это кортеж, описывающий текущее состояние расследования, где $G_0 = Y^{\text{known}}$ — множество открытых свойств объекта o^* , известных Аналитiku на начальном этапе, начальный граф G_0 ; C_{spent} — потраченный бюджет; T_{spent} — потраченное время; D_{risk} — текущий уровень риска обнаружения (0 для пассивных техник и >0 для активных); $G_i = (G_X(i), G_R(i))$ — граф знаний Аналитика, где $G_X(i)$ — вершины графа, известные Аналитiku свойства на шаге i ; $G_R(i) \subseteq G_X(i) \times G_X(i)$ — ребра графа, известные Аналитiku отношения из $R^{\text{pub_pub}}$ на шаге i .

2. M — множество функций (техник), доступных Аналитiku для расширения своих знаний. Каждая техника $m \in M$ является функцией, ко-



■ **Рис. 1.** Пример графа знаний OSINT-аналитика

■ **Fig. 1.** Example of an OSINT analyst's knowledge graph

торая по известному свойству находит новые связанные с ним свойства и отношения, и имеет свою «стоимость».

$m: y \rightarrow (\Delta G_X, \Delta G_R, \text{Cost}, \text{Time}, \text{Risk_increase})$, где $y \in Y^{known}$; ΔG_X — множество новых найденных вершин (свойств); ΔG_R — множество новых найденных дуг (отношений); Cost — стоимость использования техники (например, плата за API-запрос); Time — время, затрачиваемое на использование техники; Risk_increase — увеличение риска обнаружения (0 для пассивных техник, >0 для активных).

Например, $m_GoogleDorks(\text{"example.com"}, 0, 17, 3, 0)$ возвращает множество пар связанных поддоменов и файлов, которые доступны по прямой ссылке на поддомене, стоимость — 0,17 единиц, длительность — 3 с, риска обнаружения нет.

Эта функция моделирует способность Аналитика находить реально существующие пары свойств, для которых истинен некоторый предикат из P .

Конкретными примерами таких техник m являются многочисленные утилиты и сервисы, подробно каталогизированные в работе [18], такие как использование Google Dorks для поиска файлов ($m_GoogleDorking$), применение сервиса $haveibeenpwned$ для проверки утечки email (m_HIBP_Check) или использование Shodan для поиска уязвимых устройств (m_Shodan_Scan). Предлагаемая модель позволяет абстрагироваться от конкретной реализации техник m , рассматривая их как эквивалентные «черные ящики», преобразующие одно известное свойство в множество новых.

Функция $m \in M$ — это, по сути, практическая реализация предиката $P \in P$; $m(y)$ — это процедура, которая находит все z , для которых $P(y, z)$ истинно.

3. F_stop — функция останова. Булева функция, которая определяет, должен ли Аналитик прекратить расследование. Функция объединяет все критерии останова:

$$F_stop(S_i, G_i, L) \rightarrow \{True, False\},$$

где $L = \langle C_{limit}, T_{limit}, K_{threshold}, A_{threshold}, D_{limit} \rangle$ — кортеж лимитов и порогов, заданных для расследования.

Процесс останавливается, если F_stop возвращает True. F_stop возвращает True, если выполняется одно из следующих условий:

$$F_stop = (f_goal \vee f_resource \vee f_risk \vee f_deadend \vee f_diminishing).$$

Здесь:

$f_goal: \exists x_c \in X^{conf}: \text{Confidence}(x_c, G_i) \geq A_{threshold}$ — найдено искомое свойство x_c с данной уверенностью $A_{threshold}$; $\text{Confidence}(x_c,$

$G_i)$ — функция, оценивающая уверенность в свойстве x_c на основе графа G_i (например, через количество независимых путей). Формирование функции Confidence является отдельной задачей и выходит за рамки данного исследования;

$f_resource: (C_{spent} \geq C_{limit}) \vee (T_{spent} \geq T_{limit})$ — ресурсы исчерпаны;

$f_risk: D_{detection} \geq D_{limit}$ — риск превышен;

$f_deadend: \forall y \in Y^{known}$, если $(\Delta G_X, \Delta G_R, \dots) = m(y)$, то $\Delta G_X = \emptyset$ и $\Delta G_R = \emptyset$ — тупик расследования для всех известных свойств и всех доступных техник, т. е. ни одна из них не дает новых результатов;

$f_diminishing: \forall m \in M: (\text{Value}(m) / \text{Cost}(t)) < K_{threshold}$ — закон убывающей отдачи. Формирование функций Value и Cost является отдельной научной задачей и выходит за рамки данного исследования.

Следует подчеркнуть, что граф знаний G не является статической структурой. Он строится динамически: начиная с исходного набора известных свойств Y^{known} , Аналитик на каждом шаге итеративно добавляет в граф новые вершины (свойства) и ребра (отношения), обнаруженные с помощью техник из множества M .

Процесс работы Аналитика

Процесс является итеративным. На каждом шаге i :

1. Аналитик выбирает оптимальную или подходящую технику $m_{opt} \in M$ и свойство $y \in Y^{known}$ для применения (например, по критерию $\max(\text{Value}(m)/\text{Cost}(m))$).

Применяет технику: $(\Delta G_X, \Delta G_R, \text{Cost}, \text{Time}, \text{risk_inc}) = m_{opt}(y)$ и обновляет свое состояние $S(i+1): G_X(i+1) = G_X(i) \cup \Delta G_X; G_R(i+1) = G_R(i) \cup \Delta G_R; C_{spent}(i+1) = C_{spent}(i) + \text{Cost}; T_{spent}(i+1) = T_{spent}(i) + \text{Time}; D_{risk}(i+1) = D_{risk}(i) + \text{risk_inc}$.

2. Вычисляет $F_stop(S(i+1), G(i+1), L)$. Если True, процесс завершается. Иначе, переход к шагу $i+2$.

Пример применения разработанной модели

Процесный фреймворк OSINT-атаки (OSINT Kill Chain). OSINT Kill Chain — это последовательность этапов, которую проходит Аналитик для достижения цели. Данный термин используется по аналогии с классической моделью Cyber Kill Chain для описания последовательности этапов, специфичных именно для процесса разведки по открытым источникам, который в свою очередь является первым этапом комплексной атаки.

Этап 1. Целеполагание (Direction & Planning) — определение цели расследования и ограничений.

Определяется целевой объект $o^* \in O$ (например, компания «Ромашка» или персона «Иван Иванов»). Формулируется искомое конфиденциальное свойство $x_c^* \in X^{conf}$ (например, «реальный

IP-адрес веб-сервера» или «домашний адрес»). Фиксируются ограничения расследования $L = \langle C_{limit}, T_{limit}, K_{threshold}, A_{threshold}, D_{limit} \rangle$, предоставленные заказчиком или установленные самим Аналитиком (бюджет, время, пороговая уверенность и т. д.). Проводится инвентаризация доступного инструментария M (набор техник), который порождает множество рабочих отношений $\mathcal{R}_A$.

Результат: четко сформулированная задача с измеримыми критериями успеха и ограничениями.

Этап 2. Сбор исходных данных (Initial Collection) – сбор всей изначально доступной информации о цели.

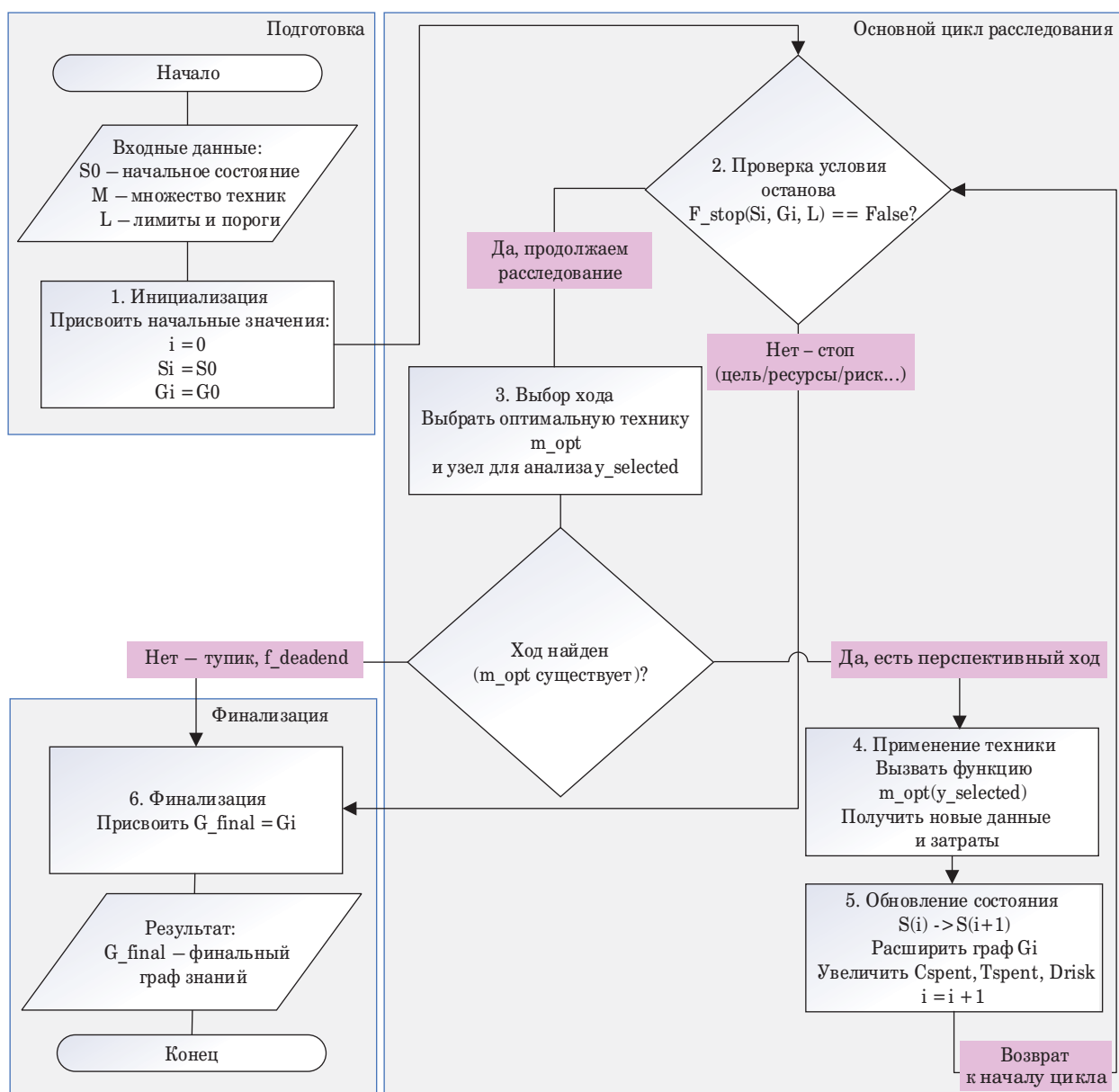
Формируется начальное множество известных публичных свойств $Y^{known} = G_0 = (G_X(0), G_R(0)) \subseteq X^{pub}$ (например, доменное имя сайта, известный никнейм, ФИО).

Результат: исходная точка для расследования – граф G_0 .

Этап 3. Итеративное расширение (Iterative Expansion & Pivoting) – основной цикл расследования (рис. 2).

1. Аналитик использует известные данные для поиска новых, постепенно расширяя карту знаний (пивотинг, pivoting):

– выбор узла и техники: выбор свойства $y \in G_X(i)$ и оптимальной/подходящей техники



■ **Рис. 2.** Алгоритм основного цикла расследования (этап 3)

■ **Fig. 2.** Flow chart of the main investigation cycle algorithm (stage 3)

$m_{opt} \in M$ (например, по критерию максимальной ожидаемой ценности);

– применение техники: $(\Delta G_X, \Delta G_R, Cost, Time, risk_inc) = m_{opt}(y)$.

Пример конкретной техники m : m_GoogleDorking: Аналитик имеет свойство $y = \langle domain, "romashka.ru" \rangle$. Он применяет технику m_GoogleDorking с запросом "site:romashka.ru filetype:pdf".

Результат вызова:

$$\begin{aligned} m_GoogleDorking(y) = \\ = (\Delta G_X, \Delta G_R, Cost, Time, risk_inc), \end{aligned}$$

где $\Delta G_X = \{ \langle url, "romashka.ru/docs/report_2023.pdf" \rangle, \langle url, "romashka.ru/files/pricelist.pdf" \rangle \}$ – множество новых найденных свойств-ссылок; $\Delta G_R = \{ \langle domain, "romashka.ru" \rangle, \langle url, "romashka.ru/docs/report_2023.pdf" \rangle, \dots \}$ – множество новых ребер в графе; $Cost = 0$ – бесплатный API; $Time = 60$ с – время на формулировку запроса и анализ выдачи; $risk_inc = 0$ – пассивный сбор, не вызывает подозрений.

2. Обновление состояния аналитика $S(i + 1)$: обновляется граф знаний $G(i + 1) = (G_X(i) \cup \Delta G_X, G_R(i) \cup \Delta G_R)$ и $C_{spent}, T_{spent}, D_{risk}$.

3. Проверка условия останова: вычисляется $F_stop(S(i + 1), G(i + 1), L)$. Если True – переход к этапу 4. Если False – возврат к шагу 1 данного этапа.

Результат: расширенный граф знаний G_{final} , содержащий достаточно информации для вывода, либо остановка процесса по одному из критериев F_stop .

Этап 4. Анализ и синтез (Analysis & Synthesis) – изучение построенного графа знаний для выявления скрытых связей и формирования выводов.

Аналитик ищет в графе G_{final} пути, ведущие от вершин из Y^{known} к вершинам, которые могут являться искомым x_c^* . Особое внимание уделяется триангуляции – поиску нескольких независимых путей, сходящихся в одной и той же вершине x_c^* . На основе количества и независимости путей вычисляется достоверность результата функцией $Confidence(x_c^*, G_{final})$.

Результат: гипотеза о значении x_c^* с оценкой ее достоверности.

Этап 5. Финализация (Finalization & Reporting) – оформление результатов расследования в виде отчета.

Отчет содержит искомое свойство x_c^* , оценку достоверности $Confidence(x_c^*, G_{final})$, а также сам граф расследования G_{final} (или его релевантную часть) в качестве доказательной базы. Граф наглядно демонстрирует, как именно был получен вывод, делая процесс прозрачным и верифицируемым.

Результат: документированный, аргументированный и воспроизводимый результат OSINT-анализа.

Фреймворк защиты от OSINT-угроз (Blue Team Playbook)

Данный фреймворк является зеркальным отражением OSINT Kill Chain и направлен на минимизацию рисков, связанных с действиями OSINT-нарушителя, путем управления своим публичным цифровым следом.

Этап 1. Аудит цифрового следа (Digital Footprint Auditing) – проактивный поиск и каталогизация публично доступной информации о своей организации.

Команда защиты (Blue Team) выступает в роли «этичного» OSINT-нарушителя, где объектом* является собственная организация. Цель – построить максимально полный граф знаний G_{self} о собственном публичном следе X^{pub} . Для этого команда выполняет этапы 1–4 из OSINT Kill Chain в отношении себя.

Результат: карта публичного цифрового следа организации, представленная в виде графа G_{self} .

Этап 2. Анализ уязвимостей (Inference Channel Analysis) – анализ собранной карты на предмет наличия опасных связей, позволяющих сделать нежелательные выводы.

Blue Team анализирует граф G_{self} в целях выявления ребер (отношений), принадлежащих множеству R^{pub_conf} , т. е. связей, ведущих от публичных свойств X^{pub} к внутренним, конфиденциальным X^{conf} . Например, наличие в графе G_{self} отношения $(y, x_c) \in r_VisualAnalysis \in R^{pub_conf}$, где $y = \langle url_photo, \text{'(публичная ссылка на фото сотрудника)'} \rangle$, а $x_c = \langle employee_id, \text{'(конфиденциальный ID с его пропуском, видимый на фото)'} \rangle$.

Результат: приоритизированный перечень выявленных «скрытых каналов вывода» (inference covert channels). Формально оценить опасность выявленного канала можно, применив подход, изложенный в работе [19].

Этап 3. Минимизация и разрыв связей (Minimization & Remediation) – устранение или ослабление найденных опасных связей для снижения рисков.

– Цель – сделать для атакующего поиск пути ко всем конфиденциальным свойствам x_c невозможным или слишком дорогим (увеличить Cost и Time, снизить Confidence). Разрыв отношения – прямое удаление одного из элементов связи. Например, удаление фотографии с пропуском или очистка метаданных из документа, что равносильно удалению ребра (y, x_c) .

Пример конкретной техники m у защиты: m_MetadataScrubbing. Очистка метаданных из

файлов перед публикацией. Применение: в ходе этапа 2 был найден PDF-файл, в метаданных которого содержалось имя пользователя ($x_c = \langle \text{username}, \text{"ivanov.i"} \rangle$). Blue Team применяет технику `m_MetadataScrubbing` к этому файлу.

Результат: отношение `r_metadata`, связывающее `<url, ".../report_2023.pdf">` с `<username, "ivanov.i">`, перестает существовать.

Для атакующего вызов аналогичной техники `m_MetadataAnalysis` вернет следующее: $\Delta G_X = \emptyset$ (новых свойств не найдено). `Cost`, `Time` будут потрачены впустую. Атакующий упрется в тупик (`f_deadend`) по этой ветке расследования.

— Минимизация X^{pub} — сокращение общего объема публикуемых данных (принцип `need-to-know`). Чем меньше вершин в X^{pub} , тем меньше у атакующего стартовых точек.

— Зашумление (Noise Injection) — создание большого количества ложных или неоднозначных связей. Это приводит к тому, что образ $r[X^{pub}]$ становится многоэлементным множеством, и атакующий не может однозначно идентифицировать x_c^* .

Результат: снижение поверхности атаки (уменьшение размера и (или) связности графа G) для увеличения стоимости и сложности проведения OSINT-анализа для злоумышленника.

Этап 4. Периодический мониторинг и обучение (Continuous Monitoring & Training) — поддержание защищенности на должном уровне в динамичной среде.

— Мониторинг: регулярное (в идеале — автоматизированное) повторение этапа 1 для выявления новых, непреднамеренно опубликованных данных.

— Обучение: проведение тренингов с сотрудниками, которые являются объектами o , по безопасному применению информационных технологий. Цель — научить их не создавать новые опасные отношения $r \in R^{pub_conf}$.

Результат: формирование в организации культуры управления информацией и обеспечение долгосрочной устойчивости к OSINT-угрозам.

Из предложенной модели OSINT-нарушителя следует возможность нарушения мандатной модели разграничения доступа.

Нарушение модели Белла — Лападулы (мандатной модели) OSINT-нарушителем

Следует подчеркнуть, что любая модель, включая мандатную модель Белла — Лападулы (Bell — LaPadula, BLP), имеет свои границы применимости и неизбежные ограничения. Основное ограничение BLP — фокус на контроле прямых

потоков информации внутри замкнутой системы: модель эффективно предотвращает операции «чтение вверх» и «запись вниз», но не учитывает семантические связи и логические выводы, которые могут быть сделаны из данных, легально опубликованных за пределами ее периметра. OSINT-нарушитель, действуя как субъект, не описанный и не контролируемый моделью, эксплуатирует это ограничение, оставаясь для BLP невидимым. Он не нарушает правила доступа напрямую, но использует публичные данные, в том числе производные от конфиденциальной информации, опубликованные уполномоченными субъектами в рамках их прав, чтобы через цепочку логических выводов восстановить конфиденциальные свойства. Таким образом, хотя формально ни одно правило BLP не нарушается, ее основополагающий принцип конфиденциальности оказывается скомпрометирован за счет эксплуатации «скрытого канала вывода», существующего в открытом информационном пространстве вне зоны контроля модели.

Подробный пример нарушения мандатной модели

Сценарий: вычисление местоположения секретного совещания крупной технологической компании `InnovateCorp`, разрабатывающей секретный проект «Химера». Информация о проекте, включая место и время ключевых совещаний, хранится на внутреннем сервере и защищена BLP.

Формализация в терминах BLP и статьи.

1. Конфиденциальное свойство (объект с высоким уровнем секретности):

— свойство: $x_c^* = \langle \text{meeting_details}, \text{«Проект 'Химера': совещание в 15:00, 15.03.2025, в переговорной 'Зенит' на 25-м этаже главного офиса»} \rangle$;

— объект в системе: файл `chimera_meeting.ics` на внутреннем календаре;

— уровень секретности объекта: `Level(chimera_meeting.ics) = Secret`.

2. OSINT-нарушитель (субъект с низким уровнем доступа):

— субъект: внешний Аналитик (OSINT-нарушитель);

— уровень допуска субъекта: `Level(Analyst) = Unclassified`.

3. Правило BLP:

— согласно правилу `No_Read_Up`, Аналитик запрещена операция `Analyst.read(chimera_meeting.ics)`, так как `Level(Analyst) < Level(chimera_meeting.ics)`.

Итог: система BLP работает корректно. Прямой доступ к файлу невозможен.

Процесс OSINT-атаки через «скрытый канал вывода».

Аналитик не пытается взломать систему. Вместо этого он работает с общедоступными данными (объектами с уровнем Unclassified), чтобы логически вывести x_c^* .

Шаг 1. Сбор публичных свойств (Y^{known}).

Аналитик находит в открытых источниках три, на первый взгляд, не связанных между собой свойства:

1. Публичное свойство y_1 (социальные сети):

— ведущий разработчик InnovateCorp Анна публикует в своей профессиональной сети пост: «Готовимся к большому дню в пятницу, 15 марта! Предстоит важная демонстрация для руководства. Держите за нас кулачки! #InnovateCorp #BigDay»;

— формально: $y_1 = \langle \text{post_content}, \text{«демонстрация 15 марта»} \rangle$. $\text{Level}(y_1) = \text{Unclassified}$.

2. Публичное свойство y_2 (публичный API бронирования):

— у InnovateCorp есть публичная система бронирования переговорных комнат для встреч с внешними клиентами. Аналитик замечает, что 15 марта с 14:00 до 18:00 все переговорные комнаты на 25-м этаже (этаж руководства) помечены как «закрыты на техническое обслуживание», что нетипично для рабочего дня;

— формально: $y_2 = \langle \text{room_status}, \text{«25-й этаж, 15 марта, 14:00–18:00 — недоступен»} \rangle$. $\text{Level}(y_2) = \text{Unclassified}$.

3. Публичное свойство y_3 (публичный репозиторий кода):

— младший разработчик случайно отправил в публичный репозиторий на GitHub фрагмент кода с комментарием: // Срочный фикс для демо 'Химера', убрать до 15.03. Комментарий был быстро удален, но остался в истории коммитов;

— формально: $y_3 = \langle \text{code_comment}, \text{«демо 'Химера' до 15.03»} \rangle$. $\text{Level}(y_3) = \text{Unclassified}$.

Шаг 2. Логический вывод (использование отношений R^{pub_conf}).

Теперь Аналитик использует свой инструмент (предикаты $\mathcal{P}$), чтобы построить отношения (ребра в графе знаний) между этими публичными свойствами.

1. Отношение r_1 (временная корреляция):

— аналитик связывает пост Анны (y_1) и комментарий в коде (y_3);

— $\text{P_temporal_correlation}(y_1, y_3)$ истинно, так как оба свойства указывают на одну и ту же дату (15 марта) и одно и то же событие («демонстрация»);

— вывод 1: «большая демонстрация» 15 марта — это демонстрация проекта «Химера».

2. Отношение r_2 (пространственно-временная корреляция):

— аналитик связывает свой вывод 1 с информацией о бронировании переговорных (y_2);

— $\text{P_spatial_correlation}$ («демо 'Химера' 15 марта», y_2) истинно. Логика: важное внутреннее ме-

роприятие для руководства (вывод 1) является наиболее вероятной причиной аномального закрытия целого этажа, где находится руководство (y_2), в то же самое время;

— вывод 2: демонстрация проекта «Химера» пройдет 15 марта на 25-м этаже главного офиса.

3. Отношение r_3 (уточнение времени):

— анализируя корпоративную культуру InnovateCorp, например по прошлым публичным анонсам, Аналитик знает, что крупные демонстрации обычно назначают на середину дня, около 15:00, чтобы успеть собрать всех руководителей;

— $\text{P_heuristic_inference}(y_2, \text{«15:00»})$ истинно. Блок времени с 14:00 до 18:00 с наибольшей вероятностью содержит встречу, начинающуюся в 15:00;

— вывод 3: наиболее вероятное время начала — 15:00.

Шаг 3. Синтез и получение конфиденциального свойства.

Аналитик объединяет выводы. Он не нашел файл `chimera_meeting.ics`, он вычислил его содержимое x_c^* :

(«демо 'Химера'») + («15 марта») + («на 25-м этаже») + («~15:00») $\Rightarrow x_c^* \approx \langle \text{meeting_details}, \text{«Проект 'Химера': совещание в 15:00, 15.03.2025, на 25-м этаже»} \rangle$,

x_c^* практически идентичен конфиденциальному свойству x_c^* .

Таким образом:

1) Аналитик ни разу не нарушил правило No_Read_Up BLP. Все его действия: чтение поста в соцсети, просмотр публичного API, анализ истории коммитов на GitHub — были операциями read над объектами с уровнем Unclassified, что полностью разрешено для субъекта с уровнем Unclassified;

2) несмотря на то, что система BLP идеально защитила сам объект (файл `chimera_meeting.ics`), она не смогла защитить информацию, которую этот объект содержал;

3) уязвимость возникла не внутри системы, а в семантических связях между легитимно опубликованными данными. Совокупность публичных свойств $\{y_1, y_2, y_3\}$ создала «скрытый канал вывода», по которому информация уровня Secret стала доступна субъекту уровня Unclassified через логические выводы с какой-то степенью уверенности.

Этот пример наглядно демонстрирует ключевую идею статьи: защита от современных OSINT-угроз требует не только контроля доступа к изолированным объектам данных, что делает BLP, но и управления отношениями между этими данными, т. е. аудита и минимизации цифрового следа организации, что и предлагается во фреймворке для Blue Team.

Даже усиленные реализации модели BLP, такие как в операционных системах Astra Linux [20] или Windows [21], неэффективны против OSINT-атак. Эти модели контролируют внутрисистемные информационные потоки, тогда как OSINT-нарушитель оперирует уже легитимно опубликованными данными извне периметра.

Таким образом, отношение $r: X^{pub} \rightarrow X^{conf}$ является уязвимостью типа «скрытый канал вывода». Защита от OSINT-атак — это управление этими скрытыми каналами: их разрыв, зашумление или мониторинг.

Обсуждение

В настоящей статье связь открытого и конфиденциального свойств рассматривается как бинарное отношение, которое в дальнейшем моделируется графом. Вообще говоря, это отношение может не быть бинарным. Тогда оно должно моделироваться гиперграфом. Требуется отдельного изучения вопрос, что лучше для практического использования: усложнить модель OSINT-нарушителя или представить гиперграф в виде двудольного.

Помимо теории графов, которая является естественным аппаратом для моделирования сетевой структуры OSINT-данных, для описания самого процесса OSINT-атаки может быть применен аппарат формальных грамматик. В создаваемой формальной грамматике терминалами могли бы выступать атрибуты свойств (`<Digital_ID>`, `<Physical_Location>`), терминалами — конкретные значения атрибутов (`'user@a-tree.ru'`, `'55.75, 37.61'`), а правилами вывода (`<Digital_ID> -> <Real_Name>`) — техники из множества M . Тогда «язык», порождаемый такой грамматикой, представляет собой множество всех возможных успешных сценариев атаки.

Такой подход позволяет формализовать не только статический цифровой след объекта, но и динамические тактики, техники и процедуры (Tactics, Techniques, and Procedures, TTPs), используемые OSINT-нарушителем. Например, можно построить грамматику, описывающую все валидные цепочки действий для подготовки к фишинговой атаке. Тогда задача аналитика сводится не просто к поиску пути в графе данных, а к поиску пути, который соответствует «синтаксису» успешной атаки, заданному грамматикой. При этом, учитывая сетевую природу OSINT-данных, теория графов остается основным инструментом моделирования, в то время

как формальные грамматики могут служить мощным дополнением для верификации и классификации путей атак, что является перспективным направлением для дальнейших исследований.

Практическая реализация поиска путей в графе G_{final} может быть осуществлена с помощью стандартных алгоритмов. Например, волновой алгоритм (поиск в ширину) позволит найти кратчайшую цепочку вывода от публичных данных к конфиденциальным, в то время как муравьиный алгоритм позволяет эвристически моделировать поиск, учитывающий не только длину пути, но и дополнительные факторы, такие как ресурсные затраты и потенциальную полезность промежуточных данных.

Заключение

В данной работе предложена новая, практически ориентированная модель OSINT-нарушителя. В отличие от существующих подходов, разработанный фреймворк формализует работу OSINT-нарушителя как функционирование абстрактной машины, оперирующей на графе знаний.

Ключевыми результатами работы являются:

1. Формализация процесса: предложена строгая модель, включающая множество свойств, техник (предикатов), состояние аналитика и четкие критерии прекращения OSINT-анализа; сформулировано и доказано необходимое и достаточное условие OSINT. Это позволяет деконструировать сложную деятельность OSINT-аналитика на последовательность формальных операций с последующей автоматизацией.

2. Связь с классической теорией информационной безопасности: продемонстрировано, что OSINT-атаки нарушают не букву, а принцип модели Белла — Лападулы (мандатной модели), эксплуатируя семантический «скрытый канал вывода».

3. Практическая апробация: теоретическая модель была успешно транслирована в два прикладных фреймворка: OSINT Kill Chain для атакующих и Blue Team Playbook для защитников, — что доказывает ее адекватность и практическую ценность.

Предложенный фреймворк закладывает теоретическую основу для дальнейших исследований в области противодействия угрозам, исходящим из открытых источников, и может служить базой для стандартизации процессов OSINT-анализа и обучения специалистов.

Литература

1. Xiong W., Legrand E., Åberg O., Lagerström R. Cyber security threat modeling based on the MITRE Enterprise ATT&CK Matrix. *Software and Systems Modeling*, 2022, vol. 21, no. 1, pp. 157–177. doi:10.1007/s10270-021-00912-3
2. Bratsas C., Anastasiadis E. K., Angelidis A. K., Ioannidis L., Kotsakis R., Ougiaroglou S. Knowledge graphs and semantic Web tools in cyber threat intelligence: A systematic literature review. *Journal of Cybersecurity and Privacy*, 2024, vol. 4, no. 3, pp. 518–545. doi:10.3390/jcp4030026
3. Browne T. O., Abedin M., Chowdhury M. J. M. A systematic review on research utilising artificial intelligence for open source intelligence (OSINT) applications. *International Journal of Information Security*, 2024, vol. 23, no. 4, pp. 2911–2938. doi:10.1007/s10207-024-00877-3
4. Rajamäki J. OSINT on the Dark Web: Child abuse material investigations. *Information & Security*, 2022, vol. 53, pp. 21–32. doi:10.11610/isij.5302
5. Sage E. C. Shining a light on AIS Blackouts with maritime OSINT. *Frontiers in Computer Science*, 2023, vol. 5. doi:10.3389/fcomp.2023.1185760
6. Granata D., Rak M. Systematic analysis of automated threat modelling techniques: Comparison of open-source tools. *Software Quality Journal*, 2024, vol. 32, no. 1, pp. 125–161. doi:10.1007/s11219-023-09653-6
7. Martins C., Medeiros I. Generating quality threat intelligence leveraging OSINT and a cyber threat unified taxonomy. *ACM Transactions on Privacy and Security*, 2022, vol. 25, no. 3, pp. 1–39. doi:10.1145/3505232
8. Gryzunov V., Gryzunova D. *Problems of Providing Access to a Geographic Information System Processing Data of Different Degrees of Secrecy*. Lecture Notes on Data Engineering and Communications Technologies, 2022, vol. 73, pp. 191–198. doi:10.1007/978-981-16-3961-6_17
9. Mukhopadhyay A., Luther K. OSINT clinic: Co-designing AI-augmented collaborative OSINT investigations for vulnerability assessment. *Proceedings of the 2025 CHI Conference on Human Factors in Computing Systems*, 2025, pp. 1–22. https://doi.org/10.1145/3706598.3713283
10. Романова Н. Н., Грызунов В. В. Исследование методом расширенного систематического обзора литературы E-SLR проблемы обеспечения безопасности персональных данных при использовании OSINT. *Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки*, 2024, т. 51, № 3, с. 130–144. doi:10.21822/2073-6185-2024-51-3-130-144, EDN: KUEPUU
11. Romanova N., Gryzunov V. OSINT model of privacy violator. *2025 International Russian Smart Industry Conference (SmartIndustryCon)*, Sochi, Russian Federation, 2025, pp. 929–933. doi:10.1109/SmartIndustryCon65166.2025.10985976
12. Riebe T., Bäuml J., Kaufhold M. A., Reuter C. Values and value conflicts in the context of OSINT technologies for cybersecurity incident response: A value sensitive design perspective. *Computer Supported Cooperative Work (CSCW)*, 2024, vol. 33, no. 2, pp. 205–251. doi:10.1007/s10606-024-09498-w
13. Грызунов В. В. Формирование условия гарантированного достижения цели деятельности информационной системой на базе операторного уравнения. *Информатизация и связь*, 2022, № 4, с. 67–74. doi:10.34219/2078-8320-2022-13-4-67-74, EDN: NGLZEW
14. Battaglioni M., Mas-Machuca C., Solé-Gimeno A., Sanchez-Rola I. Magic: A method for assessing cyber incidents occurrence. *IEEE Access*, 2022, vol. 10, pp. 73458–73473. doi:10.1109/ACCESS.2022.3188589
15. Badhwar R. *Simplified Approach to Calculate the Probability of a Cyber Event*. The CISO's Next Frontier: AI, Post-Quantum Cryptography and Advanced Security Paradigms. Cham, Springer International Publishing, 2021, pp. 353–359. doi:10.1007/978-3-030-81534-7_17
16. Cai W., Yao H. Research on information security risk assessment method based on fuzzy rule set. *Wireless Communications and Mobile Computing*, 2021, vol. 2021, Article ID 9663520. doi:10.1155/2021/9663520
17. Ekstedt M., Afzal Z., Mukherjee P., Hacks S., Lagerström R. Yet another cybersecurity risk assessment framework. *International Journal of Information Security*, 2023, vol. 22, no. 6, pp. 1713–1729. doi:10.1007/s10207-023-00713-y
18. Yamin M. M., Ullah M., Ullah H., Katt B., Hijji M., Muhammad K. Mapping tools for open source intelligence with cyber kill chain for adversarial aware security. *Mathematics*, 2022, vol. 10, no. 12, p. 2054. doi:10.3390/math10122054
19. Гайдамакин Н. А. Модели и метрики осведомленности в конфиденциальной информации. Ч. 1. Потенциальная осведомленность. *Прикладная дискретная математика*, 2023, № 61, с. 86–103. doi:10.17223/20710410/61/5, EDN: ZNDISS
20. Девянин П. Н. Результаты переработки уровней ролевого управления доступом и мандатного контроля целостности формальной модели управления доступом ОС Astra Linux. *Труды Института системного программирования РАН*, 2023, т. 35, № 5, с. 7–22. doi:10.15514/ISPRAS-2023-35(5)-1, EDN: OVDQUI
21. Козачок В. И., Козачок А. В., Кочетков Е. В. Многоуровневая модель политики безопасности управления доступом операционных систем семейства Windows. *Вопросы кибербезопасности*, 2021, № 1(41), с. 41–56. doi:10.21681/2311-3456-2021-1-41-56

UDC 004.056+004.62+004.94

doi:10.31799/1684-8853-2025-5-22-34

EDN: AYCIBD

A formal framework for the OSINT attacker and defender

V. V. Gryzunov^a, Dr. Sc., Tech., Associate Professor, orcid.org/0000-0003-4866-217X, viv1313r@mail.ru

^aSaint Petersburg University of State Fire Service of Emercom of Russia, 149, Moskovsky Pr., 197198, Saint-Petersburg, Russian Federation

Introduction: The proliferation of OSINT in cybersecurity revealed a gap between practical tools and their theoretical conceptualization. Existing approaches lack a comprehensive model of the OSINT analysis process, which hinders formal automation, verification, and threat analysis. **Purpose:** To develop a formal model of an OSINT attacker, conceptualized as an abstract machine that describes the intelligence process through graph-based knowledge representation, inference logic, and resource constraints. **Results:** We propose a model of an OSINT attacker as an abstract machine that operates on an iteratively expanding knowledge graph. The OSINT task is formalized as a pathfinding problem from public properties to confidential ones. We formulate the necessary and sufficient condition for disclosing a confidential property and define the concept of triangulation through the search for independent (non-intersecting) paths within the graph. The analysis shows that OSINT attacks exploit an “inference covert channel”, thereby violating the principles of classical security models, such as the Bell – LaPadula mandatory access control model. In addition, we introduce a formal stopping function that integrates practical criteria for analysis termination: goal achievement, resource depletion, diminishing returns, and detection risk. The study formalizes the concept of “independent sources”. **Practical relevance:** We translate the theoretical model into two applied frameworks. First, the OSINT Kill Chain provides a step-by-step methodology for attackers (Red Team). Second, the Blue Team Playbook offers a mirror framework for defenders, describing how to audit a digital footprint and minimize risks. **Discussion:** For future research, the study proposes using the framework of formal grammars to model not only static relationships but also the dynamic tactics, techniques, and procedures of an attacker.

Keywords — OSINT, open-source intelligence, inference channel, attacker model, knowledge graph, framework, cyber threat intelligence, information security, Red Team, Blue Team, inference attack, mandatory access control model.

For citation: Gryzunov V. V. A formal framework for the OSINT attacker and defender. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2025, no. 5, pp. 22–34 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2025-5-22-34, EDN: AYCIBD

References

- Xiong W., Legrand E., Åberg O., Lagerström R. Cyber security threat modeling based on the MITRE Enterprise ATT & CK Matrix. *Software and Systems Modeling*, 2022, vol. 21, no. 1, pp. 157–177. doi:10.1007/s10270-021-00912-3
- Bratsas C., Anastasiadis E. K., Angelidis A. K., Ioannidis L., Kotsakis R., Ougiaroglou S. Knowledge graphs and semantic Web tools in cyber threat intelligence: A systematic literature review. *Journal of Cybersecurity and Privacy*, 2024, vol. 4, no. 3, pp. 518–545. doi:10.3390/jcp4030026
- Browne T. O., Abedin M., Chowdhury M. J. M. A systematic review on research utilising artificial intelligence for open source intelligence (OSINT) applications. *International Journal of Information Security*, 2024, vol. 23, no. 4, pp. 2911–2938. doi:10.1007/s10207-024-00877-3
- Rajamäki J. OSINT on the Dark Web: Child abuse material investigations. *Information & Security*, 2022, vol. 53, pp. 21–32. doi:10.11610/isij.5302
- Sage E. C. Shining a light on AIS Blackouts with maritime OSINT. *Frontiers in Computer Science*, 2023, vol. 5. doi:10.3389/fcomp.2023.1185760
- Granata D., Rak M. Systematic analysis of automated threat modelling techniques: Comparison of open-source tools. *Software Quality Journal*, 2024, vol. 32, no. 1, pp. 125–161. doi:10.1007/s11219-023-09653-6
- Martins C., Medeiros I. Generating quality threat intelligence leveraging OSINT and a cyber threat unified taxonomy. *ACM Transactions on Privacy and Security*, 2022, vol. 25, no. 3, pp. 1–39. doi:10.1145/3505232
- Gryzunov V., Gryzunova D. *Problems of Providing Access to a Geographic Information System Processing Data of Different Degrees of Secrecy*. In: *Lecture Notes on Data Engineering and Communications Technologies*, 2022, vol. 73, pp. 191–198. doi:10.1007/978-981-16-3961-6_17
- Mukhopadhyay A., Luther K. OSINT clinic: Co-designing AI-augmented collaborative OSINT investigations for vulnerability assessment. *Proceedings of the 2025 CHI Conference on Human Factors in Computing Systems*, 2025, pp. 1–22. https://doi.org/10.1145/3706598.3713283
- Romanova N. N., Gryzunov V. V. Research by the method of an extended systematical literature review E-SLR the problem of ensuring the security of personal data when using OSINT. *Herald of Dagestan State Technical University. Technical Sciences*, 2024, vol. 51, no. 3, pp. 130–144 (In Russian). doi:10.21822/2073-6185-2024-51-3-130-144, EDN: KUEPUU
- Romanova N., Gryzunov V. OSINT model of privacy violator. *2025 International Russian Smart Industry Conference (SmartIndustryCon)*, Sochi, Russian Federation, 2025, pp. 929–933. doi:10.1109/SmartIndustryCon65166.2025.10985976
- Riebe T., Bäuml J., Kaufhold M. A., Reuter C. Values and value conflicts in the context of OSINT technologies for cyber-security incident response: A value sensitive design perspective. *Computer Supported Cooperative Work (CSCW)*, 2024, vol. 33, no. 2, pp. 205–251. doi:10.1007/s10606-024-09498-w
- Gryzunov V. V. Formation of a condition for guaranteed achievement of the activity goal of an information system based on an operator. *Informatsiatsiya i svyaz*, 2022, no. 4, pp. 67–74 (In Russian). doi:10.34219/2078-8320-2022-13-4-67-74, EDN: NGLZEW
- Battaglioni M., Mas-Machuca C., Solé-Gimeno A., Sanchez-Rola I. Magic: A method for assessing cyber incidents occurrence. *IEEE Access*, 2022, vol. 10, pp. 73458–73473. doi:10.1109/ACCESS.2022.3188589
- Badhwar R. *Simplified Approach to Calculate the Probability of a Cyber Event*. In: *The CISO's Next Frontier: AI, Post-Quantum Cryptography and Advanced Security Paradigms*. Cham, Springer International Publishing, 2021, pp. 353–359. doi:10.1007/978-3-030-81534-7_17
- Cai W., Yao H. Research on information security risk assessment method based on fuzzy rule set. *Wireless Communications and Mobile Computing*, 2021, vol. 2021, Article ID 9663520. doi:10.1155/2021/9663520
- Ekstedt M., Afzal Z., Mukherjee P., Hacks S., Lagerström R. Yet another cybersecurity risk assessment framework. *International Journal of Information Security*, 2023, vol. 22, no. 6, pp. 1713–1729. doi:10.1007/s10207-023-00713-y
- Yamin M. M., Ullah M., Ullah H., Katt B., Hijji M., Muhammad K. Mapping tools for open source intelligence with cyber kill chain for adversarial aware security. *Mathematics*, 2022, vol. 10, no. 12, p. 2054. doi:10.3390/math10122054
- Gaidamakin N. A. The model and metrics of awareness in confidentiality. Part 1. Potential awareness. *Applied Discrete Mathematics*, 2023, no. 61, pp. 86–103 (In Russian). doi:10.17223/20710410/61/5, EDN: ZNDISS
- Devyanin P. N. The results of reworking the levels of role-based access control and mandatory integrity control of the formal model of access control in Astra Linux. *Proceedings of the Institute for System Programming of the RAS*, 2023, vol. 35, no. 5, pp. 7–22 (In Russian). doi:10.15514/IS-PRAS-2023-35(5)-1, EDN: OVDQUI
- Kozachok V. I., Kozachok A. V., Kochetkov E. V. Multi-level policy model access control security operating systems of the Windows family. *Cybersecurity Issues*, 2021, no. 1(41), pp. 41–56 (In Russian). doi:10.21681/2311-3456-2021-1-41-56



Анализ помехоустойчивости двухступенчатого канального кодирования при некогерентной передаче в многолучевом канале с замираниями и доплеровским рассеянием

Ф. А. Таубин^а, доктор техн. наук, профессор, orcid.org/0000-0002-8781-9531

А. Н. Трофимов^а, канд. техн. наук, доцент, orcid.org/0000-0003-1233-5222, andrei.trofimov@guap.ru

^аСанкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Б. Морская ул., 67, Санкт-Петербург, 190000, РФ

Введение: в высокомобильных системах связи некогерентные схемы передачи со сравнительно простым канальным кодированием рассматриваются в качестве перспективной альтернативы традиционным когерентным методам передачи, при которых на получение точной оценки параметров канала (например, посредством периодической передачи пилот-сигналов) тратится непропорционально большая доля ресурсов. Отсутствие в приемнике высокомобильной системы связи оценок текущих параметров канала сопровождается как появлением определенных ограничений на совместный выбор эффективных методов канального кодирования и модуляции, так и необходимостью разработки процедур достаточно точного анализа помехоустойчивости. **Цель:** анализ помехоустойчивости двухступенчатой кодированной передачи в многолучевом канале с доплеровским рассеянием с использованием амплитудно-фазовой модуляции и некогерентным приемом на внутренней ступени декодирования. **Результаты:** для канала с многолучевым распространением и доплеровским рассеянием представлен сценарий некогерентной передачи на основе двухступенчатого канального кодирования с перемежением между ступенями и внутренним кодом, ориентированным на использование с амплитудно-фазовой модуляцией. Приведено описание общей схемы декодирования двухступенчатой конструкции для общей модели канала с произвольным профилем многолучевости и доплеровским рассеянием, включая указание в явном виде возможности существенного снижения сложности декодирования на внутренней ступени в случаях медленных и быстрых замираний в канале. Выполнен анализ помехоустойчивости двухступенчатого канального кодирования на основе разработанного применительно к рассмотренному сценарию метода точного вычисления аддитивной границы вероятности ошибочного декодирования, базирующегося на получении точного выражения для попарной вероятности. **Практическая значимость:** комбинирование двухступенчатой схемы канального кодирования с амплитудно-фазовой модуляцией обеспечивает возможность существенно расширить совокупность рациональных вариантов организации передачи для рассматриваемого сценария передачи, позволяя обеспечить приемлемый уровень помехоустойчивости в широком диапазоне изменения как величины доплеровского рассеяния в канале, так и профиля многолучевости. Заметное повышение точности оценивания вероятности ошибочного декодирования, достигаемое при использовании предложенного метода точного вычисления попарной вероятности ошибки, позволяет повысить эффективность процедур, связанных с выбором конкретных схем кодирования в многолучевом канале с доплеровским рассеянием.

Ключевые слова — беспроводной канал, релейские замирания, многолучевое распространение, доплеровское рассеяние, двухступенчатое кодирование, некогерентный прием, аддитивная граница вероятности ошибки, граница Чернова, точное вычисление попарных вероятностей ошибки, характеристическая функция логарифма отношения правдоподобия.

Для цитирования: Таубин Ф. А., Трофимов А. Н. Анализ помехоустойчивости двухступенчатого канального кодирования при некогерентной передаче в многолучевом канале с замираниями и доплеровским рассеянием. *Информационно-управляющие системы*, 2025, № 5, с. 35–49. doi:10.31799/1684-8853-2025-5-35-49, EDN: CXVICZ

For citation: Taubin F. A., Trofimov A. N. Performance analysis of two-stage channel coding with noncoherent transmission over multipath fading channel with Doppler scattering. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2025, no. 5, pp. 35–49 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2025-5-35-49, EDN: CXVICZ

Введение

Беспроводная связь в условиях высокой мобильности пользователей привлекает в настоящее время значительное внимание в связи с масштабным развертыванием сетей пятого поколения (5G) и высокоскоростных транспортных систем [1–8]. Типичная скорость перемещения пользователей в высокомобильных системах может составлять от нескольких сотен километров в час до 1200 км/ч. Высокая мобильность пользователей сопровождается существенным возрастанием доплеровского рассеяния, величина

которого в каналах перспективного терагерцевого диапазона может достигать нескольких килогерц [1, 9], тогда как, например, в типичных беспроводных системах четвертого поколения (4G) величина доплеровского рассеяния не превосходит нескольких десятков герц. Это приводит к резкому уменьшению величины интервала когерентности в канале, поэтому при использовании когерентной схемы передачи в высокомобильных системах для получения точной оценки параметров канала (например, посредством периодической передачи пилот-сигналов) требуется затрачивать существенно большую

долю временного и энергетического ресурсов. Кроме того, когерентная схема передачи в ряде ситуаций (например, при передаче в терагерцевом диапазоне и (или) при высокой кратности модуляции) оказывается настолько чувствительной к фазовому шуму и искажениям, связанным с выделением синфазной и квадратурной компонент сигнала (I/Q imbalance) [10–14], что возникает эффект несократимой ошибки (error floor). В результате введение периодического оценивания параметров канала в целях обеспечения когерентного приема оказывается сопряжено с существенным увеличением энергопотребления и сложности реализации приемника, включая интерфейс между блоками, осуществляющими обработку в основной полосе (baseband processing units, BBUs), и удаленным радиомодулем (remote radio head, RRH) [15–17]. Фактически, в ряде ситуаций вычислительная сложность получения надежных текущих оценок параметров канала оказывается настолько высокой, что реализация когерентной схемы передачи становится невыполнимой. В таких случаях более перспективным представляется альтернативный подход с использованием некогерентных схем передачи [18–22], в которых приемник не располагает информацией о текущих оценках параметров канала. Этот подход включает, в частности, процедуры со слепым/полуслепым вынесением решений. Один из вариантов некогерентной передачи с использованием фазовой модуляции и полуслепым декодированием рассматривался в работе [23].

В данной работе представлено обобщение схемы передачи в [23]: рассматривается сценарий двухступенчатой кодированной передачи в многолучевом канале с произвольным профилем многолучевости и доплеровским рассеянием с использованием амплитудно-фазовой модуляции и некогерентным приемом на внутренней ступени декодирования. Существенное расширение рациональных вариантов кодирования при переходе от передачи с фазовой модуляцией к передаче с амплитудно-фазовой модуляцией позволяет обеспечить приемлемый уровень помехоустойчивости в широком диапазоне изменения величины доплеровского рассеяния в канале. Для анализа помехоустойчивости в работе представлен метод точного вычисления аддитивной границы вероятности ошибочного декодирования для рассматриваемого сценария передачи в многолучевом канале с доплеровским рассеянием, базирующийся на получении точного выражения для попарной вероятности ошибки. Представленный метод является обобщением предложенной в работе [24] техники точного вычисления аддитивной границы вероятности ошибочного декодирования для каналов

без памяти на сценарий некогерентной передачи в многолучевом канале с доплеровским рассеянием.

Модель передачи

Пусть двоичная информационная последовательность кодируется с использованием двухступенчатого кода G , состоящего из двух кодов: внешнего двоичного $(n_{\text{out}}, k_{\text{out}})$ -кода C и внутреннего кода V длиной n_{in} над алфавитом $\mathcal{V} \subseteq \mathcal{A} \times \mathcal{B}$, где $\mathcal{A} = \{A_0, A_1, \dots, A_{p-1}\}$ – алфавит, используемый для представления амплитуд, $A_l \geq 0, l = 0, 1, \dots, p-1$; $\mathcal{B} = \{B_0, B_1, \dots, B_{q-1}\}$ – алфавит, используемый для представления фаз, $0 \leq B_l < q, l = 0, 1, \dots, q-1$. В частном случае код V может быть представлен как $V = V_a \times V_b$, где V_a и V_b – коды над алфавитами $\mathcal{A} = \{0, \Delta, \dots, (p-1)\Delta\}$, $\Delta > 0$, и $\mathcal{B} = \{0, 1, \dots, q-1\}$, имеющие одинаковую длину n_{in} . В этом частном случае код $V_a = \{a_l | 1 \leq l \leq 2^{k_1}\}$, $a_l = (a_{l1}, \dots, a_{ln_{\text{in}}})$, $a_{lt} \in \{0, \Delta, \dots, (p-1)\Delta\}$, с параметром Δ , выбираемым из условия $E[a_l a_l'] / n_{\text{in}} = 1$, где $E[\cdot]$ – оператор усреднения по некоторому, в данном случае равномерному, распределению, символ «'» означает транспонирование; код $V_b = \{b_l | 1 \leq l \leq 2^{k_2}\}$, $b_l = (b_{l1}, \dots, b_{ln_{\text{in}}})$, $b_{ls} \in \{0, 1, \dots, q-1\}$, $s = 1, 2, \dots, n_{\text{in}}$. Тогда внутренний код $V = V_a \times V_b$ определяется как $V = \{v_l = (a_l, b_l) | 1 \leq l \leq 2^{k_{\text{in}}}, 1 \leq l_1 \leq 2^{k_1}, 1 \leq l_2 \leq 2^{k_2}\}$, $k_{\text{in}} = k_1 + k_2$. Входные блоки, состоящие из $k_{\text{out}} k_{\text{in}}$ двоичных символов, разбиваются на k_{in} подблоков, состоящих из k_{out} символов. Каждый подблок кодируется внешним двоичным $(n_{\text{out}}, k_{\text{out}})$ -кодом C со скоростью $R_{\text{out}} = k_{\text{out}}/n_{\text{out}}$. Полученные k_{in} кодовых слов располагаются как строки прямоугольной матрицы размера $k_{\text{in}} \times n_{\text{out}}$. Первые k_1 двоичных символов каждого столбца полученной матрицы кодируются кодом V_a внутреннего кода V со скоростью $R_{\text{in},1} = k_1/n_{\text{in}}$ [бит/символ]; оставшиеся k_2 двоичных символов каждого столбца кодируются кодом V_b внутреннего кода V со скоростью $R_{\text{in},2} = k_2/n_{\text{in}}$ [бит/символ]. Таким образом, результирующая скорость внутренней ступени кодирования $R_{\text{in}} = k_{\text{in}}/n_{\text{in}}$ [бит/символ]. Кодовое слово $\mathbf{g}$ двухступенчатого кода G представляет собой прямоугольную $n_{\text{in}} \times n_{\text{out}}$ матрицу, состоящую из n_{out} столбцов: $\mathbf{g} = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_{n_{\text{out}}})$, $\mathbf{v}_m \in V$, $\mathbf{v}_m = (v_{m1}, \dots, v_{mn_{\text{in}}})'$, $v_{ml} = (a_{ml}, b_{ml})$, $a_{ml} \in \{0, \Delta, \dots, (p-1)\Delta\}$, $b_{ml} \in \{0, 1, \dots, q-1\}$. Скорость двухступенчатого кода G составляет $R = R_{\text{in}} R_{\text{out}} = k_{\text{out}} k_{\text{in}} / n_{\text{out}} n_{\text{in}}$ [бит/символ]. Будем полагать, что последовательность подблоков $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_{n_{\text{out}}}$ передаваемого блока, соответствующего кодовому слову $\mathbf{g}$ кода G , в передаваемой последовательности блоков подвергает-

ся перемежению (с использованием матрично-го перемежителя) перед передачей по каналу. Перемежение предназначено для исключения пакетирования ошибок на входе декодера внешнего кода C . Глубина перемежения определяется статистическими характеристиками канала и выбирается таким образом, чтобы ошибки в расширенном канале (включающем внутренний кодер/декодер, модулятор/демодулятор и собственно физический канал с замираниями) можно рассматривать как практически независимые.

Символы подблока $\mathbf{v} = (v_1, \dots, v_{n_{in}})$ передаются с использованием модуляции с дискретным изменением амплитуды и фазы — амплитудно-фазовой модуляции. Сигнал $s(t, v_i)$, соответствующий символу $v_i = (a_i, b_i)$, $i = 1, 2, \dots, n_{in}$, передается на интервале $[(i-1)T, iT)$, T — длительность тактового интервала, и имеет вид

$$s(t, v_i) = a_i \sqrt{2RE_b / T} \cos(2\pi f_0 t - 2\pi b_i / q), \quad t \in [(i-1)T, iT), \quad (1)$$

где E_b — энергия, затрачиваемая на передачу одного бита; f_0 — центральная частота, $f_0 T$ — целое и $f_0 \gg 1/T$. Из (1) следует, что каждому значению символа $v_i = (a_i, b_i)$ кодового слова внутреннего кода V соответствует точка двумерного сигнального созвездия $S = \{s_1, \dots, s_{|V|}\}$. Применительно к передаче с использованием амплитудно-фазовой модуляции код V_a можно интерпретировать как «амплитудный» код, а код V_b — как «фазовый» код. Выделим два частных случая: 1) «амплитудный» код V_a — вырожденный и состоит из одного слова $\mathbf{a} = (1, \dots, 1)$, в этом случае $k_1 = 0$, $|V| = q$ и используемая модуляция является фазовой; 2) «фазовый» код V_b — вырожденный и состоит из одного слова $\mathbf{b} = (0, \dots, 0)$, в этом случае $k_2 = 0$, $|V| = p$ и используемая модуляция является амплитудной.

Последовательность сигналов $\{s(t, v_i)\}$ передается по многолучевому каналу с релейскими замираниями. Каждый луч характеризуется значением задержки $t_l \geq 0$, $l = 0, 1, \dots, L-1$, L — число лучей. Среди лучей один — с индексом $l = 0$ — полагается основным, и для него $t_0 = 0$; луч с индексом $l = L-1$ имеет максимальную задержку, так что t_{L-1} совпадает с временем рассеяния в канале T_m . Принятый сигнал имеет вид

$$r(t) = \sqrt{2RE_b / T} \sum_{l=0}^{L-1} |\mu_{il}| a_{i(l)} \times \cos(2\pi f_0(t - t_l) - 2\pi b_{i(l)} / q + \theta_{il}) + n(t), \quad t \in [(i-1)T, iT), \quad (2)$$

где μ_{il} — комплексный гауссов коэффициент передачи l -го луча, $E[\mu_{il}] = 0$, $E[|\mu_{il}|^2] = \alpha_i$; θ_{il} — равномерно распределенный на $[0, 2\pi]$ случайный

фазовый сдвиг в l -м луче; $i(l) = \lfloor t_l/T \rfloor$ — целочисленное значение задержки сигнала в l -м луче; $n(t)$ — аддитивный белый гауссов шум со спектральной плотностью мощности $N_0/2$. Будем полагать, что последовательность векторов $\{\mu_i\}$, $\mu_i = (\mu_{i0}, \dots, \mu_{iL-1})'$ представляет собой L -мерный стационарный авторегрессионный случайный процесс с независимыми компонентами:

$$\mu_i = \rho \mu_{i-1} + \sqrt{1 - \rho^2} \chi_i \text{diag}(\alpha_0^{1/2}, \dots, \alpha_{L-1}^{1/2}),$$

где $\{\chi_i\}$ — L -мерный комплексный гауссов случайный процесс с нулевым средним и $E[\chi_i \chi_j^*] = \delta_{ij} \mathbf{I}_L$, $\forall i, j$, символ «*» означает эрмитово сопряжение, символ $\mathbf{I}_L$ означает единичную матрицу размера $L \times L$; параметр $\rho \in [0, 1]$ определяется максимальным доплеровским рассеянием в канале f_d ; в частности, при аппроксимации модели Джейкса, являющейся одной из наиболее распространенных моделей каналов с время-селективными замираниями — авторегрессионной моделью первого порядка, параметр $\rho = J_0(2\pi f_d T)$, где $J_0(\cdot)$ — функция Бесселя первого рода нулевого порядка (см., например, [25]). Без потери общности можно положить, что $\sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l = 1$. Подробный анализ рассматриваемой модели канала приведен в работах [23, 26]. Отметим лишь, что для рассматриваемой модели канала пакетирование ошибок на входе декодера внешнего кода C практически исключается при глубине перемежения порядка $1/\ln(\rho)$.

В приемнике некогерентный демодулятор на i -м такте формирует отсчет r_i , который в широком смысле может интерпретироваться как мягкое решение [для этого выполняется умножение принятого сигнала (2) на две местные $\sin$ и $\cos$ несущие и интегрирование на интервале $[(i-1)T, iT]$]. Можно показать, что отсчет r_i имеет следующий вид [26]:

$$r_i = \sqrt{R\gamma_b} \sum_{k=0}^{K-1} h_{ik} u(v_{i-k}) + n_i, \quad (3)$$

где $\gamma_b = E_b/N_0$ — среднее отношение сигнал/шум, приходящееся на передачу одного бита; $K = \lceil T_m/T \rceil + 1$; здесь и далее используется обозначение $u(v) = ae^{j2\pi b/q}$, если $v = (a, b)$;

$$h_{ik} = \begin{cases} \sum_{s \in A_0} (1 - \varepsilon_s) \mu_{is}, & k = 0, \\ \sum_{s \in A_{k-1}} \varepsilon_s \mu_{is} + \sum_{s \in A_k} (1 - \varepsilon_s) \mu_{is}, & k = 1, 2, \dots, K-1, \end{cases} \quad (4)$$

$A_0, \dots, A_{K-1}$ — непересекающиеся подмножества множества индексов $\{0, 1, \dots, L-1\}$ такие, что $A_k = \{l : i(l) = k\}$, ε_l — дробная часть отношения

t_l/T ; n_i — комплексная гауссова случайная величина, $E[n_i] = 0$, $E[n_i n_i^*] = 1$, $i = 1, 2, \dots, n_{in}$. Как показано в [26], соотношение (4), связывающее величины h_{ik} , $k = 0, 1, \dots, K-1$, и μ_{il} , $l = 0, 1, \dots, L-1$, может быть представлено в матричном виде как $\mathbf{h}_i = \mathbf{Q}\boldsymbol{\mu}_i$, где $\mathbf{h}_i = (h_{i0}, \dots, h_{iK-1})'$; $\mathbf{Q} = [q_{kl}]$ — матрица $K \times L$, $k = 1, 2, \dots, K$, $l = 1, 2, \dots, L$, такая, что элементы q_{kl} и $q_{k+1,l}$ в l -м столбце матрицы, удовлетворяющем условию $(l-1) \in A_{k-1}$, равны $1 - \varepsilon_{l-1}$ и ε_{l-1} соответственно, тогда как остальные элементы столбца равны 0.

В дальнейшем рассмотрении значения величин ρ и γ_b предполагаются известными на приемной стороне.

Декодирование

Двухступенчатый код G декодируется в два этапа. На первом этапе по максимуму правдоподобия (МП) декодируются принятые слова внутреннего кода V с использованием мягких решений. На втором этапе декодируются принятые слова внешнего двоичного кода C с использованием алгебраического декодера; будем полагать, что алгебраический декодер кода C позволяет исправить ошибки кратностью до половины минимального расстояния. В рассматриваемом сценарии передачи, как указано выше, в приемнике отсутствует информация о текущих значениях случайных параметров канала. Поэтому некогерентный МП-декодер внутреннего кода по принятому вектору $\mathbf{r} = (r_1, \dots, r_{n_{in}})'$ выносит решение $\hat{\mathbf{v}}$, определяемое как $\hat{\mathbf{v}} = \arg \max_{\mathbf{v} \in V} p_{\mathbf{r}|\mathbf{v}}(\mathbf{r}|\mathbf{v})$, где условная плотность $p_{\mathbf{r}|\mathbf{v}}(\mathbf{r}|\mathbf{v})$ имеет вид [23]

$$p_{\mathbf{r}|\mathbf{v}}(\mathbf{r}|\mathbf{v}) = \frac{1}{\pi^{n_{in}} \det \mathbf{K}_{\mathbf{v}}} \exp(-\mathbf{r}^* \mathbf{K}_{\mathbf{v}}^{-1} \mathbf{r}) = \frac{1}{\pi^{n_{in}} \det \mathbf{K}_{\mathbf{v}}} \exp(-\text{tr}(\mathbf{K}_{\mathbf{v}}^{-1} \mathbf{r} \mathbf{r}^*)).$$

Здесь $\mathbf{K}_{\mathbf{v}}$ — $n_{in} \times n_{in}$ корреляционная матрица вектора $\mathbf{r}$, соответствующая кодовому слову $\mathbf{v}$, т. е. $\mathbf{K}_{\mathbf{v}} = E[\mathbf{r} \mathbf{r}^* | \mathbf{v}]$; $\text{tr}(\cdot)$ означает след матрицы. Таким образом, МП-декодер внутреннего кода V должен минимизировать метрику $m(\cdot)$ вида

$$m(\mathbf{v}) = \text{tr}(\mathbf{K}_{\mathbf{v}}^{-1} \mathbf{r} \mathbf{r}^*) + \ln \det \mathbf{K}_{\mathbf{v}}. \quad (5)$$

Будем полагать, что при передаче по каналу с числом слагаемых $K > 1$ в модели (3) используемый внутренний код V построен так, что $K-1$ последних символов каждого слова представляют собой фиксированный постфикс $\mathbf{z} = (z_1, \dots, z_{K-1})$ с фиксированными компонентами $z_1 = (x_1, y_1), \dots, z_{K-1} = (x_{K-1}, y_{K-1})$, т. е. $v_{n_{in}-K+2} = z_1, \dots, v_{n_{in}} = z_{K-1}$. Этим достигается

устранение наложения откликов канала при последовательной передаче слов внутреннего кода, возникающего из-за многолучевого распространения. Тогда элементы k_{lm} , $l, m = 1, \dots, n_{in}$, матрицы $\mathbf{K}_{\mathbf{v}}$ имеют следующий вид:

$$k_{lm} = E[r_l r_m^*] = R \gamma_b \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{K-1} E[h_{lk} h_{mn}^*] \times \times a_{l-k} a_{m-n} \exp(j2\pi(b_{l-k} - b_{m-n})/q) + \delta_{lm}, \quad (6)$$

где δ_{lm} — дельта Кронекера; значения a_s, b_s , представляющие собой элементы символа $v_s = (a_s, b_s)$, при $-(K-2) \leq s \leq 0$ (с учетом указанного ограничения на код V) назначаются, исходя из условия $v_{-K+2} = z_1, \dots, v_0 = z_{K-1}$. Отметим, что величина $E[h_{lk} h_{mn}^*]$ есть (k, n) -й элемент вещественной матрицы $K \times K$ $\rho^{|l-m|} \mathbf{Q} \text{diag}(\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{L-1}) \mathbf{Q}'$, где $\mathbf{Q} = [q_{kl}]$ — матрица $K \times L$, $k = 1, 2, \dots, K$, $l = 1, 2, \dots, L$, такая, что элементы q_{kl} и $q_{k+1,l}$ в l -м столбце матрицы, удовлетворяющем условию $(l-1) \in A_{k-1}$, равны $1 - \varepsilon_{l-1}$ и ε_{l-1} соответственно, тогда как остальные элементы столбца равны 0 [26].

В частном случае при передаче по однолучевому каналу выражение (6) существенно упрощается:

$$k_{lm} = R \gamma_b \rho^{|l-m|} a_l a_m \exp(j2\pi(b_l - b_m)/q) + \delta_{lm}.$$

Далее, если замирания в однолучевом канале являются общими замираниями на длине передаваемого подблока, т. е. $\rho \approx 1$, то $k_{lm} = R \gamma_b a_l a_m \exp(j2\pi(b_l - b_m)/q) + \delta_{lm}$ и

$$\mathbf{K}_{\mathbf{v}} = R \gamma_b \mathbf{u}(\mathbf{v}) \mathbf{u}(\mathbf{v})^* + \mathbf{I}_{n_{in}}, \quad (7)$$

где $\mathbf{u}(\mathbf{v}) = (u(v_1), \dots, u(v_{n_{in}}))'$.

В последующем изложении используются два матричных тождества. Пусть $\mathbf{C} = \mathbf{I}_n + \mathbf{A} \mathbf{B}^*$, где $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{n \times m}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{n \times m}$ — некоторые матрицы, тогда $\mathbf{C}^{-1} = \mathbf{I}_n - \mathbf{A}(\mathbf{I}_m + \mathbf{B}^* \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}^*$,

$$\det \mathbf{C} = \det(\mathbf{I}_n + \mathbf{A} \mathbf{B}^*) = \det(\mathbf{I}_m + \mathbf{B}^* \mathbf{A}). \quad (8)$$

Первое из этих выражений представляет собой частный случай тождества Вудбери (Woodbury matrix identity) [27], а второе — частный случай выражения для определителя секционированной матрицы [27]. Применяя эти тождества к (5) и (7), нетрудно показать, что метрику $m(\mathbf{v})$ можно представить в виде

$$m(\mathbf{v}) = \text{tr} \left(\left(\mathbf{I}_{n_{in}} - \left(1/R \gamma_b + \sum_{l=1}^{n_{in}} a_l^2 \right)^{-1} \mathbf{u}(\mathbf{v}) \mathbf{u}(\mathbf{v})^* \right) \mathbf{r} \mathbf{r}^* \right) +$$

$$+\ln\left(1+R\gamma_b\sum_{l=1}^{n_{in}}a_l^2\right). \quad (9)$$

Из (9) следует, что в этом частном случае ($K = 1, \rho \approx 1$)

$$\hat{\mathbf{v}} = \arg \max_{\mathbf{v} \in V} \frac{|\mathbf{u}(\mathbf{v})^* \mathbf{r}|^2}{1/R\gamma_b + \|\mathbf{u}(\mathbf{v})\|^2} - \ln\left(1+R\gamma_b\|\mathbf{u}(\mathbf{v})\|^2\right), \quad (10)$$

где символ $\|\cdot\|$ означает евклидову норму. Если дополнительно все слова кода V удовлетворяют условию $\|\mathbf{u}(\mathbf{v})\| = 1$, то

$$\hat{\mathbf{v}} = \arg \max_{\mathbf{v} \in V} |\mathbf{u}(\mathbf{v})^* \mathbf{r}|. \quad (11)$$

Отметим, что при передаче по каналам с доминирующим по интенсивности первым лучом и сильной корреляцией (коэффициент ρ близок к 1) правила (10) и (11) могут рассматриваться как близкая по помехоустойчивости альтернатива МП-декодированию.

В другом крайнем случае, когда замирания в однолучевом канале являются независимыми на длине передаваемого внутреннего кода, т. е. $\rho = 0$, матрица $\mathbf{K}_{\mathbf{v}}$ является диагональной и имеет вид $\mathbf{K}_{\mathbf{v}} = \text{diag}((1+R\gamma_b a_1^2), (1+R\gamma_b a_2^2), \dots, (1+R\gamma_b a_{n_{in}}^2))$. Обозначим через $Y_0(\mathbf{v}), \dots, Y_{p-1}(\mathbf{v})$ непересекающиеся подмножества множества индексов $\{1, 2, \dots, n_i\}$ такие, что $Y_k(\mathbf{v}) = \{l: a_l = k\}$. Тогда метрика $m(\mathbf{v})$ может быть представлена как

$$m(\mathbf{v}) = \sum_{k=0}^{p-1} \left((1+R\gamma_b k^2 \Delta^2)^{-1} \sum_{l \in Y_k(\mathbf{v})} |r_l|^2 + \text{card}(Y_k(\mathbf{v})) \ln(1+R\gamma_b k^2 \Delta^2) \right),$$

где $\text{card}(Y_k(\mathbf{v}))$ есть мощность множества $Y_k(\mathbf{v})$. Как видим, при наличии независимых замираний метрика $m(\mathbf{v})$ зависит только от «амплитудной» части кодового слова и не зависит от его «фазовой» части. Если «амплитудный» код V_a является двоичным, т. е. $p = 2$, то символы $a_l \in \{0, \Delta\}$, поэтому метрика $m(\mathbf{v})$ принимает вид

$$m(\mathbf{v}) = \sum_{l \in Y_0(\mathbf{v})} |r_l|^2 + (1+R\gamma_b \Delta^2)^{-1} \sum_{l \in Y_1(\mathbf{v})} |r_l|^2 + w_H(\mathbf{a}) \ln(1+R\gamma_b \Delta^2),$$

где $w_H(\mathbf{a})$ — вес Хэмминга «амплитудного» компонента $\mathbf{a}$ кодового слова $\mathbf{v} = (\mathbf{a}, \mathbf{b})$.

Оценка вероятности ошибки. Граница Чернова

Верхняя граница вероятности ошибки на бит $P_b^{(in)}$ для внутреннего кода V имеет стандартный вид аддитивного неравенства:

$$\begin{aligned} P_b^{(in)} &\leq \frac{1}{k_{in}} \sum_{\substack{\mathbf{v}, \tilde{\mathbf{v}} \in V \\ \tilde{\mathbf{v}} \neq \mathbf{v}}} p(\mathbf{v}) t(\mathbf{v}, \tilde{\mathbf{v}}) P(\mathbf{v} \rightarrow \tilde{\mathbf{v}}) = \\ &= \frac{1}{k_{in} 2^{k_{in}}} \sum_{\substack{\mathbf{v}, \tilde{\mathbf{v}} \in V \\ \tilde{\mathbf{v}} \neq \mathbf{v}}} t(\mathbf{v}, \tilde{\mathbf{v}}) P(\mathbf{v} \rightarrow \tilde{\mathbf{v}}), \end{aligned} \quad (12)$$

где $p(\mathbf{v})$ — вероятность передачи кодового слова $\mathbf{v}$; $t(\mathbf{v}, \tilde{\mathbf{v}})$ — число бит, в которых отличаются сообщения, соответствующие кодовым словам $\mathbf{v}$ и $\tilde{\mathbf{v}}$ внутреннего кода, и $P(\mathbf{v} \rightarrow \tilde{\mathbf{v}})$ — вероятность ошибки декодирования для кода из двух слов $\mathbf{v}$ и $\tilde{\mathbf{v}}$ внутреннего кода при условии, что было передано слово $\mathbf{v}$ (попарная вероятность ошибки). Второе выражение в правой части (12) записано в предположении, что $p(\mathbf{v}) = 1/M_{in}$, где $M_{in} = 2^{k_{in}}$ — число слов внутреннего кода. Попарная вероятность ошибки в верхней границе (12) определяется как

$$\begin{aligned} P(\mathbf{v} \rightarrow \tilde{\mathbf{v}}) &= \\ &= \Pr \left[\mathbf{r}^* (\mathbf{K}_{\mathbf{v}}^{-1} - \mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{v}}}^{-1}) \mathbf{r} - \ln(\det \mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{v}}} / \det \mathbf{K}_{\mathbf{v}}) > 0 \right], \end{aligned}$$

где $\mathbf{K}_{\mathbf{v}}$ и $\mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{v}}}$ — корреляционные матрицы вектора $\mathbf{r}$, соответствующие передаче кодовых слов $\mathbf{v}$ и $\tilde{\mathbf{v}}$. В работе [23] показано, что попарную вероятность ошибки $P(\mathbf{v} \rightarrow \tilde{\mathbf{v}})$ можно оценить сверху с использованием границы Чернова в виде

$$P(\mathbf{v} \rightarrow \tilde{\mathbf{v}}) < \min_{0 < \lambda < 1} \frac{(\det \mathbf{K}_{\mathbf{v}})^{1-\lambda} (\det \mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{v}}})^{\lambda}}{\det((1-\lambda)\mathbf{K}_{\mathbf{v}} + \lambda\mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{v}}})}. \quad (13)$$

Подставляя правую часть (13) в правую часть аддитивной границы (12), получаем верхнюю оценку для вероятности $P_b^{(in)}$ на основе границы Чернова; при использовании этой оценки в численных расчетах оптимизация по параметру λ выполняется для каждого слагаемого в аддитивной границе.

Декодирование внешнего кода C выполняется алгебраическим декодером, позволяющим исправить ошибки кратностью до половины минимального расстояния. Как отмечалось выше, глубина перемежения выбирается из условия исключения пакетирования ошибок на входе декодера внешнего кода C , поэтому вероятность ошибки декодирования на бит на выходе внешнего декодера оценивается стандартным выражением [28]

$$P_b^{(out)} \leq \sum_{i=t+1}^{n_{out}} \frac{i+t}{n_{out}} C_{n_{out}}^i (P_b^{(in)})^i (1-P_b^{(in)})^{n_{out}-i}, \quad (14)$$

где t — максимальное число ошибок, исправляемых кодом C .

Граница Чернова (13), наряду с собственно получением оценки сверху для попарной вероятности $P(\mathbf{v} \rightarrow \tilde{\mathbf{v}})$, в ряде случаев может быть использована для поиска дистанционной характеристики сигнально-кодовой конструкции (включающей внутренний код V и сигнальное созвездие), которая определяет помехоустойчивость при слабом шуме. Рассмотрим два таких случая.

Первый случай. Передача ведется по однолучевому каналу с медленными замираниями на длине слова внутреннего кода, т. е. $\rho \approx 1$. Тогда граница (13) может быть приведена к более простому виду следующим образом. Используя тождество (8) [27], получаем из (7)

$$\det \mathbf{K}_{\mathbf{v}} = \det(R\gamma_b \mathbf{u}(\mathbf{v})\mathbf{u}(\mathbf{v})^* + \mathbf{I}_{n_{in}}) = 1 + R\gamma_b \|\mathbf{u}(\mathbf{v})\|^2. \quad (15)$$

Для выражения в знаменателе в правой части (13) с использованием тождества (8) получаем

$$\begin{aligned} \det((1-\lambda)\mathbf{K}_{\mathbf{v}} + \lambda\mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{v}}}) &= \\ &= \det \left(\mathbf{I}_{n_{in}} + R\gamma_b [(1-\lambda)\mathbf{u}(\mathbf{v}) \quad \lambda\mathbf{u}(\tilde{\mathbf{v}})] \begin{bmatrix} \mathbf{u}(\mathbf{v})^* \\ \mathbf{u}(\tilde{\mathbf{v}})^* \end{bmatrix} \right) = \\ &= \det \left(\mathbf{I}_2 + R\gamma_b \begin{bmatrix} \mathbf{u}(\mathbf{v})^* \\ \mathbf{u}(\tilde{\mathbf{v}})^* \end{bmatrix} [(1-\lambda)\mathbf{u}(\mathbf{v}) \quad \lambda\mathbf{u}(\tilde{\mathbf{v}})] \right) = \\ &= \det \left(\mathbf{I}_2 + R\gamma_b \begin{bmatrix} (1-\lambda)\|\mathbf{u}(\mathbf{v})\|^2 & \lambda\mathbf{u}(\mathbf{v})^* \mathbf{u}(\tilde{\mathbf{v}}) \\ (1-\lambda)\mathbf{u}(\tilde{\mathbf{v}})^* \mathbf{u}(\mathbf{v}) & \lambda\|\mathbf{u}(\tilde{\mathbf{v}})\|^2 \end{bmatrix} \right) = \\ &= (1 + R\gamma_b (1-\lambda)\|\mathbf{u}(\mathbf{v})\|^2) \times \\ &\times (1 + R\gamma_b \lambda\|\mathbf{u}(\tilde{\mathbf{v}})\|^2) - \lambda(1-\lambda) \times \\ &\times (R\gamma_b)^2 |\mathbf{u}(\mathbf{v})^* \mathbf{u}(\tilde{\mathbf{v}})|^2. \end{aligned} \quad (16)$$

Подстановка (15) и (16) в (13) приводит к итоговому выражению

$$P(\mathbf{v} \rightarrow \tilde{\mathbf{v}}) < \min_{0 < \lambda < 1} \frac{(1 + R\gamma_b \|\mathbf{u}(\mathbf{v})\|^2)^{1-\lambda} (1 + R\gamma_b \|\mathbf{u}(\tilde{\mathbf{v}})\|^2)^{\lambda}}{\left((1 + R\gamma_b (1-\lambda)\|\mathbf{u}(\mathbf{v})\|^2) \times \right. \\ \times (1 + R\gamma_b \lambda\|\mathbf{u}(\tilde{\mathbf{v}})\|^2) - (R\gamma_b)^2 \times \\ \times \lambda(1-\lambda) |\mathbf{u}(\mathbf{v})^* \mathbf{u}(\tilde{\mathbf{v}})|^2 \left. \right)}.$$

При $\gamma_b \gg 1$ и $\lambda = 1/2$

$$P(\mathbf{v} \rightarrow \tilde{\mathbf{v}}) < \frac{4}{R\gamma_b \|\mathbf{u}(\mathbf{v})\| \|\mathbf{u}(\tilde{\mathbf{v}})\| d_{\chi}^2(\mathbf{u}(\mathbf{v})/\|\mathbf{u}(\mathbf{v})\|, \mathbf{u}(\tilde{\mathbf{v}})/\|\mathbf{u}(\tilde{\mathbf{v}})\|)},$$

где величина

$$d_{\chi}(\mathbf{u}(\mathbf{v})/\|\mathbf{u}(\mathbf{v})\|, \mathbf{u}(\tilde{\mathbf{v}})/\|\mathbf{u}(\tilde{\mathbf{v}})\|) = \sqrt{1 - \left| \frac{\mathbf{u}(\mathbf{v})^* \mathbf{u}(\tilde{\mathbf{v}})}{\|\mathbf{u}(\mathbf{v})\| \|\mathbf{u}(\tilde{\mathbf{v}})\|} \right|^2}$$

представляет собой хордальное расстояние (chordal distance) между векторами $\mathbf{u}(\mathbf{v})/\|\mathbf{u}(\mathbf{v})\|$ и $\mathbf{u}(\tilde{\mathbf{v}})/\|\mathbf{u}(\tilde{\mathbf{v}})\|$. Если для всех слов кода V норма $\|\mathbf{u}(\mathbf{v})\|$ одинакова, то $\|\mathbf{u}(\mathbf{v})\| = \sqrt{n_{in}}$ и

$$P(\mathbf{v} \rightarrow \tilde{\mathbf{v}}) < \frac{4}{R\gamma_b n_{in} d_{\chi}^2(\mathbf{u}(\mathbf{v})/\sqrt{n_{in}}, \mathbf{u}(\tilde{\mathbf{v}})/\sqrt{n_{in}})},$$

так что максимизация минимального хордального расстояния

$$d_{\chi, \min} = \min_{\substack{\mathbf{v}, \tilde{\mathbf{v}} \in V \\ \mathbf{v} \neq \tilde{\mathbf{v}}}} \sqrt{1 - n_{in}^{-1} |\mathbf{u}(\mathbf{v})^* \mathbf{u}(\tilde{\mathbf{v}})|}$$

эквивалентна минимизации максимального модуля коэффициента корреляции между сигналами внутреннего кода V . Поэтому минимальное хордальное расстояние может рассматриваться как подходящий критерий при выборе кода V при передаче по однолучевому каналу с коэффициентом корреляции ρ , близким к 1.

Второй случай. Передача ведется по однолучевому каналу с независимыми замираниями на длине передаваемого подблока, т. е. $\rho = 0$. В этом случае

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{\mathbf{v}} &= \text{diag}((1 + R\gamma_b a_1^2), (1 + R\gamma_b a_2^2), \dots, \\ &(1 + R\gamma_b a_{n_{in}}^2)), \det \mathbf{K}_{\mathbf{v}} = \prod_{l=1}^{n_{in}} (1 + R\gamma_b a_l^2); \\ \mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{v}}} &= \text{diag}((1 + R\gamma_b \tilde{a}_1^2), (1 + R\gamma_b \tilde{a}_2^2), \dots, \\ &(1 + R\gamma_b \tilde{a}_{n_{in}}^2)), \det \mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{v}}} = \prod_{l=1}^{n_{in}} (1 + R\gamma_b \tilde{a}_l^2), \end{aligned}$$

так что граница (13) принимает вид

$$P(\mathbf{v} \rightarrow \tilde{\mathbf{v}}) < \min_{0 < \lambda < 1} \prod_{l=1}^{n_{in}} \frac{(1 + R\gamma_b a_l^2)^{1-\lambda} (1 + R\gamma_b \tilde{a}_l^2)^{\lambda}}{(1-\lambda)(1 + R\gamma_b a_l^2) + \lambda(1 + R\gamma_b \tilde{a}_l^2)}. \quad (17)$$

Пусть «амплитудный» код V_a является двоичным, т. е. $\rho = 2$, и символы $a_l \in \{0, \Delta\}$.

Обозначим через $w_1(\mathbf{a}, \tilde{\mathbf{a}})$ и $w_2(\mathbf{a}, \tilde{\mathbf{a}})$ число пар $(a_l, \tilde{a}_l)$, $1 \leq l \leq n_i$, в наборе $((a_1, \tilde{a}_1), (a_2, \tilde{a}_2), \dots, (a_{n_i}, \tilde{a}_{n_i}))$ таких, что $(a_l, \tilde{a}_l) = (0, \Delta)$ и $(a_l, \tilde{a}_l) = (\Delta, 0)$ соответственно. Тогда при $\gamma_b \gg 1$ и $\lambda = 1/2$ из (17) получаем

$$P(\mathbf{v} \rightarrow \tilde{\mathbf{v}}) < \frac{2^{(w_1(\mathbf{a}, \tilde{\mathbf{a}}) + w_2(\mathbf{a}, \tilde{\mathbf{a}}))/2}}{(R\gamma_b\Delta^2)^{(w_1(\mathbf{a}, \tilde{\mathbf{a}}) + w_2(\mathbf{a}, \tilde{\mathbf{a}}))/2}} = \frac{2^{w_H(\mathbf{a}, \tilde{\mathbf{a}})/2}}{(R\gamma_b\Delta^2)^{w_H(\mathbf{a}, \tilde{\mathbf{a}})/2}}, \quad (18)$$

где $w_H(\mathbf{a}, \tilde{\mathbf{a}}) = (w_1(\mathbf{a}, \tilde{\mathbf{a}}) + w_2(\mathbf{a}, \tilde{\mathbf{a}}))/2$ — расстояние Хэмминга между словами $\mathbf{a}$ и $\tilde{\mathbf{a}}$. Из границы (18) следует, что минимальное расстояние Хэмминга $w_{H,\min} = \min_{\mathbf{a}, \tilde{\mathbf{a}} \in V_a, \mathbf{a} \neq \tilde{\mathbf{a}}} w_H(\mathbf{a}, \tilde{\mathbf{a}})$ может рассматриваться как подходящий критерий для выбора кода V_a при передаче по однолучевому каналу с малым коэффициентом корреляции ρ .

Точное значение попарной вероятности ошибки $P(\mathbf{v} \rightarrow \tilde{\mathbf{v}})$

Практика использования границы Чернова показывает, что во многих случаях она не обеспечивает достаточной точности (см., например, численные результаты, приведенные в [24]). Вместе с тем, как отмечалось в работе [24], точное вычисление попарных вероятностей ошибки в замкнутой форме оказывается весьма сложным даже для каналов без памяти. Один из возможных подходов состоит в получении точного выражения для попарной вероятности ошибки посредством использования характеристических функций логарифма отношения правдоподобия для рассматриваемой пары кодовых слов [24]. Предложенная в работе [24] техника точного вычисления попарной вероятности ошибки для каналов без памяти может быть обобщена на рассматриваемый сценарий передачи.

Характеристическая функция (х.ф.) логарифма отношения правдоподобия, которая используется для вычисления попарной вероятности ошибки $P(\mathbf{v} \rightarrow \tilde{\mathbf{v}})$, где $\mathbf{v}, \tilde{\mathbf{v}}$ — два слова внутреннего кода длиной n_{in} , для рассматриваемого случая имеет вид

$$C(\omega; \mathbf{v}, \tilde{\mathbf{v}}) = \int_{\mathbb{C}^{n_{in}}} \left(\frac{p_{\mathbf{r}|\mathbf{v}}(\mathbf{r} | \tilde{\mathbf{v}})}{p_{\mathbf{r}|\mathbf{v}}(\mathbf{r} | \mathbf{v})} \right)^{j\omega} p_{\mathbf{r}|\mathbf{v}}(\mathbf{r} | \mathbf{v}) d\mathbf{r}, \quad (19)$$

где $p_{\mathbf{r}|\mathbf{v}}(\mathbf{r} | \mathbf{v}) = (\pi^{n_{in}} \det \mathbf{K}_{\mathbf{v}})^{-1} \exp(-\mathbf{r}^* \mathbf{K}_{\mathbf{v}}^{-1} \mathbf{r})$. Для попарной вероятности ошибки можно указать равенство, основанное на использовании х.ф. логарифма отношения правдоподобия [24]

$$P(\mathbf{v} \rightarrow \tilde{\mathbf{v}}) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \operatorname{Re} \frac{C(\alpha - j\beta; \mathbf{v}, \tilde{\mathbf{v}})}{\beta + j\alpha} d\alpha, \quad 0 < \beta < 1.$$

Тогда для границы вероятности ошибки декодирования по МП внутреннего кода (12) можно записать выражение

$$P_b^{(in)} \leq \frac{1}{\pi 2^{k_{in}} k_{in}} \times \sum_{\substack{\mathbf{v}, \tilde{\mathbf{v}} \in V \\ \mathbf{v} \neq \tilde{\mathbf{v}}}} t(\mathbf{v}, \tilde{\mathbf{v}}) C(\alpha - j\beta; \mathbf{v}, \tilde{\mathbf{v}}) \times \int_0^\infty \operatorname{Re} \frac{1}{\beta + j\alpha} d\alpha. \quad (20)$$

Задача состоит в получении замкнутого выражения для х.ф. $C(\omega; \mathbf{v}, \tilde{\mathbf{v}})$, определенной выражением (19). После этого вычисление вероятности $P_b^{(in)}$ по формуле (20) может быть легко выполнено путем одномерного численного интегрирования по переменной α . Выражение (19) можно представить как

$$C(\omega; \mathbf{v}, \tilde{\mathbf{v}}) = \frac{1}{\pi^{n_{in}} (\det \mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{v}}})^{j\omega} (\det \mathbf{K}_{\mathbf{v}})^{1-j\omega}} \times \int_{\mathbb{C}^{n_{in}}} \exp(-\mathbf{r}^* (j\omega \mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{v}}}^{-1} + (1-j\omega) \mathbf{K}_{\mathbf{v}}^{-1}) \mathbf{r}) d\mathbf{r}. \quad (21)$$

Обозначим $\mathbf{U}_1 = \operatorname{Re}(j\omega \mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{v}}}^{-1} + (1-j\omega) \mathbf{K}_{\mathbf{v}}^{-1})$, $\mathbf{U}_2 = \operatorname{Im}(j\omega \mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{v}}}^{-1} + (1-j\omega) \mathbf{K}_{\mathbf{v}}^{-1})$, и

$$\mathbf{U} = j\omega \mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{v}}}^{-1} + (1-j\omega) \mathbf{K}_{\mathbf{v}}^{-1}, \quad (22)$$

т. е. $\mathbf{U} = \mathbf{U}_1 + j\mathbf{U}_2$. Интеграл в правой части (21) для случая, когда $\mathbf{U}$ — положительно определенная эрмитова матрица, равен

$$\int_{\mathbb{C}^{n_{in}}} \exp(-\mathbf{r}^* \mathbf{U} \mathbf{r}) d\mathbf{r} = \frac{\pi^{n_{in}}}{\det \mathbf{U}} = \frac{\pi^{n_{in}}}{\det(j\omega \mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{v}}}^{-1} + (1-j\omega) \mathbf{K}_{\mathbf{v}}^{-1})}.$$

К сожалению, матрица $\mathbf{U}$, определенная равенством (22), не оказывается эрмитовой для требуемых значений $\omega = \alpha - j\beta$, $0 \leq \alpha < \infty$, $\beta > 0$. Поэтому дальнейшее продвижение требует рассмотрения иных ограничений на вид матрицы $\mathbf{U}$.

Поскольку $\mathbf{r} = \mathbf{x} + j\mathbf{y}$, где $\mathbf{x} = \operatorname{Re} \mathbf{r}$, $\mathbf{y} = \operatorname{Im} \mathbf{r}$, то можно записать, что

$$\mathbf{r}^* \mathbf{U} \mathbf{r} = (\mathbf{x}' - j\mathbf{y}') \mathbf{U} (\mathbf{x} + j\mathbf{y}) = \mathbf{x}' \mathbf{U} \mathbf{x} + j\mathbf{x}' \mathbf{U} \mathbf{y} - j\mathbf{y}' \mathbf{U} \mathbf{x} + \mathbf{y}' \mathbf{U} \mathbf{y}. \quad (23)$$

Рассмотрим отдельно разность $j\mathbf{x}' \mathbf{U} \mathbf{y} - j\mathbf{y}' \mathbf{U} \mathbf{x}$:

$$j\mathbf{x}' \mathbf{U} \mathbf{y} - j\mathbf{y}' \mathbf{U} \mathbf{x} =$$

$$\begin{aligned}
 &= j\mathbf{x}'(\mathbf{U}_1 + j\mathbf{U}_2)\mathbf{y} - j\mathbf{y}'(\mathbf{U}_1 + j\mathbf{U}_2)\mathbf{x} = \\
 &= j\mathbf{x}'\mathbf{U}_1\mathbf{y} - \mathbf{x}'\mathbf{U}_2\mathbf{y} - j\mathbf{y}'\mathbf{U}_1\mathbf{x} + \mathbf{y}'\mathbf{U}_2\mathbf{x}.
 \end{aligned}$$

В случае, когда матрицы $\mathbf{U}_1$ и $\mathbf{U}_2$ симметрические, $j\mathbf{x}'\mathbf{U}_1\mathbf{y} - j\mathbf{y}'\mathbf{U}_1\mathbf{x} = 0$, и тогда $\mathbf{r}'\mathbf{U}\mathbf{r} = \mathbf{x}'\mathbf{U}_1\mathbf{x} + \mathbf{y}'\mathbf{U}_2\mathbf{y}$. Определим условия, при которых матрицы $\mathbf{U}_1$ и $\mathbf{U}_2$ симметрические. Поскольку матрицы $\mathbf{K}_v$, $\mathbf{K}_{\tilde{v}}$ эрмитовы и положительно определенные, то и $\mathbf{K}_v^{-1}$, $\mathbf{K}_{\tilde{v}}^{-1}$ тоже эрмитовы и положительно определенные. Поэтому их можно представить в виде $\mathbf{K}_v^{-1} = \mathbf{A}_v + j\mathbf{B}_v$ и $\mathbf{K}_{\tilde{v}}^{-1} = \mathbf{A}_{\tilde{v}} + j\mathbf{B}_{\tilde{v}}$, где $\mathbf{A}_v$, $\mathbf{A}_{\tilde{v}}$ — вещественные симметрические матрицы, а $\mathbf{B}_v$, $\mathbf{B}_{\tilde{v}}$ — вещественные кососимметрические матрицы. Тогда можно записать, что с учетом равенства $\omega = \alpha - j\beta$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{U} &= j\omega\mathbf{K}_{\tilde{v}}^{-1} + (1 - j\omega)\mathbf{K}_v^{-1} = \\
 &= (\beta + j\alpha)(\mathbf{A}_{\tilde{v}} + j\mathbf{B}_{\tilde{v}}) + (1 - \beta - j\alpha)(\mathbf{A}_v + j\mathbf{B}_v),
 \end{aligned}$$

откуда следует, что

$$\begin{aligned}
 \mathbf{U}_1 &= \text{Re } \mathbf{U} = \beta\mathbf{A}_{\tilde{v}} + (1 - \beta)\mathbf{A}_v - \alpha\mathbf{B}_{\tilde{v}} + \alpha\mathbf{B}_v; \\
 \mathbf{U}_2 &= \text{Im } \mathbf{U} = \alpha\mathbf{A}_{\tilde{v}} - \alpha\mathbf{A}_v + \beta\mathbf{B}_{\tilde{v}} + (1 - \beta)\mathbf{B}_v.
 \end{aligned}$$

Для того чтобы матрицы $\mathbf{U}_1$ и $\mathbf{U}_2$ были симметрическими, нужно, чтобы при всех $\alpha \in [0, \infty)$, $\beta > 0$ и $\tilde{\mathbf{v}} \neq \mathbf{v}$ матрицы $-\alpha\mathbf{B}_{\tilde{v}} + \alpha\mathbf{B}_v$ и $\beta\mathbf{B}_{\tilde{v}} + (1 - \beta)\mathbf{B}_v$ были бы симметрическими, что возможно лишь при $\mathbf{B}_{\tilde{v}} = \mathbf{B}_v = \mathbf{0}$. Последнее равенство означает, что матрицы $\mathbf{K}_v^{-1}$ для всех $\mathbf{v}$ должны быть вещественными и положительно определенными, а следовательно, и матрицы $\mathbf{K}_v$ для всех $\mathbf{v}$ тоже должны быть вещественными и положительно определенными. Рассмотрим ограничения, при которых эти условия выполняются. Элементы матрицы $\mathbf{K}_v$ вычисляются по формуле (6), где величины h_{lk} определены выражением (4). Тогда можно записать, что для $l, k = 1, 2, \dots, K - 1$

$$\begin{aligned}
 E[h_{lk}h_{mn}^*] &= \sum_{s \in A_{k-1}} \sum_{t \in A_{n-1}} \varepsilon_s \varepsilon_t E[\mu_{ls}\mu_{mt}^*] + \\
 &+ \sum_{s \in A_{k-1}} \sum_{t \in A_n} \varepsilon_s (1 - \varepsilon_t) E[\mu_{ls}\mu_{mt}^*] + \\
 &+ \sum_{s \in A_k} \sum_{t \in A_{n-1}} (1 - \varepsilon_s) \varepsilon_t E[\mu_{ls}\mu_{mt}^*] + \\
 &+ \sum_{s \in A_k} (1 - \varepsilon_t)(1 - \varepsilon_s) E[\mu_{ls}\mu_{mt}^*]. \quad (24)
 \end{aligned}$$

Поскольку ковариации величин μ_{ls} выражаются формулой $E[\mu_{ls}\mu_{mt}^*] = \rho^{-|l-m|} \sqrt{\alpha_s \alpha_t} \delta_{st}$, т. е. представляют собой вещественные числа, то из равенства (24) следует, что $E[h_{lk}h_{mn}^*]$ — вещественное число для всех значений индексов l, k, m, n (случаи $l = 0$ и (или) $k = 0$ доказываются

аналогично). Следовательно, величины k_{lm} (6) принимают вещественные значения, если значения комплексной экспоненты в правой части (6) вещественны, т. е. если $2\pi(b_{l-n} - b_{m-n})/q = i\pi$, где i — целое. Отсюда следует, что величина $2(b_l - b_m)/q$ должна принимать целые значения для всех l и m . Это ограничение выполняется, если а) $q = 1$ и все значения $b_l = 0$, т. е. «фазовый» код отсутствует, и б) число различных значений фаз q четное и величины $b_l, b_m \in \{l, l + q/2\}$, $l = 0, 1, \dots, q/2 - 1$, т. е. принимают только два значения, которые соответствуют противоположным фазам. Указанное обстоятельство означает, что вычисление точных значений попарной вероятности ошибки $P(\mathbf{v} \rightarrow \tilde{\mathbf{v}})$ удастся провести для внутренних кодов V длиной n_{in} над алфавитом $\mathcal{V} \subseteq \mathcal{A} \times \mathcal{B}$, где $\mathcal{A} = \{A_0, A_1, \dots, A_{p-1}\}$ — алфавит амплитуд, $A_l \geq 0, l = 0, 1, \dots, p - 1$, а алфавит фаз $\mathcal{B} = \{0\}$ и $q = 1$ или $\mathcal{B} = \{0, 1\}$ и $q = 2$. При выполнении этих условий

$$\begin{aligned}
 \int_{\mathbb{C}^{n_{\text{in}}}} \exp(-\mathbf{r}'(j\omega\mathbf{K}_{\tilde{v}}^{-1} + (1 - j\omega)\mathbf{K}_v^{-1})\mathbf{r}) d\mathbf{r} &= \\
 &= \int_{\mathbb{C}^{n_{\text{in}}}} \exp(-\mathbf{r}'\mathbf{U}\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \\
 &= \left(\int_{\mathbb{R}^{n_{\text{in}}}} \exp(-\mathbf{x}'(\mathbf{U}_1 + j\mathbf{U}_2)\mathbf{x}) d\mathbf{x} \right)^2, \quad (25)
 \end{aligned}$$

где $\mathbf{U}_1 = \beta\mathbf{A}_{\tilde{v}} + (1 - \beta)\mathbf{A}_v$ — вещественная положительно определенная матрица при $0 < \beta < 1$; $\mathbf{U}_2 = \alpha\mathbf{A}_{\tilde{v}} - \alpha\mathbf{A}_v$ — вещественная симметрическая матрица. Вычисление интеграла в правой части (25) выполняется с использованием следующего равенства [29]:

$$\int_{\mathbb{R}^N} \exp(-\mathbf{x}'\mathbf{A}\mathbf{x} - j\mathbf{x}'\mathbf{B}\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \frac{\pi^{N/2}}{\sqrt{\det(\mathbf{A} + j\mathbf{B})}},$$

где $\mathbf{A}$ — положительно определенная $N \times N$ матрица, а $\mathbf{B}$ — симметрическая $N \times N$ матрица. С использованием этого равенства получаем, что

$$\begin{aligned}
 \int_{\mathbb{C}^{n_{\text{in}}}} \exp(-\mathbf{r}'(j\omega\mathbf{K}_{\tilde{v}}^{-1} + (1 - j\omega)\mathbf{K}_v^{-1})\mathbf{r}) d\mathbf{r} &= \\
 &= \frac{\pi^{n_{\text{in}}}}{\det(j\omega\mathbf{K}_{\tilde{v}}^{-1} + (1 - j\omega)\mathbf{K}_v^{-1})}. \quad (26)
 \end{aligned}$$

Подставляя правую часть (26) в выражение (21), получаем, что

$$\begin{aligned}
 C(\omega; \mathbf{v}, \tilde{\mathbf{v}}) &= \frac{1}{(\det \mathbf{K}_{\tilde{v}})^{j\omega} (\det \mathbf{K}_v)^{1-j\omega}} \times \\
 &\times \frac{1}{\det(j\omega\mathbf{K}_{\tilde{v}}^{-1} + (1 - j\omega)\mathbf{K}_v^{-1})},
 \end{aligned}$$

и после умножения правой части на

$$1 = \det \mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{v}}} \det \mathbf{K}_{\mathbf{v}} / (\det \mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{v}}} \det \mathbf{K}_{\mathbf{v}})$$

получаем окончательное выражение

$$C(\omega; \mathbf{v}, \tilde{\mathbf{v}}) = \frac{(\det \mathbf{K}_{\mathbf{v}})^{j\omega} (\det \mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{v}}})^{1-j\omega}}{\det(j\omega \mathbf{K}_{\mathbf{v}} + (1-j\omega) \mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{v}}})}. \quad (27)$$

Равенство (27) далее используется в выражении (20) для численного вычисления вероятности $P_b^{(in)}$ при любом $0 < \beta < 1$.

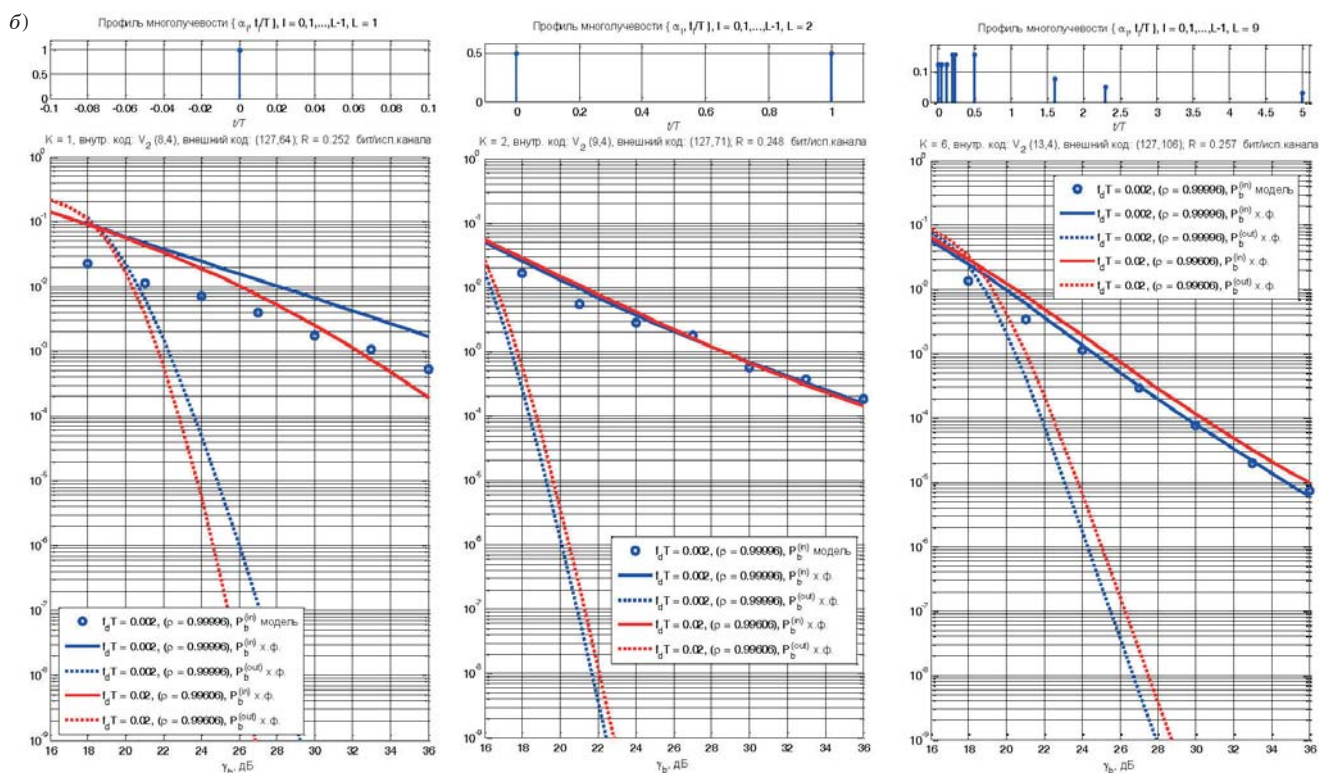
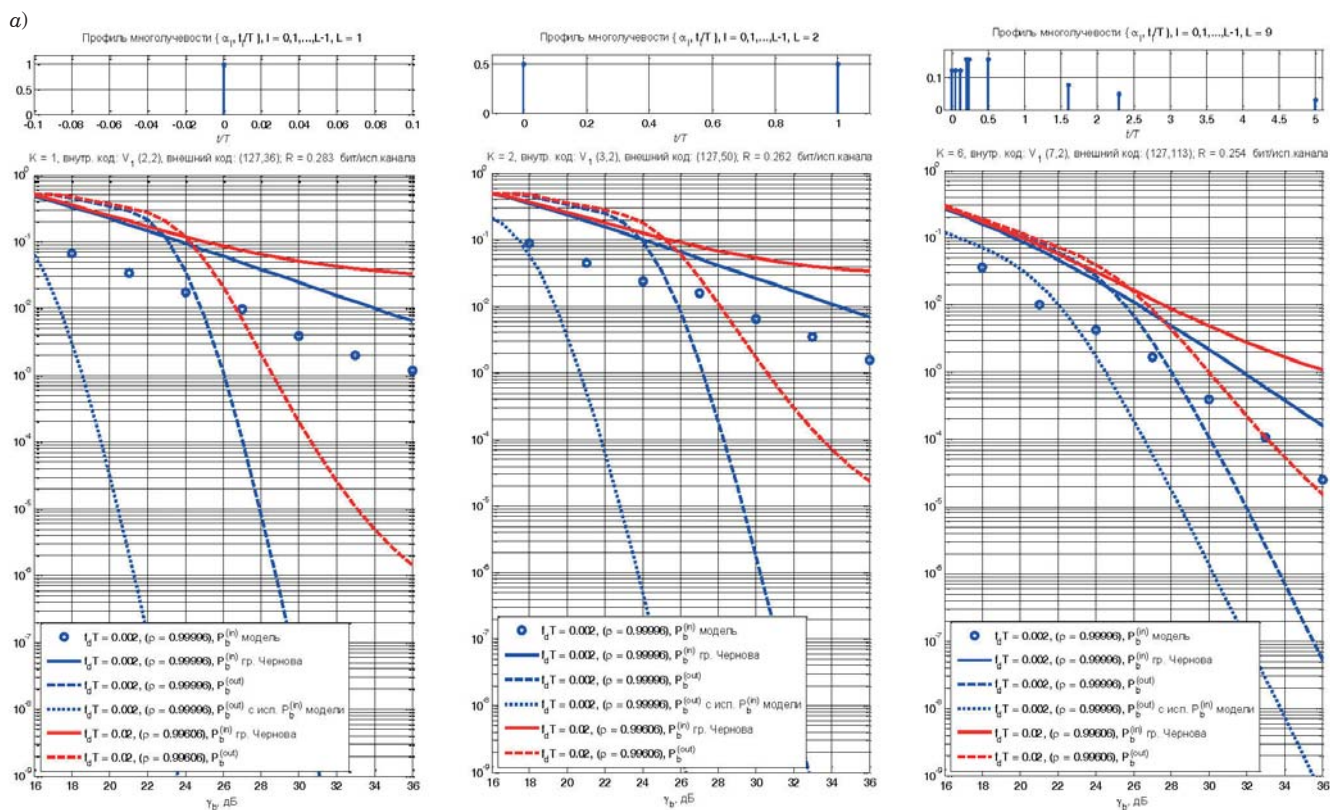
Численные результаты

Помехоустойчивость рассматриваемой схемы передачи определяется тремя основными параметрами: отношением сигнал/шум γ_b , профилем многолучевости и нормированным значением доплеровского рассеяния $f_d T$. Рассмотрим влияние профиля многолучевости и доплеровского рассеяния применительно к следующим трем моделям канала: 1) однолучевому каналу со значениями параметров $t_0 = 0$, $\alpha_0 = 1$, $L = 1$, $K = 1$; 2) двухлучевому каналу с $t_0 = 0$, $t_1 = T$, $\alpha_0 = \alpha_1 = 1/2$, $L = 2$, $K = 2$, т. е. с равными интенсивностями независимых лучей, и 3) каналу, задаваемому моделью Extended Typical Urban (ETU) model [30] с девятью независимыми лучами со значениями параметров $L = 9$, $(t_0, \dots, t_8) = (0, 50, 120, 200, 230, 500, 1600, 2300, 5000)$ нс, $(\alpha_0, \dots, \alpha_8)_{\text{дБ}} = (-1, -1, -1, 0, 0, 0, -3, -5, -7)$, что соответствует для принятой в настоящей работе нормировке $\sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l = 1$ значениям $(\alpha_0, \dots, \alpha_8) = (0,1241; 0,1241; 0,1241; 0,1563; 0,1563; 0,1563; 0,0783; 0,0494; 0,0312)$. При рассмотрении ETU model будем полагать, для определенности, что длительность тактового интервала $T = 1$ мкс; в этом случае в модели канала с дискретным временем (3) число слагаемых $K = 6$. Величина нормализованного максимального доплеровского рассеяния $f_d T$ для типичных сценариев передачи в беспроводных каналах сантиметрового и миллиметрового диапазонов может находиться, как отмечалось в работе [23], в пределах от $\sim 10^{-5}$ до $\sim 10^{-1}$.

Рассмотрим три варианта коротких внутренних кодов. Для всех вариантов кодов выберем постфикс $\mathbf{z} = (z_1, \dots, z_{K-1}) = ((x_1, y_1), \dots, (x_{K-1}, y_{K-1})) = ((0, 0), \dots, (0, 0))$. Такой постфикс не увеличивает энергетические затраты на передачу слова внутреннего кода и представляет собой, по сути, нулевой защитный интервал. Первый вариант — с вырожденным «амплитудным» кодом V_a — имеет вид $V_1 = V_a \times V_b$, где $V_a = \{(1, \mathbf{x})\}$; $V_b = \{(0, 0, \mathbf{y}), (0, 1, \mathbf{y}), (0, 2, \mathbf{y}), (0, 3, \mathbf{y})\}$,

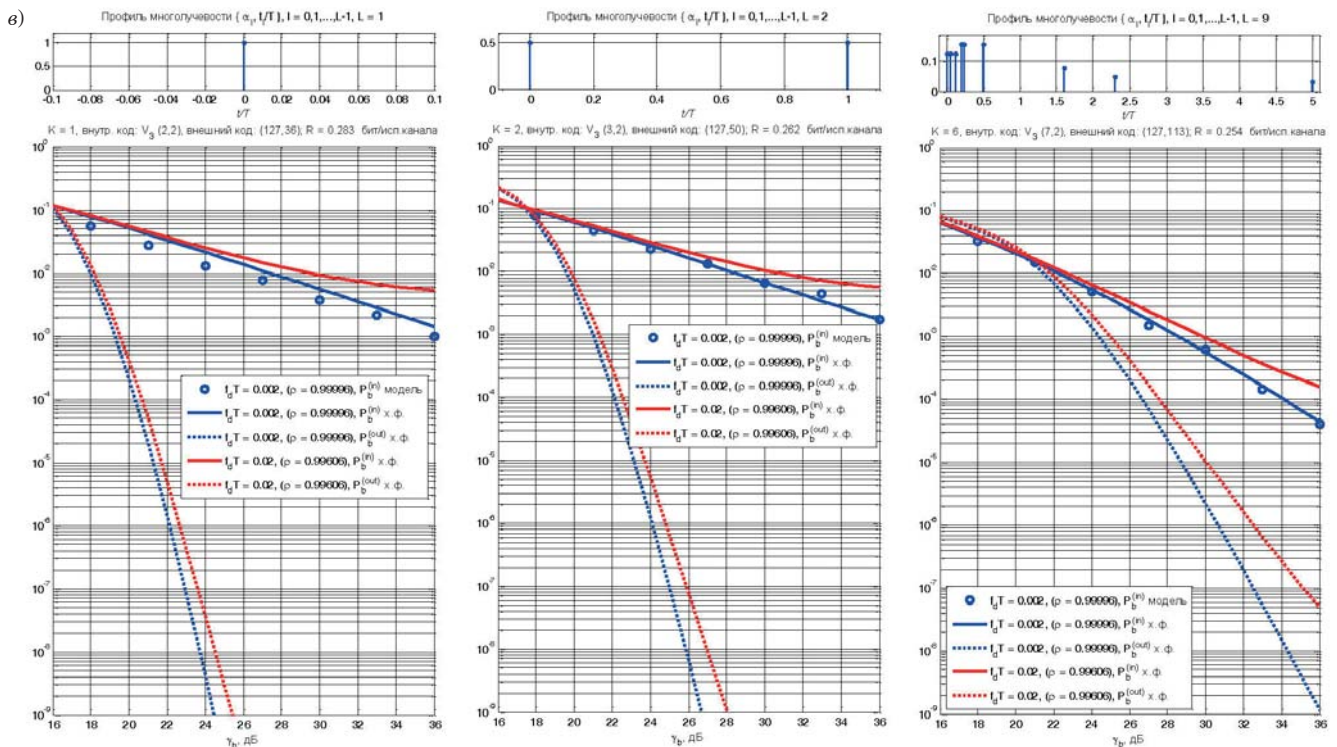
с параметрами: $\Delta = 1$, $k_1 = 0$, $k_2 = 2$, $k_{in} = 2$, $n_{in} = 2 + K - 1$, $R_{in} = 2/(2 + K - 1)$, $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_{K-1})$, $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_{K-1})$. Второй вариант — с вырожденным «фазовым» кодом V_b — имеет вид $V_2 = V_a \times V_b$, где $V_a = \{(\Delta \mathbf{c}_i, \mathbf{x}) \mid i = 1, 2, \dots, 16\}$, $\mathbf{c}_i$ — слово двоичного кода Хэмминга (8, 4); $V_b = \{(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \mathbf{y})\}$, с параметрами: $\Delta = 2^{1/2}$, $k_1 = 4$, $k_2 = 0$, $k_{in} = 4$, $n_{in} = 8 + K - 1$, $R_{in} = 4/(8 + K - 1)$. Третий вариант, в котором присутствуют оба кода, задан как $V_3 = V_a \times V_b$, где $V_a = \{(\Delta, 2\Delta, \mathbf{x}), (2\Delta, \Delta, \mathbf{x})\}$, $\Delta = 2 \cdot 10^{-1/2}$; $V_b = \{(0, 0, \mathbf{y}), (0, 1, \mathbf{y})\}$, $k_1 = 1$, $k_2 = 1$, $k_{in} = 2$, $n_{in} = 2 + K - 1$, $R_{in} = 2/(2 + K - 1)$. Для указанных трех моделей канала на рисунке, а–в представлены графики зависимости оценки вероятностей $P_b^{(in)}$ и $P_b^{(out)}$ от отношения сигнал/шум на бит γ_b и нормированного значения доплеровского рассеяния $f_d T$. Результаты, приведенные на рисунке, а, получены с использованием выражений (14), (12) и (13), т. е. основаны на применении границы Чернова, а на рисунке, б и в — с использованием выражений (14), (12), (20) и (27), обеспечивающих точное вычисление попарной вероятности ошибки. Применение разной техники оценивания [выражение (13) в одном случае и (20), (27) — в другом] обусловлено тем, что для первого варианта внутреннего кода не выполняются условия $\mathcal{B} = \{0\}$ и $q = 1$ или $\mathcal{B} = \{0, 1\}$ и $q = 2$ [см. замечание перед формулой (25)]. Поэтому для оценки вероятности ошибки декодирования для первого варианта внутреннего кода приходится применять границу Чернова (13), а не вычислять точное значение попарной вероятности ошибки согласно выражениям (20) и (27). Кроме вычисленных оценок вероятностей $P_b^{(in)}$ и $P_b^{(out)}$, на рисунке показаны также результаты моделирования процедуры декодирования слова внутреннего кода. Во всех рассмотренных случаях предполагалось использование на внешней ступени двоичных кодов БЧХ длиной $n_{out} = 127$, скорость которых выбиралась так, чтобы обеспечить значение общей скорости двухступенчатого кода $R = R_{in} R_{out} \approx 1/4$ бит/использование канала.

Замечание. Как видно из графиков рисунка, а, оценки вероятности $P_b^{(in)}$ для первого кода, которые были получены с использованием границы Чернова, довольно существенно, в 4–6 раз, превосходят значения, полученные при моделировании. В этой связи для данного примера более адекватным является оперирование с оценкой вероятности $P_b^{(out)}$, полученной заменой в границе (14) оценки вероятности $P_b^{(in)}$, полученной с использованием границы Чернова, на оценку, полученную путем моделирования. Такая поправка выражается в сдвиге влево графиков для вероятности $P_b^{(out)}$, полученных на основе границы Чернова. Так, при вероятности ошибки $P_b^{(out)}$ порядка $10^{-5} \dots 10^{-6}$ и нормированном значении доплеровского рассеяния $f_d T = 0,002$ такой сдвиг



■ Зависимости вероятностей ошибки $P_b^{(in)}$ и $P_b^{(out)}$ от отношения сигнал/шум на бит γ_b для трех моделей канала и первого (а), второго (б) и третьего (в) варианта внутреннего кода

■ Error probabilities $P_b^{(in)}$ and $P_b^{(out)}$ vs signal-to-noise ratio per bit γ_b for three channel models and the first (а), second (б) and third (в) inner code



■ Зависимости вероятностей ошибки $P_b^{(in)}$ и $P_b^{(out)}$ от отношения сигнал/шум на бит γ_b для трех моделей канала и первого (а), второго (б) и третьего (в) варианта внутреннего кода (окончание рисунка)

■ Error probabilities $P_b^{(in)}$ and $P_b^{(out)}$ vs signal-to-noise ratio per bit γ_b for three channel models and the first (a), second (б) and third (в) inner code (Ending of the Figure)

влево составляет примерно 7,5 дБ для однолучевого канала, 6,5 дБ для двухлучевого канала и 3,5 дБ для канала, задаваемого ETU model.

Приведенные графики позволяют сделать следующие выводы.

1. *Влияние профиля многолучевости.* Прежде всего отметим, что для всех вариантов внутреннего кода наименьшая вероятность ошибки на внутренней ступени кодирования $P_b^{(in)}$ достигается в канале, задаваемом ETU model. Однако необходимость введения постфикса с длиной $K = 5$ оборачивается необходимостью использовать более «слабые» внешние коды с большей скоростью в этом канале, в результате чего итоговое влияние профиля многолучевости оказывается более сложным. В однолучевом канале более эффективными оказались первый и третий варианты кодирования. С появлением дополнительных лучей в профиле многолучевости помехоустойчивость этих вариантов кодирования снижается, и более предпочтительным оказывается второй вариант кодирования, при котором внутренний код имеет большую длину $n_{in} = 8 + K - 1$, чем внутренние коды в первом и третьем вариантах с $n_{in} = 2 + K - 1$. Важно отметить, что этот вариант кодирования обеспечивает энергетический выигрыш при передаче в многолучевом канале относительно однолучевого канала, который до-

стигает примерно 6 дБ для двухлучевого канала и 1,5 дБ для канала, задаваемого ETU model (при вероятности ошибки порядка $10^{-5} \dots 10^{-6}$). Можно предположить, что для достижения указанного эффекта (использования разнесения лучей в канале) длина внутреннего кода должна быть заметно больше числа слагаемых K в модели (3).

При анализе влияния профиля многолучевости на каждый из представленных вариантов кодирования можно отметить следующее: 1) помехоустойчивость первого варианта кодирования снижается с увеличением числа лучей; 2) помехоустойчивость второго варианта оказывается максимальной для двухлучевого канала и примерно одинаковой в канале, задаваемом ETU model, и однолучевом канале (с энергетическим проигрышем примерно 4–5 дБ относительно двухлучевого канала); 3) помехоустойчивость третьего варианта кодирования (как и первого) оказывается максимальной в однолучевом канале и довольно резко снижается с увеличением числа лучей.

Если сценарий передачи несколько обобщить в том плане, что а) профиль многолучевости канала может изменяться с течением времени, принимая, скажем, вид одной из трех указанных конфигураций, и б) кодер располагает информацией о текущем профиле, то второй вариант коди-

вания окажется наиболее предпочтительным для такого сценария. Действительно, как видно из графиков, при нормированном значении доплеровского рассеяния $f_d T = 0,002$ для обеспечения вероятности ошибки не более 10^{-6} при втором варианте кодирования требуется отношение сигнал/шум не менее 26 дБ, тогда как при первом и третьем вариантах кодирования требуемые значения отношения сигнал/шум должны быть не менее 30 и 30,5 дБ соответственно.

2. *Влияние величины максимального доплеровского рассеяния.* Наиболее чувствительным к возрастанию величины максимального доплеровского рассеяния оказался первый вариант кодирования. Так, с увеличением нормированного значения доплеровского рассеяния $f_d T$ на порядок, от 0,002 до 0,02, энергетический проигрыш при вероятности ошибки порядка $10^{-5} \dots 10^{-6}$ составляет примерно от 5 дБ в однолучевом канале до 7 дБ в многолучевом канале. Вторым и третьим варианты кодирования намного менее чувствительны к возрастанию величины $f_d T$: дополнительные энергетические затраты на компенсацию такого увеличения величины $f_d T$ при использовании этих вариантов не превосходят примерно 1 дБ.

3. *Влияние отношения сигнал/шум.* При использовании первого и третьего вариантов кодирования, имеющих «фазовую» составляющую, для вероятности ошибки $P_b^{(m)}$ наблюдается эффект «несократимой ошибки», или error floor, при $\gamma_b > 35$ дБ (в канале, задаваемом ETU model, это пороговое значение, вероятно, заметно выше). Наличие «амплитудной» составляющей в третьем варианте кодирования позволяет снизить величину error floor почти на порядок. Важно отметить, что эффект «несократимой ошибки» на внутренней ступени легко снижается с помощью довольно простого кода на внешней ступени. В целом для всех схем кодирования характерна довольно высокая эластичность помехоустойчивости к увеличению отношения сигнал/шум γ_b ; так, увеличение отношения сигнал/шум γ_b на 3 дБ может приводить к снижению вероятности ошибки почти на четыре порядка в однолучевом канале и примерно на 2–3 порядка в многолучевом канале. Меньшая «крутизна» снижения вероятности ошибки при росте отношения сигнал/шум γ_b в многолучевом канале объясняется указанной выше причиной — использованием в таком канале более «слабых» внешних кодов.

4. *Точность оценивания помехоустойчивости.* Предложенный метод точного вычисления аддитивной границы обеспечивает существенное повышение точности оценивания помехоустойчивости по сравнению с границей Чернова в комбинации с обычной аддитивной границей. Так, для второго варианта кодирования в много-

лучевом канале, а также для третьего варианта кодирования во всех рассмотренных моделях канала точная аддитивная граница вероятности ошибки практически полностью совпадает с результатами, полученными при моделировании.

Заключение

В данной работе рассмотрена схема двухступенчатой кодированной некогерентной передачи в многолучевом канале с произвольным профилем многолучевости и доплеровским рассеянием с использованием амплитудно-фазовой модуляции и некогерентным приемом на внутренней ступени декодирования. Некогерентные схемы передачи со сравнительно простым канальным кодированием рассматриваются в качестве перспективной альтернативы традиционным когерентным методам передачи в каналах с быстроменяющимися параметрами. В работе детально изложена процедура двухступенчатого канального кодирования с перемежением между ступенями и внутренним кодом, ориентированным на использование с амплитудно-фазовой модуляцией. Приведено описание схемы декодирования двухступенчатой конструкции для общей модели канала с произвольным профилем многолучевости и доплеровским рассеянием, включая указание в явном виде возможности существенного снижения сложности декодирования на внутренней ступени в случаях медленных и быстрых замираний в канале. Отличительной особенностью представленного сценария передачи является гибкость кодовой конструкции, достигаемая посредством использования как двух ступеней кодирования, так и внутреннего кода, согласованного с основными особенностями канала — профилем многолучевости и величиной максимального доплеровского рассеяния. Комбинирование двухступенчатой схемы канального кодирования с амплитудно-фазовой модуляцией обеспечивает возможность существенно расширить совокупность рациональных вариантов организации передачи для рассматриваемого сценария передачи.

В работе выполнен анализ помехоустойчивости двухступенчатого канального кодирования на основе разработанного, применительно к рассмотренному сценарию передачи в многолучевом канале с доплеровским рассеянием, метода точного вычисления аддитивной границы вероятности ошибочного декодирования, базирующегося на получении точного выражения для попарной вероятности ошибки. Заметное повышение точности оценивания вероятности ошибочного декодирования, достигаемое при использовании предложенного метода точного вычисления по-

парной вероятности ошибки, позволяет повысить эффективность процедур, связанных с выбором конкретных схем кодирования в многолучевом канале с доплеровским рассеянием.

Приведены численные результаты анализа помехоустойчивости представленной двухступенчатой кодовой конструкции для трех моделей канала с различными профилями многолучевости, позволяющие оценить влияние различных компонентов кодовой конструкции на вероятность ошибочного декодирования в зависимости от конфигурации профиля многолучевости

и величины максимального доплеровского рассеяния. В частности, выделены варианты кодирования, позволяющие обеспечить приемлемый уровень помехоустойчивости (при достаточно большой величине γ_b) в широком диапазоне значений доплеровского рассеяния. Показано, что для ряда рассмотренных сценариев передачи точная аддитивная граница вероятности ошибки практически полностью совпадает с результатами, полученными при моделировании.

Литература

1. **Wu J., Fan P.** A survey on high mobility wireless communications: Challenges, opportunities and solutions. *IEEE Access*, 2016, vol. 4, pp. 450–476.
2. **Jaffry S., Hussain R., Gui X., Hasan S. F.** A Comprehensive survey on moving networks. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2021, vol. 23, no. 1, pp. 110–136. doi:10.1109/COMST.2020.3029005
3. **Li J., Niu Y., Wu H., Ai B., Chen S., Feng Z., Zhong Z., Wang N.** Mobility support for millimeter wave communications: Opportunities and challenges. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2022, vol. 24, no. 3, pp. 1816–1842. doi:10.1109/COMST.2022.3176802
4. **Suyama S., Okuyama T., Kishiyama Y., Nagata S., Asai T.** A study on extreme wideband 6G radio access technologies for achieving 100 Gbps data rate in higher frequency bands. *IEICE Transactions on Communications*, 2021, vol. 104, iss. 9, pp. 992–999. doi:10.1587/transcom.2020FGI0002
5. **Tavsanoglu A., Briso C., Carmena-Cabanillas D., Arancibia R. B.** Concepts of hyperloop wireless communication at 1200 km/h: 5G, Wi-Fi, propagation, Doppler and handover. *Energies*, 2021, vol. 14, iss. 4, p. 983. doi:10.3390/en14040983
6. **Li P., Niu Y., Wu H., Han Z., Wang N., Xiong L., Ai B., Yuen C.** Secure high-speed train-to-ground communications through ISAC. *IEEE Internet of Things Journal*, 2024, vol. 11, iss. 19, pp. 31235–31248. doi:10.1109/JIOT.2024.3416494
7. **Kim J., Schmieder M., Peter M., Chung H., Choi S., Kim I., Han Y.** A comprehensive study on mmWave-Based mobile hotspot network system for high-speed train communications. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2019, vol. 68, no. 3, pp. 2087–2101. doi:10.1109/TVT.2018.2865700
8. **Clancy J., Mullins D., Deegan B., Horgan J., Ward E., Eising C., Denny P., Jones E., Glavin M.** Wireless access for V2X communications: Research, challenges and opportunities. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2024, vol. 26, no. 3, pp. 2082–2119. doi:10.1109/COMST.2024.3384132
9. **Deng X., Meng H., Gao Z., Zou X., Li P., Pan W., Yan L.** Wideband Doppler channel modeling for wireless communications with high mobility. *2023 IEEE/CIC International Conference on Communications in China (ICCC)*, 2023, Dalian, China, pp. 1–6. doi:10.1109/ICCC57788.2023.10233384
10. **Selim B., Muhaidat S., Sofotasios P. C., Sharif B. S., Stouraitis T., Karagiannidis G. K., Al-Dhahir N.** Performance analysis of single-carrier coherent and noncoherent modulation under I/Q imbalance. *Proc. IEEE 87th Veh. Technol. Conf. (VTC Spring)*, 2018, pp. 1–5.
11. **Bhardwaj P., Zafaruddin S. M.** Exact performance analysis of THz link under transceiver hardware impairments. *IEEE Communications Letters*, 2023, vol. 27, no. 8, pp. 2197–2201. doi:10.1109/LCOMM.2023.3283417
12. **Kim J., Jo H.-S., Lee K.-J., Lee D.-H., Choi D.-H., Kim S.** A low-complexity I/Q imbalance calibration method for quadrature modulator. *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems*, 2019, vol. 27, no. 4, pp. 974–977. doi:10.1109/TVLSI.2018.2883758
13. **Jie M., Houjun W., Lianping G., Peng Y., Yu Z.** Estimation and compensation of I/Q linear phase imbalance based on the generalized cross correlation and cross-power spectrum phase method. *2019 14th IEEE International Conference on Electronic Measurement & Instruments (ICEMI)*, 2019, Changsha, China, pp. 1861–1866. doi:10.1109/ICEMI46757.2019.9101881
14. **Mouchtak Y., El Bouanani F., Qaraqe K. A.** Performance analysis of I/Q imbalance with hardware impairments over Hyper-Fox's H-fading channels. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2022, vol. 21, no. 11, pp. 9519–9536. doi:10.1109/TWC.2022.3177530
15. **Kuo P.-H., Alain A. M. Mourad.** Millimeter wave for 5G mobile fronthaul and backhaul. *2017 European Conference on Networks and Communications (EuCNC)*, 2017, pp. 1–5.
16. **Jiang M., Cezanne J., Sampath A., Shental O., Wu Q., Koymen O. H., Bedewy A. M., Li J.** Wireless fronthaul for 5G and future radio access networks: Challenges and enabling technologies. *IEEE Wireless Communications*, 2022, vol. 29, iss. 2, pp. 108–114. doi:10.1109/MWC.003.2100482

17. Townend D., Husbands R., Walker S. D., Sutton A. Challenges and opportunities in wireless fronthaul. *IEEE Access*, 2023, vol. 11, pp. 106607–106619. doi:10.1109/ACCESS.2023.3319073
18. Warriar D., Madhow U. Spectrally efficient noncoherent communication. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 2002, vol. 48, iss. 3, pp. 651–668. doi:10.1109/18.985996
19. Chao X., Ishikawa N., Rajashekar R., Sugiura S., Maunder R. G., Wang Z., Yang L., Hanzo L. Sixty years of coherent versus non-coherent tradeoffs and the road from 5G to wireless futures. *IEEE Access*, 2019, vol. 7, pp. 178246–178299. doi:10.1109/ACCESS.2019.2957706
20. Östman J., Durisi G., Ström E. G., Coşkun M. C., Liva G. Short packets over block-memoryless fading channels: Pilot-assisted or noncoherent transmission? *IEEE Transactions on Communications*, 2019, vol. 67, no. 2, pp. 1521–1536. doi:10.1109/TCOMM.2018.2874993
21. Huang J., Lan M., Zhang H., Huang C., Zhang W., Cui S. Design of noncoherent communications: From statistical method to machine learning. *IEEE Wireless Communications*, 2020, vol. 27, no. 1, pp. 76–83. doi:10.1109/MWC.001.1900284
22. Yuan P., Coşkun M. C., Kramer G. Polar-coded non-coherent communication. *IEEE Communications Letters*, 2021, vol. 25, no. 6, pp. 1786–1790. doi:10.1109/LCOMM.2021.3061650
23. Таубин Ф. А., Трофимов А. Н. Коды-произведения с полуслепым декодированием для одночастотной передачи в многолучевом канале с замираниями. *Информационно-управляющие системы*, 2024, № 5, с. 68–80. doi:10.31799/1684-8853-2024-5-68-80, EDN: ONWDIC
24. Трофимов А. Н., Таубин Ф. А. Вычисление аддитивной границы вероятности ошибки декодирования с использованием характеристических функций. *Информационно-управляющие системы*, 2021, № 4, с. 71–85. doi:10.31799/1684-8853-2021-4-71-85
25. Baddour K., Beaulieu N. Autoregressive modeling for fading channel simulation. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2005, vol. 4, iss. 4, pp. 1650–1662. doi:10.1109/TWC.2005.850327
26. Трофимов А. Н., Таубин Ф. А. Модель с дискретным временем для релейского канала с произвольным профилем многолучевости. Математические методы и модели в высокотехнологичном производстве: IV Международный форум: сб. тезисов докл. В 2 ч. СПб., ГУАП, 2024. Ч. 1, с. 232–235.
27. Harville D. A. *Matrix Algebra from a Statistician's Perspective*. Second ed. Springer, New York, 2008. 650 p.
28. Clark G. C., Jr., Cain J. B. *Error-Correction Coding for Digital Communications*. Plenum Press, New York, 1981. 435 p.
29. Bellman R. *Introduction to Matrix Analysis*. Second ed. McGraw Hill, New York, 1970. 403 p.
30. 3GPP Technical Specification TS 36.116, version 11.4.0, Release 11. Technical Specification Group RAN, E-UTRA. Relay radio transmission and reception. 2015. 36 p. <https://portal.3gpp.org/desktopmodules/Specifications/SpecificationDetails.aspx?specificationId=2417> (дата обращения: 24.05.2025).

UDC 621.391

doi:10.31799/1684-8853-2025-5-35-49

EDN: CXVICZ

Performance analysis of two-stage channel coding with noncoherent transmission over multipath fading channel with Doppler scattering

F. A. Taubin^a, Dr. Sc., Tech., Professor, orcid.org/0000-0002-8781-9531A. N. Trofimov^a, PhD, Tech., Associate Professor, orcid.org/0000-0003-1233-5222, andrei.trofimov@guap.ru^aSaint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 67, B. Morskaya St., 190000, Saint-Petersburg, Russian Federation

Introduction: In high mobility communication systems noncoherent transmission schemes with relatively simple channel coding are considered to be a promising alternative to traditional coherent transmission methods where the accurate estimation of the channel parameters (for example, using periodic transmission of pilot signals) consumes a disproportionately large share of resources. The absence of estimates of current channel parameters in the receiver of a high mobility communication system is accompanied by the emergence of certain restrictions on the joint selection of effective methods of channel coding and modulation, as well as the need to develop procedures for a sufficiently accurate analysis of noise immunity. **Purpose:** To carry out a noise immunity analysis of two-stage coded transmission in a multipath channel with Doppler scattering using amplitude-phase modulation and non-coherent reception at the inner decoding stage. **Results:** For a multipath channel with Doppler scattering, we present a scenario of noncoherent transmission based on two-stage channel coding with interleaving between stages and an inner code with amplitude-phase modulation. We provide a description of the general decoding scheme of the two-stage design for a general channel model with an arbitrary multipath profile and Doppler scattering, which includes an explicit indication of significantly reducing the decoding complexity at the inner stage in cases of slow and fast fading in the channel. We present the analysis of the performance of the two-stage channel coding based on the developed method for the accurate calculation of the union bound on the decoding error probability for the considered scenario of transmission in a multipath channel with Doppler scattering. **Practical relevance:** The combination of a two-stage channel coding scheme with the amplitude-phase modulation significantly expands the set of rational options for the transmission scenario under consideration, and allows an acceptable level of reliable communication in a wide range of Doppler scattering and multipath profile. The proposed method for accurate calculating the pairwise error probability increases the efficiency of selecting specific coding schemes in a multipath channel with Doppler scattering.

Keywords — wireless channel, Rayleigh fading, multipath propagation, Doppler scattering, two-stage coding, noncoherent reception, union bound on error probability, Chernoff bound, exact calculation of pairwise error probabilities, log-likelihood ratio characteristic function.

For citation: Taubin F. A., Trofimov A. N. Performance analysis of two-stage channel coding with noncoherent transmission over multipath fading channel with Doppler scattering. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2025, no. 5, pp. 35–49 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2025-5-35-49, EDN: CXVICZ

References

- Wu J., Fan P. A survey on high mobility wireless communications: Challenges, opportunities and solutions. *IEEE Access*, 2016, vol. 4, pp. 450–476.
- Jaffry S., Hussain R., Gui X., Hasan S. F. A Comprehensive survey on moving networks. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2021, vol. 23, no. 1, pp. 110–136. doi:10.1109/COMST.2020.3029005
- Li J., Niu Y., Wu H., Ai B., Chen S., Feng Z., Zhong Z., Wang N. Mobility support for millimeter wave communications: Opportunities and challenges. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2022, vol. 24, no. 3, pp. 1816–1842. doi:10.1109/COMST.2022.3176802
- Suyama S., Okuyama T., Kishiyama Y., Nagata S., Asai T. A study on extreme wideband 6G radio access technologies for achieving 100 Gbps data rate in higher frequency bands. *IEICE Transactions on Communications*, 2021, vol. 104, iss. 9, pp. 992–999. doi:10.1587/transcom.2020FGI0002
- Tavsanoglu A., Briso C., Carmena-Cabanillas D., Arancibia R. B. Concepts of hyperloop wireless communication at 1200 km/h: 5G, Wi-Fi, propagation, Doppler and handover. *Energies*, 2021, vol. 14, iss. 4, p. 983. doi:10.3390/en14040983
- Li P., Niu Y., Wu H., Han Z., Wang N., Xiong L., Ai B., Yuen C. Secure high-speed train-to-ground communications through ISAC. *IEEE Internet of Things Journal*, 2024, vol. 11, iss. 19, pp. 31235–31248. doi:10.1109/JIOT.2024.3416494
- Kim J., Schmieder M., Peter M., Chung H., Choi S., Kim I., Han Y. A comprehensive study on mmWave-Based mobile hotspot network system for high-speed train communications. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2019, vol. 68, no. 3, pp. 2087–2101. doi:10.1109/TVT.2018.2865700
- Clancy J., Mullins D., Deegan B., Horgan J., Ward E., Eising C., Denny P., Jones E., Glavin M. Wireless access for V2X communications: Research, challenges and opportunities. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2024, vol. 26, no. 3, pp. 2082–2119. doi:10.1109/COMST.2024.3384132
- Deng X., Meng H., Gao Z., Zou X., Li P., Pan W., Yan L. Wideband Doppler channel modeling for wireless communications with high mobility. *2023 IEEE/CIC International Conference on Communications in China (ICCC)*, 2023, Dalian, China, pp. 1–6. doi:10.1109/ICCC57788.2023.10233384
- Selim B., Muhaidat S., Sofotasios P. C., Sharif B. S., Stouraitis T., Karagiannidis G. K., Al-Dhahir N. Performance analysis of single-carrier coherent and noncoherent modulation under I/Q imbalance. *Proc. IEEE 87th Veh. Technol. Conf. (VTC Spring)*, 2018, pp. 1–5.
- Bhardwaj P., Zafaruddin S. M. Exact performance analysis of THz link under transceiver hardware impairments. *IEEE Communications Letters*, 2023, vol. 27, no. 8, pp. 2197–2201. doi:10.1109/LCOMM.2023.3283417
- Kim J., Jo H.-S., Lee K.-J., Lee D.-H., Choi D.-H., Kim S. A low-complexity I/Q imbalance calibration method for quadrature modulator. *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems*, 2019, vol. 27, no. 4, pp. 974–977. doi:10.1109/TVLSI.2018.2883758
- Jie M., Houjun W., Lianping G., Peng Y., Yu Z. Estimation and compensation of I/Q linear phase imbalance based on the generalized cross correlation and cross-power spectrum phase method. *2019 14th IEEE International Conference on Electronic Measurement & Instruments (ICEMI)*, 2019, Changsha, China, pp. 1861–1866. doi:10.1109/ICEMI46757.2019.9101881
- Mouchtak Y., El Bouanani F., Qaraqe K. A. Performance analysis of I/Q imbalance with hardware impairments over Hyper-Fox's H-fading channels. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2022, vol. 21, no. 11, pp. 9519–9536. doi:10.1109/TWC.2022.3177530
- Kuo P.-H., Alain A. M. Mourad. Millimeter wave for 5G mobile fronthaul and backhaul. *2017 European Conference on Networks and Communications (EuCNC)*, 2017, pp. 1–5.
- Jiang M., Cezanne J., Sampath A., Shental O., Wu Q., Koy-men O. H., Bedewy A. M., Li J. Wireless fronthaul for 5G and future radio access networks: Challenges and enabling technologies. *IEEE Wireless Communications*, 2022, vol. 29, iss. 2, pp. 108–114. doi:10.1109/MWC.003.2100482
- Townend D., Husbands R., Walker S. D., Sutton A. Challenges and opportunities in wireless fronthaul. *IEEE Access*, 2023, vol. 11, pp. 106607–106619. doi:10.1109/ACCESS.2023.3319073
- Warrier D., Madhow U. Spectrally efficient noncoherent communication. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 2002, vol. 48, iss. 3, pp. 651–668. doi:10.1109/18.985996
- Chao X., Ishikawa N., Rajashekar R., Sugiyama S., Maunder R. G., Wang Z., Yang L., Hanzo L. Sixty years of coherent versus non-coherent tradeoffs and the road from 5G to wireless futures. *IEEE Access*, 2019, vol. 7, pp. 178246–178299. doi:10.1109/ACCESS.2019.2957706
- Östman J., Durisi G., Ström E. G., Coşkun M. C., Liva G. Short packets over block-memoryless fading channels: Pilot-assisted or noncoherent transmission? *IEEE Transactions on Communications*, 2019, vol. 67, no. 2, pp. 1521–1536. doi:10.1109/TCOMM.2018.2874993
- Huang J., Lan M., Zhang H., Huang C., Zhang W., Cui S. Design of noncoherent communications: From statistical method to machine learning. *IEEE Wireless Communications*, 2020, vol. 27, no. 1, pp. 76–83. doi:10.1109/MWC.001.1900284
- Yuan P., Coşkun M. C., Kramer G. Polar-coded non-coherent communication. *IEEE Communications Letters*, 2021, vol. 25, no. 6, pp. 1786–1790. doi:10.1109/LCOMM.2021.3061650
- Taubin F. A., Trofimov A. N. Product codes with semi-blind decoding for single carrier transmission over multipath fading channel. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2024, no. 5, pp. 68–80 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2024-5-68-80, EDN: ONWDIC
- Trofimov A. N., Taubin F. A. Evaluation of the union bound for the decoding error probability using characteristic functions. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2021, no. 4, pp. 71–85 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2021-4-71-85
- Baddour K., Beaulieu N. Autoregressive modeling for fading channel simulation. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2005, vol. 4, iss. 4, pp. 1650–1662. doi:10.1109/TWC.2005.850327
- Trofimov A. N., Taubin F. A. Discrete-time model for Rayleigh channel with arbitrary multipath profile. *Teziy dokladov IV Mezhdunarodnogo foruma "Matematicheskie metody i modeli v vysokotekhnologichnom proizvodstve"* [Proc. of the IV Intern. Forum "Mathematical Methods and Models in High-Tech Production"]. Saint-Petersburg, GUAP Publ., 2024, Part 1, pp. 232–235 (In Russian).
- Harville D. A. *Matrix Algebra from a Statistician's Perspective*. Second ed. Springer, New York, 2008. 650 p.
- Clark G. C., Jr., Cain J. B. *Error-Correction Coding for Digital Communications*. Plenum Press, New York, 1981. 435 p.
- Bellman R. *Introduction to Matrix Analysis*. Second ed. McGraw Hill, New York, 1970. 403 p.
- 3GPP Technical Specification TS 36.116, version 11.4.0, Release 11. Technical Specification Group RAN, E-UTRA. Relay radio transmission and reception. 2015. 36 p. Available at: <https://portal.3gpp.org/desktopmodules/Specifications/SpecificationDetails.aspx?specificationId=2417> (accessed 24 May 2025).



Параметрическая идентификация подсистем радиотелескопов при влиянии внешнего воздействия

А. Ю. Кучмин^а, доктор техн. наук, ведущий научный сотрудник, orcid.org/0000-0003-0699-6112, radiotelescope@yandex.ru

С. С. Расова^а, канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник, orcid.org/0000-0002-1272-1839

^аИнститут проблем машиноведения Российской академии наук, Большой пр. В. О., 61, Санкт-Петербург, 199178, РФ

Введение: радиотелескопы являются сложными нестационарными динамическими объектами, подверженными влиянию различного рода внешних воздействий, таких как гравитация, ветер и температура. Все это существенным образом снижает точность управления элементами зеркальной системы радиотелескопов и, как следствие, снижает их эффективность. Для повышения точности систем управления радиотелескопами необходимо создавать модели воздействия на них внешних факторов на основе результатов идентификации. **Цель:** разработать методы идентификации подсистем радиотелескопов на основе интеллектуальных электромеханических систем при наличии внешних воздействий различной природы. **Результаты:** получены модификации статистических МНК-идентификаторов, позволяющие решать задачу оценивания параметров динамических квазистационарных систем при медленно меняющихся внешних воздействиях. Предложен простой и эффективный метод синтеза подобного рода идентификаторов для внешних воздействий векторного и скалярного вида с учетом ограничений. Для случая скалярного внешнего воздействия разработан новый двухкаскадный наблюдатель, позволяющий получать оценки разных видов внешнего воздействия, что показано на примере типовых воздействий, таких как постоянное, с постоянной скоростью, с постоянным ускорением, синусоидальное и случайное. Создан метод построения программных движений для динамических систем при влиянии внешнего воздействия на основе наблюдателя полного порядка. **Практическая значимость:** учет внешнего воздействия является основным фактором повышения точности систем управления радиотелескопами. Методы совместного оценивания параметров и внешнего воздействия позволят строить более высокоточные системы управления радиотелескопами.

Ключевые слова — радиотелескоп, адаптивная зеркальная система, МНК-идентификатор, идентификация, интеллектуальные электромеханические системы, внешнее воздействие.

Для цитирования: Кучмин А. Ю., Расова С. С. Параметрическая идентификация подсистем радиотелескопов при влиянии внешнего воздействия. *Информационно-управляющие системы*, 2025, № 5, с. 50–63. doi:10.31799/1684-8853-2025-5-50-63, EDN: KPWVZO

For citation: Kuchmin A. Yu., Rasova S. S. Parametric identification of subsystems of radio-telescopes under the external loading. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2025, no. 5, pp. 50–63 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2025-5-50-63, EDN: KPWVZO

Введение

Радиотелескопы — это астрономические инструменты для исследования космоса в радиочастотном диапазоне [1–5]. Основным элементом радиотелескопа является антенная система, составленная из зеркал. Основной задачей управления в радиотелескопе является наведение элементов зеркальной системы на источник космического излучения с требуемой точностью [6–9]. Зеркальные системы подвержены влиянию различных факторов, основными из которых являются ветровая, гравитационная нагрузка и температура [10–16]. Таким образом, для обеспечения требуемого качества управления необходимо с помощью исполнительных механизмов компенсировать ошибки позиционирования отражающих поверхностей и их деформации.

Развитие кибернетического подхода позволило использовать для управления зеркальными

системами современные исполнительные механизмы параллельной структуры, получившие название интеллектуальные электромеханические системы (ИЭМС) [17–19]. Высокая эффективность использования ИЭМС для наведения зеркальных систем обеспечена наличием параллельной кинематической схемы, малой металлоемкостью, высокой точностью и адаптивностью. Однако ИЭМС представляют собой сложные электромеханические системы, параметры которых меняются в ходе их перемещений. Идентификация параметров ИЭМС при управлении в условиях действия внешних воздействий и различного рода ограничений является актуальной задачей [20–23].

Современные радиотелескопы строятся на основе методов адаптивной оптики [7]. В данной статье мы будем рассматривать полноповоротные радиотелескопы с адаптивными отражающими поверхностями. Главное зеркало подобных радиотелескопов выполняется из отдель-

ных щитов, положение которых и деформации корректируются с помощью исполнительных механизмов на основе ИЭМС, представляющих собой n -поды — параллельные кинематические машины, состоящие из двух платформ, одна из которых относительно другой (как правило, верхняя) перемещается с помощью электромеханических домкратов (актуаторов) [17–19, 22, 23]. Каждый актуатор состоит из электродвигателя, редуктора и линейного механического двигателя (чаще всего шариковинтовой пары). К платформам актуатор крепится с помощью шарниров, обеспечивающих его угловое перемещение. Есть варианты конструкций, где шарниры отсутствуют. В качестве исполнительных механизмов в новейших радиотелескопах используются гексаподы, имеющие шесть актуаторов. Аналогичную конструкцию имеют и контррефлекторы. Их адаптивная поверхность также выполняется из отдельных щитов, перемещаемых n -подами.

Основным элементом исполнительных механизмов адаптивных зеркальных систем являются линейные приводы, параметры которых меняются при наведении радиотелескопа, в частности жесткость и моменты инерции. В связи с этим приходится решать задачу идентификации параметров моделей этих приводов, что осложняется наличием внешних воздействий, таких как гравитационная и ветровая нагрузки и температурные деформации, вносящих значительную ошибку в оценки параметров приводов. Поэтому необходимо разработать метод совместного оценивания параметров привода и внешних воздействий, что позволит компенсировать влияние внешнего воздействия.

Модели элементов исполнительных механизмов ИЭМС

Рассматриваются два основных вида приводов исполнительных механизмов, широко используемых в ИЭМС для зеркальных систем радиотелескопов: привод углового перемещения элементов зеркальной системы [24] и линейный привод [23].

Математическая модель привода угловых перемещений

Привод угловых перемещений (УП) состоит из электродвигателя, редуктора, подвижной платформы, соединенной с редуктором с помощью коренной шестерни. Используются приводы по углу азимута и по углу места. В подобных приводах в зависимости от их типа могут быть использованы электродвигатели постоянного

тока и асинхронные электродвигатели переменного тока. Мы ограничимся вариантом асинхронных электродвигателей переменного тока при частотном управлении. Схема замещения привода для построения модели представляет собой линеаризованную модель электродвигателя, модель упругого редуктора в виде жесткости и соединенной с редуктором платформы, которая моделируется абсолютно твердым телом, характеризуемым моментом инерции. На привод действует момент внешнего воздействия. Динамика привода может быть описана с помощью модели, представленной в работе [24] и модифицированной с учетом влияния внешнего воздействия.

Линеаризованные уравнения асинхронного электродвигателя при частотном управлении будут иметь вид

$$I_{\text{дв}} = \frac{M_{\text{дв}}}{C_m}; \dot{M}_{\text{дв}} = -\frac{1}{T_e} M_{\text{дв}} - \frac{B_t}{T_e} \omega_{\text{дв}} + \frac{B_t}{K_\omega T_e} \omega_u; \\ J_{\text{дв}} \dot{\omega}_{\text{дв}} = M_{\text{дв}} - \mu_{\text{дв}} \omega_{\text{дв}} - M_H,$$

где $I_{\text{дв}}$ — ток электродвигателя; $M_{\text{дв}}$ — момент электродвигателя; C_m — моментная постоянная электродвигателя; T_e — электрическая постоянная времени электродвигателя; B_t — коэффициент жесткости механической характеристики электродвигателя; $\omega_{\text{дв}}$ — угловая скорость электродвигателя; K_ω — коэффициент частоты; ω_u — частота питающего напряжения электродвигателя; $J_{\text{дв}}$ — момент инерции ротора электродвигателя; $\mu_{\text{дв}}$ — коэффициент вязкого трения в подшипниках электродвигателя; M_H — момент нагрузки электродвигателя.

Параметры модели электродвигателя привода УП:

- электрическая постоянная времени электродвигателя — 0,1 с;
- коэффициент частоты — 1,4 с²/рад;
- моментная постоянная электродвигателя — 0,133 Н·м/А;
- коэффициент жесткости механической характеристики электродвигателя — 0,3 Н·м·с/рад;
- момент инерции ротора электродвигателя — 0,03 кг·м²;
- коэффициент вязкого трения в подшипниках электродвигателя — 0,0138 Н·м·с/рад.

Параметры замещения механической части привода УП:

- коэффициент жесткости — 0,54 · 10¹⁰ Н·м/рад;
- коэффициент демпфирования — 0,54 × 10⁹ Н·м·с/рад;
- передаточное число редуктора — 10⁵;
- момент инерции платформы — 5,84 · 10⁷ кг·м².

Запишем уравнения модели привода УП в пространстве состояний:

$$\dot{\mathbf{X}}_{\text{УП}} = \mathbf{A}_{\text{УП}} \mathbf{X}_{\text{УП}} + \mathbf{B}_{\text{УП}} u_{\text{УП}} + \mathbf{F}_{\text{УП}} \xi_{\text{УП}}, \quad \mathbf{X}_{\text{УП}} = [I_{\text{дв}} \quad \omega_{\text{дв}} \quad \omega_{\text{пл}} \quad \varphi \quad \alpha]^T,$$

$$\mathbf{A}_{\text{УП}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_e} & -\frac{B_t}{T_e C_m} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{C_m}{J_{\text{дв}}} & -\frac{D_{\text{УП}}}{J_{\text{дв}} I_{\text{ред}}^2} - \frac{\mu_{\text{дв}}}{J_{\text{дв}}} & \frac{D_{\text{УП}}}{J_{\text{дв}} I_{\text{ред}}} & \frac{C_{\text{УП}}}{J_{\text{дв}} I_{\text{ред}}} & 0 \\ 0 & \frac{D_{\text{УП}}}{J_{\text{пл}} I_{\text{ред}}} & -\frac{D_{\text{УП}}}{J_{\text{пл}}} & -\frac{C_{\text{УП}}}{J_{\text{пл}}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{I_{\text{ред}}} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{\text{УП}} = \begin{bmatrix} \frac{B_t}{T_e C_m K_{\omega}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_{\text{УП}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{J_{\text{пл}}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где $\mathbf{X}_{\text{УП}}$ — вектор состояния УП; $\omega_{\text{пл}}$ — угловая скорость платформы УП; φ — угловая деформация УП; α — угол поворота платформы УП; $\mathbf{A}_{\text{УП}}$, $\mathbf{B}_{\text{УП}}$, $\mathbf{F}_{\text{УП}}$ — матрицы параметров модели УП в пространстве состояний; $D_{\text{УП}}$ — коэффициент демпфирования УП; $C_{\text{УП}}$ — коэффициент жесткости УП; $J_{\text{пл}}$ — момент инерции платформы УП; $I_{\text{ред}}$ — передаточное число редуктора; $u_{\text{УП}}$ — управляющее воздействие, $u_{\text{УП}} = \omega_u$; $\xi_{\text{УП}}$ — внешнее воздействие.

Параметры модели (1) имеют разный диапазон, что приводит к плохой обусловленности при вычислениях. Приводы в радиотелескопах имеют высокую точность, и диапазоны изменения величин, характеризующих положение платформы, измеряются в угловых секундах. По этой причине целесообразным является переход от радиан к угловым секундам в компонентах вектора состояния, описывающих положение платформы, в модели (1), чтобы избежать плохой вычислительной обусловленности.

Введем матрицу линейного преобразования от радиан к угловым секундам $\mathbf{K}_{\text{rad2sec}} = \text{diag}(1, 1, 180 \cdot 3600/\pi, 180 \cdot 3600/\pi, 180 \cdot 3600/\pi)$. Вектор состояния в (1) может быть выражен через новый вектор состояния $\mathbf{X}_{\text{УП}}^*$ как $\mathbf{X}_{\text{УП}} = \mathbf{K}_{\text{rad2sec}}^{-1} \mathbf{X}_{\text{УП}}^*$. Тогда, используя это линейное преобразование, получим

$$\dot{\mathbf{X}}_{\text{УП}}^* = \mathbf{A}_{\text{УП}}^* \mathbf{X}_{\text{УП}}^* + \mathbf{B}_{\text{УП}}^* u_{\text{УП}} + \mathbf{F}_{\text{УП}}^* \xi_{\text{УП}},$$

$$\mathbf{A}_{\text{УП}}^* = \mathbf{K}_{\text{rad2sec}} \mathbf{A}_{\text{УП}} \mathbf{K}_{\text{rad2sec}}^{-1}, \quad \mathbf{B}_{\text{УП}}^* = \mathbf{K}_{\text{rad2sec}} \mathbf{B}_{\text{УП}}, \quad \mathbf{F}_{\text{УП}}^* = \mathbf{K}_{\text{rad2sec}} \mathbf{F}_{\text{УП}}. \quad (2)$$

Были рассчитаны матрицы параметров УП из (2):

$$\mathbf{A}_{\text{УП}} = \begin{bmatrix} -10,00 & -22,56 & 0 & 0 & 0 \\ 4,43 & -2,26 & 0,87 & 8,73 & 0 \\ 0 & 19,07 & -9,25 & -92,47 & 0 \\ 0 & -2,06 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{\text{УП}} = \begin{bmatrix} 16,11 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_{\text{УП}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -3,5 \cdot 10^{-3} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Далее мы будем использовать систему (2) и индекс * будем опускать для упрощения записи. Если будут использоваться матрицы из (1), это будет отмечаться.

Математическая модель привода линейных перемещений

Поскольку для перемещения элементов зеркальной системы используются исполнительные механизмы параллельной структуры, основными элементами которых являются линейные приводы [23], то мы рассмотрим модель подобного устройства. Линейный привод (ЛП) состоит из электродвигателя постоянного тока, редуктора, линейного движителя (чаще всего шариковинтовой пары) и платформы. Схема замещения линейного привода состоит из линеаризованной модели электродвигателя постоянного тока, редуктора, описываемого упругим элементом, линейного движителя, который описывается передаточным числом, и платформы, которая представляет собой абсолютно твердое тело, характеризующееся массой. На привод действует сила внешнего воздействия. Динамика привода может быть описана с помощью модели, представленной в работах [23, 24] и модифицированной с учетом влияния внешнего воздействия.

Рассматривается ЛП со следующими характеристиками.

Параметры электродвигателя:

- постоянная времени обмотки якоря – 0,01 с;
- активное сопротивление обмотки якоря – 2,86 Ом;
- моментная постоянная электродвигателя – 0,036 Н·м/А;
- коэффициент противоЭДС – 0,076 В·с/рад;
- момент инерции якоря электродвигателя – 0,0004 кг·м²;
- коэффициент вязкого трения в подшипниках – 10⁻⁵ Н·м·с/рад;
- напряжение питания – ±24 В.

Параметры системы планетарный редуктор – шариковинтовая передача:

- коэффициент демпфирования – 3,0·10⁵ Н·с/м;
- передаточное число – 1,6·10⁵ рад/м;
- коэффициент жесткости – 6,0·10⁷ Н/м;
- масса перемещаемого груза – 600 кг.

Дифференциальные уравнения упрощенной модели ЛП в пространстве состояния имеют вид

$$\dot{\mathbf{X}}_{\text{ЛП}} = \mathbf{A}_{\text{ЛП}} \mathbf{X}_{\text{ЛП}} + \mathbf{B}_{\text{ЛП}} u_{\text{ЛП}} + \mathbf{F}_{\text{ЛП}} \xi_{\text{ЛП}}, \quad \mathbf{X}_{\text{ЛП}} = [I_{\text{дв}} \quad \omega_{\text{дв}} \quad v_{\text{пл}} \quad d \quad L]^T,$$

$$\mathbf{A}_{\text{ЛП}} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_{\text{дв}}} & -\frac{C_e}{T_{\text{дв}} R_{\text{дв}}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{C_m}{J_{\text{дв}}} & -\frac{D_{\text{ЛП}}}{J_{\text{дв}} I_{\text{ЛП}}^2} - \frac{\mu_{\text{дв}}}{J_{\text{дв}}} & \frac{D_{\text{ЛП}}}{J_{\text{дв}} I_{\text{ЛП}}} & \frac{C_{\text{ЛП}}}{J_{\text{дв}} I_{\text{ЛП}}} & 0 \\ 0 & \frac{D_{\text{ЛП}}}{m_{\text{пл}} I_{\text{ЛП}}} & -\frac{D_{\text{ЛП}}}{m_{\text{пл}}} & -\frac{C_{\text{ЛП}}}{m_{\text{пл}}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{I_{\text{ЛП}}} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{\text{ЛП}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{\text{дв}} R_{\text{дв}}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_{\text{ЛП}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где $\mathbf{X}_{\text{ЛП}}$ – вектор состояния ЛП; $v_{\text{пл}}$ – скорость удлинения штока ЛП; d – деформация ЛП; L – удлинение штока ЛП; $\mathbf{A}_{\text{ЛП}}$, $\mathbf{B}_{\text{ЛП}}$, $\mathbf{F}_{\text{ЛП}}$ – матрицы параметров модели ЛП; $T_{\text{дв}}$ – постоянная времени обмотки якоря электродвигателя; C_e – коэффициент противоЭДС электродвигателя; $R_{\text{дв}}$ – сопротивление обмотки якоря электродвигателя; $D_{\text{ЛП}}$ – коэффициент демпфирования ЛП; $I_{\text{ЛП}}$ – передаточное число ЛП; $C_{\text{ЛП}}$ – коэффициент жесткости ЛП; $m_{\text{пл}}$ – масса платформы и перемещаемого груза; $u_{\text{ЛП}}$ – управляющее воздействие ЛП; $\xi_{\text{ЛП}}$ – внешнее воздействие ЛП.

Введем матрицу линейного преобразования от метров к миллиметрам $\mathbf{K}_{m2mm} = \text{diag}(1, 1, 1000, 1000, 1000)$. Вектор состояния в (3) выразим через новый вектор состояния $\mathbf{X}_{\text{ЛП}}^*$ как $\mathbf{X}_{\text{ЛП}} = \mathbf{K}_{m2mm}^{-1} \mathbf{X}_{\text{ЛП}}^*$. Тогда получим

$$\dot{\mathbf{X}}_{\text{ЛП}}^* = \mathbf{A}_{\text{ЛП}}^* \mathbf{X}_{\text{ЛП}}^* + \mathbf{B}_{\text{ЛП}}^* u_{\text{ЛП}} + \mathbf{F}_{\text{ЛП}}^* \xi_{\text{ЛП}},$$

$$\mathbf{A}_{\text{ЛП}}^* = \mathbf{K}_{m2mm} \mathbf{A}_{\text{ЛП}} \mathbf{K}_{m2mm}^{-1}, \quad \mathbf{B}_{\text{ЛП}}^* = \mathbf{K}_{m2mm} \mathbf{B}_{\text{ЛП}}, \quad \mathbf{F}_{\text{ЛП}}^* = \mathbf{K}_{m2mm} \mathbf{F}_{\text{ЛП}}. \quad (4)$$

Были рассчитаны матрицы параметров ЛП из (4):

$$\mathbf{A}_{\text{ЛП}}^* = \begin{bmatrix} -100,00 & -2,66 & 0 & 0 & 0 \\ 90,00 & -5,43 \cdot 10^{-2} & 4,69 & 937,50 & 0 \\ 0 & 3,13 & -500,00 & -10^5 & 0 \\ 0 & -6,25 \cdot 10^{-3} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{\text{ЛП}}^* = \begin{bmatrix} 34,97 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_{\text{ЛП}}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1,67 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Далее мы будем использовать систему (4) и индекс * будем опускать для упрощения записи. Если будут использоваться матрицы из (3), это будет отмечаться.

Постановка задачи оценивания параметров моделей приводов при наличии внешнего воздействия

Идентификация параметров динамических систем при наличии внешнего воздействия — это сложная задача [22], так как внешнее воздействие вносит существенную погрешность при оценке параметров, поэтому необходимо решать совместную задачу: посредством одного идентификатора оценивать и параметры, и внешнее воздействие. Для этого будем применять модифицированные МНК-идентификаторы, основанные на методе наименьших квадратов [22]. Для увеличения стабильности работы данных идентификаторов целесообразно использовать априорные знания о диапазоне изменения параметров модели приводов, которые могут быть получены на стадии проектирования. Для формирования системы ограничений для внешнего воздействия могут быть использованы результаты косвенных измерений: в случае термодформаций — это температура, в случае ветровой нагрузки — скорость ветра и его направление. Данные ограничения позволяют избежать ситуаций, когда параметры и внешнее воздействие превышают допустимые значения этих величин, получаемые исходя из физической реализуемости.

Были разработаны модифицированные МНК-идентификаторы, позволяющие оценивать системы со скалярным выходом и векторным входом по управляющим и внешним воздействиям [22, 23]. Для рассматриваемых приводов внешняя нагрузка имеет вход по одним обобщающим координатам, а управляющее воздействие — по другим. Поэтому необходимо разработать МНК-идентификатор, который позволял бы оценивать параметры модели, когда она задана в пространстве состояний. В общем случае совместное оценивание параметров привода и внешних воздействий возможно, если весь вектор состояний измеряется. Тогда разработанные [22, 23] МНК-идентификаторы могут быть обобщены для моделей, заданных в пространстве состояний. Следует отметить, что внешнее воздействие в такой постановке определяется как суммарное приведенное внешнее воздействие, определяемое с точностью до весового коэффициента. Данный коэффициент может быть рассчитан на стадии проектирования, если же это сделать невозможно, то он выбирается таким образом, чтобы получить хорошую вычислительную обусловленность при реализации алгоритмов. Статистические методы, такие как модифицированные МНК-идентификаторы, обладают хорошей устойчивостью, но при совместной оценке параметров и внешнего воздействия показали

высокую эффективность в случае квазистационарных систем, когда и параметры, и внешнее воздействие медленно меняются. Для обеспечения высокого качества оценки параметров на временном отрезке оценивания внешнее воздействие аппроксимируется полиномом. Выбор порядка аппроксимирующего полинома — нетривиальная задача, напрямую связанная со скоростью изменения внешнего воздействия и размером выборки, на которой решается задача идентификации. При небольших выборках и медленно меняющемся внешнем воздействии хорошие результаты показывает линейная аппроксимация. Здесь можно выделить два основных подхода: аппроксимация выполняется либо одной линейной функцией в рамках всей выборки, либо несколькими линейными функциями при разбиении исходной выборки на подгруппы.

Математическая постановка задачи синтеза МНК-идентификатора для моделей, заданных в пространстве состояний, при медленно меняющемся внешнем воздействии

Модель системы в общем виде в пространстве состояний задается следующим образом:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}^* \mathbf{X} + \mathbf{B}^* \mathbf{U} + \xi, \quad (5)$$

где $\mathbf{X}$ — вектор состояния системы; $\mathbf{A}^*$, $\mathbf{B}^*$ — матрицы параметров модели системы; $\mathbf{U}$ — управляющие воздействия; ξ — приведенный вектор внешних воздействий.

Модифицированные МНК-идентификаторы [22, 23] оперируют дискретными данными, полученными с датчиков измерительной системы, поэтому от модели непрерывного времени необходимо перейти к дискретной модели. Исходную систему в пространстве состояний (5), заданную в непрерывном времени, требуется перевести в дискретный вид в отсчетах. Это может быть выполнено дискретным преобразованием, тогда уравнения будут иметь вид

$$\mathbf{X}[k] = \mathbf{A}\mathbf{X}[k-1] + \mathbf{B}\mathbf{U}[k-1] + \xi[k-1], \quad (6)$$

где $\mathbf{X}[k]$, $\mathbf{X}[k-1]$ — значения векторов состояния дискретной системы в соответствующие моменты времени; k — текущий номер момента времени; $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ — матрицы параметров дискретной модели системы; $\mathbf{U}[k-1]$ — значения вектора управляющих воздействий дискретной модели системы в соответствующие моменты времени; $\xi[k-1]$ — значения приведенного вектора внешних воздействий дискретной модели системы в соответствующие моменты времени. Следует

отметить, что вектор $\xi[k-1]$ образуется дискретным преобразованием в модели (5) и отличен от приведенного вектора внешних воздействий ξ .

При условии, что весь вектор состояния доступен для измерения, возможно построить процедуру совместного оценивания параметров модели и внешнего воздействия. Модель в дискретном времени (6) представим в виде отдельных уравнений:

$$\begin{aligned} x_1[k] &= \sum_{i=1}^n a_{1,i} x_i[k-1] + \sum_{j=1}^m b_{1,j} u_j[k-1] + \xi_1[k-1], \\ &\vdots \\ x_n[k] &= \sum_{i=1}^n a_{n,i} x_i[k-1] + \sum_{j=1}^m b_{n,j} u_j[k-1] + \xi_n[k-1], \end{aligned} \quad (7)$$

где $x_1, \dots, x_n$ — компоненты вектора состояния; $a_{1,1}, \dots, a_{n,n}, b_{1,1}, \dots, b_{n,m}$ — коэффициенты дискретной модели; $u_1, \dots, u_m$ — управляющие воздействия; $\xi_1, \dots, \xi_n$ — приведенные внешние воздействия; n — порядок системы и число компонент приведенного вектора внешних воздействий; m — число управляющих воздействий; i, j — порядковые индексы.

Зададим модель внешнего воздействия в виде полиномиальной аппроксимации:

$$\xi_i[k] = \sum_{j=1}^p \eta_{i,j} k^{j-1} T_0^{j-1}, \quad (8)$$

где p — количество слагаемых полинома; $\eta_{i,j}$ — коэффициенты аппроксимации; T_0 — период дискретизации по времени. Количество коэффициентов полинома определяется исходя из размера анализируемой выборки данных N . Так, число p должно удовлетворять неравенству $p \leq N - n - m$.

Модель внешнего воздействия может быть задана кусочно-полиномиальным образом, тогда аппроксимация (8) выбирается для небольших участков решетчатой функции ξ_i . Поэтому количество коэффициентов полинома на каждом участке решетчатой функции ξ_i должно удовлетворять неравенству $N \geq n + m + ps$, где s — число сегментов кусочно-полиномиальной аппроксимации.

Для каждого уравнения будем использовать модифицированный МНК-идентификатор, входными данными в который являются измеренные выборки компонент вектора состояния и управляющих воздействий с начального значения момента времени с номером k^* . Производится синтез МНК-идентификатора для каждого уравнения в отдельности. Рассмотрим синтез на примере i -го уравнения из (7) при модели внешнего воздействия (8). Запишем уравнения для невязки следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_i &= \mathbf{D}_i - \mathbf{F}_i \mathbf{p}_i, \quad \mathbf{D}_i = \mathbf{x}_i[k^* + 1], \\ \mathbf{F}_i &= [\mathbf{x}_1[k^*], \dots, \mathbf{x}_n[k^*], \mathbf{u}_1[k^*], \dots, \\ &\quad \mathbf{u}_m[k^*], \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_p], \quad \mathbf{p}_1 = [1, 1, 1, \dots, 1]_N^T, \\ \mathbf{p}_2 &= [0, T_0, 2T_0, \dots, (N-1)T_0]^T, \\ \mathbf{p}_p &= [0, T_0^{p-1}, 2^{p-1}T_0^{p-1}, \dots, (N-1)^{p-1}T_0^{p-1}]^T, \\ \mathbf{p}_i &= [a_{i,1}, \dots, a_{i,n}, b_{i,1}, \dots, b_{i,m}, \eta_{i,1}, \dots, \eta_{i,p}]^T, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\mathbf{e}_i$ — вектор невязок для i -го уравнения; $\mathbf{D}_i$, $\mathbf{F}_i$ — матрицы уравнения для невязки; $\mathbf{x}_i[k^*]$ — вектор отсчетов i -й переменной состояния, сформированный из решетчатой функции $x_i[k]$ с момента времени с номером k^* по момент времени с номером $k^* + N - 1$; N — размер выборки, анализируемой в идентификаторе; $\mathbf{x}_i[k^* + 1]$ — вектор отсчетов i -й переменной состояния, сформированный из решетчатой функции $x_i[k]$ с момента времени с номером $k^* + 1$ по момент времени с номером $k^* + N$; $\mathbf{u}_i[k^*]$ — вектор отсчетов i -й переменной управления, сформированный из решетчатой функции $u_i[k]$ с момента времени с номером k^* по момент времени с номером $k^* + N - 1$; $\mathbf{p}_i$ — векторы коэффициентов модели внешнего воздействия размерностью N ; $\mathbf{p}_i$ — вектор искоемых параметров модели.

Для случая кусочно-полиномиальной аппроксимации исходные уравнения (9) будут модифицироваться следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_i &= \mathbf{D}_i - \mathbf{F}_i \mathbf{p}_i, \quad \mathbf{D}_i = \mathbf{x}_i[k^* + 1], \\ \mathbf{F}_i &= [\mathbf{x}_1[k^*], \dots, \mathbf{x}_n[k^*], \mathbf{u}_1[k^*], \dots, \mathbf{u}_m[k^*], \\ &\quad \mathbf{p}_{1,1}, \dots, \mathbf{p}_{1,p}, \dots, \mathbf{p}_{s,1}, \dots, \mathbf{p}_{s,p}], \\ \boldsymbol{\sigma}_1 &= [1, 1, 1, \dots, 1]_l^T, \quad \boldsymbol{\sigma}_2 = [0, T_0, 2T_0, \dots, (l-1)T_0]^T, \\ \boldsymbol{\sigma}_p &= [0, T_0^{p-1}, 2^{p-1}T_0^{p-1}, \dots, (l-1)^{p-1}T_0^{p-1}]^T, \\ \mathbf{p}_{j,1} &= [\mathbf{0}_{1 \times (j-1)l}, \boldsymbol{\sigma}_1^T, \mathbf{0}_{1 \times (N-jl)}]_N^T, \\ \mathbf{p}_{j,2} &= [\mathbf{0}_{1 \times (j-1)l}, \boldsymbol{\sigma}_2^T, \mathbf{0}_{1 \times (N-jl)}]_N^T, \\ \mathbf{p}_{j,p} &= [\mathbf{0}_{1 \times (j-1)l}, \boldsymbol{\sigma}_p^T, \mathbf{0}_{1 \times (N-jl)}]_N^T, \\ \mathbf{p}_i &= [a_{i,1}, \dots, a_{i,n}, b_{i,1}, \dots, b_{i,m}, \eta_{i,1,1}, \dots, \\ &\quad \eta_{i,1,p}, \dots, \eta_{i,s,1}, \dots, \eta_{i,s,p}]^T, \end{aligned} \quad (10)$$

где $\mathbf{p}_{i,j}$ — векторы коэффициентов кусочно-полиномиальной аппроксимации размерности N ;

$\mathbf{0}_{1 \times i}$ — вектор из нулей размерности $1 \times i$; σ_i — векторы коэффициентов кусочно-полиномиальной аппроксимации размерности l ; $\eta_{i,1,1}, \dots, \eta_{i,s,p}$ — параметры кусочно-полиномиальных аппроксимаций, где первый индекс обозначает номер уравнения, второй — номер кусочно-полиномиальной аппроксимации, третий — номер параметра модели кусочно-полиномиальной аппроксимации.

Целевая функция МНК-идентификатора для i -го уравнения записывается в следующем виде исходя из моделей (9) и (10):

$$\Phi_i = 0,5 \mathbf{e}_i^T \mathbf{e}_i = 0,5 \mathbf{p}_i^T \mathbf{F}_i^T \mathbf{F}_i \mathbf{p}_i - \mathbf{D}_i^T \mathbf{F}_i \mathbf{p}_i + 0,5 \mathbf{D}_i^T \mathbf{D}_i. \quad (11)$$

Из (11) параметры модели могут быть найдены как минимизация целевой функции Φ_i по $\mathbf{p}_i$, для этого найдем градиент от Φ_i по $\mathbf{p}_i$ и приравняем его нулю, получим линейное уравнение, решив которое найдем $\mathbf{p}_i$:

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{p}_i} \Phi_i &= \mathbf{F}_i^T \mathbf{F}_i \mathbf{p}_i - \mathbf{D}_i^T \mathbf{F}_i = 0, \\ \mathbf{p}_i &= (\mathbf{F}_i^T \mathbf{F}_i)^{-1} \mathbf{D}_i^T \mathbf{F}_i. \end{aligned} \quad (12)$$

Простое решение (12) может быть нестабильно, для преодоления этой проблемы целесообразно вводить дополнительные ограничения, которые формируются из интервальных ограничений на диапазоны параметров модели (7), а также на диапазоны изменений внешних воздействий (8) и дополнительных ограничений, связанных с физической адекватностью параметров $\mathbf{p}_i$. Тогда задача нахождения параметров $\mathbf{p}_i$ формулируется как задача условной оптимизации:

$$J_i = \min_{\mathbf{p}_i} \{ \Phi_i \}, \quad \Theta_i \mathbf{p}_i \geq \Xi_i, \quad (13)$$

где J_i — функционал; Θ_i — матрица коэффициентов ограничений; Ξ_i — вектор коэффициентов ограничений.

Решается задача идентификации для каждого уравнения из (7) в отдельности. После этого составляется модель системы в дискретном виде и формируются матрицы параметров. Затем осуществляется переход от дискретной системы к непрерывной, по которой уточняются величины исходной системы, и анализируется их физическая адекватность. Скорректированная система подвергается переходу от непрерывного вида к виду дискретному, и выполняется расчет внешнего воздействия по следующим формулам:

$$\xi_i[k-1] = x_i[k] - \sum_{j=1}^n a_{i,j} x_j[k-1] - \sum_{j=1}^m b_{i,j} u_j[k-1], \quad (14)$$

где $\xi_i[k-1]$ — рассчитанное внешнее воздействие для i -го уравнения.

Из уравнений (14) могут быть вычислены компоненты приведенного вектора внешних воздействий дискретной модели системы для момента времени, предшествующего текущему $\xi[k-1]$. После нахождения внешнего воздействия $\xi[k-1]$ оно прогнозируется на текущий момент времени методом линейной экстраполяции по следующей формуле:

$$\xi[k] = 2\xi[k-1] - \xi[k-2].$$

В дальнейшем восстановленное внешнее воздействие для текущего момента времени может быть использовано для построения желаемого состояния объекта управления как решение задачи оценивания вектора состояния с помощью наблюдателя при заданной желаемой траектории движений объекта управления.

Алгоритм синтеза модифицированного МНК-идентификатора и результаты его моделирования

В данном разделе описывается алгоритм синтеза модифицированного МНК-идентификатора моделей приводов, заданных в пространстве состояния при наличии внешнего воздействия.

1. Начало.
2. На основании характеристик приводов ИЭМС формируется непрерывная модель в пространстве состояния, по которой будет оцениваться физическая адекватность характеристик, полученных в ходе идентификации. Рассчитываются диапазоны изменения параметров данной модели исходя из интервалов соответствующих величин.
3. Формируется система интервальных ограничений для параметров дискретной модели привода, которые будут получены в ходе идентификации.
4. Выбирается полиномиальная модель внешнего воздействия. Формируется система ограничений для параметров модели внешнего воздействия.
5. Производится ввод данных с измерительной системы о компонентах вектора состояния.
6. Синтезируется модифицированный МНК-идентификатор для каждого уравнения дискретной модели привода. Находятся параметры уравнения и параметры модели внешнего воздействия.
7. Осуществляется переход от дискретной модели, полученной в ходе идентификации, к непрерывной модели привода.

8. Находятся характеристики непрерывной модели привода. Проверяется их соответствие интервальным значениям. Производится коррекция непрерывной модели привода.

9. Выполняется переход от непрерывной модели привода к дискретной.

10. Выполняется расчет внешнего воздействия исходя из дискретной модели привода.

11. Выполняется учет рассчитанного внешнего воздействия в дискретной модели привода.

12. Выполняется расчет ошибки модели привода. Если величина ошибки больше порогового значения, то выбирается другая модель аппроксимации внешнего воздействия при синтезе модифицированного МНК-идентификатора и осуществляется переход в п. 6. Иначе переход в п. 13.

13. Рассчитываются параметры дискретной модели привода и характеристики непрерывной модели привода. Находятся значения внешнего воздействия и прогнозируются на будущий момент времени.

14. Конец.

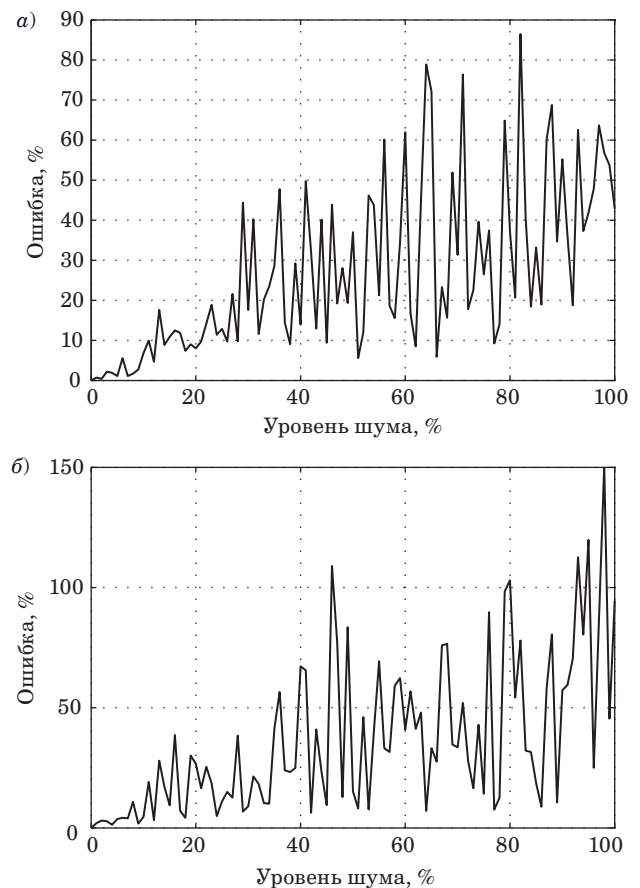
Приведем результаты моделирования модифицированного МНК-идентификатора двух видов приводов ИЭМС при различных внешних воздействиях.

Для углового и линейного приводов в качестве внешних воздействий использовались типовые виды тестовых сигналов и рассчитывалась погрешность оценивания их параметров.

Таким образом, для УП при постоянном внешнем воздействии 10^6 Н·м, при сигнале постоянной скорости, задаваемом законом $f_1 = 2 \cdot 10^5 t$ Н·м, и сигнале постоянного ускорения вида $f_2 = 4 \cdot 10^4 t^2$ Н·м ошибка оценивания параметров с помощью предлагаемого идентификатора не превышала 1 %.

Для ЛП при постоянном внешнем воздействии $6 \cdot 10^3$ Н, при сигнале постоянной скорости, задаваемом законом $f_3 = 1,2 \cdot 10^3 t$ Н, и сигнале постоянного ускорения вида $f_4 = 240 t^2$ Н ошибка оценивания параметров с помощью предлагаемого идентификатора не превышала 1 %.

Выполнены исследования чувствительности предлагаемого идентификатора к наличию во внешнем воздействии случайной составляющей. В качестве внешнего воздействия использовалась сумма постоянной и случайной составляющей, амплитуда которой менялась в диапазоне от нуля до значения постоянной величины. Погрешность оценивания параметров для приводов показана на рис. 1, а и б, где по оси абсцисс отложен уровень шума в процентах от величины постоянной составляющей внешнего воздействия, по оси ординат — ошибка оценивания параметров приводов. Исследования показывают, что случайная составляющая значительным об-



■ **Рис. 1.** Ошибка идентификации параметров УП при постоянном внешнем воздействии 10^6 Н·м и шумовой составляющей (а) и ЛП при постоянном внешнем воздействии $6 \cdot 10^3$ Н и шумовой составляющей (б)

■ **Fig. 1.** Error of estimating the parameters of the angular drive with a constant external loading 10^6 N·m and a noise component (a) and linear drive with a constant external loading $6 \cdot 10^3$ N and a noise component (b)

разом влияет на погрешность оценивания параметров, поэтому необходимо выбирать такие режимы работы системы, когда эта составляющая минимальна.

Синтез наблюдателя для оценки скалярного внешнего воздействия для дискретных моделей приводов

Предложенная выше методика оценивания векторного внешнего воздействия является общей и эффективна в переходных режимах объекта управления, когда внешнее воздействие слабо меняется, и дает высокую погрешность при случайном и быстро меняющемся внешнем воздействии. В рассматриваемых приводах ИЭМС для управления элементами зеркальной системы радиотелескопа предполагается, что внешнее воздействие имеет скалярный вид, и это хоро-

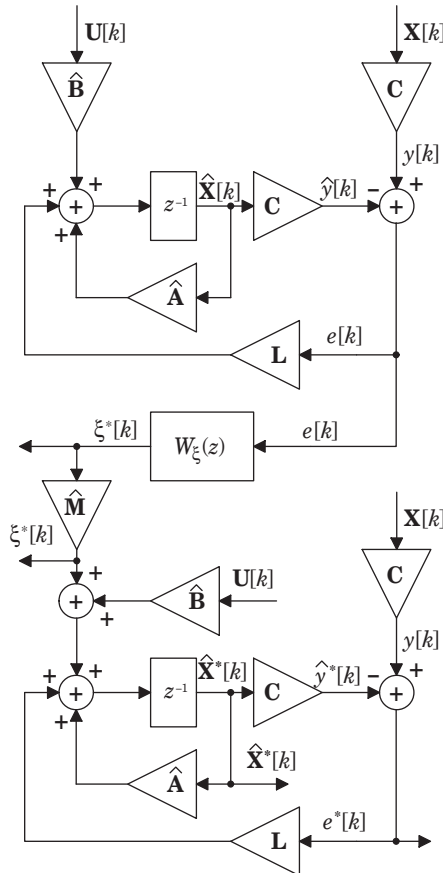
по согласуется с реальными системами. В этом случае, когда с помощью предложенного выше алгоритма найдены параметры модели привода, внешнее воздействие и неизмеряемые компоненты вектора состояния могут быть оценены с помощью наблюдающего устройства, схема которого представлена на рис. 2.

В данном наблюдателе ошибка оценивания выходной координаты y содержит в себе информацию как о влиянии внешнего воздействия, так и об отклонениях параметров модели привода от реальных. Это легко показать на примере следующих формул. Пусть в общем виде дискретная модель привода задается выражением

$$\begin{aligned} \mathbf{X}[k] &= \mathbf{A}\mathbf{X}[k-1] + \mathbf{B}\mathbf{U}[k-1] + \boldsymbol{\xi}[k-1], \\ y[k] &= \mathbf{C}\mathbf{X}[k], \end{aligned} \quad (15)$$

где $\mathbf{C}$ – матрица параметров модели; y – выходная координата системы.

Наблюдающее устройство состоит из трех основных частей: двух наблюдающих устройств полного порядка и подсистемы оценивания внешнего воздействия. Первый каскад представ-



■ **Рис. 2.** Схема наблюдателя для дискретной системы со скалярным внешним воздействием

■ **Fig. 2.** Estimator scheme for a discrete system with scalar external loading

ляет собой классическое наблюдающее устройство полного порядка, с помощью которого оценивается вектор состояния модели привода без учета внешнего воздействия. Уравнение данного наблюдающего устройства описывается выражением

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}[k] &= \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{X}}[k-1] + \hat{\mathbf{B}}\mathbf{U}[k-1] + \mathbf{L}(y[k] - \hat{y}[k]), \\ \hat{y}[k] &= \mathbf{C}\hat{\mathbf{X}}[k], \end{aligned} \quad (16)$$

где $\hat{\mathbf{X}}$ – оценка вектора состояния; $\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{B}}$ – оценки матриц параметров системы (15); $\mathbf{L}$ – коэффициенты обратных связей наблюдателя; $\hat{y}$ – оценка выходной координаты системы.

Предположим, что параметры реального привода отличаются от параметров наблюдателя (16), что запишем в следующем виде:

$$\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + \boldsymbol{\sigma}_\mathbf{A}, \quad \hat{\mathbf{B}} = \mathbf{B} + \boldsymbol{\sigma}_\mathbf{B},$$

где $\boldsymbol{\sigma}_\mathbf{A}, \boldsymbol{\sigma}_\mathbf{B}$ – отклонения значений соответствующих матриц.

Найдем выражение для ошибки оценивания компонент вектора состояния для наблюдателя (16):

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[k] &= \mathbf{X}[k] - \hat{\mathbf{X}}[k] = \\ &= \mathbf{A}\mathbf{X}[k-1] + \mathbf{B}\mathbf{U}[k-1] + \boldsymbol{\xi}[k-1] - \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{X}}[k-1] - \\ &\quad - \hat{\mathbf{B}}\mathbf{U}[k-1] - \mathbf{L}(y[k] - \hat{y}[k]), \quad \boldsymbol{\xi}[k] = \mathbf{M}\boldsymbol{\xi}[k], \\ \mathbf{E}[k] &= (\hat{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\mathbf{C})\mathbf{E}[k-1] + \\ &\quad + \mathbf{M}\boldsymbol{\xi}[k-1] - \boldsymbol{\sigma}_\mathbf{A}\mathbf{X}[k-1] - \boldsymbol{\sigma}_\mathbf{B}\mathbf{U}[k-1], \end{aligned} \quad (17)$$

где $\mathbf{E}$ – ошибка оценивания вектора состояния; $\mathbf{M}$ – матрица внешнего воздействия; $\boldsymbol{\xi}[k]$ – скалярное внешнее воздействие.

Из выражений (17) видно, что ошибка наблюдателя зависит как от внешнего воздействия, так и от неточности определения параметров привода. Предположим, что в результате идентификации параметров привода мы сводим ошибку определения параметров привода к допустимым минимальным значениям. Тогда из уравнения для ошибки наблюдателя (17) мы можем построить передаточную функцию между внешним воздействием и ошибкой наблюдателя. Для этого воспользуемся z -преобразованием:

$$\begin{aligned} z\mathbf{E}(z) &= (\hat{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\mathbf{C})\mathbf{E}(z) + \mathbf{M}\boldsymbol{\xi}(z), \\ e(z) &= \mathbf{C}(\mathbf{1}_{n \times n}z - \hat{\mathbf{A}} + \mathbf{L}\mathbf{C})^{-1}\mathbf{M}\boldsymbol{\xi}(z), \end{aligned} \quad (18)$$

где e – скалярная ошибка наблюдателя по выходной координате; z – комплексная переменная; $\mathbf{1}_{n \times n}$ – единичная матрица размерности $n \times n$.

Полученное выражение устанавливает связь между внешним воздействием и ошибкой наблюдателя. Это позволяет для случая скалярного внешнего воздействия построить модель оценивания внешнего воздействия по ошибке наблюдателя в первом каскаде. Модель мы сконструируем через обратную передаточную функцию для выражения (18), учитывая физическую реализуемость, путем добавления аperiодических звеньев в знаменатель передаточной функции таким образом, чтобы порядок знаменателя был больше или равен порядку числителя:

$$\xi^*(z) = \left(C(1_{n \times n} z - \hat{A} + LC)^{-1} \hat{M} \right)^{-1} \frac{\theta}{\prod_i (z - \lambda_i)} e(z);$$

$$W_\xi(z) = \left(C(1_{n \times n} z - \hat{A} + LC)^{-1} \hat{M} \right)^{-1} \frac{\theta}{\prod_i (z - \lambda_i)},$$

где $\xi^*(z)$ — z -изображение оценки скалярного внешнего воздействия; $\hat{M}$ — оценка матрицы внешнего воздействия; θ — коэффициент передачи аperiодических звеньев; λ_i — корни аperiодических звеньев; W_ξ — передаточная функция.

Второй каскад наблюдающего устройства представляет собой наблюдатель полного порядка привода, который для оценивания вектора состояния объекта управления $\hat{X}^*$ использует оценки внешнего воздействия, получаемые с выхода подсистемы оценивания внешнего воздействия. Таким образом, ошибка e^* на выходе второго каскада наблюдающего устройства между оценкой измеряемой координаты $\hat{y}^*$ и самой измеряемой координатой (см. рис. 2) содержит информацию об отклонениях параметров привода и может быть использована для коррекции этого отклонения. В частности, если ошибка второго каскада выше заданной величины, то это является сигналом для проведения идентификации параметров модели привода.

Было проведено моделирование разработанного наблюдателя для углового и линейного приводов при различных законах внешнего воздействия, которое показало высокую эффективность. Для ЛПП использовались следующие виды внешних воздействий:

- постоянное — $6 \cdot 10^3$ Н;
- сигнал постоянной скорости $f_3 = 1,2 \cdot 10^3 t$ Н;
- сигнал постоянного ускорения $f_4 = 240 t^2$ Н;
- синусоидальный сигнал $f_5 = 6 \cdot 10^3 \sin(t)$ Н;
- случайный сигнал с нормальным распределением с амплитудой $6 \cdot 10^3$ Н;
- удар $f_6 = 6 \cdot 10^3 \cdot 1(t - t_0)$ Н;
- локализованный сигнал $f_7 = 6 \cdot 10^3 \exp(-b(t - t_0)^2)$ Н.

Для УП использовались схожие виды внешних воздействий со следующими параметрами:

- постоянное — 10^6 Н·м;
- сигнал постоянной скорости $f_1 = 2 \cdot 10^5 t$ Н·м;
- сигнал постоянного ускорения $f_2 = 4 \times 10^4 t^2$ Н·м;
- синусоидальный сигнал $f_8 = 10^6 \sin(t)$ Н·м;
- случайный сигнал с нормальным распределением с амплитудой 10^6 Н·м;
- удар $f_9 = 10^6 \cdot 1(t - t_0)$ Н·м;
- локализованный сигнал $f_{10} = 10^6 \exp(-b(t - t_0)^2)$ Н·м.

Моделирование показало, что погрешность оценивания внешнего воздействия составила менее 1 % для всех рассмотренных внешних воздействий, что подтверждает высокую эффективность разработанного наблюдателя.

Оценивание внешнего воздействия является важным фактором построения желаемых состояний для различного рода динамических объектов. Желаемое состояние синтезируется таким образом, чтобы учесть влияние внешних воздействий. Разработаны методы построения желаемого состояния на основе дифференцирования компонент траектории желаемого движения динамических объектов и внешнего воздействия. В частности, если объект управления описывается моделью порядка n , то необходимо рассчитать $n - 1$ производных желаемого закона движения динамического объекта и $n - 2$ производных от внешнего воздействия, что на практике проблематично. Поэтому предлагается расчет желаемого состояния выполнять с помощью наблюдающих устройств следующего вида:

$$\begin{aligned} \hat{X}_g[k+1] &= \hat{A} \hat{X}_g[k] + \hat{B} U[k] + \\ &+ L(y_g[k] - \hat{y}_g[k]) + \xi^*[k], \quad \hat{y}_g[k] = C \hat{X}_g[k], \\ \xi^*[k] &= \hat{M} \xi^*[k], \end{aligned}$$

где $\hat{X}_g$ — желаемое состояние; y_g — желаемый закон движения динамической системы по выходной координате; $\hat{y}_g$ — оценка выходной координаты желаемого закона движения динамической системы; $\xi^*[k]$ — оценка приведенного вектора внешнего воздействия; $\xi^*[k]$ — оценка скалярного внешнего воздействия.

Данная технология является более эффективной, избавляет от необходимости расчета производных и обладает в значительной степени помехоустойчивостью.

Заключение

В статье рассмотрены задачи совместной идентификации параметров и внешнего воздействия

в динамических квазистационарных системах на основе статистического подхода. В качестве примера приведены приводы двух основных типов — линейные и угловые, используемые при управлении зеркальными системами высокоточных радиотелескопов. Предложен метод синтеза модифицированного МНК-идентификатора для квазистационарных динамических систем, подверженных влиянию внешнего воздействия, при наличии ограничений. Методы синтеза классического МНК-идентификатора отличаются от предложенного метода тем, что они не учитывают внешние воздействия и ограничения, что существенно влияет на точность определения параметров динамических систем. Существуют методы учета внешних воздействий на динамические подсистемы радиотелескопов на основе громоздких и сложных в реализации моделей, которые невозможно использовать в реальном времени при идентификации параметров подсистем радиотелескопов, а разработанный метод позволяет это сделать. Показано, что при медленно меняющемся внешнем воздействии (постоянном, с постоянной скоростью и с постоянным ускорением) возможно решать задачу эффективного оценивания как параметров приводов, так и самого внешнего воздействия, и погрешность оценивания не превышает одного процента. Также установлено, что наличие шума в законе изменения внешнего воздействия существенным образом влияет на точность оценивания параметров приводов.

Разработан новый тип двухкаскадного наблюдателя, позволяющий получать оценки как внешнего воздействия, так и неизмеряемых координат вектора состояния при произвольных за-

конах изменения внешнего воздействия, что продемонстрировано на примерах типовых законов изменения внешнего воздействия (постоянном, с постоянной скоростью, с постоянным ускорением, синусоидальном и случайном). Проведенное моделирование данного наблюдателя показывает погрешность оценивания внешнего воздействия менее одного процента. Разработанный наблюдатель в отличие от используемых наблюдателей на основе расширенной системы позволяет с высокой эффективностью оценивать внешнее воздействие различного вида, а не только исходя из модели внешнего воздействия, заложенной в наблюдатель. Он прост в реализации средствами вычислительной техники.

Предложен метод построения программных движений для динамических систем при наличии внешнего воздействия с использованием наблюдателя полного порядка. Разработанный метод отличается от известных подходов тем, что не требует вычисления производных от желаемой траектории движения динамической системы и внешнего воздействия, что сложно при численной реализации.

Финансовая поддержка

Данная работа выполнена в рамках государственного контракта Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 124041500008-1 от 01.01.2024 в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Института проблем машиноведения Российской академии наук (ИПМаш РАН).

Литература

1. Sobirin F. F., Nugraha S., Haz F., Sitompul P. Study of Cassegrain-type antenna for radio telescope. *Journal of Physics: Conference Series*, 2022, vol. 2214, no. 1. doi:10.1088/1742-6596/2214/1/012028. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/2214/1/012028> (дата обращения: 14.03.2025).
2. Yan L.-D., Zheng F., Rui X. New design of large fully-steerable radio telescope reflector based on homogenized mesh structure. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2021, vol. 21, no. 10. doi:10.1088/1674-4527/21/10/244. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1674-4527/21/10/244> (дата обращения: 05.03.2025).
3. Wang D., Zhang L., Yang F., Yang J., Wu Y., Cao P. Dynamic response and optimal design of radio telescope structure under wind load excitation. *Buildings*, 2023, vol. 13, no. 11. <https://doi.org/10.3390/buildings13112764>. <https://www.mdpi.com/2075-5309/13/11/2764> (дата обращения: 01.11.2024).
4. Gao G., Zhang K., Sun S. Optimization of 110 m aperture fully steerable radio telescope prestressed back frame structure based on a Genetic Algorithm. *Advances in Civil Engineering*, 2021, vol. 2021, no. 1. <https://doi.org/10.1155/2021/3323434>. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1155/2021/3323434> (дата обращения: 06.09.2024).
5. Hao L., Wang M., Xu Y. The 120 m Jingdong Radio Telescope (JRT). *Pulsar Astronomy*, 2025, Chapter 16, pp. 315–334. doi:10.1142/9789819800643_0016
6. Li J., Wang N., Liu Z., Song Y., Li N., Xu L., Wang J. Trends in architecture and middleware of radio telescope control system. *Advances in Astronomy*, 2021, vol. 2021, no. 1. <https://doi.org/10.1155/2021/2655250>. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1155/2021/2655250> (дата обращения: 29.06.2024).
7. Zhang Y., Li G., Zhou G., Lu Q., Zuo H., Wang Y., Zhang H., Li A., Zhang C., Li Y., Wu X., Li H., Hu T., Xiang B., Wang N. Real-time closed-loop active surface technology of a large radio telescope. *Publica-*

- tions of the Astronomical Society of the Pacific, 2022, vol. 134, no. 1031. doi:10.1088/1538-3873/ac32af. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1538-3873/ac32af> (дата обращения: 11.01.2025).
8. **Pei X., Li J., Duan X.-F.** Multi-function digital signal processing system for a 110-meter radio telescope. *2023 XXXVth General Assembly and Scientific Symposium of the International Union of Radio Science (URSI GASS)*, Sapporo, Japan, 2023, pp. 1–4. doi:10.23919/URSIGASS57860.2023.10265668
 9. **Li N., Xu Q., Wang N., Liu Z.** Re-Optimized Design for the ADR-based dual-loop controller of 100 m class aperture radio telescope. *Machines*, 2024, vol. 12, no. 7. <https://doi.org/10.3390/machines12070448>. https://www.researchgate.net/publication/381904537_Re-Optimized_Design_for_the_ADR-Based_Dual-Loop_Controller_of_100_m_Class_Aperture_Radio_Telescope (дата обращения: 17.01.2025).
 10. **Wu R., Cao Z., Wang F., Rao R., Huang Y., Hu R.** Scientific preparation for JRT: Wind pressure prediction model for large radio telescope based on real data from multi-sensors. *Heliyon*, 2024, vol. 10, no. 18. doi:10.1016/j.heliyon.2024.e37892. [https://www.cell.com/heliyon/fulltext/S2405-8440\(24\)13923-0?returnURL=https%3A%2F%2Flinkinghub.elsevier.com%2Fretrieve%2Fpii%2FS2405844024139230%3Fshowall%3Dtrue](https://www.cell.com/heliyon/fulltext/S2405-8440(24)13923-0?returnURL=https%3A%2F%2Flinkinghub.elsevier.com%2Fretrieve%2Fpii%2FS2405844024139230%3Fshowall%3Dtrue) (дата обращения: 20.02.2025).
 11. **Yang L., Wang N., Liu Z., Li N.** Tracking and disturbance suppression of the radio telescope servo system based on the equivalent-input-disturbance approach. *Advances in Astronomy*, 2024, vol. 2024, no. 1. <https://doi.org/10.1155/2024/5786292>. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1155/2024/5786292> (дата обращения: 10.01.2025).
 12. **Wang W.-J., Han B.-Q., Wang L.-Y., Luan T., Yan Y.-F., Zhao W.-L., Kong D.-Q., Wu Y., Wang C.-S.** Multimodality-based wind speed forecasting method for the wind resistance control of large radio telescope. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2023, vol. 23, no. 9. doi:10.1088/1674-4527/acdfa6. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1674-4527/acdfa6> (дата обращения: 19.12.2024).
 13. **Wei S.-X., Kong D.-Q., Wang Q.-M.** Effect of the alidade thermal behavior on the pointing accuracy of a large radio telescope. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2021, vol. 21, no. 6. doi:10.1088/1674-4527/21/6/137. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1674-4527/21/6/137> (дата обращения: 11.09.2024).
 14. **White E., Ghigo F. D., Prestage R. M., Frayer D. T., Maddalena R. J., Wallace P. T., Brandt J. J., Egan D., Nelson J. D., Ray J.** Green Bank Telescope: Overview and analysis of metrology systems and pointing performance. *A&A*, 2022, vol. 659. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202141936>. https://www.aanda.org/articles/aa/full_html/2022/03/aa41936-21/aa41936-21.html (дата обращения: 15.01.2025).
 15. **He F., Xu Q., Wang N.** Research on wind flow control by windbreak fence for a large radio telescope site based on numerical simulations. *Advances in Astronomy*, 2023, vol. 2023, no. 1. <https://doi.org/10.1155/2023/5257749>. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1155/2023/5257749> (дата обращения: 16.03.2025).
 16. **Wei S.-X., Kong D.-Q., Wang Q.-M.** Non-uniform temperature distribution of the main reflector of a large radio telescope under solar radiation. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2021, vol. 21, no. 11. doi:10.1088/1674-4527/21/11/293. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1674-4527/21/11/293> (дата обращения: 07.02.2025).
 17. **Gorodetskiy A. E., Tarasova I. L.** *Smart Electromechanical Systems: Behavioral Decision Making*. Springer Cham, 2021. 240 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-68172-2>
 18. **Gorodetskiy A. E., Tarasova I. L.** *Introduction to the Theory of Smart Electromechanical Systems*. Springer Cham, 2023. 343 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-36052-7>
 19. **Gorodetskiy A. E., Tarasova I. L.** *Smart Electromechanical Systems: Recognition, Identification, Modeling, Measurement Systems, Sensors*. Springer Cham, 2022. 275 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-97004-8>
 20. **Chen X., Yin R., Yang Z., Lan H., Xu Q.** A study on the mechanical characteristics and wheel–rail contact simulation of a welded joint for a large radio telescope azimuth track. *Buildings*, 2024, vol. 14, no. 5. <https://doi.org/10.3390/buildings14051300>. <https://www.mdpi.com/2075-5309/14/5/1300> (дата обращения: 13.01.2025).
 21. **Wei S., Kong D., Wang B., Fu L., Xiao W., Yin Z., Li Y., Xiao Z.** Estimation of pointing errors of large radio telescopes under solar radiation based on digital twin. *Symmetry*, 2024, vol. 16, no. 6. <https://doi.org/10.3390/sym16060668>. <https://www.mdpi.com/2073-8994/16/6/668> (дата обращения: 18.03.2025).
 22. **Kuchmin A. Yu.** *Creation of Databases and Formalization of Knowledge Using Identification of SEMS, Working Under Various Constrains*. Smart Electromechanical Systems. Studies in Systems, Decision and Control. Eds. I. L. Tarasova, B. A. Kulik. Springer, Cham, 2024, vol. 544, pp. 43–58. https://doi.org/10.1007/978-3-031-64277-7_5
 23. **Kuchmin A. Yu.** *Identification of the SEMS Module Using the Example of a Model of a Linear Electric Drive of a Counter-Reflector Actuator Taking into Account Constrains*. Smart Electromechanical Systems. Studies in Systems, Decision and Control. Eds. I. L. Tarasova, B. A. Kulik. Springer, Cham, 2024, vol. 544, pp. 155–169. https://doi.org/10.1007/978-3-031-64277-7_12
 24. **Кучмин А. Ю.** Идентификация и синтез систем управления динамическими объектами с ограничениями: дис. д-ра техн. наук. СПб., ИПМаш РАН, 2022. 323 с.

UDC 681.5

doi:10.31799/1684-8853-2025-5-50-63

EDN: KPWVZO

Parametric identification of subsystems of radio-telescopes under the external loadingA. Yu. Kuchmin^a, Dr. Sc., Tech., Leading Researcher, orcid.org/0000-0003-0699-6112, radiotelescope@yandex.ruS. S. Rasova^a, PhD, Phys.-Math., Senior Researcher, orcid.org/0000-0002-1272-1839^aInstitute for Problems in Mechanical Engineering of the Russian Academy of Science, 61, Bol'shoi Pr. V. O., 199178, Saint-Petersburg, Russian Federation

Introduction: Radio-telescopes are complex non-stationary dynamic objects. They are subject to the influence of various external loadings, such as gravity, wind and temperature. All this significantly reduces the control accuracy of the elements of radio-telescope dish systems. To improve the accuracy of radio-telescope control systems, it is necessary to create the models with the impact of external factors on them using the results of identification. **Purpose:** To develop methods for identifying radio-telescope subsystems based on intelligent electromechanical systems under the influence of external loadings of various natures. **Results:** Modifications of statistical MSE-identifier s have been obtained, which allows solving the problem of estimation of parameters of dynamic quasi-stationary systems under slowly changing external influences. We propose a simple and effective method for synthesizing such identifiers for the case of vector and scalar types of external influences, with certain restrictions taken into account. For the case of scalar external loadings, we develop a new two-cascade observer, that makes it possible to obtain estimates of different types of external influences, which is shown by the example of typical influences, such as the constant influence, the influence with a constant speed, the influence with a constant acceleration, the sinusoidal influence and the random one. We create a method for constructing program movements for dynamic systems under the influence of external loadings based on a full-order observer. **Practical relevance:** Taking into account external influences is the main factor in increasing the accuracy of radio-telescope control systems. The methods of estimation of parameters and external influences will allow building radio-telescope control systems with high accuracy.

Keywords — radio-telescope, adaptive dish system, MSE-identifier, identification, intellectual electromechanical systems, external loadings.

For citation: Kuchmin A. Yu., Rasova S. S. Parametric identification of subsystems of radio-telescopes under the external loading. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2025, no. 5, pp. 50–63 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2025-5-50-63, EDN: KPWVZO

Financial support

The work was carried out within the framework of the state assignment of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation for the Institute for Problems in Mechanical Engineering of the Russian Academy of Science (No. 124041500008-1).

References

1. Sobirin F. F., Nugraha S., Haz F., Sitompul P. Study of Cassegrain-type antenna for radio telescope. *Journal of Physics: Conference Series*, 2022, vol. 2214, no. 1. doi:10.1088/1742-6596/2214/1/012028. Available at: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/2214/1/012028> (accessed 14 March 2025).
2. Yan L.-D., Zheng F., Rui X. New design of large fully-steerable radio telescope reflector based on homogenized mesh structure. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2021, vol. 21, no. 10. doi:10.1088/1674-4527/21/10/244. Available at: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1674-4527/21/10/244> (accessed 05 March 2025).
3. Wang D., Zhang L., Yang F., Yang J., Wu Y., Cao P. Dynamic response and optimal design of radio telescope structure under wind load excitation. *Buildings*, 2023, vol. 13, no. 11. <https://doi.org/10.3390/buildings13112764>. Available at: <https://www.mdpi.com/2075-5309/13/11/2764> (accessed 01 November 2024).
4. Gao G., Zhang K., Sun S. Optimization of 110 m aperture fully steerable radio telescope prestressed back frame structure based on a Genetic Algorithm. *Advances in Civil Engineering*, 2021, vol. 2021, no. 1. <https://doi.org/10.1155/2021/3323434>. Available at: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1155/2021/3323434> (accessed 06 September 2024).
5. Hao L., Wang M., Xu Y. The 120 m Jingdong Radio Telescope (JRT). *Pulsar Astronomy*, 2025, Chapter 16, pp. 315–334. doi:10.1142/9789819800643_0016
6. Li J., Wang N., Liu Z., Song Y., Li N., Xu L., Wang J. Trends in architecture and middleware of radio telescope control system. *Advances in Astronomy*, 2021, vol. 2021, no. 1. <https://doi.org/10.1155/2021/2655250>. Available at: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1155/2021/2655250> (accessed 29 June 2024).
7. Zhang Y., Li G., Zhou G., Lu Q., Zuo H., Wang Y., Zhang H., Li A., Zhang C., Li Y., Wu X., Li H., Hu T., Xiang B., Wang N. Real-time closed-loop active surface technology of a large radio telescope. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 2022, vol. 134, no. 1031. doi:10.1088/1538-3873/ac32af. Available at: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1538-3873/ac32af> (accessed 11 January 2025).
8. Pei X., Li J., Duan X.-F. Multi-function digital signal processing system for a 110-meter radio telescope. *2023 XXXVth General Assembly and Scientific Symposium of the International Union of Radio Science (URSI GASS)*, Sapporo, Japan, 2023, pp. 1–4. doi:10.23919/URSIGASS57860.2023.10265668
9. Li N., Xu Q., Wang N., Liu Z. Re-optimized design for the ADR-based dual-loop controller of 100 m class aperture radio telescope. *Machines*, 2024, vol. 12, no. 7. <https://doi.org/10.3390/machines12070448>. Available at: https://www.researchgate.net/publication/381904537_Re-Optimized_Design_for_the_ADR-Based_Dual-Loop_Controller_of_100_m_Class_Aperture_Radio_Telescope (accessed 17 January 2025).
10. Wu R., Cao Z., Wang F., Rao R., Huang Y., Hu R. Scientific preparation for JRT: Wind pressure prediction model for large radio telescope based on real data from multi-sensors. *Heliyon*, 2024, vol. 10, no. 18. doi:10.1016/j.heliyon.2024.e37892. Available at: [https://www.cell.com/heliyon/fulltext/S2405-8440\(24\)13923-0?returnURL=https%3A%2F%2Flinkinghub.elsevier.com%2Fretrieve%2Fpii%2FS2405844024139230%3Fshowall%3Dtrue](https://www.cell.com/heliyon/fulltext/S2405-8440(24)13923-0?returnURL=https%3A%2F%2Flinkinghub.elsevier.com%2Fretrieve%2Fpii%2FS2405844024139230%3Fshowall%3Dtrue) (accessed 20 February 2025).
11. Yang L., Wang N., Liu Z., Li N. Tracking and disturbance suppression of the radio telescope servo system based on the equivalent-input-disturbance approach. *Advances in Astronomy*, 2024, vol. 2024, no. 1. <https://doi.org/10.1155/2024/5786292>. Available at: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1155/2024/5786292> (accessed 10 January 2025).
12. Wang W.-J., Han B.-Q., Wang L.-Y., Luan T., Yan Y.-F., Zhao W.-L., Kong D.-Q., Wu Y., Wang C.-S. Multimodality-based wind speed forecasting method for the wind resistance control of large radio telescope. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2023, vol. 23, no. 9. doi:10.1088/1674-4527/acdfa6. Available at: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1674-4527/acdfa6> (accessed 19 December 2024).
13. Wei S.-X., Kong D.-Q., Wang Q.-M. Effect of the alidade thermal behavior on the pointing accuracy of a large radio telescope. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2021, vol. 21, no. 6. doi:10.1088/1674-4527/21/6/137. Available at:

- <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1674-4527/21/6/137> (accessed 11 September 2024).
14. White E., Ghigo F. D., Prestage R. M., Frayer D. T., Maddalena R. J., Wallace P. T., Brandt J. J., Egan D., Nelson J. D., Ray J. Green Bank Telescope: Overview and analysis of metrology systems and pointing performance. *A&A*, 2022, vol. 659. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202141936>. Available at: https://www.aanda.org/articles/aa/full_html/2022/03/aa41936-21/aa41936-21.html (accessed 15 January 2025).
 15. He F., Xu Q., Wang N. Research on wind flow control by windbreak fence for a large radio telescope site based on numerical simulations. *Advances in Astronomy*, 2023, vol. 2023, no. 1. <https://doi.org/10.1155/2023/5257749>. Available at: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1155/2023/5257749> (accessed 16 March 2025).
 16. Wei S.-X., Kong D.-Q., Wang Q.-M. Non-uniform temperature distribution of the main reflector of a large radio telescope under solar radiation. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2021, vol. 21, no. 11. doi:10.1088/1674-4527/21/11/293. Available at: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1674-4527/21/11/293> (accessed 07 February 2025).
 17. Gorodetskiy A. E., Tarasova I. L. *Smart Electromechanical Systems: Behavioral Decision Making*. Springer Cham, 2021. 240 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-68172-2>
 18. Gorodetskiy A. E., Tarasova I. L. *Introduction to the Theory of Smart Electromechanical Systems*. Springer Cham, 2023. 343 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-36052-7>
 19. Gorodetskiy A. E., Tarasova I. L. *Smart Electromechanical Systems: Recognition, Identification, Modeling, Measurement Systems, Sensors*. Springer Cham, 2022. 275 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-97004-8>
 20. Chen X., Yin R., Yang Z., Lan H., Xu Q. A study on the mechanical characteristics and wheel-rail contact simulation of a welded joint for a large radio telescope azimuth track. *Buildings*, 2024, vol. 14, no. 5. <https://doi.org/10.3390/buildings14051300>. Available at: <https://www.mdpi.com/2075-5309/14/5/1300> (accessed 13 January 2025).
 21. Wei S., Kong D., Wang B., Fu L., Xiao W., Yin Z., Li Y., Xiao Z. Estimation of pointing errors of large radio telescopes under solar radiation based on digital twin. *Symmetry*, 2024, vol. 16, no. 6. <https://doi.org/10.3390/sym16060668>. Available at: <https://www.mdpi.com/2073-8994/16/6/668> (accessed 18 March 2025).
 22. Kuchmin A. Yu. *Creation of Databases and Formalization of Knowledge Using Identification of SEMS, Working Under Various Constrains*. In: *Smart Electromechanical Systems. Studies in Systems, Decision and Control*. Eds. I. L. Tarasova, B. A. Kulik. Springer, Cham, 2024, vol. 544, pp. 43–58. https://doi.org/10.1007/978-3-031-64277-7_5
 23. Kuchmin A. Yu. *Identification of the SEMS Module Using the Example of a Model of a Linear Electric Drive of a Counter-Reflector Actuator Taking into Account Constrains*. In: *Smart Electromechanical Systems. Studies in Systems, Decision and Control*. Eds. I. L. Tarasova, B. A. Kulik. Springer, Cham, 2024, vol. 544, pp. 155–169. https://doi.org/10.1007/978-3-031-64277-7_12
 24. Kuchmin A. Yu. *Identifikaciya i sintez sistem upravleniya dinamicheskimi ob"ektami s ogranicheniyami*. Dis. dokt. tech. nauk [Identification and synthesis of control systems for dynamic objects with constraints. Dr. tech. sci. diss.]. Saint-Petersburg, IPMash RAN, 2022. 323 p. (In Russian).

УВАЖАЕМЫЕ АВТОРЫ!

Научная электронная библиотека (НЭБ) продолжает работу по реализации проекта SCIENCE INDEX. После того как Вы зарегистрируетесь на сайте НЭБ (<http://elibrary.ru/defaultx.asp>), будет создана Ваша личная страничка, содержание которой составят не только Ваши персональные данные, но и перечень всех Ваших печатных трудов, имеющих в базе данных НЭБ, включая диссертации, патенты и тезисы к конференциям, а также сравнительные индексы цитирования: РИНЦ (Российский индекс научного цитирования), h (индекс Хирша) от Web of Science и h от Scopus. После создания базового варианта Вашей персональной страницы Вы получите код доступа, который позволит Вам редактировать информацию, помогая создавать максимально объективную картину Вашей научной активности и цитирования Ваших трудов.



Определение эмоционального состояния человека на основе интеллектуального анализа электроэнцефалографических данных

В. Р. Романюк^а, младший научный сотрудник, orcid.org/0009-0003-3307-1497

А. М. Кашевник^а, канд. техн. наук, старший научный сотрудник, orcid.org/0000-0001-6503-1447, alexey@iias.spb.su

^аСанкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр РАН, 14-я линия В. О., 39, Санкт-Петербург, 199178, РФ

Введение: определение эмоциональной валентности на основе электроэнцефалографических данных является актуальной проблемой, однако традиционные многоэлектродные системы непригодны для повседневного использования. Более того, сигналы портативных малоканальных устройств отличаются высоким уровнем шума и значительной вариативностью между пользователями, что усложняет их анализ и интерпретацию. **Цель:** разработать подход к интеллектуальному анализу электроэнцефалографических данных с использованием глубоких нейронных сетей, пригодный для надежного определения эмоциональной валентности по сигналам малоканальных носимых устройств. **Результаты:** предложен комплексный подход, включающий обработку сигналов и классификацию с помощью нейронных сетей. Выполнено обучение нейросетевых моделей на открытом наборе многоканальных электроэнцефалографических данных с последующим тестированием на собственном наборе данных, записанном с использованием четырехэлектродной носимой головной повязки. В результате экспериментов точность распознавания положительных, отрицательных и нейтральных эмоций составила от 70 до 75 % при межсубъектной проверке на открытых данных и достигла 85–91 % при валидации с использованием методов компьютерного зрения на собственном наборе данных. **Практическая значимость:** полученные результаты подтверждают возможность использования предложенных моделей в системах мониторинга эмоционального и когнитивного состояния человека на основе компактных носимых устройств. **Обсуждение:** выявлена необходимость дополнительной адаптации моделей для снижения влияния межсубъектной вариативности и шума.

Ключевые слова — интеллектуальный анализ данных, машинное обучение, сверточные нейронные сети, рекуррентные нейронные сети, мониторинг эмоционального состояния, электроэнцефалография.

Для цитирования: Романюк В. Р., Кашевник А. М. Определение эмоционального состояния человека на основе интеллектуального анализа электроэнцефалографических данных. *Информационно-управляющие системы*, 2025, № 5, с. 64–71. doi:10.31799/1684-8853-2025-5-64-71, EDN: KLTIBU

For citation: Romaniuk V. R., Kashevnik A. M. Assessment of psycho-emotional state of a person using AI-based EEG analysis. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2025, no. 5, pp. 64–71 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2025-5-64-71, EDN: KLTIBU

Введение

Интерес к анализу эмоционального состояния человека постоянно растет, поскольку внутренние переживания и когнитивные реакции оказывают существенное влияние на поведение, эффективность деятельности и социальное взаимодействие. Одним из наиболее информативных методов исследования мозговой активности является электроэнцефалография, неинвазивно регистрирующая изменения электрических потенциалов на поверхности головы. На протяжении десятилетий электроэнцефалография считалась преимущественно лабораторным инструментом, требующим множества электродов и фиксированных условий записи. Однако в последние годы широкое распространение получили портативные носимые устройства, обладающие меньшим числом каналов и сухими электро-

дами, что позволяет проводить исследования вне специализированных лабораторий и ближе к реальным жизненным условиям. Такое сдвигение в сторону компактных систем одновременно открывает перспективы и порождает новые трудности, связанные со значительными шумами, нестабильным контактом электродов и высокой межсубъектной вариативностью данных.

Одной из проблем, решаемых на основе электроэнцефалографии, является определение валентности эмоций, т. е. их положительной, отрицательной или нейтральной окраски. Традиционные подходы к распознаванию эмоций часто используют внешние признаки вроде выражений лица, речи или жестов, но эти сигналы не всегда отражают глубинные эмоциональные состояния, а также могут искажаться культурными особенностями, освещением или качеством записи видео и звука. Электроэнцефалография,

напротив, напрямую связана с динамикой мозговой активности и способна фиксировать даже те эмоциональные реакции, которые внешне почти не проявляются. Именно поэтому использование электроэнцефалографии становится все более востребованным в системах персонализированного пользовательского опыта и технологиях для психического здоровья. Однако классические стационарные системы с множеством электродов мало подходят для повседневного применения, поэтому разработка методов, способных распознавать эмоциональную валентность при всего нескольких регистрационных каналах, становится ключевой инновационной целью.

Настоящее исследование направлено на разработку и оценку подхода к интеллектуальному анализу электроэнцефалографических (ЭЭГ) сигналов для определения эмоциональной валентности с помощью нейронных сетей. В ходе исследования предпринимались попытки применить трансферное обучение: модель, обученная на публичном многоканальном наборе данных, переносилась на собственный набор данных, где число электродов меньше, а условия сбора сигналов более вариативны. Такой подход позволил оценить, насколько методы устойчивы к реальным помехам и индивидуальным различиям. В то же время проводится валидация методов ЭЭГ-анализа с использованием компьютерного зрения для определения эмоций.

Анализ существующих подходов к определению эмоционального состояния человека на основе электроэнцефалографии

На сегодня существует множество подходов и технологий анализа эмоционального состояния. Среди них наиболее распространены методы, основанные на использовании компьютерного зрения, физиологических сигналов, в частности электроэнцефалографии. Последний подход особенно актуален ввиду способности электроэнцефалографии фиксировать внутренние состояния человека, которые могут не проявляться внешне.

С теоретической точки зрения эмоции обычно рассматриваются либо как дискретные категории, либо как состояния, расположенные на непрерывных шкалах валентности (приятно–неприятно) и возбуждения (высокое–низкое). Например, модель Плутчика предлагает восемь базовых эмоций, организованных по интенсивности и полярности [1]. В то же время модель Лэнга описывает эмоции в двухмерной плоскости валентности и возбуждения [2].

Для провоцирования эмоций в лабораторных условиях чаще всего используются аудиовизу-

альные стимулы (видео, изображения, музыка), которые вызывают нужные эмоциональные состояния у испытуемых. Также применяется метод автобиографического воспоминания, в ходе которого участники вызывают эмоции, вспоминая личные переживания из прошлого. Маркировка эмоциональных состояний обычно выполняется через самооценку участников с использованием различных шкал.

Авторы ранних исследований распознавания эмоций на основе электроэнцефалографии широко применяли традиционные алгоритмы машинного обучения, использующие ручную выбранные признаки (мощность спектральной плотности в различных диапазонах частот, статистические параметры). Например, в работе [3] с помощью метода опорных векторов достигалась эффективная классификация положительных, отрицательных и нейтральных эмоций. Недостатком таких методов является необходимость экспертных знаний для выбора наиболее информативных признаков, а также низкая способность модели уловить сложные закономерности ЭЭГ-сигналов.

В последние годы стали популярны методы глубокого обучения, такие как сверточные нейронные сети (Convolutional Neural Network, CNN) и рекуррентные нейронные сети (Recurrent Neural Network, RNN). CNN способны автоматически извлекать локальные временные и пространственные паттерны из ЭЭГ-данных без необходимости вручную подбирать признаки. Например, авторы работы [4] продемонстрировали высокие результаты классификации валентности и возбуждения с помощью многоколоночной CNN. Рекуррентные сети, особенно LSTM и GRU, в свою очередь позволяют учитывать временные зависимости ЭЭГ-сигналов и эффективно моделировать динамику эмоциональных состояний, как показано в работе [5], где достигнута точность 96–99 % для классификации валентности, возбуждения и предпочтений. В работе [6] предложена гибридная модель 1D-CNN-BiLSTM для распознавания эмоций, вызванных музыкой, с подтвержденной высокой точностью распознавания отрицательных эмоций.

Одновременно развивается направление применения малоканальных носимых ЭЭГ-устройств, которые более удобны для использования в повседневной жизни. В исследованиях [7, 8] показано, что носимые устройства с небольшим числом электродов способны достигать приемлемой точности классификации эмоций (75–87 %), однако при этом возникает проблема снижения пространственного разрешения и качества сигнала.

Также следует выделить исследования, посвященные определению физиологических параметров из ЭЭГ-сигнала. Например, авторы работы

[9] выявили сильную корреляцию между ЭЭГ-сигналами и движениями глаз. В исследовании [10] была продемонстрирована высокая точность метода электроокулографии при определении амплитуды и направления саккад. Авторы [11] достигли точности определения направления взгляда до $1,008^\circ$ угла зрения при использовании 64-канального электроэнцефалографа.

Для повышения точности классификации некоторые исследователи используют комбинацию электроэнцефалографии и оптических систем [12, 13], что позволяет улучшить результаты в сравнении с отдельным использованием каждого из методов. В работе [14] был успешно протестирован интерфейс взаимодействия человек-компьютер на основе электроэнцефалографии и электроокулографии, подтвердивший свою эффективность в управлении роботами.

Тем не менее перенос ЭЭГ-методов на носимые устройства сопряжен с рядом технических ограничений, среди которых низкое качество сигнала из-за сухих электродов, меньшее количество каналов и чувствительность к движениям и внешним помехам [15, 16]. Для уменьшения шумов применяются методы обработки сигналов, такие как анализ независимых компонент (ICA), что подтверждается работами [17, 18].

Несмотря на сложности, портативные ЭЭГ-устройства успешно применяются в мониторинге психического состояния и когнитивной нагрузки в естественных условиях [19–21]. В последнее время методы глубокого обучения, такие как сети LSTM и гибридные CNN-LSTM-модели, активно внедряются для обработки ЭЭГ-сигналов и классификации глазодвигательной активности, демонстрируя высокие показатели точности (до 95–97 %) [22–24].

Таким образом, современные исследования подтверждают перспективность применения глубоких нейросетевых подходов в анализе эмоционального состояния на основе малоканальных носимых ЭЭГ-устройств, несмотря на возникающие технические трудности. Отчасти они проявляются в межсубъектной вариативности, сложностях сегментации и фильтрации, а так-

же в потребности в методах глубокого обучения, способных обрабатывать длинные и шумные временные ряды.

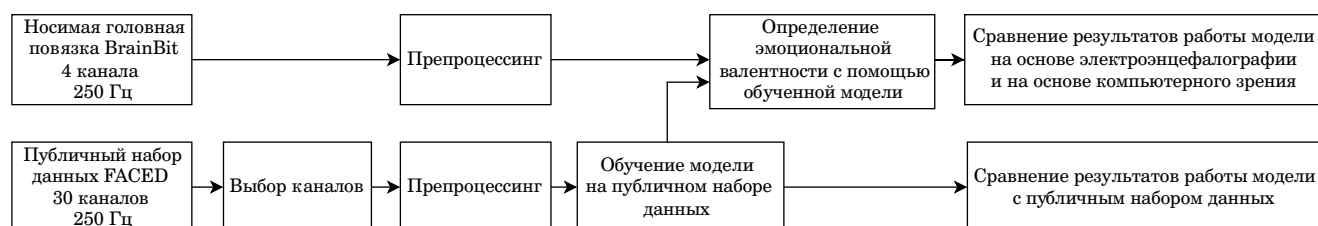
Предлагаемый подход

На основе анализа существующих методов и выявленных ограничений в области интеллектуального анализа ЭЭГ-данных в рамках настоящего исследования предлагается подход, изображенный на рис. 1. Особое внимание уделяется применению глубоких нейросетевых моделей, адаптированных к условиям использования малоканальных носимых ЭЭГ-устройств, а также изучению возможностей трансферного обучения.

Исследование сосредоточено на проблеме распознавания эмоциональной валентности (положительной, отрицательной, нейтральной) по данным электроэнцефалограммы, полученным в том числе с носимых устройств с небольшим числом электродов.

Для обучения и предварительной оценки подхода применялся открытый набор данных FACED [25], где регистрация велась многоканальной ЭЭГ-системой (30 каналов, 250 Гц), а участники просматривали видеофрагменты, вызывающие различные эмоции. Каждый ролик сопровождался субъективной самооценкой эмоции.

Собственный набор данных был собран на группе участников, которые в течение нескольких часов выполняли задания, целью которых было изменение эмоционального состояния. Запись электроэнцефалограммы велась носимой головной повязкой BrainBit (4 канала, 250 Гц) (рис. 2). Параллельно осуществлялась видеозапись лица для последующего сравнения эмоциональных меток, полученных с помощью компьютерного зрения и с помощью электроэнцефалографии. Это позволяло проверить, насколько модель, обученная на наборе данных FACED, способна переноситься на совершенно другой набор записей, сделанных в менее контролируемых ус-



■ **Рис. 1.** Подход для определения эмоционального состояния человека на основе интеллектуального анализа ЭЭГ-данных

■ **Fig. 1.** Approach to determine the psychoemotional state of a person based on intelligent analysis of electroencephalographic data



■ **Рис. 2.** Носимая головная повязка BrainBit, использованная для регистрации ЭЭГ-сигнала

■ **Fig. 2.** Wearable headband BrainBit employed for EEG signal registration

ловиях и с меньшим числом каналов. Поскольку BrainBit имеет четыре сухих электрода (O1, O2, T3, T4), из FACED выбирались каналы, наиболее близкие к такому покрытию (O1, O2, C3, C4), чтобы модель при обучении опиралась только на эти сигналы.

На обоих наборах данных выполнялись стандартные процедуры улучшения качества сигнала. Прежде всего применялся полосовой фильтр в пределах 0,5–40 Гц для подавления низкочастотных дрейфов и высокочастотных наводок. Затем сигналы разбивались на короткие интервалы без перекрытия, и для каждого интервала выполнялась нормализация путем вычитания медианы и масштабирования по амплитуде:

$$\mathbf{x}_{norm} = \frac{\mathbf{x} - \text{median}(\mathbf{x})}{\max(\mathbf{x} - \text{median}(\mathbf{x}))},$$

где $\mathbf{x}$ — это вектор признаков, представляющий ЭЭГ-сигнал на выделенном временном интервале.

Одной из моделей для классификации эмоциональной валентности был вариант сверточной сети TSception [26], подходящей для временных рядов электроэнцефалограммы. Модель включает несколько параллельных ветвей временных сверток, позволяющих охватывать разные масштабы, а также пространственные свертки по каналам для учета межэлектродных связей. На выходе сеть формирует внутреннее представление, которое далее проходит через полносвязный слой и классифицируется на три класса: положительная валентность, отрицательная и нейтральная.

Второй используемой моделью стала нейронная сеть LSTM, принимающая на вход протяженный по времени сигнал с каждого из каналов электроэнцефалограммы. Классификация происходит с помощью полносвязного слоя, который преобразует внутреннее состояние в один из трех классов валентности. Модели последовательно передается исследуемый отрезок электроэнце-

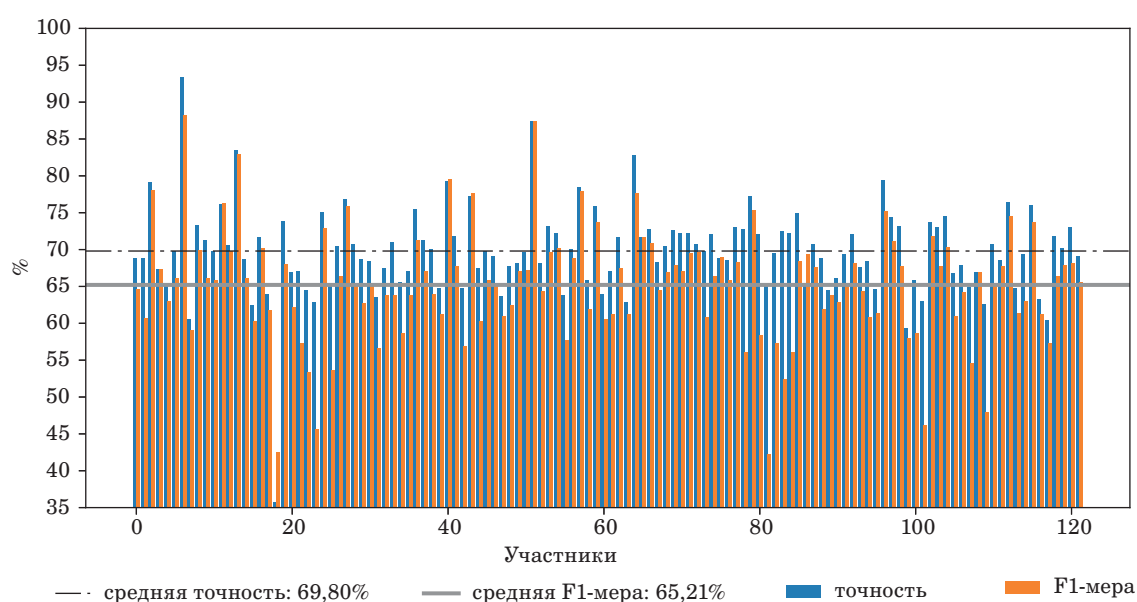
фалогаммы и в качестве результата берется последний вывод модели.

Обучение модели проходило в среде PyTorch с использованием алгоритма Adam, при этом применялась кросс-энтропия в качестве функции потерь. При неравномерном распределении примеров по классам использовался взвешенный саплер, чтобы модель видела больше примеров редко встречающихся меток. Для выбора оптимальных гиперпараметров модели TSception был проведен поиск по сетке, включавшей число временных ядер модели, пространственных ядер модели, нейронов скрытого слоя, вероятность исключения нейрона и начальную скорость обучения. Сетка для модели LSTM состояла из количества нейронов скрытого слоя, количества скрытых слоев, вероятности исключения нейрона и начальной скорости обучения.

Процесс обучения осуществлялся в течение максимум 100 эпох с использованием техники ранней остановки. Остановка происходила при достижении лучшего результата на валидационном наборе данных для предотвращения переобучения. По итогам всех итераций поиска по сетке выбиралась модель, показавшая наивысшую точность на валидационных данных. Для используемого набора данных лучшие результаты показала модель TSception с пятью временными и пространственными ядрами, 512 нейронами скрытого слоя, 50 %-й вероятностью исключения нейрона и начальной скоростью обучения, равной 0,001. Модель LSTM показала лучший результат при 128 нейронах скрытого слоя, одном скрытом слое, 50 % вероятности исключения нейрона и начальной скорости обучения, равной 0,0001.

Основными метриками при оценке выступали точность (Accuracy) и F1-мера. В публичном наборе данных FACED было проведено классическое разбиение «обучение–валидация–тест» (80/10/10), а также тестировалась схема leave-one-subject-out (LOSO-CV), когда на каждом шаге данные одного участника полностью исключались из обучения. Переносимость на собственный набор данных проверялась сопоставлением результатов работы модели на основе электроэнцефалографии с оценкой, полученной компьютерным зрением, обрабатывающим видеоролики лиц [27].

По итогам экспериментов на FACED модель TSception достигла наибольшей точности в 73,33 %, а при LOSO-CV (рис. 3) показатели несколько снижались из-за индивидуальных отличий. Сравнение моделей TSception и LSTM представлено в табл. 1. На собственном наборе данных согласованность модели TSception с методом компьютерного зрения превосходит 80–85 % в большинстве случаев (табл. 2). Полученные



■ **Рис. 3.** Точность определения валентности эмоций при исключении тестового участника из тренировочной выборки
 ■ **Fig. 3.** Emotion valence recognition accuracy when excluding the test participant from the training set

■ **Таблица 1.** Сравнение моделей при определении валентности эмоций на публичном наборе данных

■ **Table 1.** Comparison of models for emotion valence recognition on a public dataset

Модель	Точность, %	F1-мера, %
LSTM	61,19	62,12
TSCaption	73,33	68,07

■ **Таблица 2.** Оценка точности определения валентности эмоций моделью на основе электроэнцефалографии при сравнении с результатами работы модели компьютерного зрения

■ **Table 2.** Evaluation of emotion valence recognition accuracy of the EEG-based model against computer vision model results

Участник	Точность, %
1	91,0
2	89,5
3	63,6
4	88,5
5	85,7
6	90,2
7	87,4
8	92,5
9	70,0

данные указывают на высокую точность модели и ее потенциал для применения в реальных условиях.

Обсуждение

Несмотря на полученные в рамках исследования высокие результаты, был отмечен ряд трудностей, которые необходимо учитывать при проектировании и внедрении подобных систем.

Одной из ключевых проблем оказался высокий уровень шума при использовании носимых устройств. Сухие электроды, характерные для компактных повязок или гарнитур, не обеспечивают столь надежного контакта, как гелевые, что приводит к паразитным артефактам. Движения головы и лица, а также внешние электромагнитные помехи могут вносить заметные искажения в сигнал. Поэтому необходимо тщательно фильтровать данные и нормализовывать значения.

Важную роль играет и межсубъектная вариативность. Параметры и структура ЭЭГ-сигналов могут сильно отличаться от человека к человеку. Это снижает возможность применения одной «универсальной» модели для всех пользователей, для чего требуется либо обучать сеть персонально, либо искать механизмы переноса обучения.

Немаловажным вызовом при разработке является сложность разметки. Для валентности эмоций эталон зачастую субъективен, так как самооценка участника может не совпадать с объективной реальностью или с независимой оценкой, например системой компьютерного зрения.

Отдельное затруднение заключается в потребности в сегментации и синхронизации разных потоков данных. Это включает в себя согласование частоты дискретизации и временных шкал экспериментов.

Еще одним ограничением в обоих сценариях оказалось неравномерное распределение классов. В записанных данных для распознавания эмоций участники зачастую гораздо больше времени находятся в нейтральном состоянии, тогда как выраженные положительные или отрицательные эпизоды могут занимать меньшее количество записей. Для борьбы с дисбалансом применялись разные стратегии вроде взвешивания классов или увеличения количества повторений редких классов.

Заключение

Проведенное исследование продемонстрировало, что методы глубокого обучения, адаптированные к записям малоканальных ЭЭГ-устройств, могут решать проблему определения эмоционального состояния. В части распознавания эмоций удалось достичь значимых результатов даже при использовании всего четырех

каналов и переносе модели, обученной на многоканальном публичном наборе, на собственный набор данных. Точность при этом была подтверждена сравнением с методом компьютерного зрения, что продемонстрировало согласованность в большинстве случаев и подчеркнуло способность электроэнцефалографии фиксировать эмоциональные реакции.

Основная практическая ценность таких методов связана с тем, что носимые ЭЭГ-устройства делают возможным непрерывный мониторинг психофизиологических состояний в обычной среде человека. Подобная система может пригодиться в интерактивных системах обучения, виртуальной реальности, медицине и нейрореабилитации.

Финансовая поддержка

Исследования выполнены в рамках бюджетной темы FFZF-2025-0003.

Литература

1. Plutchik R. The nature of emotions. *American Scientist*, 2001, vol. 89, pp. 344–350. doi:10.1511/2001.28.344
2. Lang P. J. The emotion probe: Studies of motivation and attention. *American Psychologist*, 1995, vol. 50, no. 5, pp. 372–385.
3. Rahman M. A., Hossain M. F., Hossain M., Ahmmed R. Employing PCA and t-statistical approach for feature extraction and classification of emotion from multichannel EEG signal. *Egyptian Informatics Journal*, 2020, vol. 21, iss. 1. doi:10.1016/j.eij.2019.10.002
4. Yang H., Han J., Min K. A multi-column CNN model for emotion recognition from EEG signals. *Sensors (Switzerland)*, 2019, vol. 19, iss. 21. doi:10.3390/s19214736
5. Algarni M., Saeed F., Al-Hadhrani T., Ghabban F., Al-Sarem M. Deep learning-based approach for emotion recognition using Electroencephalography (EEG) signals using Bi-Directional Long Short-Term Memory (Bi-LSTM). *Sensors*, 2022, vol. 22, iss. 8. doi:10.3390/s22082976
6. Du R., Zhu S., Ni H., Mao T., Li J., Wei R. Valence-arousal classification of emotion evoked by Chinese ancient-style music using 1D-CNN-BiLSTM model on EEG signals for college students. *Multimedia Tools and Applications*, 2023, vol. 82, iss. 10. doi:10.1007/s11042-022-14011-7
7. Wu S., Xu X., Shu L., Hu B. Estimation of valence of emotion using two frontal EEG channels. *Proceedings of IEEE International Conference on Bioinformatics and Biomedicine (BIBM)*, 2017, pp. 1127–1130. doi:10.1109/BIBM.2017.8217815
8. Moontaha S., Schumann F. E. F., Arnrich B. Online learning for wearable EEG-based emotion classification. *Sensors*, 2023, vol. 23, iss. 5. doi:10.3390/s23052387
9. Lin C., Zhang C., Xu J., Liu R., Leng Y., Fu C. Neural correlation of EEG and eye movement in natural grasping intention estimation. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 2023, vol. 31, pp. 4329–4337. doi:10.1109/TNSRE.2023.3327907
10. Jia Y., Tyler C. Measurement of saccadic eye movements by electrooculography for simultaneous EEG recording. *Behavior Research Methods*, 2019, vol. 51, iss. 5, pp. 2139–2151. doi:10.3758/s13428-019-01280-8
11. Sun R., Cheng A., Chan C., Hsiao J., Privitera A., Gao J., Fong C., Ding R., Tang A. Tracking gaze position from EEG: Exploring the possibility of an EEG-based virtual eye-tracker. *Brain and Behavior*, 2023, vol. 13, iss. 10. https://doi.org/10.1002/brb3.3205
12. Kang J., Han X., Song J., Niu Z., Li X. The identification of children with autism spectrum disorder by SVM approach on EEG and eye-tracking data. *Computers in Biology and Medicine*, 2020, vol. 120, Article 103722. doi:10.1016/j.combiomed.2020.103722
13. Armengol-Urpi A., Salazar-Gómez A., Sarma S. Brainwave-augmented eye tracker: High-frequency SSVEPs improves camera-based eye tracking accuracy. *International Conference on Intelligent User Interfaces, Proceedings IUI*, 2022, no. 2, pp. 258–276. https://doi.org/10.1145/3490099.3511151
14. Ma J., Zhang Y., Cichocki A., Matsuno F. A novel EOG/EEG hybrid human-machine interface adopting eye movements and ERPs: Application to robot control. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*,

- 2015, vol. 62, iss. 3, pp. 876–889. doi:10.1109/TBME.2014.2369483
15. Park S., Han C., Im C. Design of wearable EEG devices specialized for passive brain–computer interface applications. *Sensors (Switzerland)*, 2020, vol. 20, iss. 16. <https://doi.org/10.3390/s20164572>
 16. Biasiucci A., Franceschiello B., Murray M. Electroencephalography. *Current Biology*, 2019, vol. 29, iss. 3, pp. R80–R85. doi:10.1016/j.cub.2018.11.052
 17. Klug M., Gramann K. Identifying key factors for improving ICA-based decomposition of EEG data in mobile and stationary experiments. *European Journal of Neuroscience*, 2021, vol. 54, iss. 12, pp. 8406–8420. doi:10.1111/ejn.14992
 18. Seok D., Lee S., Kim M., Cho J., Kim C. Motion artifact removal techniques for wearable EEG and PPG sensor systems. *Frontiers in Electronics*, 2021, vol. 2. <https://doi.org/10.3389/felec.2021.685513>
 19. Arnal P., Thorey V., Debellemanniere E., Ballard M., Bou Hernandez A., Guillot A., Jourde H., Harris M., Guillard M., Van Beers P., Chennaoui M., Sauvet F. The dreem headband compared to polysomnography for electroencephalographic signal acquisition and sleep staging. *Sleep*, 2020, vol. 43, iss. 11, p. zsa097.
 20. Yu Z., Guo S. A low-cost, wireless, 4-channel EEG measurement system used in virtual reality environments. *HardwareX*, 2024, vol. 17. <https://doi.org/10.1016/j.ohx.2024.e00507>
 21. Krigolson O., Williams C., Norton A., Hassall C., Colino F. Choosing MUSE: Validation of a low-cost, portable EEG system for ERP research. *Frontiers in Neuroscience*, 2017, vol. 11. <https://doi.org/10.3389/fnins.2017.00109>
 22. Gong S., Xing K., Cichocki A., Li J. Deep learning in EEG: Advance of the last ten-year critical period. *IEEE Transactions on Cognitive and Developmental Systems*, 2022, vol. 14. doi:10.1109/TCDS.2021.3079712
 23. Zhang G., Davoodnia V., Sepas-Moghaddam A., Zhang Y., Etemad A. Classification of hand movements from EEG using a deep attention-based LSTM network. *IEEE Sensors Journal*, 2019, vol. 20, pp. 3113–3122. doi:10.1109/JSEN.2019.2956998
 24. Iyer A., Das S., Teotia R., Maheshwari S., Sharma R. CNN and LSTM based ensemble learning for human emotion recognition using EEG recordings. *Multimedia Tools and Applications*, 2023, vol. 82, iss. 4, pp. 4883–4896. doi:10.1007/s11042-022-12310-7
 25. Chen J., Wang X., Huang C., Hu X., Shen X., Zhang D. A large finer-grained affective computing EEG dataset. *Scientific Data*, 2023, vol. 10, Article 740. doi:10.1038/s41597-023-02650-w
 26. Ding Y., Robinson N., Zhang S., Zeng Q., Guan C. TSception: Capturing temporal dynamics and spatial asymmetry from EEG for emotion recognition. *IEEE Transactions on Affective Computing*, 2023, vol. 14, no. 3. doi:10.1109/TAFFC.2022.3169001
 27. Ryumina E., Dresvyanskiy D., Karpov A. In search of a robust facial expressions recognition model: A large-scale visual cross-corpus study. *Neurocomputing*, 2022, vol. 514, pp. 435–450. doi:10.1016/j.neucom.2022.10.013

UDC 004.8

doi:10.31799/1684-8853-2025-5-64-71

EDN: KLTIBU

Assessment of psycho-emotional state of a person using AI-based EEG analysisV. R. Romaniuk^a, Junior Researcher, orcid.org/0009-0003-3307-1497A. M. Kashevnik^a, PhD, Tech., Associate Professor, orcid.org/0000-0001-6503-1447, alexey@ias.spb.su^aSt. Petersburg Federal Research Center of the RAS, 39, 14th Line, 199178, Saint-Petersburg, Russian Federation

Introduction: Determining emotional valence based on electroencephalographic (EEG) data is an urgent issue. Nonetheless, traditional multi-electrode EEG systems are unsuitable for everyday use. In addition, signals from portable, low-channel devices exhibit high noise levels and significant variability across users, complicating their analysis and interpretation. **Purpose:** To develop a deep-learning-based approach for EEG data analysis suitable for a reliable assessment of emotional valence using low-channel wearable devices. **Results:** We propose a comprehensive approach combining signal processing with classification via convolutional and recurrent neural networks. Neural network models were trained on a publicly available multi-channel dataset, with the subsequent transfer to our recordings obtained with the use of a wearable four-electrode headband BrainBit. The experimental results demonstrate an emotion valence recognition accuracy (positive, negative, and neutral emotions) of 70–75% during cross-subject validation on public data, reaching 85–91% accuracy as compared to computer vision methods using our own data. **Practical relevance:** The findings confirm the feasibility of applying these models in wearable systems for monitoring human emotional and cognitive states. **Discussion:** There is a recognized need for further model adaptation to reduce inter-subject variability and noise, as well as for the refinement of signal synchronization methods and data labeling approaches.

Keywords — data mining, machine learning, convolutional neural networks, recurrent neural networks, psycho-emotional state monitoring, electroencephalography.

For citation: Romaniuk V. R., Kashevnik A. M. Assessment of psycho-emotional state of a person using AI-based EEG analysis. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2025, no. 5, pp. 64–71 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2025-5-64-71, EDN: KLTIBU

Financial support

This work was supported by the Russian State Research FFZF-2025-0003.

References

1. Plutchik R. The nature of emotions. *American Scientist*, 2001, vol. 89, pp. 344–350. doi:10.1511/2001.28.344
2. Lang P. J. The emotion probe: Studies of motivation and attention. *American Psychologist*, 1995, vol. 50, no. 5, pp. 372–385.
3. Rahman M. A., Hossain M. F., Hossain M., Ahmmed R. Employing PCA and t-statistical approach for feature extraction and classification of emotion from multichannel EEG signal. *Egyptian Informatics Journal*, 2020, vol. 21, iss. 1. doi:10.1016/j.eij.2019.10.002
4. Yang H., Han J., Min K. A multi-column CNN model for emotion recognition from EEG signals. *Sensors (Switzerland)*, 2019, vol. 19, iss. 21. doi:10.3390/s19214736
5. Algarni M., Saeed F., Al-Hadhrani T., Ghabban F., Al-Sarem M. Deep learning-based approach for emotion recognition using Electroencephalography (EEG) signals using Bi-Directional Long Short-Term Memory (Bi-LSTM). *Sensors*, 2022, vol. 22, iss. 8. doi:10.3390/s22082976
6. Du R., Zhu S., Ni H., Mao T., Li J., Wei R. Valence-arousal classification of emotion evoked by Chinese ancient-style music using 1D-CNN-BiLSTM model on EEG signals for college students. *Multimedia Tools and Applications*, 2023, vol. 82, iss. 10. doi:10.1007/s11042-022-14011-7
7. Wu S., Xu X., Shu L., Hu B. Estimation of valence of emotion using two frontal EEG channels. *Proceedings of IEEE International Conference on Bioinformatics and Biomedicine (BIBM)*, 2017, pp. 1127–1130. doi:10.1109/BIBM.2017.8217815
8. Moontaha S., Schumann F. E. F., Arnrich B. Online learning for wearable EEG-based emotion classification. *Sensors*, 2023, vol. 23, iss. 5. doi:10.3390/s23052387
9. Lin C., Zhang C., Xu J., Liu R., Leng Y., Fu C. Neural correlation of EEG and eye movement in natural grasping intention estimation. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 2023, vol. 31, pp. 4329–4337. doi:10.1109/TNSRE.2023.3327907
10. Jia Y., Tyler C. Measurement of saccadic eye movements by electrooculography for simultaneous EEG recording. *Behavior Research Methods*, 2019, vol. 51, iss. 5, pp. 2139–2151. doi:10.3758/s13428-019-01280-8
11. Sun R., Cheng A., Chan C., Hsiao J., Privitera A., Gao J., Fong C., Ding R., Tang A. Tracking gaze position from EEG: Exploring the possibility of an EEG-based virtual eye-tracker. *Brain and Behavior*, 2023, vol. 13, iss. 10. https://doi.org/10.1002/brb3.3205
12. Kang J., Han X., Song J., Niu Z., Li X. The identification of children with autism spectrum disorder by SVM approach on EEG and eye-tracking data. *Computers in Biology and Medicine*, 2020, vol. 120, Article 103722. doi:10.1016/j.compbiomed.2020.103722
13. Armengol-Urpi A., Salazar-Gómez A., Sarma S. Brain-wave-augmented eye tracker: High-frequency SSVEPs improves camera-based eye tracking accuracy. *International Conference on Intelligent User Interfaces, Proceedings IUI*, 2022, no. 2, pp. 258–276. https://doi.org/10.1145/3490099.3511151
14. Ma J., Zhang Y., Cichocki A., Matsuno F. A novel EOG/EEG hybrid human-machine interface adopting eye movements and ERPs: Application to robot control. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 2015, vol. 62, iss. 3, pp. 876–889. doi:10.1109/TBME.2014.2369483
15. Park S., Han C., Im C. Design of wearable EEG devices specialized for passive brain-computer interface applications. *Sensors (Switzerland)*, 2020, vol. 20, iss. 16. https://doi.org/10.3390/s20164572
16. Biasucci A., Franceschiello B., Murray M. Electroencephalography. *Current Biology*, 2019, vol. 29, iss. 3, pp. R80–R85. doi:10.1016/j.cub.2018.11.052
17. Klug M., Gramann K. Identifying key factors for improving ICA-based decomposition of EEG data in mobile and stationary experiments. *European Journal of Neuroscience*, 2021, vol. 54, iss. 12, pp. 8406–8420. doi:10.1111/ejn.14992
18. Seok D., Lee S., Kim M., Cho J., Kim C. Motion artifact removal techniques for wearable EEG and PPG sensor systems. *Frontiers in Electronics*, 2021, vol. 2. https://doi.org/10.3389/felec.2021.685513
19. Arnal P., Thorey V., Debellemanniere E., Ballard M., Bou Hernandez A., Guillot A., Jourde H., Harris M., Guillard M., Van Beers P., Chennaoui M., Sauvet F. The dream headband compared to polysomnography for electroencephalographic signal acquisition and sleep staging. *Sleep*, 2020, vol. 43, iss. 11, p. zsa097.
20. Yu Z., Guo S. A low-cost, wireless, 4-channel EEG measurement system used in virtual reality environments. *HardwareX*, 2024, vol. 17. https://doi.org/10.1016/j.ohx.2024.e00507
21. Krigolson O., Williams C., Norton A., Hassall C., Colino F. Choosing MUSE: Validation of a low-cost, portable EEG system for ERP research. *Frontiers in Neuroscience*, 2017, vol. 11. https://doi.org/10.3389/fnins.2017.00109
22. Gong S., Xing K., Cichocki A., Li J. Deep learning in EEG: Advance of the last ten-year critical period. *IEEE Transactions on Cognitive and Developmental Systems*, 2022, vol. 14. doi:10.1109/TCDS.2021.3079712
23. Zhang G., Davoodnia V., Sepas-Moghaddam A., Zhang Y., Etemad A. Classification of hand movements from EEG using a deep attention-based LSTM network. *IEEE Sensors Journal*, 2019, vol. 20, pp. 3113–3122. doi:10.1109/JSEN.2019.2956998
24. Iyer A., Das S., Teotia R., Maheshwari S., Sharma R. CNN and LSTM based ensemble learning for human emotion recognition using EEG recordings. *Multimedia Tools and Applications*, 2023, vol. 82, iss. 4, pp. 4883–4896. doi:10.1007/s11042-022-12310-7
25. Chen J., Wang X., Huang C., Hu X., Shen X., Zhang D. A large finer-grained affective computing EEG dataset. *Scientific Data*, 2023, vol. 10, Article 740. doi:10.1038/s41597-023-02650-w
26. Ding Y., Robinson N., Zhang S., Zeng Q., Guan C. TSception: Capturing temporal dynamics and spatial asymmetry from EEG for emotion recognition. *IEEE Transactions on Affective Computing*, 2023, vol. 14, no. 3. doi:10.1109/TAF-FC.2022.3169001
27. Ryumina E., Dresvyanskiy D., Karpov A. In search of a robust facial expressions recognition model: A large-scale visual cross-corpus study. *Neurocomputing*, 2022, vol. 514, pp. 435–450. doi:10.1016/j.neucom.2022.10.013



Анализ межмозговой синхронизации на основе вейвлет-когерентности при совместном решении игровой задачи

В. Е. Титов^а, ассистент, orcid.org/0000-0002-2700-7152

О. Е. Дик^б, доктор биол. наук, доцент, orcid.org/0000-0001-5056-1779, dickviola@gmail.com

^аСанкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Б. Морская ул., 67, Санкт-Петербург, 190000, РФ

^бИнститут физиологии им. И. П. Павлова РАН, наб. Макарова, 6, Санкт-Петербург, 199034, РФ

Введение: исследование межмозговой синхронизации при совместной когнитивной деятельности актуально для понимания нейрофизиологических механизмов социального взаимодействия. **Цель:** выявить особенности синфазной, лаговой и противофазной синхронизации сигналов электроэнцефалограммы двух испытуемых при выполнении игровой когнитивной задачи. **Методы:** одновременная регистрация электроэнцефалограммы у двух участников, анализ вейвлет-когерентности с выделением фазовой, лаговой и противофазной синхронизации; статистическая проверка методом однофакторного дисперсионного анализа и тестирование на суррогатных данных методом Монте-Карло. **Результаты:** зафиксированы статистически значимые эффекты межмозговой синхронизации в альфа-, бета- и гамма-диапазонах. Фазовая синхронизация наблюдалась преимущественно в симметричных затылочных и теменных отведениях, охватывая до 75 % интервала записи. Лаговая синхронизация выявлена в затылочных, височных и теменно-затылочных областях с временной долей до 54 %. Противофазные взаимодействия чаще проявлялись в высокочастотных диапазонах. Обнаружены достоверные различия между отведениями по длительности синхронизации в различных частотных диапазонах. **Практическая значимость:** результаты могут быть использованы при разработке технологий нейроинтерфейсов и в исследованиях когнитивного взаимодействия, включая образование и тренинг. **Обсуждение:** ограниченный объем выборки (пять испытуемых) снижает возможности обобщения, однако многократные повторения и статистические тесты подтверждают достоверность выявленных эффектов. Перспективным направлением является анализ пространственных источников синхронизированной активности и межиндивидуальных различий.

Ключевые слова — электроэнцефалограмма, вейвлет-когерентность, фазовая синхронизация, межмозговые взаимодействия.

Для цитирования: Титов В. Е., Дик О. Е. Анализ межмозговой синхронизации на основе вейвлет-когерентности при совместном решении игровой задачи. *Информационно-управляющие системы*, 2025, № 5, с. 72–80. doi:10.31799/1684-8853-2025-5-72-80, EDN: DDNVME

For citation: Titov V. E., Dick O. E. Wavelet-based coherence analysis of interbrain synchronization in collaborative game solving. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2025, no. 5, pp. 72–80 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2025-5-72-80, EDN: DDNVME

Введение

Современные исследования в области гиперсканирования направлены на поиск и выявление синхронизированных паттернов нейронной активности у взаимодействующих субъектов [1]. В ряде исследований установлено возникновение резонансных механизмов в мозговой активности собеседников и подчеркнута важность комплексного анализа различных видов невербальной информации при социальном взаимодействии [2]. В исследовании речевого общения было выявлено, что мозговая активность слушателя синхронизируется с сигналами говорящего с определенной задержкой, при этом исчезновение такой синхронизации наблюдается при отсутствии понимания [3]. В связи с этим считается, что выявляемая межличностная синхронизация мозговой активности может служить эффективным индикатором качества командной работы и образовательного процесса [4].

Ключевыми вопросами остаются роль различных частотных диапазонов электроэнцефалограмм (ЭЭГ) мозга и вклад отдельных областей мозга партнеров в формирование межличностной нейронной синхронизации. Так, в исследованиях координации моторных действий (например, одновременного нажатия кнопок двумя участниками) продемонстрирована фазовая синхронизация в бета-диапазоне во фронтально-центральных областях коры [5]. Авторы других работ отмечают выраженную правостороннюю асимметрию альфа-синхронизации в центрально-теменных областях при совместном выполнении когнитивных задач [6]. При игровых взаимодействиях, связанных с принятием решений, активация затрагивает височно-теменные области [7]. В речевой коммуникации фазовая синхронизация в лобной области коры возникает только в условиях визуального контакта, что подчеркивает его важность для успешного общения [8].

Электроэнцефалография является одним из наиболее востребованных методов нейровизуализации для исследований, проводимых в парадигме гиперсканирования. Данный метод отличается высоким временным разрешением, позволяющим эффективно исследовать межличностные взаимодействия путем анализа связности сигналов мозга участников. Вместе с тем недостатком электроэнцефалографии остается ее низкое пространственное разрешение и высокая чувствительность к двигательным артефактам, которые неизбежны при естественном взаимодействии людей.

При анализе сложных биологических сигналов применяются методы вейвлет-преобразования [9, 10], корреляционного анализа [11], оценки фазовой синхронизации [12], а также методы выявления причинно-следственных отношений и направленности связи между сигналами [13–15]. Однако важно отметить, что не все методы способны улавливать асимметрию ролей участников, характерную для многих социальных взаимодействий [16].

Так, в ряде работ, посвященных невербальному взаимодействию, установлено, что низкочастотная когерентность (0,2–1,1 Гц) отражает процессы подражания и соответствует моделям с фиксированной задержкой реакции ведомого участника по отношению к ведущему [17].

Дополнительные перспективы в исследовании нейронных механизмов социального взаимодействия открывает подход, предложенный в работе [18], где для анализа связности сигналов использовалась когерентность вейвлет-преобразования с учетом направления взаимодействия сигналов в гиперсканирующей ближней инфракрасной спектроскопии. Авторы работы [18] классифицировали типы синхронизации, а именно: синфазную, запаздывающую и противофазную. Этот новый подход к традиционному методу когерентности вейвлет-преобразования позволил улучшить понимание сложных социальных взаимодействий благодаря их применению в исследованиях гиперсканирования с использованием функциональной ближней инфракрасной спектроскопии.

Данный подход представляет интерес для исследований с применением электроэнцефалографии. Новизна настоящей работы заключается в применении метода когерентности вейвлет-преобразования с последующим определением диапазонов разности мгновенных кроссвейвлетных фаз для двух временных рядов ЭЭГ и выявления типов синхронизации этих рядов, полученных в различных мозговых отведениях у двух испытуемых при одновременной регистрации ЭЭГ в процессе игровой задачи.

Цель работы — выявить особенности межмозговых взаимодействий у здоровых испытуемых

в условиях когнитивной нагрузки, создаваемой игровой задачей. Исследование выполнено в парадигме гиперсканирования методом электроэнцефалографии; основной акцент сделан на обнаружении и сравнении синфазной, запаздывающей и противофазной синхронизации сигналов ЭЭГ двух испытуемых с использованием когерентности вейвлет-преобразования и последующего расчета разности мгновенных кроссвейвлетных фаз.

Экспериментальные данные и методы их анализа

Одновременно зарегистрированные энцефалографические данные для двух здоровых испытуемых с удаленными артефактами предоставлены лабораторией физиологии зрения Института физиологии им. И. П. Павлова РАН, исследование одобрено местным этическим комитетом.

Цель когнитивной нагрузки состояла в совместном решении игровой задачи на компьютере с выбором ячейки со спрятанным предметом, который видит ведущий и не видит ведомый участник. При поиске спрятанного предмета ведомый участник перемещает курсор мыши по ячейкам игрового поля. Если курсор остается в данной ячейке дольше указанного времени, то эта ячейка считается выбранной. Если предмет там есть, то ячейка заполняется зеленым цветом, и игра заканчивается.

Аппаратно-программный комплекс для проведения психофизиологических исследований в парадигме гиперсканирования включал в себя два компьютера с мониторами и два электроэнцефалографа.

В решении игровой задачи участвовало пять испытуемых в возрасте от 24 до 35 лет, каждая игра повторялась пять раз, т. е. осуществлено 25 записей длительностью не менее 20 с, но нами проанализировано 20 одновременно зарегистрированных записей, предоставленных с удаленными артефактами. В этих записях участки с грубыми артефактами были удалены после визуального осмотра, а артефакты, связанные с морганием глаз, устранены с помощью процедуры анализа независимых компонент. Запись производилась в отведениях F_7 , F_3 , F_4 , F_8 , T_5 , T_6 , P_3 , P_4 , O_1 , O_2 . Такой подход позволил существенно увеличить количество статистически независимых сегментов для расчета вейвлет-когерентности. Дополнительно применялся критерий статистической значимости на основе 1000 реализаций суррогатных данных методом Монте-Карло, что снижает вероятность случайных совпадений. Ограничение по числу испытуемых связано с высокой трудоемкостью и требовани-

ями синхронной регистрации ЭЭГ при парной интерактивной задаче. Полученные эффекты имеют статистическую значимость и согласуются с результатами других исследований, что подтверждает информативность выборки.

Мы проанализировали 20 вариантов взаимоотношений временных рядов в симметричных отведениях (F_3-F_4 , F_7-F_8 , P_3-P_4 , T_5-T_6 , O_1-O_2) и в несимметричных отведениях: в затылочно-теменных (P_3-O_1 , P_4-O_2), в височно-теменных (T_5-P_3 , T_6-P_4) и в лобно-теменных (F_3-P_3 , F_4-P_4).

Длительность анализируемых временных рядов после удаления грубых артефактов составляла не менее 10 с. Частота дискретизации составляла 2 кГц. Для сравнения динамики биоэлектрической активности пар испытуемых анализируемые временные ряды были отфильтрованы с помощью оптимального фильтра Чебышёва в диапазонах частот, соответствующих интервалам тета (4–7 Гц), альфа (8–13 Гц), бета (14–25 Гц) и гамма (30–40 Гц).

Для сравнения динамики двух сигналов $X(t)$ и $Y(t)$ использована оценка кросс-вейвлет-спектра:

$$|W_{XY}| = |W_X(f, b) \overline{W_Y(f, b)}|, \quad (1)$$

который определяет локальные отношения между двумя сигналами в определенные моменты времени и на определенных частотах [19]. Локальные вейвлетные спектры $W_X(f, b)$ и $W_Y(f, b)$ анализируемого временного ряда определяются

$$W_X(f, b) = f \int_{-\infty}^{+\infty} X(t) \psi(f(t-b)) dt, \quad (2)$$

где $\psi(f(t-b))$ – вейвлетная функция Морле, f и b – частота и временной сдвиг, а символ $\overline{\psi(f(t-b))}$ означает комплексное сопряжение.

Среднее по времени распределение энергии вейвлетного спектра по частотам на временном интервале $[t_1, t_2]$, т. е. глобальный вейвлетный спектр

$$E(f) = f \int_{t_1}^{t_2} |W_X(f, b)|^2 dt. \quad (3)$$

Квадратичная вейвлет-когерентность определяется как квадрат абсолютного значения сглаженного кросс-вейвлетного спектра, нормализованного сглаженными вейвлетными спектрами каждого из двух сигналов [19]:

$$WC^2 = \frac{|S(W_{XY})|^2}{|S(W_X)|^2 |S(W_Y)|^2}, \quad (4)$$

где символ S обозначает сглаживание как по времени, так и по частоте для улучшения частотно-

временного разрешения и статистической значимости.

Вейвлет-когерентность WC принимает значения от 0 до 1 и описывает локальные корреляции между двумя сигналами. Чем ближе это значение к единице, тем более коррелированы сигналы. Статистически значимая вейвлет-когерентность определяется с помощью теста, в котором исходный сигнал рандомизируется с использованием метода Монте-Карло, а уровень статистической значимости каждой частоты в сигнале оценивается по нескольким рандомизированным реализациям.

В результате применения кросс-вейвлетного преобразования для двух временных рядов $X(t)$ и $Y(t)$ мгновенная разность фаз между этими временными рядами определяется как локальная кросс-вейвлетная фаза [19]:

$$\varphi_X(b) - \varphi_Y(b) = \tan^{-1} \left(\frac{\text{Im}(W_{XY}(b))}{\text{Re}(W_{XY}(b))} \right). \quad (5)$$

Если абсолютное значение разности фаз находится в диапазоне около нуля радиан, то временные ряды $X(t)$ и $Y(t)$ считаются находящимися в фазовой синхронизации, если же разность фаз находится в диапазоне около π радиан, то временные ряды находятся в противофазе.

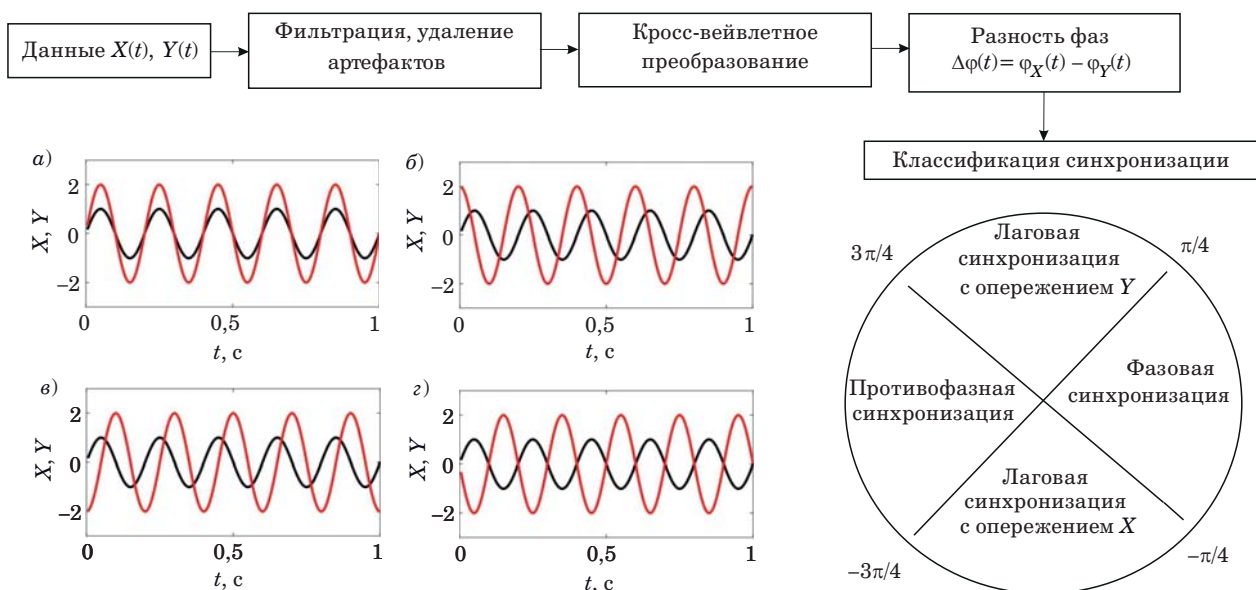
Условие $\pi/4 < |\varphi_X(b) - \varphi_Y(b)| < 3\pi/4$ соответствует запаздывающей синхронизации, при которой сигнал $Y(t)$ опережает сигнал $X(t)$ (диапазон, окружающий $\pi/2$ радиан) [18].

С другой стороны, диапазон, окружающий $-\pi/2$ радиан, т. е. условие $-3\pi/4 < |\varphi_X(b) - \varphi_Y(b)| < -\pi/4$, соответствует запаздывающей синхронизации, при которой сигнал $X(t)$ опережает сигнал $Y(t)$ [18]. Это проиллюстрировано на рис. 1, а–г.

В областях на частотно-временной плоскости, где значение квадрата вейвлет-когерентности WC^2 превышает 0,5, относительное отставание между когерентными временными рядами обозначается стрелками, ориентированными в определенном направлении. Стрелки, направленные вправо, означают фазовую синхронизацию, стрелки, направленные влево, означают, что сигналы находятся в противофазе. Стрелки вверх в направлении $3\pi/4$ указывают, что $Y(t)$ опережает $X(t)$ на $3\pi/4$ радиан, а стрелки вниз в направлении $-\pi/4$ указывают, что $X(t)$ опережает $Y(t)$ на $\pi/4$ радиан.

Для значений WC^2 , превышающих 0,5, мы построили зависимость вейвлетной когерентности от времени с определением различных типов синхронизации (фазовой, противофазной и запаздывающей) в соответствии с работой [18] и рассчитали процент времени для каждого типа синхронизации для парных сигналов $X(t)$ и $Y(t)$.

Для определения статистически значимой вейвлет-когерентности использован статисти-



■ **Рис. 1.** Классификация фазовых взаимодействий: фазовая (а), лаговая (б, в), противофазная (з) синхронизации; сигнал $Y(t)$ опережает сигнал $X(t)$ (б), сигнал $X(t)$ опережает сигнал $Y(t)$ (в)

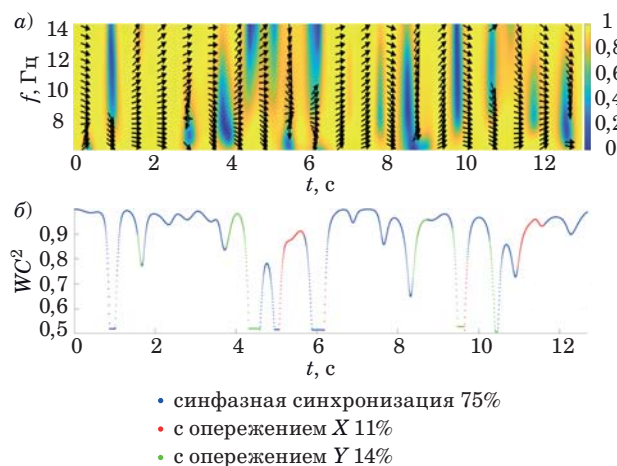
■ **Fig. 1.** Classification of phase interactions: phase synchronization (a); lagged synchronization (б, в); anti-phase (з). In panel (б) the signal $Y(t)$ leads $X(t)$; in panel (в) the signal $X(t)$ leads $Y(t)$

ческий тест, в котором пара исходных сигналов рандомизируется методом Монте-Карло с генерацией 1000 пар суррогатных данных с теми же коэффициентами процесса авторегрессии первого порядка, что и исходные сигналы. Для каждой пары вычислялась вейвлет-когерентность и оценивался уровень значимости. Значения вейвлет-когерентности, соответствующие частотно-временным областям с уровнем достоверности 95 %, считаются статистически значимыми на уровне 5 %.

Для выявления статистически значимых различий средних значений процента времени, в течение которого сохранялся каждый тип синхронизации для парных компонентов сигналов ЭЭГ первого и второго игроков, использовался метод однофакторного дисперсионного анализа. Усреднение проведено по 20 парным сигналам.

Результаты и обсуждение

Анализ фазовой связности альфа-ритма между левым и правым теменными отведениями P_3 и P_4 выполнен с использованием вейвлет-когерентности. На спектрограмме (рис. 2, а) визуализирована степень связности как функция времени и частоты, где преимущественная направленность стрелок вправо указывает на наличие синфазной синхронизации между сигналами. Выделено восемь сегментов синфазного взаимодействия, сосредоточенных преимущественно в интервалах 0–3,7 с и 6,2–8,4 с.



■ **Рис. 2.** Временная структура синфазной и запаздывающей синхронизации альфа-ритма между теменными отведениями (P_3 – P_4), выявленная методом вейвлет-когерентности: а – карта вейвлет-когерентности; б – временные доли типов взаимодействия

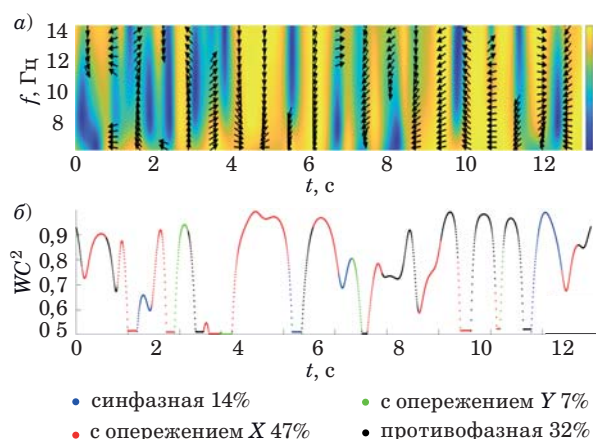
■ **Fig. 2.** Temporal structure of in-phase and lagged synchronization of the alpha rhythm between the parietal leads (P_3 – P_4) revealed by the wavelet coherence method: а – wavelet-coherence map; б – temporal proportions of interaction types

Дополнительный анализ временной динамики фазового угла (рис. 2, б) позволил классифицировать типы взаимодействия: синфазная синхронизация наблюдалась в 75 % времени, запаздывающая синхронизация с опережением временного ряда $X(t)$ – в 11 %, а с опережением $Y(t)$ – в 14 % от общего времени. Во всех трех ти-

пах взаимодействия значения квадрата модуля когерентности WC^2 превышали порог 0,5, что указывает на наличие статистически значимой межмозговой связности в исследуемом диапазоне частот.

Результаты анализа вейвлет-когерентности сигналов альфа-компонент ЭЭГ в левом и правом затылочных отведениях (O_1-O_2) представлены на рис. 3. Спектр вейвлет-когерентности (рис. 3, а) демонстрирует преобладающую направленность стрелок вниз, отражающую запаздывающую синхронизацию с лидерством сигнала $X(t)$. Выявлено восемь сегментов с данным типом взаимодействия, наиболее продолжительный из которых наблюдается в интервале от 3 до 4,1 с (рис. 3, б). Временная доля запаздывающей синхронизации с лидерством сигнала X составляет 47 %, что указывает на ее доминирующую роль во взаимодействии сигналов в исследованных отведениях. Также наблюдается значительная доля противофазной синхронизации (32 % времени), которая распределена по семи сегментам. Наиболее протяженный интервал противофазного взаимодействия охватывает временной промежуток от 7,1 до 8,8 с (см. рис. 3, б). Другие типы взаимодействий (синфазная и запаздывающая с лидерством сигнала Y) представлены в существенно меньших долях и кратковременных интервалах.

Функциональная связность между компонентами ЭЭГ была проанализирована только в альфа-, бета- и гамма-диапазонах для симметричных лево-правых отведений (P_3-P_4 , O_1-O_2)



■ **Рис. 3.** Преимущественная лаговая и противофазная синхронизация альфа-компонент ЭЭГ между затылочными отведениями (O_1-O_2) по данным вейвлет-когерентности: а — карта вейвлет-когерентности; б — временные доли типов взаимодействия

■ **Fig. 3.** Predominant lagged and anti-phase synchronization of EEG alpha components between occipital leads (O_1-O_2) according to wavelet coherence analysis: а — wavelet-coherence map; б — temporal proportions of interaction types

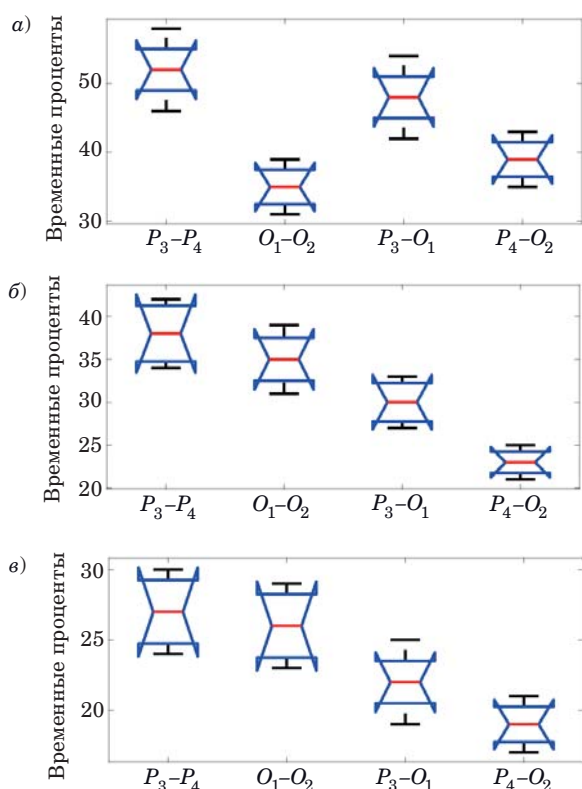
и для асимметричных лево-правых затылочно-теменных (P_3-O_1 , P_4-O_2) отведений, потому что для анализируемых временных рядов в этих диапазонах и отведениях процент статистически значимых областей с $WC^2 > 0,5$ превышал 80 %, а в других был не выше 10 %. Результаты согласуются с данными функциональных МРТ-исследований, проведенных в условиях парного взаимодействия, которые также выявили активацию теменных и височных областей мозга [20, 21]. Считается, что эти области играют ключевую роль в процессах невербальной коммуникации, переработке социальной информации, привлечении внимания и принятии решений [21].

Максимальная усредненная длительность фазовой синхронизации выявлена в теменных отведениях (P_3-P_4) для альфа-диапазона и составляет (52 ± 6) %. Значения длительности, превышающие 25 %, обнаружены в затылочных отведениях (O_1-O_2) для альфа-, бета- и гамма-диапазонов и в теменных отведениях (P_3-P_4) для бета- и гамма-диапазонов и в затылочно-теменных (P_3-O_1 , P_4-O_2) отведениях для диапазона альфа.

Лаговая синхронизация с X -лидерством длительностью более 30 % наблюдается для затылочных (O_1-O_2) и теменных (P_3-P_4), а также для затылочно-теменных (P_3-O_1) отведений для альфа-, бета- и гамма-диапазонов, а для отведений (P_4-O_2) — только для гамма-диапазона.

Однофакторный дисперсионный анализ выявил статистически значимые различия средних значений временного процента фазовой синхронизации в четырех парных участках для диапазонов альфа, бета и гамма. Для этих диапазонов статистика, полученная с помощью F-теста Фишера, превысила критическое значение $F_{crit} = F_{3,77} = 2,8$ ($F(\alpha) = 14,35$, $F(\beta) = 7,89$, $F(\gamma) = 15,75$), поэтому нулевая гипотеза о равенстве средних значений временного процента была отвергнута. Значения 3 и 77 выбраны в связи с тем, что количество групп сравнения (P_3-P_4 , O_1-O_2 , P_3-O_1 , P_4-O_2) равно четырем ($k = 4$), количество усредненных значений данных в каждой группе равно 20, общее количество наблюдений $N = 4 \times 20 = 80$, соответственно, $k - 1 = 3$, $N - k = 77$. Статистически значимые различия между группами определялись на основе значений $p < 0,0085$ в силу того, что $n = k(k - 1)/2 = 6$ и $1 - 0,95^{1/n} = 0,0085$. Эти значения для проанализированных данных равны $p(\alpha) = 1,3 \times 10^{-4}$, $p(\beta_2) = 3,1 \times 10^{-4}$, $p(\gamma) = 2,2 \times 10^{-4}$.

Графические результаты дисперсионного анализа для сравнения усредненных значений временного процента фазовой синхронизации между компонентами ЭЭГ в четырех попарных отведениях для диапазонов альфа, бета и гамма представлены на рис. 4, а–в. Различия в центральных линиях (медианах выборочных значений временного

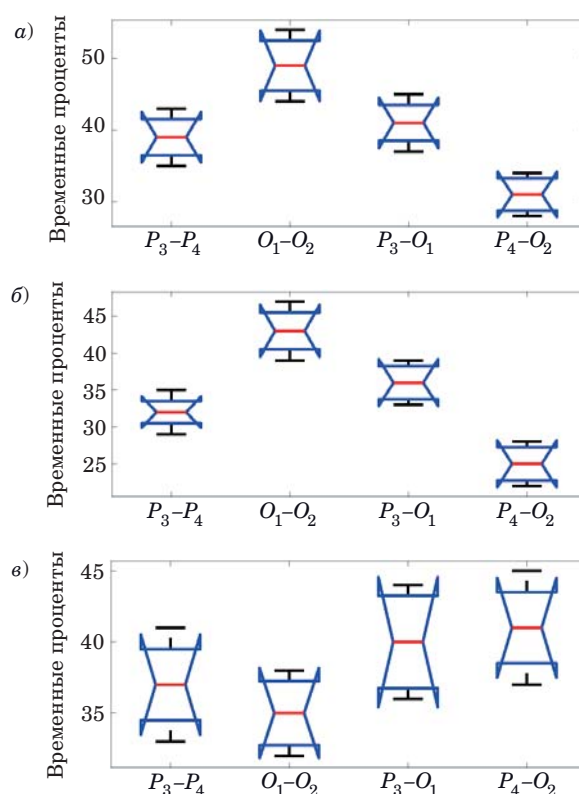


■ **Рис. 4.** Сравнение усредненных значений временного процента фазовой синхронизации между компонентами ЭЭГ в частотных диапазонах альфа (а), бета (б) и гамма (в)

■ **Fig. 4.** Comparison of averaged values of the temporal percentage of phase synchronization between EEG components in the frequency ranges α (a), β (б), γ (в)

процента фазовой синхронизации) указывают на значимые различия в групповых средних для всех рассматриваемых диапазонов. Максимальные временные проценты фазовой синхронизации характерны для теменных отведений (P_3-P_4) для всех трех частотных диапазонов.

Результаты дисперсионного анализа для сравнения усредненных значений временного процента лаговой синхронизации между компонентами ЭЭГ в четырех парных отведениях для диапазонов альфа, бета и гамма представлены на рис. 5, а–в. Статистически значимые различия в групповых средних характерны для диапазонов альфа (рис. 5, а) и бета (рис. 5, б). Статистика Фишера $F(\alpha) = 11,8$ и $F(\beta) = 19,6$, уровень значимости критерия Фишера $p(\alpha) = 4,1 \times 10^{-4}$ и $p(\beta) = 1,5 \times 10^{-4}$, тогда как для диапазона гамма эти значения, $F(\gamma) = 2,73$ и $p(\gamma) = 0,017$, указывают на отсутствие статистической значимости различий усредненных значений процента времени лаговой синхронизации. Максимальные временные проценты лаговой синхронизации характерны для затылочных отведений (O_1-O_2) для альфа- и бета-диапазонов.



■ **Рис. 5.** Сравнение усредненных значений процента времени лаговой синхронизации (с опережением X) между компонентами ЭЭГ в частотных диапазонах альфа (а), бета (б) и гамма (в)

■ **Fig. 5.** Comparison of averaged values of the percentage of time of lagged synchronization (with X leading) between EEG components in the frequency ranges α (a), β (б), γ (в)

Полученные результаты показывают, что фазовая синхронизация ЭЭГ в альфа-, бета- и гамма-диапазонах в некоторой степени согласуются с ранее опубликованными исследованиями [6, 19], в которых демонстрировалось увеличение фазовой синхронизации (по индексу PLV) между теменными зонами ведущего и ведомого субъектов в альфа-диапазоне при выполнении невербальных заданий с имитацией движений. Однако в исследованиях совместного выполнения действий, таких как совместная игра музыкантов на гитаре [22], наблюдалось усиление фазовой синхронизации в более низких частотах — в тета-диапазоне, особенно в лобно-центральных областях мозга. В нашем же исследовании основная активность фиксировалась в более высокочастотных диапазонах (альфа, бета и гамма).

Заключение

В работе выполнен сравнительный анализ нейродинамических взаимодействий между дву-

мья здоровыми испытуемыми в процессе совместного решения когнитивной задачи, представленной в виде игровой деятельности с четко выраженным разделением ролей: игрок X (лидер) и игрок Y (ведомый). Для оценки межмозговых взаимодействий использовался метод вейвлет-когерентности ЭЭГ с выделением синфазной, запаздывающей (лаговой) и противофазной синхронизации сигналов.

Результаты исследования показали наличие фазовой синхронизации сигналов двух испытуемых в альфа-, бета- и гамма-частотных диапазонах. Фазовая синхронизация была выявлена в основном между симметричными лево-правыми отведениями в затылочной и теменной областях, а также в асимметричных лево-правых затылочно-теменных областях. Максимальная длительность фазовой синхронизации во всех анализируемых частотных диапазонах характерна для теменных областей.

Для лаговой синхронизации с X-лидерством характерна максимальная длительность для за-

тылочных отведений в альфа- и бета-диапазонах. В гамма-диапазоне статистических различий между длительностью лаговой синхронизации не обнаружено.

Следует отметить, что исследование проведено на относительно небольшой выборке (пять испытуемых), что ограничивает возможность обобщения полученных выводов. Тем не менее использование многократных повторов, статистических методов и согласованность результатов с данными других работ подтверждают их достоверность. Для более широких обобщений необходимы исследования с участием большего числа испытуемых.

Финансовая поддержка

Работа выполнена при поддержке государственного финансирования, выделенного Институту физиологии им. И. П. Павлова РАН (№ 1021062411784-3-3.1.8).

Литература

1. Czeszumski A., Eustergerling S., Schuberth S., Lang A., Menrath D., Gerstenberger M., Schreiber F., Rendon Z. Z., Konig P. Hyperscanning: A valid method to study neural inter-brain underpinnings of social interaction. *Frontiers in Human Neuroscience*, 2020, vol. 14. doi:10.3389/fnhum.2020.00039
2. Balconi M., Fronda G. The use of hyperscanning to investigate the role of social, affective, and informative gestures in non-verbal communication. Electro-physiological (EEG) and inter-brain connectivity evidence. *Brain Sciences*, 2020, vol. 10. doi:10.3390/brainsci10010029
3. Li Z., Li J., Hong B., Nolte G., Engel A. K., Zhang D. Speaker-listener neural coupling reveals a right-lateralized mechanism for non-native speech-in-noise comprehension. *Cerebral Cortex*, 2023, vol. 33, no. 7, pp. 3701–3714. doi:10.1093/cercor/bhac302
4. Li Y., Wu S., Xu J., Wang H., Zhu Q., Shi W., Fang Y., Tong S., Zhang Y., Guo X. Interbrain substrates of role switching during mother-child interaction. *Human Brain Mapping*, 2024, vol. 45, no. 5, pp. 1234–1245. doi:10.1002/hbm.26672
5. Chuang C.-H., Peng P.-H., Chen Y.-C. Leveraging hyperscanning EEG and VR omnidirectional treadmill to explore inter-brain synchrony in collaborative spatial navigation. *Frontiers in Human Neuroscience*, 2024, vol. 18, Article 1476944. doi:10.48550/arXiv.2406.06327
6. Nguyen T., Schleihau H., Kayhan E., Matthes D., Vrticka P., Hoehl S. The effects of interaction quality on neural synchrony during mother-child problem solving. *Cortex*, 2020, vol. 124, pp. 235–249. doi:10.1016/j.cortex.2019.11.020
7. Al-Shargie F., Tariq U., Hassanin O., Mir H., Babiloni F., Al-Nashash H. Brain connectivity analysis under semantic vigilance and enhanced mental states. *Brain Sciences*, 2019, vol. 9. doi:10.3390/brainsci9120363
8. Pan Y., Dikker S., Goldstein P., Zhu Y., Yang C., Hu Y. Instructor-learner brain coupling discriminates between instructional approaches and predicts learning. *NeuroImage*, 2020, vol. 211, Article 116657. doi:10.1016/j.neuroimage.2020.116657
9. Runnova A., Zhuravlev M., Ukolov R., Blokhina I., Dubrovski A., Lezhnev N., Sitnikova E., Saranceva E., Kiselev A., Karavaev A., Selskii A., Semyachkina-Glushkovskaya O., Penzel T., Kurths J. Modified wavelet analysis of ECoG pattern as promising tool for detection of the blood-brain barrier leakage. *Scientific Reports*, 2021, vol. 11, Article 18505. doi:10.1038/s41598-021-97427-9
10. Dick O. E., Glazov A. L. Estimation of the synchronization between intermittent photic stimulation and brain response in hypertension disease by the recurrence and synchrosqueezed wavelet transform. *Neurocomputing*, 2021, vol. 455, pp. 163–171. doi:10.1016/j.neucom.2021.05.038
11. Abe M. O., Koike T., Okazaki S., Sugawara S. K., Takahashi K., Watanabe K., Sadato N. Neural correlates of online cooperation during joint force production. *NeuroImage*, 2019, vol. 191, pp. 150–161. doi:10.1016/j.neuroimage.2019.02.003
12. Dick O. E., Glazov A. L. Revealing the coupling directionality and synchronization between time series from physiological data by analysis of joint recurrences. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2023, vol. 173, Article 113768. doi:10.1016/j.chaos.2023.113768

13. Borovkova E. I., Prokhorov M. D., Kiselev A. R., Hramkov A. N., Mironov S. A., Agaltsov M. V., Ponomarenko V. I., Karavaev A. S., Drapkina O. M., Penzel T. Directional couplings between the respiration and parasympathetic control of the heart rate during sleep and wakefulness in healthy subjects at different ages. *Frontiers in Network Physiology*, 2022, vol. 2, Article 942700. doi:10.3389/fnetp.2022.942700
14. Писарчик А. Н., Хорев В. С., Бадарин А. А., Антипов В. М., Бударина А. О., Храмов А. Е. Методология дизайна нейрофизиологических экспериментов с предъявлением визуальных стимулов для оценки уровня владения иностранным языком. *Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика*, 2023, т. 31, № 2, с. 215–226. doi:10.18500/0869-6632-003031
15. Dick O. E., Lyubashina O. A. Comparative pairwise analysis of the relationships between physiological rhythms using synchrosqueezed wavelet transform, phase dynamics modelling and recurrence. *Nonlinear Dynamics*, 2024, vol. 112, Article 19825. doi:10.1007/s11071-024-10089-w
16. Hamilton A. F. C. Hyperscanning: beyond the hype. *Neuron*, 2021, vol. 109, no. 3, pp. 404–407. doi:10.1016/j.neuron.2020.11.008
17. Hale J., Ward J. A., Buecheri F., Oliver D., Hamilton A. F. C. Are you on my wavelength? Interpersonal coordination in dyadic conversations. *Journal of Non-verbal Behavior*, 2020, vol. 44, no. 1, pp. 63–83. doi:10.1007/s10919-019-00320-3
18. Provolovski Gvirtz H. Z., Sharma M., Gutman I., Dahan A., Pan Y., Hammach J., Wilcox T. New framework for understanding cross-brain coherence in functional near-infrared spectroscopy (fNIRS) hyperscanning studies. *Journal of Visualized Experiments*, 2023, vol. 200, Article e65347. doi:10.3791/65347
19. Maraun D., Kurths J. Cross wavelet analysis: Significance testing and pitfalls. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 2004, vol. 11, pp. 505–514. doi:10.5194/npg-11-505-2004
20. Zajkowski W., Badman R. P., Haruno M., Akaishi R. A neurocognitive mechanism for increased cooperation during group formation. *Communications Psychology*, 2024, vol. 2, no. 127. doi:10.1038/s44271-024-00177-3
21. Perez A., Dumas G., Karadag M., Dunabeitia J. A. Differential brain-to-brain entrainment while speaking and listening in native and foreign languages. *Cortex*, 2019, vol. 111, pp. 303–315. doi:10.1016/j.cortex.2018.11.026
22. Ramírez-Moreno M. A., Cruz-Garza J. G., Acharya A., Chatufale G., Witt W., Gelok D., Reza G., Contreras-Vidal J. L. Brain-to-brain communication during musical improvisation: a performance case study. *F1000Research*, 2023, vol. 11, no. 989. doi:10.12688/f1000research.123515.3

UDC 612.821

doi:10.31799/1684-8853-2025-5-72-80

EDN: DDNVME

Wavelet-based coherence analysis of interbrain synchronization in collaborative game solvingV. E. Titov^a, Assistant Professor, orcid.org/0000-0002-2700-7152O. E. Dick^b, Dr. Sc., Biol., Associate Professor, orcid.org/0000-0001-5056-1779, dickviola@gmail.com^aSaint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 67, B. Morskaya St., 190000, Saint-Petersburg, Russian Federation^bPavlov Institute of Physiology RAS, 6, Makarov Emb., 199034, Saint-Petersburg, Russian Federation

Introduction: Inter-brain synchrony during a joint cognitive activity is a relevant subject for understanding the neurophysiological mechanisms of social interaction. **Purpose:** To identify the features of in-phase, phase-lag, and anti-phase synchronization of EEG signals between two participants performing a cognitive game task. **Methods:** Wavelet transform coherence method is used for the analysis of simultaneous EEG recording from two participants, with the classification into in-phase, phase-lag, and anti-phase synchronization. Statistical significance is assessed with one-way ANOVA and surrogate data testing using the Monte Carlo method. **Results:** We report statistically significant effects of inter-brain synchronization in the alpha, beta, and gamma ranges. The in-phase synchronization is observed mainly in symmetrical occipital and parietal lobule leads, covering up to 75% of the recording interval. The phase-lag synchronization is detected in occipital, temporal, and occipito-parietal regions, with temporal coverage up to 54%. The anti-phase interactions occur predominantly in high-frequency ranges. Additionally, significant differences in synchronization duration across electrode pairs and frequency ranges are revealed. **Practical relevance:** The findings may be applied in the development of brain-computer interface technologies and in different studies of cognitive interaction, including education and training. **Discussion:** The relatively small sample size (five subjects) limits the generalization of the results, but repeated trials and statistical validation confirm the reliability of the observed effects. A promising direction for further research is the analysis of spatial sources of synchronized activity and the study of inter-individual variability.

Keywords — EEG, wavelet coherence, phase synchronization, inter-brain interactions.

For citation: Titov V. E., Dick O. E. Wavelet-based coherence analysis of interbrain synchronization in collaborative game solving. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2025, no. 5, pp. 72–80 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2025-5-72-80, EDN: DDNVME

Financial support

The research was supported by state funding provided to the Pavlov Institute of Physiology of the Russian Academy of Sciences (No. 1021062411784-3-3.1.8).

References

1. Czeszumski A., Eustergerling S., Schuberth S., Lang A., Menrath D., Gerstenberger M., Schreiber F., Rendon Z., König P. Hyperscanning: A valid method to study neural inter-brain underpinnings of social interaction. *Frontiers in Human Neuroscience*, 2020, vol. 14. doi:10.3389/fnhum.2020.00039
2. Balconi M., Fronda G. The use of hyperscanning to investigate the role of social, affective, and informative gestures in non-verbal communication. Electrophysiological (EEG) and inter-brain connectivity evidence. *Brain Sciences*, 2020, vol. 10. doi:10.3390/brainsci10010029
3. Li Z., Li J., Hong B., Nolte G., Engel A. K., Zhang D. Speaker-listener neural coupling reveals a right-lateralized mechanism for non-native speech-in-noise comprehension. *Cerebral Cortex*, 2023, vol. 33, no. 7, pp. 3701–3714. doi:10.1093/cercor/bhac302
4. Li Y., Wu S., Xu J., Wang H., Zhu Q., Shi W., Fang Y., Tong S., Zhang Y., Guo X. Interbrain substrates of role switching during mother-child interaction. *Human Brain Mapping*, 2024, vol. 45, no. 5, pp. 1234–1245. doi:10.1002/hbm.26672
5. Chuang C.-H., Peng P.-H., Chen Y.-C. Leveraging hyperscanning EEG and VR omnidirectional treadmill to explore inter-brain synchrony in collaborative spatial navigation. *Frontiers in Human Neuroscience*, 2024, vol. 18, Article 1476944. doi:10.48550/arXiv.2406.06327
6. Nguyen T., Schleihau H., Kayhan E., Matthes D., Vrtička P., Hoehl S. The effects of interaction quality on neural synchrony during mother-child problem solving. *Cortex*, 2020, vol. 124, pp. 235–249. doi:10.1016/j.cortex.2019.11.020
7. Al-Shargie F., Tariq U., Hassanin O., Mir H., Babiloni F., Al-Nashash H. Brain connectivity analysis under semantic vigilance and enhanced mental states. *Brain Sciences*, 2019, vol. 9. doi:10.3390/brainsci9120363
8. Pan Y., Dikker S., Goldstein P., Zhu Y., Yang C., Hu Y. Instructor-learner brain coupling discriminates between instructional approaches and predicts learning. *NeuroImage*, 2020, vol. 211, Article 116657. doi:10.1016/j.neuroimage.2020.116657
9. Runnova A., Zhuravlev M., Ukolov R., Blokhina I., Dubrovski A., Lezhnev N., Sitnikova E., Saranceva E., Kiselev A., Karavaev A., Selskii A., Semyachkina-Glushkovskaya O., Penzel T., Kurths J. Modified wavelet analysis of ECoG pattern as promising tool for detection of the blood-brain barrier leakage. *Scientific Reports*, 2021, vol. 11, Article 18505. doi:10.1038/s41598-021-97427-9
10. Dick O. E., Glazov A. L. Estimation of the synchronization between intermittent photic stimulation and brain response in hypertension disease by the recurrence and synchrosqueezed wavelet transform. *Neurocomputing*, 2021, vol. 455, pp. 163–171. doi:10.1016/j.neucom.2021.05.038
11. Abe M. O., Koike T., Okazaki S., Sugawara S. K., Takahashi K., Watanabe K., Sadato N. Neural correlates of online cooperation during joint force production. *NeuroImage*, 2019, vol. 191, pp. 150–161. doi:10.1016/j.neuroimage.2019.02.003
12. Dick O. E., Glazov A. L. Revealing the coupling directionality and synchronization between time series from physiological data by analysis of joint recurrences. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2023, vol. 173, Article 113768. doi:10.1016/j.chaos.2023.113768
13. Borovkova E. I., Prokhorov M. D., Kiselev A. R., Hramkov A. N., Mironov S. A., Agaltsov M. V., Ponomarenko V. I., Karavaev A. S., Drapkina O. M., Penzel T. Directional couplings between the respiration and parasympathetic control of the heart rate during sleep and wakefulness in healthy subjects at different ages. *Frontiers in Network Physiology*, 2022, vol. 2, Article 942700. doi:10.3389/fnetp.2022.942700
14. Pisarchik A. N., Khorev V. S., Badarin A. A., Antipov V. M., Budarina A. O., Khramov A. E. Methodology of the neurophysiological experiments with visual stimuli to assess foreign language proficiency. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Prikladnaya nelineynaya dinamika*, 2023, vol. 31, no. 2, pp. 215–226 (In Russian). doi:10.18500/0869-6632-003031
15. Dick O. E., Lyubashina O. A. Comparative pairwise analysis of the relationships between physiological rhythms using synchrosqueezed wavelet transform, phase dynamics modelling and recurrence. *Nonlinear Dynamics*, 2024, vol. 112, Article 19825. doi:10.1007/s11071-024-10089-w
16. Hamilton A. F. C. Hyperscanning: beyond the hype. *Neuron*, 2021, vol. 109, no. 3, pp. 404–407. doi:10.1016/j.neuron.2020.11.008
17. Hale J., Ward J. A., Buccheri F., Oliver D., Hamilton A. F. C. Are you on my wavelength? Interpersonal coordination in dyadic conversations. *Journal of Nonverbal Behavior*, 2020, vol. 44, no. 1, pp. 63–83. doi:10.1007/s10919-019-00320-3
18. Provolovski Gvirtz H. Z., Sharma M., Gutman I., Dahan A., Pan Y., Hammach J., Wilcox T. New framework for understanding cross-brain coherence in functional near-infrared spectroscopy (fNIRS) hyperscanning studies. *Journal of Visualized Experiments*, 2023, vol. 200, Article e65347. doi:10.3791/65347
19. Maraun D., Kurths J. Cross wavelet analysis: Significance testing and pitfalls. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 2004, vol. 11, pp. 505–514. doi:10.5194/npg-11-505-2004
20. Zajkowski W., Badman R. P., Haruno M., Akaishi R. A neurocognitive mechanism for increased cooperation during group formation. *Communications Psychology*, 2024, vol. 2, no. 127. doi:10.1038/s44271-024-00177-3
21. Perez A., Dumas G., Karadag M., Dunabeitia J. Differential brain-to-brain entrainment while speaking and listening in native and foreign languages. *Cortex*, 2019, vol. 111, pp. 303–315. doi:10.1016/j.cortex.2018.11.026
22. Ramirez-Moreno M. A., Cruz-Garza J. G., Acharya A., Chatufale G., Witt W., Gelok D., Reza G., Contreras-Vidal J. L. Brain-to-brain communication during musical improvisation: a performance case study. *F1000Research*, 2023, vol. 11, no. 989. doi:10.12688/f1000research.123515.3

**ГРИБКОВ
Андрей
Армович**



Ведущий научный сотрудник НПК «Технологический центр», Зеленоград.
В 1997 году окончил магистратуру Московского государственного технологического университета по направлению «Автоматизация и управление».
В 2011 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук.
Является автором 125 научных публикаций.
Область научных интересов — теория алгоритмов, теория когнитивных систем, онтология и теория познания, макроэкономический анализ, дозирование материалов.
Эл. адрес: andarmo@yandex.ru

**ГРЫЗУНОВ
Виталий
Владимирович**



Профессор кафедры прикладной математики и безопасных информационных технологий Санкт-Петербургского университета Государственной противопожарной службы МЧС России.
В 1999 году окончил Военный инженерно-космический университет им. А. Ф. Можайского по специальности «Вычислительные машины, комплексы, системы и сети».
В 2022 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук.
Является автором 110 научных публикаций, одного патента и четырех авторских свидетельств на программу для ЭВМ.
Область научных интересов — информационная безопасность, структурно-функциональный синтез систем, искусственный интеллект.
Эл. адрес: viv1313r@mail.ru

**ДИК
Ольга
Евгеньевна**



Ведущий научный сотрудник Института физиологии им. И. П. Павлова РАН.
В 1985 году окончила физический факультет Ленинградского государственного университета по специальности «Физика».
В 2018 году защитила диссертацию на соискание ученой степени доктора биологических наук.
Является автором 103 научных публикаций, включая одну монографию.
Область научных интересов — анализ нестационарных сигналов методами нелинейной динамики.
Эл. адрес: dickviola@gmail.com

**ЗЕЛЕНСКИЙ
Александр
Александрович**



Доцент, ведущий научный сотрудник НПК «Технологический центр», Зеленоград.
В 2007 году окончил Южно-Российский государственный университет экономики и сервиса по специальности «Радиотехника».
В 2010 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук.
Является автором 225 научных публикаций.
Область научных интересов — робототехника, мехатроника, электроника, теория управления, теория алгоритмов.
Эл. адрес: zelenskyaa@gmail.com

**КАШЕВНИК
Алексей
Михайлович**



Доцент, старший научный сотрудник Санкт-Петербургского Федерального исследовательского центра РАН.
В 2005 году окончил Санкт-Петербургский политехнический университет по специальности «Автоматизированные системы обработки информации и управления».
В 2008 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук.
Является соавтором более 200 научных публикаций и двух патентов на изобретения.
Область научных интересов — искусственный интеллект, мониторинг человека, компьютерное зрение, интеллектуальный анализ данных.
Эл. адрес: alexey.kashevnik@iiias.spb.su

**КУЧМИН
Андрей
Юрьевич**



Ведущий научный сотрудник лаборатории интеллектуальных электромеханических систем Института проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург.
В 2005 году окончил Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения по специальности «Информатика и управление в технических системах».
В 2022 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук.
Является автором 68 научных публикаций.
Область научных интересов — математическое моделирование, методы оптимизации, искусственный интеллект и принятие решений, математические проблемы теории управления и др.
Эл. адрес: radiotelescope@yandex.ru

**МАЛЫШЕВ
Виктор
Николаевич**



Профессор, заведующий кафедрой радиоэлектронных средств Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ», почетный работник высшего профессионального образования РФ. В 1979 году окончил Ленинградский электротехнический институт им. В. И. Ульянова (Ленина) по специальности «Радиотехника». В 2000 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором 110 научных публикаций и восьми изобретений. Область научных интересов — математическое моделирование, численные методы, СВЧ-техника, прикладная электродинамика, информационные сети, мобильная связь, широкополосный беспроводной доступ, информационная безопасность. Эл. адрес: vm@ieee.org

**РАСОВА
София
Станиславовна**



Старший научный сотрудник лаборатории цифровизации, анализа и синтеза сложных механических систем, сетей и сред Института проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург. В 2004 году окончила Санкт-Петербургский государственный университет по специальности «Прикладная математика». В 2010 году защитила диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Является автором 18 научных публикаций. Область научных интересов — математическое моделирование, методы оптимизации. Эл. адрес: s.rasova@gmail.com

**ТАУБИН
Феликс
Александрович**



Профессор кафедры информационных систем Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. В 1968 году окончил Ленинградский институт авиационного приборостроения по специальности «Радиоэлектронные устройства систем управления». В 1992 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором более 80 научных публикаций, девяти патентов и двух изобретений. Область научных интересов — цифровые системы связи, методы помехоустойчивого кодирования, широкополосные системы, беспроводные сети. Эл. адрес: ftaubin@yahoo.com

**ПРОЦЕНКО
Иван
Михайлович**



Ассистент кафедры радиоэлектронных средств Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ». В 2018 году окончил Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина) по специальности «Конструирование и технология электронных средств». Область научных интересов — методы проектирования, цифровая обработка данных. Эл. адрес: i_probel@mail.ru

**РОМАНЮК
Владимир
Русланович**



Младший научный сотрудник Санкт-Петербургского Федерального исследовательского центра РАН, аспирант Университета ИТМО. В 2023 году окончил магистратуру Университета ИТМО по направлению «Прикладная информатика». Является автором пяти научных публикаций. Область научных интересов — машинное обучение, определение состояния человека, нейроинтерфейсы. Эл. адрес: romanyuk.v@ias.spb.ru

**ТИТОВ
Вадим
Евгеньевич**



Ассистент кафедры высшей математики и механики Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. В 2016 году окончил бакалавриат Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича по специальности «Биотехнические системы и технологии», в 2020 году — магистратуру Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения по специальности «Технологии моделирования сложных систем». Является автором 12 научных публикаций. Область научных интересов — теория хаоса, методы обработки сигналов. Эл. адрес: titovvadim82@gmail.com

**ТРОФИМОВ
Андрей
Николаевич**



Доцент кафедры инфокоммуникационных систем Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения.

В 1976 году окончил Ленинградский институт авиационного приборостроения по специальности «Автоматизированные системы управления».

В 1982 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором 41 научной публикации и шести патентов на изобретения.

Область научных интересов — теория передачи дискретных сообщений, теория информации, теория кодирования.

Эл. адрес:

andrei.trofimov@vu.spb.ru

ПАМЯТКА ДЛЯ АВТОРОВ

Поступающие в редакцию статьи проходят обязательное рецензирование.

При наличии положительной рецензии статья рассматривается редакционной коллегией. Принятая в печать статья направляется автору для согласования редакторских правок. После согласования автор представляет в редакцию окончательный вариант текста статьи.

Процедуры согласования текста статьи могут осуществляться как непосредственно в редакции, так и по e-mail (ius.spb@gmail.com).

При отклонении статьи редакция представляет автору мотивированное заключение и рецензию, при необходимости доработать статью — рецензию.

Редакция журнала напоминает, что ответственность за достоверность и точность рекламных материалов несут рекламодатели.

Уважаемые авторы!

При подготовке рукописей статей необходимо руководствоваться следующими рекомендациями.

Статьи должны содержать изложение новых научных результатов. Название статьи должно быть кратким, но информативным. В названии недопустимо использование сокращений, кроме самых общепринятых (РАН, РФ, САПР и т. п.).

Текст рукописи должен быть оригинальным, а цитирование и самоцитирование корректно оформлено.

Объем статьи (текст, таблицы, иллюстрации и библиография) не должен превышать эквивалента в 20 страниц, напечатанных на бумаге формата А4 на одной стороне через 1,5 интервала Word шрифтом Times New Roman размером 13, поля не менее двух сантиметров.

Обязательными элементами оформления статьи являются: индекс УДК, заглавие, инициалы и фамилия автора (авторов), ученая степень, звание (при отсутствии — должность), полное название организации, аннотация и ключевые слова на русском и английском языках, ORCID и электронный адрес одного из авторов. При написании аннотации не используйте аббревиатур и не делайте ссылок на источники в списке литературы. Предоставляйте подрисовочные подписи и названия таблиц на русском и английском языках.

Статьи авторов, не имеющих ученой степени, рекомендуется публиковать в соавторстве с научным руководителем, наличие подписи научного руководителя на рукописи обязательно; в случае самостоятельной публикации обязательно предоставляйте заверенную по месту работы рекомендацию научного руководителя с указанием его фамилии, имени, отчества, места работы, должности, ученого звания, ученой степени.

Простые **формулы** набирайте в Word, сложные с помощью редактора Mathtype или Equation. Для набора одной формулы не используйте два редактора; при наборе формул в формульном редакторе знаки препинания, ограничивающие формулу, набирайте вместе с формулой; для установки размера шрифта в Mathtype никогда не пользуйтесь вкладкой Other, Smaller, Larger, используйте заводские установки редактора, не подгоняйте размер символов в формулах под размер шрифта в тексте статьи, не растягивайте и не сжимайте мышью формулы, вставленные в текст; пробелы в формуле ставьте только после запятой при перечислении с помощью Ctrl+Shift+Space (пробел); не отделяйте пробелами знаки: + = - ×, а также пространство внутри скобок; для выделения греческих символов в Mathtype полужирным начертанием используйте Style → Other → bold.

Для набора формул в Word никогда не используйте вкладки: «Уравнение», «Конструктор», «Формула» (на верхней панели: «Вставка» — «Уравнение»), так как этот ресурс предназначен только для внутреннего использования в Word и не поддерживается программами, предназначенными для изготовления оригинал-макета журнала.

При наборе символов в тексте помните, что символы, обозначаемые латинскими буквами, набираются светлым курсивом, русскими и греческими — светлым прямым, векторы и матрицы — прямым полужирным шрифтом.

Подробнее см. <http://i-us.ru/index.php/ius/author-guide>

Иллюстрации:

— рисунки, графики, диаграммы, блок-схемы предоставляйте в виде отдельных исходных файлов, поддающихся редактированию, используя векторные программы: Visio (*.vsd, *.vsdx); Adobe Illustrator (*.ai); Coreldraw (*.cdr, версия не выше 15); Excel (*.xls); Word (*.docx); AutoCad, Matlab (экспорт в PDF, EPS, SVG, WMF, EMF); Компас (экспорт в PDF); веб-портал DRAW.IO (экспорт в PDF); Inkscape (экспорт в PDF);

— фото и растровые — в формате *.tif, *.png с максимальным разрешением (не менее 300 pixels/inch).

Наличие подрисовочных подписей и названий таблиц на русском и английском языках обязательно (желательно не повторяющих дословно комментарии к рисункам в тексте статьи).

В редакцию предоставляются:

— сведения об авторе (фамилия, имя, отчество, место работы, должность, ученое звание, учебное заведение и год его окончания, ученая степень и год защиты диссертации, область научных интересов, количество научных публикаций, домашний и служебный адреса и телефоны, e-mail), фото авторов: анфас, в темной одежде на белом фоне, должны быть видны плечи и грудь, высокая степень четкости изображения без теней и отблесков на лице, фото можно представить в электронном виде в формате *.tif, *.png, *.jpg с максимальным разрешением — не менее 300 pixels/inch при минимальном размере фото 40×55 мм;

— экспертное заключение;

— экспортное заключение.

Список литературы составляется по порядку ссылок в тексте и оформляется следующим образом:

— для книг и сборников — фамилия и инициалы авторов, полное название книги (сборника), город, издательство, год, общее количество страниц, doi;

— для журнальных статей — фамилия и инициалы авторов, полное название статьи, название журнала, год издания, номер журнала, номера страниц, doi;

— ссылки на иностранную литературу следует давать на языке оригинала без сокращений;

— при использовании web-материалов указывайте адрес сайта и дату обращения.

Список литературы оформляйте двумя отдельными блоками по образцам lit.dot на сайте журнала (<http://i-us.ru/paperrules>): Литература и References.

Более подробно правила подготовки текста с образцами изложены на нашем сайте в разделе «Руководство для авторов» — <http://i-us.ru/index.php/ius/author-guide>.

Контакты

Куда: 190000, г. Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, д. 67, лит. А, ГУАП, РИЦ

Кому: Редакция журнала «Информационно-управляющие системы»

Тел.: (812) 494-70-02

Эл. почта: ius.spb@gmail.com

Сайт: www.i-us.ru